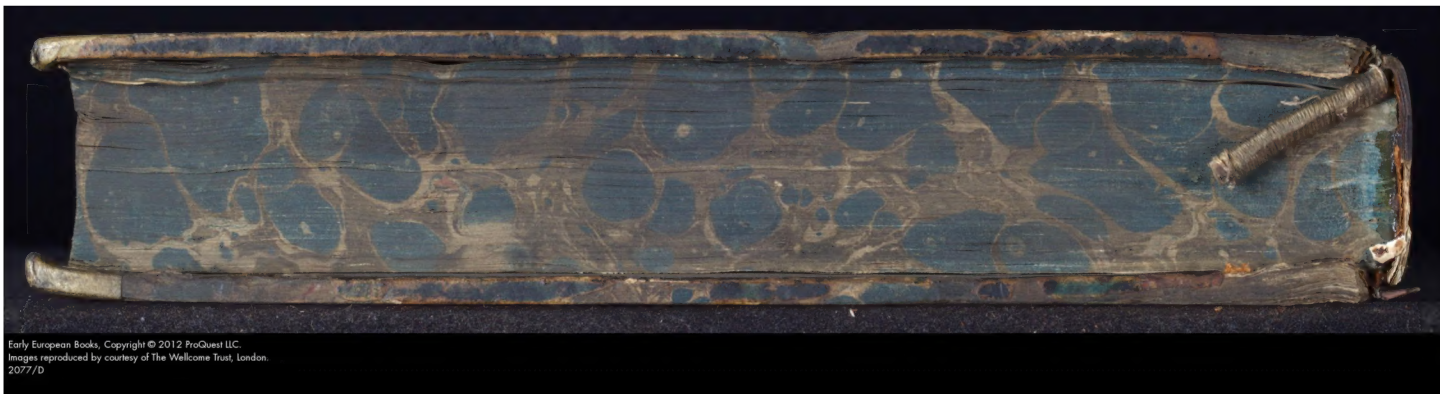


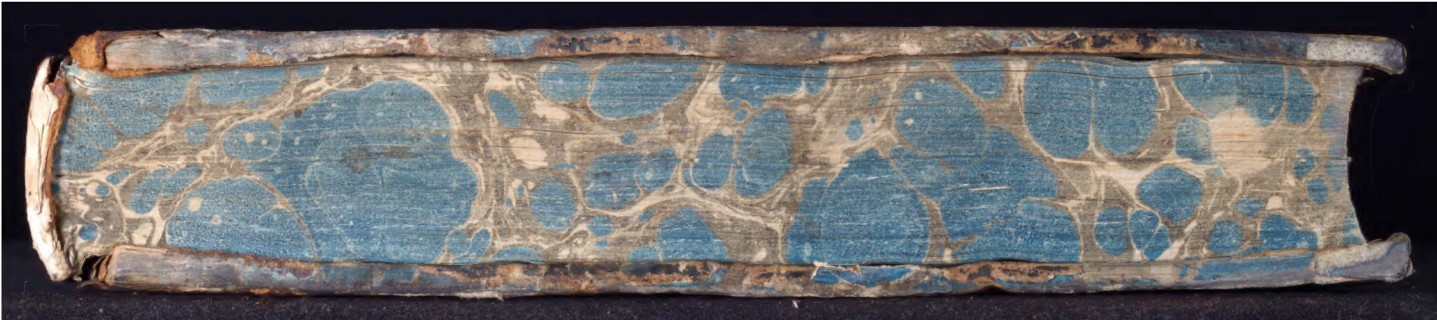


Early European Books. Copyright © 2012 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of The Wellcome Trust, London.
20177/0

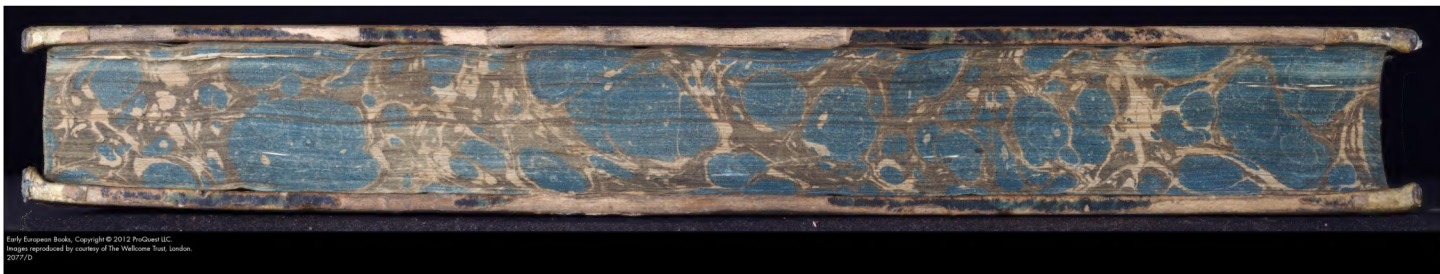




Early European Books. Copyright © 2012 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of The Wellcome Trust, London.
2077/D



Early European Books, Copyright © 2012 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of The Wellcome Trust, London.
20777/0



Early European Books. Copyright © 2012 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of The Wellcome Trust, London.
207770

2077

N. III. 8

Pyramet 1088

Thornes - Stamford 6

Libre Des Lemmes (archimède)



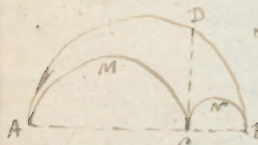
Prop. I Soient deux cercles tangents et BC, DE deux diamètres parallèles. Les points A, B, D sont en ligne droite. menons BI parallèle à AD, BID est isocèle l'on a $D = ABO$. Le même thém a lieu si les deux cercles sont extérieurs.



Prop. II Soient deux tangentes DB, DC et le diamètre AC, soit BE perpendic sur AC je joins AD et l'on a $BF = FE$. La démonstration d'Archimède suppose les deux tangentes rectangulaires, Corollaire en a donné une général mais longue et diffusé, je propose celle-ci. ABC étant droit son angle est CBI l'est aussi pour suite C, B, I sont sur une même droite dont le centre est sur CI à une distance égale de B et C, C est donc au D donc $DI = DC$, AD divisant CI en parties égales je joins de même la parallèle BE à IC donc $BF = FE$



Prop. III. soit un demi cercle. on prend les deux arcs AB, BF égaux, on mène $BE = BA$, et l'on aura $FC = CE$ on a $BFC + BAC = 2$ droits ou $BFC + BEA = 2$ ou comme $BF = BA = BE$ on a $BFC + BEC = 2$ droits d'où $BEC = BFC$ mais $BF = BA = BE$ donc $BEF = BFE$ donc $BEC - BEF = BFC - BFE$ on a bien $FEC = EFC$.



Propos IV soit la demi cercle ADB, on construit les demi-cercles AMC, CNB, la figure ADBNCMA est appelée un arbelon, la surf de l'arbelon est égale à celle d'un cercle qui a pour diamètre CD. on a $S = \frac{\pi}{8} (AB^2 - AC^2 - CB^2)$ or $AB = AC + CB$ en substituant il vient $S = \frac{\pi}{4} AC * CB = \frac{\pi}{4} CD^2$.



Propos V. soit un arbelon. Des deux côtés de CD soient menés deux cercles tang à cette droite et aux demi-cercles, ces cercles sont égaux. Soit EH parallèle à AB. Les points A, H, F sont sur une même droite de même de F, E, B. Dans le triangle ADB, les hauteurs DC, BF se coupent en E donc la 3^e hauteur AF passe en E et par suite en G. et CG et BI étant parallèles comme perpend à AF on a $\frac{AD}{DH} = \frac{AB}{BC}$ d'où $AD * HE = \frac{AC * BC}{AB}$ on démontrerait de même que le diamètre du cercle LN est égal à la même quantité.



CONTENTA.

placuerunt et amittuntur

EVCLIDIS Megarensis Geometricorum elemēto- rum libri	XV.
CAMPANI Galli trāsalpini in eosdem cōmentario rum libri	XV.
THEONIS Alexandrini Bartholamæo Zamberto Veneto interprete, in tredecim priores, commentario- rum libri	XIII.
HYPsiclis Alexādrini in duos posteriores, eodē Bartholamæo Zamberto Veneto interprete, commē- tatorum libri	II.

VTCVNQVE NOSTER VALVIT LABOR

conciliata sunt hæc omnia, ad studiosorum non par-
uam (quam optamus) utilitatem: id Magnifico

D. FRANCISCO Briconneto postulante.

Sic hæc beneuole suscipiātur, & fructum

adferāt quē cupimus: alia eiusdē au-

thoris opera prodibūt in lucē,

successum præstāte deo, &

adiutoribus (vbivbi gē

tiū sint) ad bonarū

literarū institū

tionē pro-

be asse

ctis

Gallis, Italīs, Germanīs, Hispanīs, Anglīs. quibus

omnibus prospera imprecamur: & puram

pro dignitate veramq; co-

gnitionis lucem.

placuerunt et amittuntur

PARISI IS in officina Henrici Stephani e regione scho-
larū Decretorum.

G. Maran

FRANCISCO BRICONNETO CLARISSIMO VIRO, D.
SVO PRAESTANTISSIMO, IACOBVS FABER S. D.



Um gubernacula regni adhuc moderaretur incly-
tissim⁹ Rex LVDOVICVS XII, tu vero came-
ra ararij regij magistratū gereres: efflagitasti Ge-
nerose Franciscę commentarios in Geometriam
Euclidis Megarēsis, viri sane omnium in hoc ex-
ercitij genere cōsummatissimi, tuo fauore recogno-
sci. Quam petitionem tuam, eo libētius amplecte-
bar: quo mihi multis eras carior, vt quī admodū
iuuenis (ita instituēte Nobilissimo Patre tuo, D.
meo, mihi qdē & oībus q̄ eū nouerūt piētissimę mēoriā, Petro Bricōneto
Equite aurato, & fidelissimo regni generali Exquestore) mecū in philoso-
phicis te exercueras, post nostri Pauli Aemilij ferulā, sub quo tūc appri-
me, tū in lingua latīna, tum in hystoria profeceras. Excitabat me id insu-
per: q̄ olīm decem primorum librorum ipsius Euclidis demonstrationes
ex Campano, recognouerā, quę res mihi fiduciā pariebat: residui minūē-
di laboris. Caterum vtilitas quam bonarū literarū studiosis accessuram
subaugurabar: omnem leuabat laborē, nā verā doctrinā perceptio: vani-
tatum & errorum detectio est, eiectioq; insulforū dogmatū. Nouit enim
Geometria Dēdalias fabrefacere labyrinthos: quibus ineluctabiliter cū
vlulante Minotauro, perpetuo relegatos (si vsq; erunt) occludat sophi-
stas, ad aperta verā Philosophiā ianua. Hęc siquidem: mea mēs fuerat.
Verū lōge secus euenit: atq; mihi proposuerā. Nam eo tēpore (certa im-
pellente causa) Reuerendus in Christo P. Dominus meus Episcopus
Lodouensis Patruelis tuus, Narbonam proficiscitur, vīsurus Reueren-
dissimum Dominū Cardinalem Narbonēsem, Patruum tuum: qui pau-
lo post (sic enim eunt res humanæ: etiam illustriores) lachrymas & desi-
derium sui multis relinquens: ex hac incerti momēti luce (sed mea sentē-
tia, feliciter) migrauit ad Dominum. Nam adeo sancte & religiose (ipse
testis aderam) vt non tam lugendus, q̄ reuera beatus ex ipso trāsitu prę-
dicandus videatur. Igitur R. Dominum meū, cui super omnes viros de-
bebam ac debeo, secutus: totum negocium cōmisi nostro Michaeli Pon-
tano, qui tunc mecum cōmunes habebat ædes, in recognoscēdis & emittē-
tendis libris quos prodesse posse arbitrabamur, adiutor. eius enī ingeniū
noueram: & in intelligentiā magnitudinum ac numerorum, perspicacita-
tem. Ille vero prouinciā suscepit admodum lubens: quia te iam agnosce-
bat benefactorem, cui prę ceteris mortalibus cupiebat, in aliquo morē ge-
rendo, gratificari posse. Quos quidem commentarios, non Campani mo-
do, sed & Theonis Alexandrini, Bartholamęo Zāberto Veneto interpre-
te, vbi recognouit: se totū obligauit officinā, durissimam profecto versans
glebā, vt labores suos tibi offerat, et per te ceteris literatis. Igitur illū in fu-
a.ij.

Odo
Cusa

Thales
Ameristus
Pythagoras
Anaxagoras
Oenopides
Hippocrates
Theodorus
Plato
Cleodamas
Architas
Theætetus
Eratosthenes
Archimedes
Neocles
Leon
Eudoxus
Amyclas
Hermotimus
Theon
Pappus
Hypsicles

turū agnosces, agnosces quidē tuum: & propensissimū eius tibi obsequen-
di animū. Et utinā studiosi cognoscerēt: quātū fructus decerpere possunt
ex authorū fideliter traditis opib⁹. Vna qdē in oib⁹ relucet veritas q̄ lucē
habitat inaccessam: ad quā per ea tāq̄ per certos gradus scādatur, & maxi-
me si analogiarū & assurrectionū nō ignoretur modus. Verū id: mun⁹ dei
est. Sed q̄ (obsecro) prōptiores, abstractiones, puriores ad diuina surgēdi
p̄bere possint analogias, q̄ nullius fœdi, nulliusq̄ rei carnalis pr̄se ferāt ve-
itigiū: q̄ literæ Mathematicæ: Id haud ip̄edio difficile itelligēt: q̄ Analyti-
ca nūerorū Odonis, & eiusdē de Triade libellū, librosq̄ Cardinalis Cusa
se legerit, quales sūt ij quos de Docta ignorantia, de Cōiecturis, de Beryllo
intitulat, & similes. Et hic philosophandi modus: vetustissimus fuit, ante etiā
Pythagorā, Platonem, & Aristotelē, vt vel ex antiquitate: cognoscatur au-
gustior. Et hanc philosophiā partem, Geometriā dico (quantū memoriæ
proditū est) primū omniū Phœnices & Aegyptij reperere. Deinde Tha-
les Milesius, Ameristus, Pythagoras, Anaxagoras Clazomeni⁹, Oenopi-
des & Hippocrates Chij, Theodorus, Plato, Cleodamas, Architas, The-
ætetus, his posteriores Eratosthenes, Archimedes, Neocles, Leon, Eudox-
us, Amyclas, Hermotimus, Theon, Pappus, Hypsicles: hi omnes & ple-
riq̄ alij, magnifice hanc scriptis & laudibus honestauere. Sed & ipsa ma-
net laudibus superior: maxime scientibus ea ipsa ad diuinorum inuesti-
gationem vti. Arithmetice enim ex vnus noti luce: omnia patefacere po-
test. Vnum vero ignotum: haud parū pendendum in Geometria pondus
habet. deus vnus, notus pariter & ignotus: a quo oīs lux cognitionis pen-
det, & per quē noscūt ōnia. Per vnū notū, rationaliter: per vnū ignotū, su-
pra rationē philosophamur. Inuētiō quadraturæ circuli (modo ad omnē
ciculū, surdum nō sit omne quadratum) supra rationem est, & vnū expo-
scit ignotum. Neq̄ adhuc aliter inter quæuis duo designata extrema, posse
duo media proportionalia constitutere repertum est: q̄ per vnum ignotum.
Quo fit vt p̄exercitari in ea parte Arithmetices quæ de vno ignoto, nume-
ro, plano, latere cū tetragonico tum cubico, tetragono, cubo, tetragono te-
tragoni, cuboq̄ cubi tractat, & horū iuicē adiectione, subtractione, ductio-
ne, subductione, nunc simpliciter, nūc per plus atq̄ minus, nō parū Geo-
metræ adferat adminiculū. Cū enī exploratū tibi sit, per 47 primū huius
operis, diametrū quadrati, duplū posse ad latus eiusdem: quo pacto agno-
sces, diametrū, actū adijcere lateri (nisi excidit memoria) latus tetragonici
senarij, minus latere tetragonico 32, id est duorum supra triginta, si ignora-
ueris latus tetragonici binarij a binario siue a latere tetragonico quater na-
rij quod idē est, per minus subtrahere: Sed plura super his differere: breui-
tas nō sinit epistolaris. Vale igitur & me, tuūq̄ Michaelē solita prosequere
beniuolentiā ac humanitate. Parisijs. Anno M. D. X V I. postridie Ep̄i-
phanie Domini: qui & sæculi nostri & posteritatis, prospere studijs in-
fulgeat.

Iterum feliciter Vale.

EVCLIDIS MEGARENSIS CLARISSIMI
philosophi Mathematicorumq; facile principis: primum
ex Campano, deinde ex Theone Græco commentatore,
interprete Bartholomæo Zamberto Veneto, Geometri-
corum elementorum liber primus.

EX Campano: triplex principiorum
genus. Primum. Diffinitiones.



Vñctus: est cuius pars non
est.

Linea: est longitudo sine
latitudine.

Cuius quidem extremi-
tates: sunt duo puncta.

Linea recta: est ab vno
puncto ad alium breuissi-
ma extensio/ in extremi-
tates suas eas recipiens.

Superficies: est quæ lon-
gitudinē et latitudinē

tantum/ habet.

Cuius quidem termini: sunt lineæ.

Superficies plana: est ab vna linea ad aliam breuissima ex-
tensio/ in extremitates suas eas recipiens.

Angulus planus: est duarum linearum alternus cōtactus/
quarum expansio est super superficiem / applicatioq; non
directa.

Quando autem angulum cōtinent duæ lineæ rectæ: recti-
lineus angulus nominatur.

Quando recta linea super rectam steterit/ duoque anguli
vtrobiq; fuerint æquales: eorum vterq; rectus erit. lineaq; li-
neæ superstant: ei cui superstat/ perpendicularis vocatur.

Angulus vero qui recto maior est: obtusus dicitur.

Angulus vero minor recto: acutus appellatur.

Terminus: est quod vniuscuiusq; finis est.

Figura: est quæ termino vel terminis continetur.

Circulus: est figura plana vna quidem linea contenta quæ
circunferētia nominatur / in cuius medio punctus est/ a quo
omnes lineæ rectæ & ad circunferentiā exeuntes/ sibi inui-
cē sunt æquales.

Et hic quidem punctus: centrum circuli dicitur.

Diameter circuli: est linea recta quæ super eius centrū trās-
iens/ extremitatesq; suas circunferentię applicans/ circulum
in duo media diuidit.

Punctus

Li ne a

Linea recta

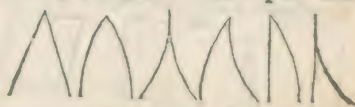
Su per fl ci es



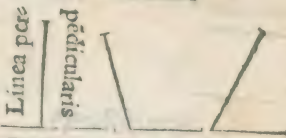
Linea recta



An gu lus pla nus



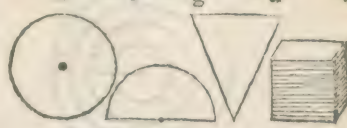
Rectilineus



Rectus Obtusus Acutus

Terminus

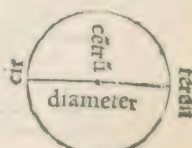
Punctus Linea Superficies
Lineæ Spēciei Corporis
F i g u r æ



Figuræ planæ

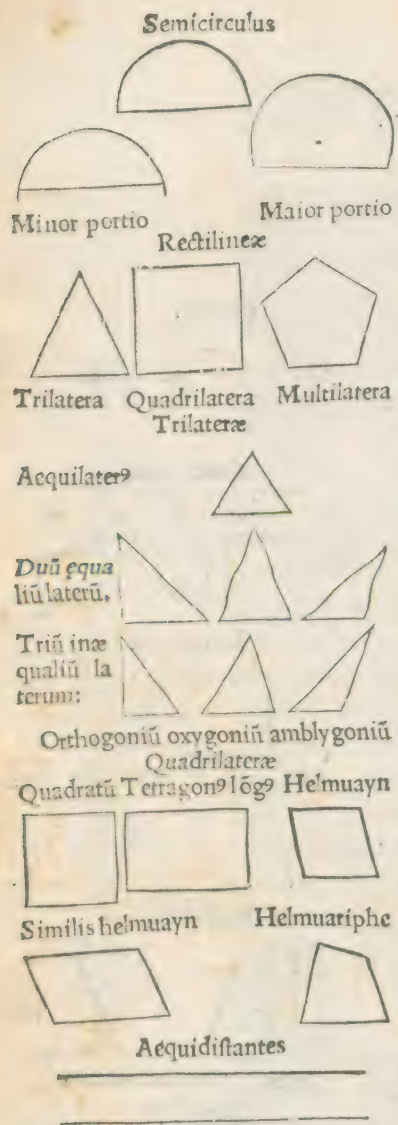
Circulus

cun



811

a. liij.



GEO. ELE. EV.

- ¶ Semicirculus: ē figura plana diametro circuli & medietate 18
circunferentiæ contenta.
- ¶ Portio circuli: est figura plana recta linea & parte circunfe 19
rentiæ contenta semicirculo quidem aut maior aut minor.
- ¶ Rectilineæ figuræ: sunt quæ rectis lineis continentur. 20
- ¶ Quarum quædā trilateræ: quæ tribus rectis lineis. 21
- ¶ Quædā quadrilateræ: quæ quatuor rectis lineis. 22
- ¶ Quædā multilateræ: quæ pluribus quæ quatuor rectis lineis 23
continentur.
- ¶ Figurarum trilaterarum: alia / est triangulus habens tria 24
latera equalia.
- ¶ Alia: triangulus duo habens equalia latera. 25
- ¶ Alia: triangulus trium inæqualium laterum. 26
- ¶ Harum iterum alia est orthogonium: vnū scilicet rectum 27
angulum habens.
- ¶ Alia est amblygonium: aliquem obtusum angulū habens. 28
- ¶ Alia est oxygonium: in qua tres anguli sunt acuti. 29
- ¶ Figurarum autem quadrilaterarum: alia est quadratum / 30
quod est æquilaterum atq; rectangulum.
- ¶ Alia est tetragonus longus: quæ est figura rectangula / sed 31
æquilatera non est.
- ¶ Alia est helmuayn: quæ est æquilatera / sed rectangula non 32
est.
- ¶ Alia est similis helmuayn: quæ opposita latera habet æ 33
qualia atq; oppositos angulos æquales / idem tamen nec re
ctis angulis nec æquis lateribus cōtinetur.
- ¶ Præter has autē omnes quadrilateræ figuræ: helmuariphe 34
nominantur.
- ¶ Aequidistantes lineæ: sunt quæ in eadem superficie collo 35
cata: atq; in alterutram partē protractæ non conueniunt / e
tiam si in infinitum protrahantur.

Secundum Petitiones.

- ¶ A quolibet puncto in quemlibet punctum: rectam lineam 1
ducere. atq; lineam definitam: in continuum rectumq;
quantumlibet protrahere.
- ¶ Super centrum quodlibet / quantumlibet occupādo spaci 2
um: circulum designare.
- ¶ Omnes rectos angulos: sibi inuicem esse æquales. 3
- ¶ Si linea recta super duas lineas rectas ceciderit / duoq; an 4
guli ex vna parte duobus rectis angulis minores fuerint:
istas duas lineas in eandem partem protractas proculdu
bio coniunctum iri.
- ¶ Duas lineas rectas: superficiem nullam concludere. 5

LIBER I.

4

¶ Tertium. Communes animi conceptiones.

- 1 **¶** Quæ vni & eidē sunt æqualia: & sibi inuicē sunt æqualia.
- 2 **¶** Et si æqualibus æqualia addātur: tota quoq; fient æqualia.
- 3 **¶** Et si ab æqualibus æqualia auferantur: quæ relinquuntur erunt æqualia.
- 4 **¶** Et si ab inæqualibus æqualia demas: quæ relinquuntur erunt inæqualia.
- 5 **¶** Et si inæqualibus æqualia addas: ipsa quoq; fiet inæqualia.
- 6 **¶** Si fuerint duæ res vni duplices: ipsæ sibi inuicem erunt æquales.
- 7 **¶** Si fuerint duæ res quarum vtraq; vnius eiusdem fuerit dimidium: vtraq; erit æqualis alteri.
- 8 **¶** Si aliqua res alicui superponatur/ appliceturq; ei/ nec excedat altera alteram: illæ sibi inuicem erunt æquales.
- 9 **¶** Omne totum: est maius sua parte.

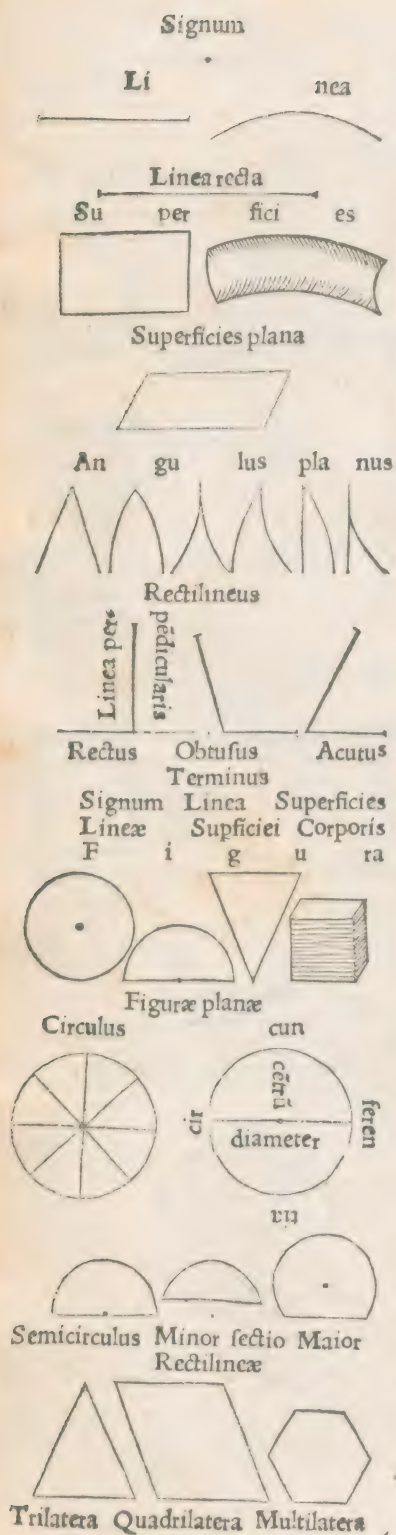
¶ CAMPANVS. Sciendum est autem: q; præter has communes animi conceptiones/ siue communes sententias/ multas alias quæ numero sunt incomprehensibiles/ prætermisit Euclides. quarum: hæc est vna.

¶ Si duæ quantitates æquales/ ad quamlibet tertiam eiusdem generis comparentur: simul erunt aurbæ illa tertia aut æque maiores/ aut æque minores/ aut simul æquales.

¶ Item alia. Quanta est aliqua quātitas ad quamlibet aliam eiusdem generis: tantam esse quamlibet tertiam ad aliam quam quartam eiusdem generis.

¶ In quantitatibus continuis hoc vniuersaliter verum est: siue antecedentes maiores fuerint consequentibus/ siue minores. magnitudo enim: decrescit in infinitum. in numeris autē: non sic. Sed si fuerit primus submultiplex secundi: erit quilibet tertius æque submultiplex alicuius quarti. quoniam numerus crescit in infinitum: sicut in infinitum minuitur.

a. iij.



GEO. ELE. EV.

Euclidis Megarensis Græci philosophi Bartholomæo Zaberto Veneto interprete: triplex principiorum genus.

Primum. Diffinitiones.



Ignis: est cuius pars nulla. 1

Linea vero: longitudo illatabilis. 2

Lineæ autem limites: sunt signa. 3

Recta linea: est quæ ex æquali sua interficiet signa. 4

Superficies: est quæ longitudinem & latitudinemq; tantum habet. 5

Superficie extrema: sunt lineæ. 6

Plana superficies: est quæ ex æqua

li suas interficiet lineas.

Planus angulus: est duarum linearum in plano sese tangentium & non in directo iacentium, ad alterutram inclinationem. 8

Quando autem quæ angulum continent / rectæ lineæ fuerint: rectilineus angulus nuncupatur. 9

Cum vero recta linea super rectam consistens lineam utroque angulos æquales adinuicem fecerit: rectus est uterque equalium angulorum. & quæ superstat recta linea: perpendicularis vocatur / super quam steterit. 10

Obtusius angulus: maior est recto. 11

Acutus vero: minor est recto. 12

Terminus: est quod cuiusque finis est. 13

Figura: sub aliquo / vel aliquibus terminis comprehenditur. 14

Circulus: est figura plana una linea contenta quæ circumferentia appellatur / ad quam ab uno signo introrsum medio existente omnes prodeuntes lineæ / in ipsiusque circuli circumferentiam incidentes / adinuicem sunt æquales. 15

Centrum vero: ipsius circuli signum appellatur. 16

Dimetiens circuli: est recta quædam linea per centrum acta / et ex utraque parte in circuli circumferentiam terminata / quæ circumferentiam bifariam dispescit. 17

Semicirculus: est figura quæ sub dimetiente & ea quæ ex ipsa circuli circumferentia sublata est / continetur. 18

Sectio circuli: est figura quæ sub recta linea & circuli circumferentia aut maiore aut minore semicirculo / continetur. 19

Rectilinea figura: sunt quæ sub rectis lineis continentur. 20

Trilatera figura: sunt quæ sub tribus rectis continentur lineis. 21

Quadrilatera figura: sunt quæ sub quatuor comprehenduntur rectis lineis. 22

Multilatera figura: sunt quæ sub pluribus quatuor / rectis lineis comprehenduntur. 23

LIBER I.

5

24. **T**rilaterarum porro figurarum: æquilaterum/est triangu-
lum sub tribus equalibus lateribus contentum.
25. **I**sofceles autē: est quod sub binis tantum æqualibus late-
ribus continetur.
26. **S**calenum vero: est quod sub tribus inæqualibus lateribus
continetur.
27. **A**mplius trilaterarum figurarum: rectangulum triangulū/
est quod rectum angulum habet.
28. **A**mblygonium autem: quod obtusum angulum habet.
29. **O**xYGONIUM vero: quod tres habet acutos angulos.
30. **Q**uadrilaterarum autem figurarum: quadratum quidem/
est quod & æquilaterum ac rectangulum est.
31. **A**ltera parte longius: est quod rectangulū quidē/at æqui-
laterum non est.
32. **R**hombus: est quæ æquilatera/ sed rectangula non est.
33. **R**homboides vero: est quæ ex opposito latera & angulos
habens equales/ neq; æquilatera neq; rectangula est.
34. **P**raeter hæc autē: reliqua quadrilatera/ trapezia appellātur
35. **P**arallela: rectæ lineæ sunt quæ in eodē existentes plano/
& ex vtraq; parte in infinitum productæ/ in nulla parte cō-
currunt. Secundum. Postulata.

1. **A**b omni signo in omne signum: rectam lineam ducere.
2. **R**ectam lineam terminatam; in continuum rectumq; pro-
ducere.
3. **O**mnī centro & intervallo: circulum describere.
4. **O**mnēs angulos rectos: adinuicem æquales esse.
5. **S**i in duas rectas lineas recta linea incidens interiores & i
eadem parte angulos duobus rectis minores fecerit: rectas
lineas in infinitum productas concurrere necesse est ad eas
partes in quibus anguli duobus rectis minores existunt.

Tertium. Communes sententiæ.

1. **Q**uæ eidem æqualia: & ad inuicem sunt æqualia.
2. **E**t si æqualibus æqualia adiciantur: omnia erūt æqualia.
3. **E**t si ab æqualibus æqualia auferantur: quæ relinquuntur
æqualia erunt.
4. **E**t si inæqualibus æqualia adiungantur: omnia erunt inæ-
qualia.
5. **E**t si ab inæqualibus æqualia auferantur: reliqua inæqua-
lia erunt.
6. **Q**uæ eiusdem duplicia sunt: adinuicem sunt æqualia.
7. **E**t quæ eiusdem sunt dimidium: æqualia sunt adinuicem.
8. **E**t quæ sibi metipsis conueniunt: æqualia sunt adinuicem
9. **T**otum: est sua parte maius.
10. **D**uæ rectæ lineæ: superficiem non concludunt.

Trilateræ

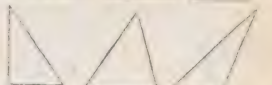
Æqilatero



Isofceles



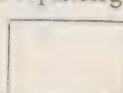
Scalenū



Rectangulū oxygoniū amblygoniū

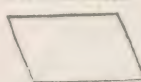
Quadrilateræ

Quadratū Altera parte longius Rhombus

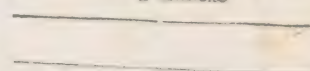


Rhomboides

Trapezium



Parallelae



GEO. ELE. EV.
 ¶ Euclidis Megarensis Geometrica
 elementa: ex Campano.

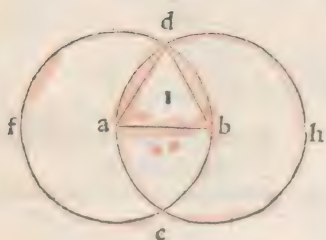
¶ Primi libri propositio prima.

Riangulum æquilaterum: supra datam lineā
 rectam collocare.



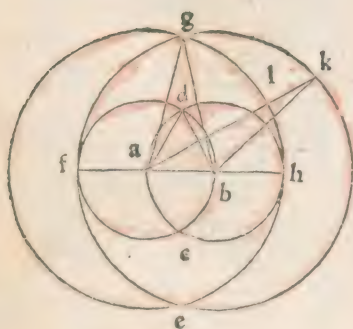
¶ Esto data linea recta: a b. volo: super ipsam/ triangu-
 lum æquilaterum constituere. Super alteram eius extre-
 mitatem scilicet in puncto a, ponā pedem circini im-
 mobilem/ & alterum pedem mobilem extendam vsq; ad
 b: et describam secundum quantitatem ipsius lineæ da-
 te/ per secundā petitionē circulum c b d f. Rursus alterā eius extremitatem
 scilicet pūctum b faciā centrū: & per eādē petitionem & secundū eiusdē
 quantitatem/ lineabo circulum c a d h. qui circuli interfecabūt se in duobus
 punctis quæ sint c, d. Et alteram duarū sectionum sicut sectionē d/ cō-
 tinuabo cum ambabus extremitatibus datę lineę: protractis lineis d a, d
 b, per primam petitionem. Quia ergo a pūcto a, quod est centrum circu-
 li c b d, protractę sunt lineę a d & a b vsq; ad eius circūferentiam: ipsę
 erunt equales/ per diffinitionem circuli. Similiter quoq; quia a puncto b
 quod est centrū circuli c a d h/ protractę sunt lineę b a & a d vsq; ad eius
 circūferentiam: ipsę erunt etiam equales. Quia ergo vtrāq; duarum line-
 arum a d, b d, equalis est lineę ab/ vt probatum est: ipsę erunt equales in-
 ter se/ per primam communem animi cōceptionem. Ergo super datam
 rectam lineam: collocauimus triangulū æquilaterū, quod est propositum.

¶ CAMPANI additio. ¶ Si autē super eandem lineā libeat collocare
 reliquas duas triangulorū species/ scilicet triagulū duū æqualiū laterū/
 & triagulū triū inæqualiū laterū: protrahatur linea a b, in vtrāq; partē/
 vsq; quo occurret circūferentijs amborū circulorū super duo pūcta f & h.
 Et posito centro in pūcto a: lineetur circulus c e h g/ secundum quantitatē
 lineę a h. Item posito centro in puncto b: lineetur circulus e f g, secundū
 quantitatem lineę b f. Hi autem circuli: interfecabūt se in duobus punctis
 quæ sunt e, g. Coniungantur igitur extremitates datę lineę cum altera di-
 ctarum sectionum: per duas lineas rectas quæ sint a g, b g. Et quia hæ li-
 neę a b, & a f, exeunt a centro circuli c d f, ad eius circūferentiam: ipsę
 erunt equales. Similiter quoq; a b & b h quia exeunt a centro circuli c a d
 h vsq; ad ipsius circūferentiā: ipsę erunt equales. Quia ergo vtrāq; dua-
 rum linearum a f & b h equalis est lineę a b: ipsę erunt inter se equales.
 ergo posita a b cōmuni: erit b f equalis a h. sed b f equalis ipsi b g: quia
 ambę exeunt a centro circuli e f g, ad eius circūferentiā. Similiter quoq;
 a h: est equalis ipsi a g. & vtrāq; earum est maior a b: eo q; vtrāq; du-
 arum linearum b f & a h maior est a b. Quare super datam lineam: collo-
 cauimus triagulum duorum equalium laterum. ¶ Triagulum etiam tri-
 um inæqualium laterum super eandem lineā collocabimus: si aliquod pū-
 ctum existens in circūferentia alterutrius duorum maiorum circulorum
 quod non sit in altera duarum sectionum/ & cui non obuiet f h/ cum in
 vtrālibet partem producta fuerit in continuum et directū/ coniunxerimus
 per duas lineas rectas cū ambabus extremitatibus datę lineę. Si tenim pū-
 ctus k signatus in circūferentia circuli e f g: et nō sit in altera sectionum/
 nec occurrat ei f h, cū protraheretur in continuum et directum eius vsq;
 ad circūferentiam, protraham ergo lineas a k et b k. et secabit lineā a k:
 circūferentiā circuli e h g. secet ergo in pūcto l. critq; b k per. i. cōmunē
 animi conceptionem æqualis a l: quia b k per diffinitionem circuli est æ-
 qualis b g, et a l equalis a g. quare a k: est maior b k. Sed & h k: est ma-
 ior a b. triagulus ergo a b k: est trium inæqualium laterum. Sicitur su-
 per datam lineam rectam: omnes triagulorum species collocauimus.



id est: circuli æqualis

id est: circuli æqualis



Euclides ex Zamberto. Problema 1. Propositio 1.

1. **¶** Super data recta linea terminata: triangulum æquilaterum constituere.

¶ THEON ex Zamberto. **¶** Sit data recta terminata linea: a b. Oportet super a b: triangulum æquilaterum constituere. Centro quidem a, spacio vero a b, circulus describatur b c d: per 3 postulatū. & rursus per idē/ centro quidē b, spacio vero b a, alter circulus describatur a c e. Et per 1 postulatū/ a signo c, in quo se circuli adinuicē secant: ad a, b, signa connectantur rectæ lineæ c a, c b. Et quoniam a, signū/ centrū est circuli c b d: æqualis est per 15 diffinitionē, a c ipsi a b. Rursus quoniam b signū/ centrū est circuli c a e: æqualis est b c ipsi b a, per 15 diffinitionē. At ostensa est linea a c ipsi a b æqualis. utraq; igitur & c a & c b: ipsi a b est æqualis. Quæ autem eidem æqualia: & adinuicē sunt æqualia/ per 1 communē sententiam. & c a igitur ipsi c b est æqualis. Tres igitur lineæ, c a, a b, b c, æquales adinuicē sunt. Æquilaterum igitur est triangulum a b c, & constitutum super data recta linea terminata a b: quod fecisse oportuit.

Eucl. ex Camp.

Propositio 2.

2. **¶** Dato puncto: cuiuslibet lineæ rectæ propositæ equam rectam lineam ducere.

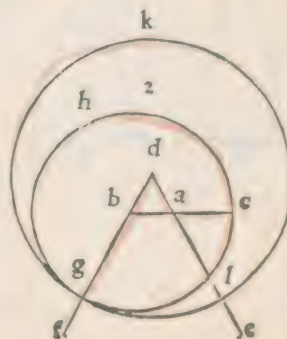
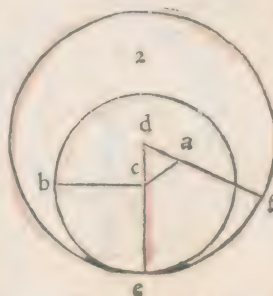
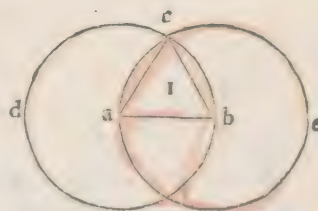
¶ CAMPANVS. **¶** Sit a, punctus datus: & b c linea recta data. volo a puncto a, ducere lineam vnā æquale lineæ b c: in quacūq; partē contingat. Coniungā ergo punctū a: cum altera extremitate lineæ b c: cum qua voluero. et coniungam ipsum a, cū extremitate c, per lineam a c: super quam constituam triangulum æquilaterum secundū doctrinā præcedentis/ qui sit a c d. & in illa extremitate lineæ datæ cum qua coniunxi punctū datū/ a scilicet: in extremitate c ponā pedem circini immobilē, describamq; super ipsum per 3 petitionē/ circulum secundum quantitatem ipsius datæ lineæ: qui sit circulus e b. & latius trianguli æquilateri quod opponitur puncto dato/ scilicet latus d c protraham per centrum circuli descripti vsq; ad eius circumferentiā: & sit tota linea sic protracta d c e. secundum cuius quantitatem/ lineabo circulum/ posito centro in d: qui sit circulus e f. Postea protraham latus d a vsq; ad circumferentiā huius ultimi circuli: & occurrat circumferentiæ ipsius in puncto f. Dico igitur q; a f: est æqualis b c. nā b c: & c e sunt æquales: quia exeunt a centro circuli e b, ad eius circumferentiā. Similiter quoq; d f & d e sunt æquales: quia exeunt a centro circuli e f, ad circumferentiā. sed d a & d c sunt æquales: quia sunt latera trianguli æquilateri. ergo si d a & d c demantur de d e & d f quæ sunt æquales: erūt residua quæ sūt a f & c e, æqualia. Quia ergo utraq; duarū linearum a f & c b est æqualis c e: ipsæ per 1 communem animi conceptionē: adinuicē sunt æquales. Quare a puncto a, protraximus lineā a f æquale b c: quod est propositū.

Eucl. ex Zamb.

Problema 2. propositio 2.

2. **¶** Ad datum signum: datæ rectæ lineæ æquam rectam lineā ponere.

¶ THEON ex Zā. **¶** Sit datū signū, a: data autē recta linea, b c. oportet ad ipsum a: ipsi b c rectæ lineæ æquā rectā lineā ponere. Ducatur inq; ab a, signo in b signū/ recta linea a b: per 1 postulatū. & cōstituatur per 1 propositionē/ triangulū æquilaterū: sitq; illud d a b. & producatur per 2 postulatū in rectū, d a, d b: sintq; a e, b f. & per 3 postulatū/ cētro b/ spacio vero b c: circulus describatur c g h. et rursus per idem/ cētro d/ spacio vero d g: circulus describatur g k l. Quoniam igitur b signū/ cētrū est circuli c g h: æqualis est per xv diffinitionem/ b c ipsi b g. et quoniam d signū/ cētrū est circuli g k l: æqualis est per eādem/ d l ipsi d g/ quarū d a ipsi d b/ est æqualis per præcedentem. reliqua igitur a l: reliquæ b g per 3 communē sententiā est æqualis. Ostensum est autem: q; b c ipsi b g est æqua

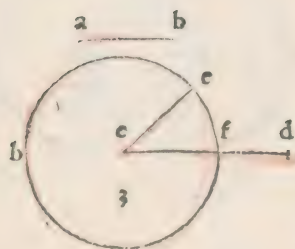


GEO. ELE. EV.

lis. vtraque igitur & a l & b c : ipsi b g est æqualis. Quæ autē eidem æqualia: per primam cōmunem sententiā & adinuicem sunt æqualia. & linea a l igitur ipsi b c est æqualis. Ad datum igitur signum, a: datæ rectæ lineæ b c æqua recta linea collocata est a l. quod fecisse oportuit

Eucl. ex Camp.

Propositio 3.



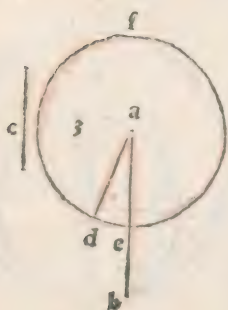
Propositis duabus lineis inæqualibus: de longiori earum/breuiori æqualem abscindere.

CAMPANVS. ¶ Sint duæ lineæ a b & c d: & sit a b minor. volo ex c d abscindere vnam: quæ sit æqualis a b. Dico primo a pūcto c, vnā lineam æquale a b, secundū quod docuit præcedens: quæ sit c e. posito ergo centro in pūcto c: describā circulum secundum quantitatem c e, qui secabit lineam c d. sit ergo vt fecer eā in pūcto f. eritq; lineæ c f, æqualis lineæ c e: quia ambæ exeunt a centro eiusdem circuli ad circūferentiam. & quia vtraq; duarū linearum a b & c f est æqualis c e: ipsæ per i cōmunē animi conceptionē sunt inter se æquales. quod est propositum.

Eucl. ex Zamb.

Problema 3. propositio 3.

¶ Duabus datis rectis lineis inæqualibus: a maiori minori æqualem rectam lineam abscindere.

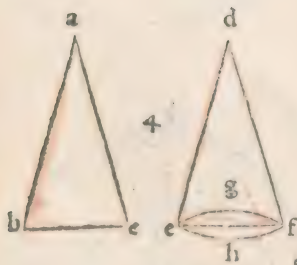


THEON ex Zamberto. ¶ Sint datæ duæ rectæ lineæ inæquales, a b, c: quarum maior sit a b. oportet ab ipsa a b maiore: ipsi c minori æqualem rectam lineam abscindere. Ponatur per secundā propositionē ad signum a, lineæ vero rectæ c, æqualis a d. et cētro quidem a, intervallo vero a d: per 3 postulatū circulus describatur d e f. Et quoniam a signum/centrū est circuli d e f: æqualis est a e ipsi a d. At lineæ c: ipsi a d est æqualis. vtraq; igitur & a e, & c: ipsi a d est æqualis. quare & lineæ a e: ipsi c est æqualis. Duabus igitur datis rectis lineis inæqualibus a b, c: ab ipsa a b maiore: ipsi c minori æqualis abscisa est a e. quod facere oportebat.

Eucl. ex Camp.

Propositio 4.

Mnium duorum triangulorum quorum duo latera vnius duobus lateribus alterius æqualia fuerint/ duoq; anguli eorum illis æquis lateribus contenti æquales fuerint alter alteri: latera quoq; illorū reliqua sese respicientia æqualia/ reliqui vero anguli vnius reliquis angulis alterius æquales erunt/ ac totus triangulus toti triangulo æqualis.



CAMPANVS. ¶ Sint duo trianguli a b c, d e f. sitq; latus a b, æquale lateri d e: & latus a c, æquale lateri d f. & angulus a: æqualis angulo d. Tūc dico: q; basis b c, est æqualis basi e f. & angulus b, æqualis angulo e. Item angulus c: æqualis angulo f. & totus triangulus a b c: toti triângulo d e f. quod probatur. Supponā triangulum a b c, triângulo d e f: ita q; angulus a, cadat super angulū d, & latus a b super latus d e, & latus a c super latus d f. Pater autē per penultimam conceptionē/ q; nec anguli nec latera sese excedent: eo q; angulus a, est æqualis angulo d. & latera superposita: ijs, quibus superponūtur/ per hypothēsin. pūcta ergo b c, cadent super pūcta e, f. Si ergo lineæ b c cadit super lineā e f: pater propositū. quia cū lineæ b c superposita lineæ e f, non excedat eā nec excedatur ab ea: est ei æqualis per conuersionem penultimæ conceptionis. Ea dē ratione erit angulus b, æqualis angulo e: & angulus c æqualis angulo f. Si autem lineæ b c non cadit super lineam e f, sed cadit intra triângulum sicut lineæ e g f, aut extra sicut lineæ e h fitunc duæ lineæ recondunt superficiem, quod est contrariū primæ petitionem.

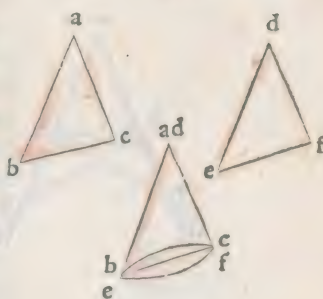
LIBER I.

7

Eucl. ex Zamb. Theorema primum. Propositio 4.

- 4 **¶** Si duo triangula duo latera duobus lateribus aequalia habuerint alterum alteri: & angulum angulo aequalē sub æqualibus rectis lineis contentum: & basin basi æqualem habebunt. & triangulum triangulo æquum erit. ac reliqui anguli reliquis angulis æquales erunt alter alteri: sub quibus æqualia latera subtenduntur.

¶ THEON ex Zāberto. **¶** Sint bina triangula a b c, d e f: duo latera videlicet a b, a c, duobus lateribus hoc est d e, d f, æqualia habentia alterū alteri scilicet a b ipsi d e & a c ipsi d f, & angulū b a c angulo e d f æqualem. Dico qd & basis b c: basi e f est æqualis. & triangulum a b c triangulo d e f æquum erit: & reliqui anguli reliquis angulis æquales erunt alter alteri sub quibus æqualia latera subtenduntur: hoc est a b c ipsi d e f, & a c b ipsi d f e. Congruente namq; triangulo a b c ipsi d e f triangulo, acposito signo a super d, & a b recta linea super d e: congruit & signum b super signo e, ex eo quia linea a b ipsi d e est æqualis per hypothefin. Et congruente linea a b ipsi lineæ d e, congruit & linea recta a c ipsi lineæ d f: quoniam angulus b a c, angulo d e f est æqualis per hypothefin. At quoniam linea recta a c, ipsi d f est æqualis per hypothefin: signum igitur c, ipsi signo f congruit. Rursus quoniam c signū ipsi f signo congruit: at b signū ipsi e signo congruit: basis igitur b c, basi e f congruit. Si enī congruente b ipsi e, & c ipsi f, basis b c basi e f non congruit: duæ rectæ lineæ superficiem concludunt, quod per 10 communem sententiā est impossibile. Congruit ergo basis b c, basi e f: & ei est æqualis. Quare totum triangulum a b c, toti triangulo d e f congruit per 8 communem sententiam: & ei est æquale. Et reliqui anguli per eandem reliquis angulis congruent & eis erunt æquales: hoc est angulus a b c angulo d e f, & angulus a c b angulo d f e. Cum igitur bina triangula duo latera duobus lateribus aequalia habuerint alterum alteri: & angulum angulo æquum sub æqualibus rectis lineis contentum: basin quoq; basi æqualem habebunt. & triangulum triangulo æquum erit. & reliqui anguli reliquis angulis æquales erunt alter alteri: sub quibus æqualia latera subtenduntur. Quod oportuit demonstrasse.

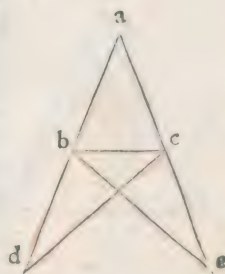


Eucl. ex Camp.

Propositio 5

- 5 **¶** Inis trianguli duum æqualium laterum angulos qui super basin sunt: æquales esse necesse est. Qz si eius duo latera directe protrahantur: fient quoq; sub basi duo anguli inuicem æquales.

¶ CAMPANVS. **¶** Sit triangulus a b c: cuius latus a b sit æquale lateri a c. Dico qd angulus a b c: est æqualis angulo a c b. Qz si protrahantur a b & a c vsq; ad d & e: fiet angulus d b c æqualis angulo e c b. Quod sic probatur. Protractis a b & a c, ponam per tertiā propositionem / lineam a d æqualem lineæ a c: & protraham lineas e b, d c. Et intelligam duos triangulos a b e & a c d: quos probabo esse æquales: & adinuicem æqui lateros & æqui angulos. Sunt enim duo latera a b & a c, trianguli a b e, æqualia duobus lateribus a c & a d, trianguli a c d: & angulus a, communis utriq; ergo per præmissam / basis b e est æqualis basi d c: & angulus e æqualis angulo d, & angulus a b e æqualis angulo a c d. Item intelligo duos triangulos d b c & e c b: quos similiter probabo esse æqui lateros & æqui angulos. Nā duo latera b d & d c trianguli b d c, sunt æqualia duobus lateribus e c & e b trianguli e c b: & angulus d, angulo e. ergo per præmissam basis b d: & reliqui anguli reliquis angulis, ergo angulus d b c est æqualis angulo e c b. Et est secundum propositum: scilicet qd anguli sub basi sunt æquales) et angulus d c b, est æqualis angulo e b c. Sed totus angulus a



GEO.

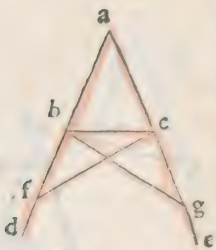
ELE.

EV.

b c: est æqualis toti a c d, vt probatum fuit supra. ergo angulus a b c refis-
duis/ est per 3 cōmunem animi conceptionem æqualis angulo a c b refis-
duo: quorum vterq; est supra basin. Et hoc est primum propositum.

Eucl. ex Zamb. Theorema 2. Propositio 5.

¶ Iſoſcelium triangulorum qui ad basin sunt anguli: adinuicem sunt æquales. Et productis æqualibus rectis lineis / qui sub basi sunt anguli: adinuicem æquales erunt.



¶ THEON ex Zamberto. ¶ Sit triangulū iſoſceles a b c, æquū habens
latus a b lateri a c: & pducatur per 2 postulatū in rectū ipsis a b, a c, res-
ta lineæ b d, c e. Dico q; angulus a b c, angulo a c b est æqualis: & an-
gulus c b d, angulo b c e. Capiatur in linea b d, cōtingens signum sitq;
illud f: & auferatur per 3 propositionē a linea a e maiori/ ipsi f minori
æqualis/ sitq; illa a g. & cōnectantur f c & g b. Quoniam a f ipsi a g, & a
b ipsi a c, sunt æquales: duæ igitur f a, a c, duabus g a, a b, sunt æquales
altera alteri. & cōmunem angulū concludunt: qui sub f a g continetur.
Basis igitur f c: basi g b per 4 propositionē est æqualis. & triangulum a f
c: triangulo a g b erit æquale. & reliqui anguli reliquis angulis alter alte-
ri æquales erunt/ sub quibus latera æqualia explicatur: hoc est angulus a
c f angulo a b g, & angulus a f c angulo a g b. Et quoniam tota a f toti
a g est æqualis/ quarum linea a b lineæ a c est æqualis: reliqua igitur b f
reliq; c g per 3 cōmunem sententiā est æqualis. Ostensum est autem: q; f
c ipsi b g est æqualis. Duæ autē b f, f c: duabus c g, g b, æquales sunt al-
tera alteri. & angulus b f c: angulo c g b per 4 propositionē est æqualis. &
b c basis eorū: cōmūnis est. Triangulum igitur b f c, triangulo c g b erit
æquale: & reliqui anguli reliquis angulis alter alteri æquales erunt / sub
quibus æqualia latera subtenduntur/ per eandē. Angulus igitur f b c, an-
gulo g c b, & angulus b c f angulo c b g: sunt æquales. Quoniam igitur to-
tus angulus a b g toti angulo a c f (vt ostensum est) æqualis est/ quorū
c b g angulo b c f est æqualis: reliquus igitur angulus a b c reliquo angu-
lo a c b per 3 cōmunem sententiā est æqualis/ & ad basin sunt trianguli
a b c. Ostensum est autem: q; angulus f b c angulo g c b est æqualis/ & sub
basi existunt. Iſoſcelium igitur triangulorū qui ad basin anguli sunt: æqua-
les sunt adinuicem. Et productis æqualibus rectis lineis / anguli qui sub
basi existunt: æquales erunt adinuicē. quod demonstrandum fuerat.

Eucl. ex Camp.

Propositio 6.

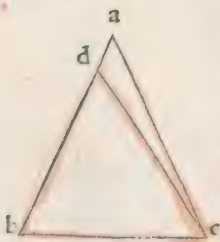
¶ Si duo anguli alicuius trianguli æquales fuerint: duo quoq; latera eius illos angulos respiciētia æqualia erūt.

¶ CAMPANVS. ¶ Hæc est conuersa præmissæ: quantū ad primā partē
ipsius. Sit enim triangulus a b c: cuius duo anguli b & c sunt æquales.
Dico q; latus a b: est æquale lateri a c. Si enim non sunt æqualia: erit alte-
rum maius. sitq; a b maius/ quod reſecetur ad æqualitatem a c per 3 pro-
positionē: vt superfluum sit a d ad partē a. & reſecetur in puncto d: sitq; d b
æqualis a c. Intelligo ergo duos triangulos a c b & d b c: quos probabo
esse æquilateros & æquiangulos. Sunt enim duo latera d b & b c: trianguli
d b c, æqualia duobus lateribus a c & c b trianguli a c b: & angulus b
æqualis angulo c totali per hypothesin. ergo basis d c est æqualis basi
a b per 4 propositionem: & angulus d c b æqualis angulo a b c. Sed an-
gulus a c b: est æqualis angulo a b c per hypothesin. ergo angulus d c b,
est æqualis angulo a c b: pars videlicet toti. quod est impossibile.

Eucl. ex Zamb. Theorema 3. Propositio 6

¶ Si trianguli duo anguli æquales adinuicem fuerint: æqua-
les quoq; angulos subtendētia latera æqualia adinuicē erūt.

¶ THEON ex Zamberto. ¶ Sit triangulum a b c æquū habēs angu-
lum a b c, angulo a c b. Dico q; & latus a b: æquū est lateri a c. Si enim est
inæquale latus a b ipsi lateri a c: alterum eorū erit maius. Sit maius a b.



LIBER I.

Et auferatur per 3 propositionem ab ipso a b maiori ipsi a c minori linea æqualis: sitq; illa d b. protrahatur linea d c: per 3 postulatū. Igitur qm̄ latus d b est æquale lateri a c, cōmunis vero linea b c: duo igitur d b, b c, latera duobus lateribus a c & c b sunt æqualia alterum alteri. & angulus d b c: angulo a c b per hypothesin. Basis igitur d c, p 4 propositionē basis a b est æqualis: & triangulū d b c, per eandē triangulo a c b æquū erit minus scilicet maiori, quod est impossibile. Latus igitur a b: lateri a c nō est inæquale, æquale igitur. Si triāguli ergo duo āguli æq̄les adinuicē fuerit: æquales quoq; angulos subtendētia latera æqualia adinuicē erūt, quod fuerat ostēdēdū.

Eucl. ex Camp.

Propositio 7.

7 **S** I a duobus pūctis aliquā lineā terminātib; duæ lineæ ad pūctū vnū cōcurrētēs exierint: ab eisde pūctis alias duas lineas singulas suis cōterminalibus æquales q ad aliū pūctū cōcurrāt in eadē partē educi est impossibile.

CAMPANVS. Si linea a b: a cuius extremitatibus a & b, protrahatur duæ lineæ in partē vnā q concurrāt in eodē pūcto, vt sint lineæ a c & b c: q concurrāt in pūcto c. Dico q in eandē partē non protrahētur aliæ duæ ab extremitatibus lineæ a b, q cōcurrāt ad aliū pūctū: ita q illa quæ egredietur a pūcto a sit æqualis a c, & quæ egredietur a pūcto b sit simul æqualis lineæ b c, quod si fuerit possibile: protrahatur aliæ duæ lineæ in eandē partē: quæ cōcurrāt in pūcto d, & sit a d æqualis lineæ a c, & simul linea b d æqualis lineæ b c. Aut ergo pūctus d cader intra triāgulū a b c: aut extra, nam in alterum laterum non cader: quia tunc pars esset æqualis suo toti. Si ergo cadat extra: aut altera linearū a d & b d secabit alteram linearū a c & b c, aut neutra neutram. Et secet primo altera alterā: & protrahatur linea c d. Quia ergo triāguli a c d duo latera a c & a d sunt æqualia: erit angulus a c d æqualis angulo a d c per 5 propositionē. Similiter quia in triāgulo b c d duo latera b c & b d sunt æqualia: erunt anguli b c d & b d c per eandē æquales. Et quia angulus b d c est maior angulo a d c: sequitur āgulū b c d esse maiore angulo a c d, partē scilicet toto, qd est impossibile. Si autē d cadat extra triāgulū a b c, ita q lineæ se nō secent: protrahā lineā d c, & producā b d & b c sub basi vsq; ad e & f. Et quia lineæ a c & a d sunt æquales: erunt anguli a c d & a d c æquales per 5, similiter quia b c & b d sunt æquales: erunt anguli sub basi qui sunt c d f & e c d, æquales per 2 partē eiusdē. Quia ergo angulus e c d minor est angulo a c d: sequitur angulum f d c esse minorem angulo a d c, quod est impossibile. Eodem modo ducetur aduersarius ad inconueniens: si d pūctus cadat intra triāgulum a b c.

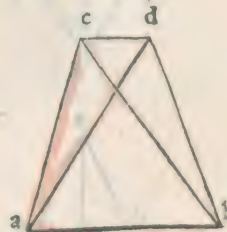
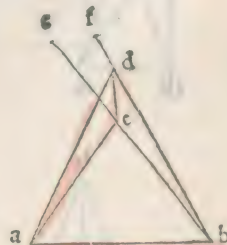
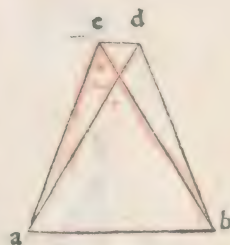
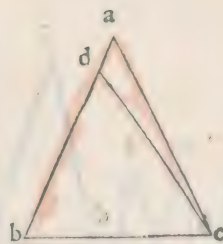
Eucl. ex Zamb. Theorema 4. Propositio 7.

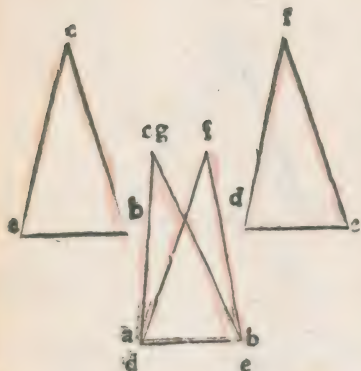
7 **S** Uper eadē recta linea duabus eisdem rectis lineis aliæ duæ rectæ lineæ q̄les altera alteri nō cōstituētur ad aliud atq; aliud signū ad easdē ptes: eodē fines primis lineis possidētes.

THEON ex Zāb. Si enī est possibile: super eadē recta linea a b, duabus rectis lineis a c, c b, aliæ duæ rectæ lineæ a d, d b, æquales altera alteri cōstituātur ad aliud atq; aliud signū hoc est c & d, ad easdē ptes scz c d, eodē fines hoc est a, b, possidētes. Qm̄ æqualis est c a ipsi d a eūdē finē habēs hoc est a, & c b ipsi d b eundē finē habēs hoc est b: cōnectatur c d per 1 postulatū. Quoniā igitur a c æqualis est ipsi a d: æqualis erit quoq; angulus a c d, angulo a d c. Minor igitur est āgulū a c d: angulo b d c, multo minor igitur est angulus b c d angulo b d c. Rursus quoniā c b ipsi d b est æqualis: æquū est igitur & angulus b c d angulo c d b. Ostensum est autem q admodū minor, quod est impossibile. Super igitur eadem recta linea duabus eisdem rectis lineis aliæ duæ rectæ lineæ æquales altera alteri non cōstituētur ad aliud atq; aliud signū ad easdē partes: eodē fines rectis primis lineis possidētes, quod demonstrasse oportuit.

Eucl. ex Camp.

Propositio 8.





GEO. ELE. EV.



Quium duorum triangulorum quorum duo latera
vnius duob9 lateribus alterius fuerint equalia/basiscq
vnius basi alterius æqualis: duos angulos æquis late
ribus contentos/æquales esse necesse est.

CAMPANVS. ¶ Sint duo triaguli a b c, d e f: sitq; a c æqualis d f, & b c
æqualis e f, & a b æqualis d e. Dico ergo q; angulus c est æqualis angulo f,
& angulus a angulo d, & angulus b angulo e. Supponā basin a b, basi d e: q; cū
sint æquales: neutra excedit alterā p cōuersionē penultimæ cōceptionis. Aut
ergo pñctus c cadet sup pñctū f: aut nō. Si sic: tūc q; angulus c suppositus est
angulo f, & neuter excedit alterum eo q; a c super d f & b c super e f cadunt/
ipsi sunt æquales per eandē conceptionē. Similiter argue reliquos angulos
esse æquales. Si autē pñctus c nō cadat super f: cadat super quēlibet aliū qui
sit pñctus g, q; a g est æqualis b c imo eadē: itēq; g a d g est eq̄lis a c: erit d g
æqualis d f, & e g æqualis e f, quod est impossibile per præcedentem.

Eucli. ex Zamb. Theorema 5. Propositio 8

¶ Si bina triangula duo latera duobus lateribus alterum alte
ri equalia habuerint/ & basin quoq; basi æqualē: angulū quoq;
angulo sub æqualibus rectis lineis cōtentū æqualem habebūt.

THEON ex Zamb. ¶ Sint bina triagula a b c, d e f, duo latera a b, a c,
duobus laterib9 d e, d f, equalia habētia alterū alteri/hoc est a b ipsi d e & a
c ipsi d f: habeantq; basin b c basi e f æqualē. Dico q; angulus b a c: angulo
e d f est æqualis. Cōgruēte enī triagulo a b c ipsi triagulo d e f, & posito qui
dēb signo lup e signū/ & recta linea b c super e f: congruit quoq; signū c ipsi
f signo/qm b c æqualis est ipsi e f. Congruente vero b c ipsi e f: congruunt
quoq; & b a a c ipsi e d, d f. Si enī basis b c basi e f congruit at b a, a
c, latera lateribus e d, d f, non congruent/ sed differēt sicut e g, g f: consti
tuētur iuper eadem recta linea duabus eisdē rectis lineis aliæ duæ rectæ li
neæ æquales altera alteri/ ad aliud & aliud signū ad easdē partes / eisdēq;
sines possidentes. Nō cōstituūtur autē per 7 propositionē. Nō igitur / con
gruēte basi b c basi e f, nō cōgruūt quoq; & b a, a c, latera ipsi e d, d f, laterib9
bus. congruunt igitur. Quare & angulus b a c, angulo e d f cōgruet: & eisdē
æqualis erit. Si bina igitur triagula duo latera duobus lateribus alterum alte
ri æqualia habuerint/ basinq; basi æqualem: angulum quoq; angulo sub equa
libus rectis lineis contentum æqualem habebunt, quod erat ostendendum.

Eucli. ex Camp. Propositio 9.

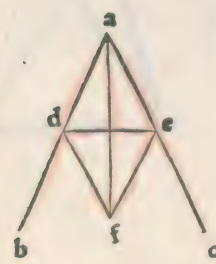
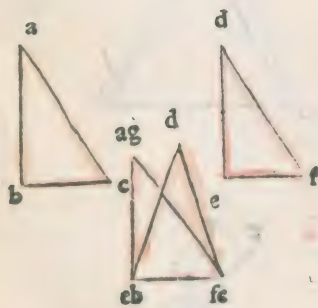
Datum angulum: per æqualia secare.

CAMPANVS. ¶ Sit datus agulus quē oportet diuidere: ag
ulus a b c. Lineas ipsū cōtinētes q̄ sunt a b & b c, ponā æquales
p 3 propositionē, & producā lineā a c: sup quā cōstituā triagulū
æqlaterū a d c per 1 propositionē, & protrahā lineā b d. Dico q; ipsa diuidit
datū angulū p æqualia. Intelligo duos triangulos a b d & c b d, duo latera
a b & b d triaguli a b d sūt æqualia duobus lateribus c b & b d triaguli c b
d: & basis a d basi c d, ergo per præcedentem angulus a b d est æqualis an
gulo c b d, quod oportebat efficere.

Eucli. ex Zamb. Problema 4. Propositio 9.

¶ Datum angulum rectilīneum: bifariam secare.

THEON ex Zāberto. ¶ Sit datus rectilīneus agulus b a c. Oportet ipsū
bifariā secare. Suscipiatur iuper lineā a b existens signū: sitq; illud d, & ali
nea a c, per 3 propositionē auferatur a c: ipsi a d æqualis, & p 1 postulatū cō
nectatur lineā d e: cōstituaturq; per 1 propositionē sup d e, triagulū æqlate
rū sitq; illud d e, & cōnectatur per 1 postulatū: lineā d f. Dico q; agulus b a
c: a lineā a f bifariā secatur. Qm a d est æqualis ipsi a e, cōmunis vero a f: bi
næ igitur d a, a f, duab9 e a, a f sūt altera alteri æquales. At basis d f: basi e f
per 1 propositionē est æqualis, angulus igitur d a f, angulo f a e per 8 propo
sitionē est æqualis. Datus igitur angulus rectilīneus qui sub b a c: bifariam
secus est a recta lineā a f, quod fecisse oportuit.



LIBER I.

9

Eucl. ex Camp.

Propositio 10.

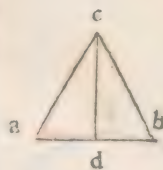
10 **D** Roposita recta linea: eam per æqualia diuidere.
CAMPANVS. ¶ Sit proposita linea quā oportet diuidere per æqualia: linea a b. super ipsam constituam triangulum æquilaterum a b c. & angulum c diuido per æqualia secundum doctrinam præcedentis: per lineam c d. Dico q̄ linea c d: diuidit datam lineam a b per æqualia. Intelligo enim duos triangulos: a c d & b c d. & argumentor sic. duo latera a c & c d trianguli a c d, sunt æqualia duobus lateribus b c & c d trianguli b c d, & angulus c vnus/ angulo c alterius: ergo p 4 basis a d: basi d b. quod est propositum.



Eucl. ex Zamb.

Problema 5. propositio 10.

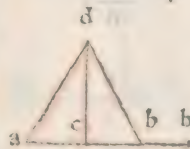
10 **D** Datam rectam lineam terminatam: bifariam secare.
THEON ex Zamberto. ¶ Sit data recta linea terminata a b. oportet lineam a b: bifariam secare. Constituatur per 1 propositionem/ super ea: triangulum æquilaterum a b c. Et per 9 propositionem secetur angulus a c b bifariam: recta linea c d. Dico q̄ linea recta a b: bifariam secatur in signo d. Quoniam enim per 1 propositionem/ a c ipsi c b est æqualis/ cōmunis vero c d: duæ igitur a c, c d, duabus b c, c d sunt æquales altera alteri. & angulus a c d: angulo b c d æquus est. Basis igitur a d: per 4 propositionem basi d b est æqualis. Data igitur recta linea terminata a b: bifariam secata est in signo d. quod faciendum fuerat.



Eucl. ex Camp.

Propositio 11.

11 **D** Ata linea recta: a puncto in ea signato perpendicularē extrahere: duobus quidem angulis æqualibus ac rectis vtrinque subnixam.
CAMPANVS. ¶ Sit data linea a b: in qua sit datus punctus c, a quo oportet perpendicularē extrahere. Faciam ergo per 3 propositionem: lineam b c æqualem lineæ a c. & super totam a b constituam triangulum æquilaterum a b d. & protraho lineam c d. de qua dico q̄ ipsa est perpendicularis super lineam a b. Intelligo duos triangulos a c d & b c d. et quia duo latera a c & c d, trianguli a c d sunt æqualia duobus lateribus b c & c d, trianguli b c d, & basis a d basi b d: erit per 3 propositionem angulus a c d æqualis angulo b c d. quare vterque eorū erit rectus/ per diffinitionem anguli recti: & linea c b perpendicularis super lineam a b, per diffinitionē lineæ perpendicularis. Quod est propositum.

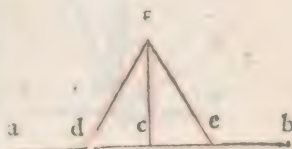


Eucl. ex Zamb.

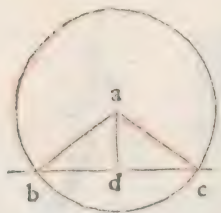
Problema 6. Propositio 11.

11 **D** Data recta linea: a signo in ea dato/ rectam lineā ad angulos rectos excitare.

THEON ex Zamberto. ¶ Sit data recta linea a b: datum vero in ea signum sit c. Oportet ab ipso signo c, ipsius rectæ lineæ a b: ad angulos rectos rectam lineam excitare. Suscipiatur in ipsa a c exstans signū/ sitq̄ illud d: & ponatur ipsi d c: per 3 propositionem æqualis linea c e. & super d e: per 1 propositionem construatur triangulum æquilaterum f d e. & connectatur linea f c. Dico q̄ data recta linea a b: a dato in ipsa signo quod est c, ad rectos angulos/ f c recta linea excitatur. Quoniam d c æqualis est ipsi c e, cōmunis vero linea c f: duæ igitur d c, c f, duabus e c & c f altera alteri sunt æquales. & basis d f: per 1 propositionem basi e f est æqualis. Angulus igitur d c f: angulo e c f per 3 propositionem est æqualis/ & sunt vtrobiq̄ recti. Cum autem recta linea super recta linea consistens/ vtrobiq̄ angulos adinuicem æquales fecerit: vterque æqualium angulorū rectus est/ per 10 diffinitionē. Igitur angulus d c f, & angulus f c e: sunt recti. Data igitur recta linea a b: a dato in ea signo c, ad rectos angulos recta linea c f excitatur, quod fecisse oportuit.



b



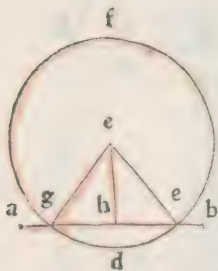
Puncto extra signato: ad datam lineam indefinitam quantitatis perpendicularem deducere.

CAMPANVS. Sit a , punctus signatus extra lineam $b c$: a quo ad ipsam / oportet deducere perpendicularem. Protraham ergo lineam $b c$ in utranque partem: quantum libuerit. & super punctum a , describam circulum $b c$: sic ut secet lineam datam in punctis b, c . & protraham lineas $a b$ & $a c$. & diuidam angulum $b a c$ per æqualia: per lineam $a d$, per 9 propositionem. Dico quod $a d$ est perpendicularis super lineam $b c$. Intelligo duos triangulos: $a b d$ & $a c d$. & quia duo latera $a b$ & $a c$, trianguli $a b d$, sunt æqualia duobus lateribus $a c$ & $a d$ trianguli $a c d$, & angulus $b a d$ æqualis angulo $c a d$: erit per 4 propositionem basis $b d$ æqualis basi $d c$, & angulus $a d b$ æqualis angulo $a d c$. quare uterque eorum rectus: & linea $a d$ perpendicularis super lineam $b c$: per diffinitionem anguli recti & lineæ perpendicularis. quod est propositum.

Eucl. ex Zamb.

Problema 7. Propositio 12.

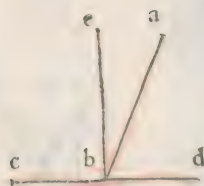
Super datam rectam lineam infinitam: a dato signo quod in ea non est perpendicularem rectam lineam deducere.



THEON ex Zamb. Sit data recta linea infinita / sitque illa $a b$: datum vero signum quod in ea non est / sit c . Oportet super datam rectam lineam infinitam $a b$: a dato signo c quod in ea non est / perpendicularem rectam lineam ducere. Suscipiatur enim in altera parte ipsius $a b$ rectæ lineæ existens signum: sitque illud d . & centro quidem c , intervallo vero $c d$: per 3 postulatum circulus describatur $e f g$. Seceturque per 10 propositionem $e g$ bifariam: in signo h . & connectantur per 1 postulatum rectæ lineæ $c g$, $c h$, $c e$. Dico quod super datam rectam lineam infinitam $a b$: a dato signo quod in ea non est videlicet c , perpendicularis ducitur recta linea $c h$. Quoniam $a m g h$ ipsi $h e$ est æqualis / communis vero $h c$: duæ igitur $g h$, $h c$, duæ $e h$, $h c$, sunt altera alteri æquales. & basis $c g$: basi $c e$ per 10 diffinitionem est æqualis. Angulus igitur $c h g$: angulo $e h c$ per 8 propositionem est æqualis. suntque utrobique. Cum autem recta linea super rectam consistens lineam / angulos utrobique adinuicem æquales fecerit: uterque æqualis unius angulorum rectus erit per decimam diffinitionem / & superstant recta linea perpendicularis vocatur. Super datam igitur rectam lineam infinitam $a b$: a dato signo c quod in ea non est / perpendicularis ducta est $c h$. quod fecisse oportuit.

Eucl. ex Camp.

Propositio 13.



Mnis rectæ lineæ super rectam lineam stantis duo utrobique anguli: aut sunt recti / aut duobus rectis æquales.

CAMPANVS. Sit ut lineam $a b$: superstet lineam $c d$. quæ si fuerit super eam perpendicularis: faciet duos angulos rectos per conversionem diffinitionis lineæ perpendicularis. Si autem non fuerit super eam perpendicularis: a puncto b ducatur $b e$ perpendicularis super $c d$ per 11. eruntque duo anguli $d b a$ & $e b d$ recti per conversionem dictæ diffinitionis. Quia ergo duo anguli $d b a$ & $a b e$ adæquantur angulo $d b e$: ipsi cum angulo $c b e$, erunt æquales duobus rectis. quare tres anguli qui sunt $d b a$, $a b e$, & $c b e$: sunt æquales duobus rectis. sed angulus $c b a$: est æqualis duobus angulis $c b e$ & $e b a$. ergo duo anguli $c b a$ & $a b d$ sunt æquales duobus rectis. quod est propositum. Ex quo patet totum spaciū quod in qualibet superficie plana punctū quodlibet circumstat: quatuor rectis angulis esse æquale.

Eucl. ex Zamb.

Theorema 6. propositio 13.

Cum recta linea super rectam consistens lineam / angulos fecerit: aut duos rectos / aut duobus rectis æquales efficiet.

THEON ex Zā. **RE**cta enim linea quēdā a b, super rectā lineā c d consistens: angulos efficiat c b a & a b d. Dico q̄ c b a & a b d anguli aut duo recti sunt/aut duobus rectis æquales. At si angulus c b a, est æqualis angulo a b d: iam duo recti sunt. At si non: excitetur per 11 propositionē a dato signo b lineā e d, ad angulos rectos lineā b e, anguli igitur c b e, e b d: per 10 diffinitionē sunt recti. At quoniam angulus c b e, duobus c b a, a b e angulis est æqualis: communis ponatur angulus e b d. igitur anguli c b e, e b d: tribus angulis hoc est c b a, a b e, e b d, sūt æquales. Rursus quoniam angulus d b a duobus angulis d b e, e b a est æqualis: communis ponatur angulus a b c. Igitur anguli d b a, a b c, tribus angulis d b e, e b a, a b c, sunt æquales. Ostensū est autē q̄ anguli c b e, e b d: eisdem tribus sunt æquales. quæ autē eidē sunt æqualia: per primam communē sententiam & sibi inuicem sunt æqualia. Igitur anguli c b e, e b d, sūt duo recti: & anguli d b a, a b c, duobus rectis sunt æquales. Cum igitur recta linea super rectam consistens lineam/angulos fecerit: aut duos rectos aut duobus rectis æquales efficiet, quod demonstrasse oportuit.

Eucl. ex Camp.

Propositio 14.

Si duæ lineæ a puncto vnus lineæ in diuersas partes exierint duosq; circa se angulos rectos aut duobus rectis æquales fecerint: illæ duæ lineæ sibi directe coniunctæ sunt et linea vna.

CAMPANVS. **S**it vt a pūcto b lineæ a b, exeāt duæ lineæ in oppositas partes/quæ sint b c & b d: & faciant duos angulos qui sint c b a & d b a, æquales duobus rectis. tunc dico q̄ duæ lineæ c b & d b: sunt sibi inuicem directe coniunctæ & linea vna. Hęc est quasi cōuersa prioris. Qz si non fuerint linea vna: tunc protrahatur c b in continuum & directū. quæ quia non est linea vna cum d b: trāsibit super eā vt b e, aut sub ea vt b f. Quia ergo super lineā rectam quæ est c b e, cadit linea a b: erunt anguli c b a & e b a æquales duobus rectis per præcedētē. & quia omnes recti sūt adinuicē æquales per 3 petitionē/anguli quoq; c b a & d b a sunt æquales duobus angulis rectis per hypothēsin: erunt duo anguli c b a & e b a æquales duobus angulis c b a & d b a. ergo de pto cōmuni angulo c b a: erit angulus e b a æqualis angulo d b a, pars toti. quod est impossibile. Similiter linea c b protracta/probabis angulum d b a esse æqualem angulo f b a: si forte diceret aduersarius lineam c b protractam cadere infra b d.

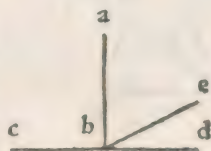
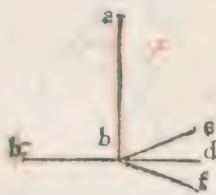
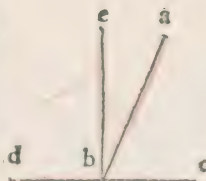
Eucl. ex Zamb.

Theorema 7. propositio 14.

Si ad aliquā rectā lineā atq; ad eius signū duæ rectæ lineæ non ad easdē partes ductæ/utrobique duobus rectis angulos æquales fecerint: ipsæ in directū rectæ lineæ adinuicem erunt.

THEON ex Zā. **A**d aliquā enī rectā lineā a b, signūq; eius b, duæ rectæ lineæ b c, b d non ad easdē partes ductæ: utrobique angulos a b c, a b d, duobus rectis æquos efficiant. Dico q̄ ipsi c b, recta linea b d in directū est constituta. Si enim ipsi c b recta linea b d nō est in directū: sit ipsi c b recta linea b e in directum constituta. Quoniam igitur recta linea a b super rectam lineam c b e stetit: anguli igitur a b c, a b e, duobus rectis sunt æquales per 13 propositionem. At anguli a b c & a b d: duobus rectis sunt æquales. anguli ergo c b a, a b e: angulis c b a, a b d sunt æquales. Communis auferatur angulus c b a. reliquus igitur angulus a b e: reliquo angulo a b d est æqualis/minor maiori. quod est impossibile. Linea igitur b e: ipsi c b in directum minime est. Similiter quoq; ostēdemus: q̄ nec aliqua præter lineam b d. In directum igitur est ipsi c b: linea b d. Si ad aliquā igitur rectam lineam/ad signumq; eius duæ rectæ lineæ non ad easdē partes ductæ/utrobique angulos duobus rectis æquales fecerint: in directum ipsæ rectæ lineæ sibi inuicem erunt, quod demonstrasse oportuit.

b. ii.



GEO. ELE. EV.

Eucl. ex Camp.

Propositio 15.



Mni umduarum linearum se inuicem secantiū: omnes anguli contra se positi sunt æquales. Vnde manifestum est/ cum duæ lineæ rectæ se inuicem secant:



quatuor qui sunt angulos/ quatuor rectis esse æquales.

CAMPANVS. ¶ Sint duæ lineæ a b & c d: se inuicem secantes in puncto e. dico q̄ angulus d e b est æqualis angulo a e c: et angulus b e c est æqualis angulo a e d. Erunt enim per 13/ duo anguli a e c & c e b æquales duobus rectis: itemq̄ duo anguli c e b & d e b æquales duobus rectis per eandem. quare duo primi sunt æquales duobus postremis: eo q̄ omnes recti sunt adinuicem æquales per 4. petitionem. dempto ergo cōmuni angulo qui est c e b: erit angulus a e c equalis angulo d e b. Eodem modo probabitur: angulū c e b esse æquale angulo a e d. quod est propositū.

Eucl. ex Zamb.

Theorema 8. propositio 15.

¶ Si duæ rectæ lineæ se adinuicem secuerint: angulos qui circa verticem sunt æquos adinuicem efficient.



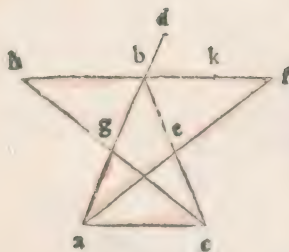
THE. ex Zāb. ¶ Duæ rectæ lineæ a b & c d: se adinuicem secant in signo e. Dico q̄ angulus a e c: æqualis est angulo d e b. Quoniam enī recta linea a e super rectam lineā c d stetit/ angulos efficiens c e a & a e d: igitur anguli c e a & a e d, duobus rectis sunt æquales per 13. propositionē. Rursus quoniam recta linea d e super rectā lineam a b stetit/ angulos efficiens a e d, d e b: igitur anguli a e d, d e b, duobus rectis sunt æquales per eandē 13. propositionem. Ostensum autem est / q̄ anguli c e a, a e d: duobus rectis sunt æquales. anguli igitur c e a, a e d: angulis a e d, d e b, sunt æquales. Cōmuni auferatur a e d. reliquus igitur angulus c e a: reliquo angulo d e b, est æqualis. Similiterq̄ ostenderetur q̄ anguli c e b, d e a, sunt æquales. Si duæ igitur rectæ lineæ se adinuicem secuerint: angulos qui circa verticem sunt/ adinuicem æquales efficient. quod oportuit demonstrasse.

Eucl. ex Camp

Propositio 16.



I quodlibet laterum trianguli directe protrahatur: faciet angulum extrinsecum utroq̄ angulo trianguli sibi intrinsecus opposito maiorem.



CAMP. ¶ Sit vt trianguli a b c, latus a b protrahatur vsq̄ ad d, dico q̄ angulus d b c, maior ē utroq̄ duorū angulorū intrinsecorū sibi oppositorū: qui sūt b a c et b c a. Diuidā enī p 10. propositionē/ lineā c b æqualia in puncto e: & protraham a e vsq̄ ad f, ita vt e fiat æqualis a e. & protrahā lineā f b. Intelligo duos triāgulos: c e a et b e f. & quia duo latera a e & e c trianguli a e c sunt æqualia duobus lateribus f e & e b trianguli f e b, & angulus e vnus est æqualis angulo e alterius per præmissam/ quia sunt anguli cōtra se positi: erit per 4. propositionem angulus e c a, æqualis angulo e b f. & ideo angulus e b d: maior erit angulo b c a. Similiter quoq̄ probabitur q̄ est maior angulo c a b. Nā diuidam a b per æqualia in puncto g: per 10. propositionem. & protraham lineam g h: æqualem lineæ a c g per 3. propositionem. postea protraham h b k. eruntq̄ duorum triāgulorum qui sunt a g c & b g h, duo latera a g & g c primi, æqualia duobus lateribus b g & b h secundi: & angulus g vnus, angulo g alterius per 15. ergo per 4. angulus g c a: est æqualis angulo g b h. quare per 15: & angulo k b d. Et quia angulus c b d est maior angulo k b d: erit etiam maior angulo b a c. quod est propositum.

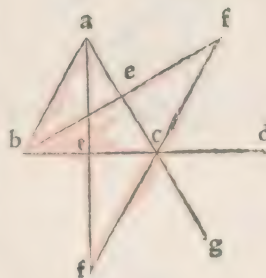
Eucl. ex Zamb.

Theorema 9. propositio 16.

¶ Omnis trianguli vno latere producto: exterior angulus v

trifq; interioribus & ex opposito/maior est.

THEON ex Zā. ¶ Sit triāgulu a b c: & producatu ipsius latus vnū/ (sitq; illud b c) vsq; in d. Dico q; exterior angulus a c d: maior est vtrifq; interioribus & ex opposito constitutis/ hoc est angulis c b a & b a c. Sece- tur linea a c per 10 propositionem/ in signo e: & protracta linea b e per secundum postulatū/ extendatur in signum f. colloceturq; ipsi b e: per se- cundam propositionem æqualis lineæ f. & connectatur per primum postulatū f c. & extendatur per secundum postulatū: linea a c vsq; in g. Quoniam igitur a e æqualis est ipse c, & b e ipsi e f: duæ igitur a e & e b, duabus c e & e f sunt æquales altera alteri. & angulus a c b: per 15 propo- sitionem angulo f e c est æqualis. circa verticem enim. Basis igitur a b: ba- si f c per 4. propositionem est æqualis. & triāgulum a b c: triāgulo f e c est æquale. & reliqui anguli reliquis angulis alter alteri sunt æquales: sub quibus æqualia latera subtenduntur. Angulus igitur b a e: angulo e c f est æqualis. At angulus e c d: angulo e c f maior est. maior igitur est an- gulus a c d: angulo b a c. Similiter quoq; si secetur bifariam linea b c: ostē- detur & angulus b c g hoc est a c d, maior angulo a b c. Omnis igitur trian- guli vno latere producto: exterior angulus vtrifq; interioribus et ex opposi- to/ maior est. quod fuerat ostendendum.



Eucl. ex Camp. **Propositio 17.**
Mnis triāguli duo quilibet anguli: duobus rectis sunt minores.

CAMPANVS. ¶ Sit triāgulus a b c. dico q; duo quilibet eius angu- li: duobus rectis sunt minores. protrahatur enim vnū latus eius/ vt b c: vsq; ad d. eritq; per præcedentem/ angulus c extrinsecus: maior a et maior b. sed c extrinsecus cum c intrinsecus: est æqualis duobus rectis per 13. ergo anguli b & c intrinseci/ siue anguli a & c intrinseci: sunt minores duobus rectis. Similiter si protrahatur latus b a: probabitur q; duo anguli a & b sunt minores duobus rectis. quod est propositum.

Eucl. ex Zamb. **Theorema 10. Propositio 17.**

Omnis triāguli duo anguli duobus rectis sunt minores: omnifariam sumpti.

THEON ex Zamb. ¶ Sit triāgulu a b c. dico q; ipsius a b c triāguli duo anguli: duobus rectis omnifariā sumpti/ sunt minores. Producatu enim per 2 postulatū: b c, vsq; in d. Et quoniā triāguli a b c per præ- cedentem exterior angulus qui est a c d, interiore maior est et ex ad- uerso/ angulo a b c: cōmunis admittatur angulus a c b. Anguli igitur a c d, a c b: anguli a b c, b c a sunt maiores. sed anguli a c d, a c b: per 13 propositionem duobus rectis sunt æquales. anguli igitur a b c, b c a: duobus rectis sunt minores. Similiter quoq; ostēdemus q; anguli b a c, a c b: duobus rectis sunt minores/ et etiam anguli a c b, a b c. Omnis igitur triāguli duo anguli duobus rectis sunt minores: quomodo cūq; assum- pti. Quod demonstrasse oportuit.

Eucl. ex Camp.

Propositio 18.

Mnis triāguli longius latus: maiori angulo op- positum est.

CAMPANVS. ¶ Sit vt in triāgulo a b c: angulus a sit maior angulo c. dico q; latus c b: maius erit latere a b. Si enim sit æquale: erit per 5 angulus a equalis angulo c. quod est contra hypothesin. Si autem a b sit maius: refecetur ad æqualitatem c b, per 3/ sitq; d b æquale c b. erit ergo per 5/ angulus d c b: æqualis angulo b d c. sed b d c est maior angulo b a c per 16. ergo b d c est maior b a c. quare multo fortius maior angulo a c b, pars toto. quod est impossibile.

b. iij.



19

15

17

16

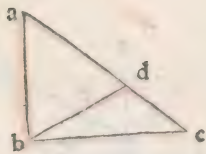
18

16

Eucl. ex Zamb.

Theorema 11. propositio 18.

Omnis triāguli maius latus: sub maiori angulo subtēditur 18.
THEON ex Zam. **S**it enim triāgulū a b c: habens latus a c maius latere a b. Dico q̄ & angulus a b c: angulo b c a maior est. Quoniam a c maius est a b: ponatur ipsi a b per 3 propositionem æqualis linea a d. et connectatur per 1 postulatū: linea b d. At quoniam triāguli b d c angulus exterior a d b, per 16 propositionem maior est interiore & opposito angulo d c b, æqualis autem est per 5 propositionem angulus a d b angulo a b d, quoniam latus a b ipsi a d est æquale: maior est igitur angulus a b d angulo a c b. multo maior est igitur angulus a b c: angulo a c b. Omnis igitur triāguli maius latus: sub maiori subtēditur angulo. Quod oportuit demonstrasse.



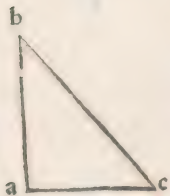
Eucl. ex Camp.

Propositio 19

Mnis triāguli maior angulus: longiori lateri oppositus est.



CAMP. **S**it vt in triāgulo a b c: latus b c sit maius latere a b. dico q̄, angulus a: erit maior angulo c. Hec est cōuersa præcedētis. Si enī sit æqualis: tūc per 6: latus a b est æquale lateri b c. quod est cōtra hypothesin. Si autē c sit maior: tunc per præcedentē: latus a b est maius latere b c. quod est cōtra hypothesin. Quare affirmatur propositum.



Eucl. ex Zamb.

Theorema 12. Propositio 19.

Omnis triāguli maior angulus: sub maiori latere subtēditur 19

THEON ex Zamb. **S**it triāgulū a b c: maiore habens angulum a b c angulo b c a. Dico q̄, latus a c: maius est latere a b. Si autē non: aut est æquale latus a c lateri a b, aut eo minus. æquale quidem minime est latus a c ipsi a b. æqualis namq̄ esset per 5 propositionem angulus a b c: angulo a c b. non est autem. latus igitur a c: lateri a b minime est æquale. At latus a c: latere a b minus non est. nam angulus a b c: angulo a c b minor esset. at non est. latus igitur a c: latere a b minus minime est. Maius igitur est latus a c: latere a b. Omnis igitur triāguli maior angulus sub maiori latere subtēditur. Quod demonstrasse oportuit.



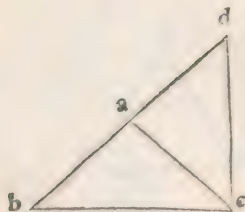
Eucl. ex Zamb.

Propositio 20.

Mnis triāguli duo qualibet latera simul iuncta: reliquo sunt longiora.



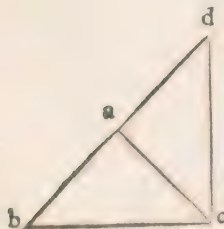
CAMPANVS. **S**it triāgulus a b c. dico q̄, duo latera a b & a c: sunt longiora latere b c. Protrahatur linea b a vsq̄ ad d: ita vt a d sit æqualis a c. & protrahatur c d. per 5 propositionem erit angulus a c d: æqualis angulo d. quare angulus b c d est maior angulo d. ergo per 18 latus b d: est maius latere b c. sed b d: est æquale a b & a c. quare b a & a c simul iuncta: sunt maiora b c.



Eucl. ex Camp. Theorema 13. propositio 20.

Omnis triāguli duo latera: reliquo sunt maiora quomodo docunq̄ assumpta.

THEON ex Zamb. **S**it triāgulum a b c. Aio ipsius a b c triāguli bina latera: reliquo esse maiora quomodocunq̄ suscepra. hoc ē b a, a c: ipso b c. & a b, b c: ipso a c. & b c, c a: ipso a b. Producatnr namq̄ per 2 postulatū b a ad d signū. & ponatur per secundā propositionē ipsi a c æqualis a d: connectaturq̄ d c. Quoniam igitur d a ipsi a c est æquale: angulus igitur a d c per 5 propositionē angulo a c d est æqualis. Sed angulus b c d: angulo a c d maior est. igitur angulus b c d: angulo a d c maior est. Et quoniam triāgulū est d c b, maiore habēs angulū b c d angulo a d c, atq̄ maiore angulū maius latus explicat per 18 propositionem: ergo d b ipso b c maius est. Aequa-



LIBER I.

12

le autem est d bipsis a b, a c, maiora igitur sunt latera b a & a c: latere b c. equale autem est d a ipsi a c. maiora igitur sunt: latera b a, a c, ipso b c. Similiter vero demonstrabimus qd etia latera a b & b c ipso c a sunt maiora. Sed b c, c a: ipso a b. Omnis igitur trianguli bina latera: reliquo maiora sunt: quoquo modo assumpta. quod demonstrasse oportuit.

Eucl. ex Camp.

Propositio 21.

21

De duobus punctis terminalibus vnus lateris trianguli duæ lineæ exeuntes intra triangulum ipsum ad punctum vnū conueniant: eadem duabus quidem reliquis trianguli lineis breuioribus erunt & maiorem angulum continebunt.

CAMPANVS. Sit vt in triangulo a b c: ab extremitatibus lateris b c concurrant duæ lineæ b d & c d, ad punctum d, intra triangulum a b c. Dico qd ipse lineæ b d et c d simul iunctæ sunt breuioribus duabus lineis a b & a c simul iunctis: & qd angulus d est maior angulo a. Protrahā enim b d: vsq; quo secet latus a c in puncto e. eruntq; per 20 propositionē b a & a e simul iunctæ: maiores b e, ergo b a et a c: sunt maiores b e & e c. At vero d e & e c simul iunctæ: per eandem sunt maiores d c, quare b e & e c sunt maiores b d & d c: quia b a et a c sunt maiores b e & e c, vt probatum est prius: erūt multo fortius b a & a c maiores b d et d c, quod est i. propositum. At quoniam angulus b d c est maior angulo d e c per 16 propositio nē: & angulus d e c est maior angulo c a b per eādem: erit angulus b d c multo fortius maior angulo b a c, quod est secundum propositum.

Eucl. ex Zamb.

Theorema 14. propositio 21.

21

Si trianguli a limitibus vnus lateris bina rectæ lineæ introrsum constituuntur: quæ constituuntur reliquis trianguli binis lateribus minores quidem erunt maioremq; angulum continebunt.

THEON ex Zamberto. Trianguli enim a b c super latere b c: a terz minis ipsius b c, duæ rectæ lineæ interiori constituuntur b d et c d. Dico qd b d & c d, reliquis trianguli lateribus b a & a c sunt minores: angulūq; maiorem hoc est b d c ipso ab c, comprehendunt. Producatū enim per 2 postulatum: lineæ b d ad e. Et per 20 propositionē quoniam omnis trianguli bina latera reliquo sunt maiora: trianguli ergo a b e per 27 propositionem duo latera ab & a e, ipso b e sunt maiora. Cōmunis ponatur lineæ c e. lineæ igitur b a & a c: lineis b e & e c sunt maiores. Rursus quoniam per eandem trianguli c e d bina latera c e & e d ipso d c sunt maiora: cōmunis ponatur d b. lineæ igitur c e & e b: lineis c d & d b sunt maiores. Sed ostensum est qd b a & a c: sunt maiores ipsis b e & e c. lōge igitur maiores sunt b a & a c lineæ: ipsis b d et d c. Rursus quoniam per 16 propositionem omnis trianguli exterior angulus interiore et opposito maior est: trianguli ergo c d e, angulus b d c exterior: maior est angulo c e d, quare et trianguli a b e, angulus c e b exterior: maior est angulo b a c. Sed ostensū est qd angulus b d c: eo qui sub c e b, est maior. lōge igitur maior est angulus b d c: angulo b a c. Si trianguli ergo a limitibus vnus lateris bina rectæ lineæ introrsum constituuntur: quæ constituuntur reliquis trianguli duobus lateribus minores quidem erunt maioremq; angulum continebūt, quod ostendere oportuit.

Eucl. ex Camp.

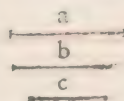
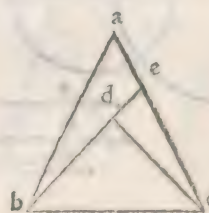
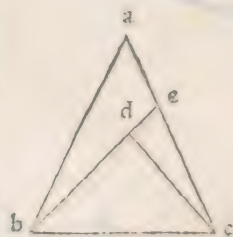
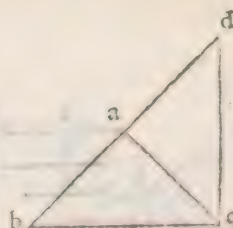
Propositio 22.

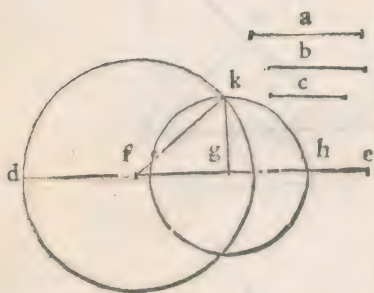
22

Repositis tribus lineis rectis quarum duæ quælibet simul iunctæ reliqua sint longiores: de tribus alijs lineis illis æqualibus triangulum constituere.

CAMP. Sint tres lineæ rectę propositę: a, b, c. & sint quilibet duę simul

b illj.



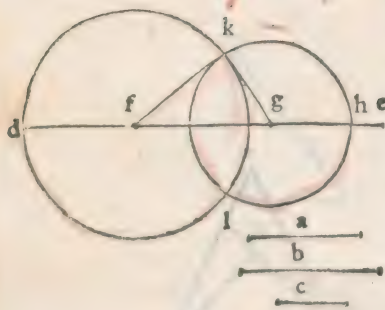


istæ lōgiores reliqua. aliter enim ex illis/tribus datis æqualib⁹: triangu-
lus non posset constitui/ per 20 propositionē. Cū ergo ex illis tribus præ-
dictis volo constituere triangulum: sumo lineam rectam quæ sit d e, cui
non pono a parte e determinatum finem. de qua sumo per 3 propo-
sitionem: d f æqualem a, & f g æqualem b, & g h æqualem c. factoque puncto
f, centro: describo secundum quantitatem lineæ f d, circulū d k. itemque fa-
cto g, centro: describo secundum quantitatem lineæ g h, circulū k h, qui
circuli interfecabūt se in duobus pūctis: quorum vnū sit k. alioquin seque-
retur: vnā distarū linearū esse æquale alijs duabus iunctis, aut maiore
eis. quod est contrarium positioni. Duco ergo lineā k f & k g. eritq; triangu-
lus k f g: cōstitutus ex tribus lineis æqualibus datis lineis a, b, c. sunt enim
f d & f k æquales: quoniam sunt a centro ad circumferentiam, quare f k: est
æqualis a. Similiterq; g h & g k sunt æquales: quia exeunt a centro ad cir-
cūferentiam. quare g k: est æqualis c. & quia g f sumpta fuit æqualis b: pa-
tet propositum manifeste.

Eucl. ex Zamb.

Problema 8 propositio 21.

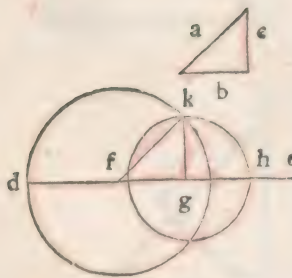
¶ Ex tribus rectis lineis quæ sunt tribus datis rectis lineis æ-
quales: triangulum construere. Oportet autem duo latera re-
liquo esse maiora quomodocunq; assumpta: quoniam omnis
trianguli bina latera quomodocunq; assumpta/ reliquo sūt
maiora.



¶ THEON ex Zam. ¶ Sint datæ tres rectæ lineæ a, b, c: quarū duæ reli-
qua sint maiores quomodocunq; assumptæ. hoc est a, b: ipsa c. & a, c: ipsa
b. et b, c: ipsa a. oportet iā ex tribus lineis rectis/ ipsis a, b, c æqualibus: tri-
angulū cōstruere. Proponatur recta linea determinata in signo d: infinita
vero in signo e. ponaturq; per 3 propositionē/ ipsi a æqualis linea d f,
ipsi verob: lineæ f g. ipsi vero c: lineæ g h. Et centro quidē f, spacio vero f
d: per 3 postulatū circulus describatur d k. rursus cētro quidē g, spacio
vero g h: per idem/ circulus describatur h k l. & cōnectātur per i pos-
tulatū: k f & k g. Dico qd ex tribus rectis lineis æqualibus ipsis a, b, c: tri-
angulum k l g cōstituitur. Quoniam f signū/ centrū est circuli d k l: æqua-
lis est per 15 diffinitionē/ f k ipsi f d. Sed a: ipsi f d est æqualis. & k f i-
gitur: per primā cōmunem sententiam est ipsi a æqualis. Rursus quoniā
g signū/ centrū est circuli k h l: æqualis est per eādem diffinitionē/ g
k ipsi g h. sed c ipsi g h est æqualis. et k g igitur per i cōmunē sententiam
ipsi c est æqualis. At f g: ipsi b est æqualis per hypothesin. tres igitur re-
ctæ lineæ k f, f g, g k: ipsi tribus a, b, c, sunt æquales. Ex tribus igitur rectis
lineis hoc est k f, f g, g k, quæ tribus datis rectis lineis hoc est a, b, c, sunt
æquales: triangulum k f g cōstructū est. quod fecisse oportuit.

Eucl. ex Camp.

Propositio 23.



¶ Ata recta linea: super terminum eius/ cuilibet angulo proposito æquum angulum designare.

¶ CAMPANVS. ¶ Sit data linea f e: quæ ē in superiori figu-
ra. & sint lineæ b, a: continentes angulum datū, cui subtrēdā
basin e. Super punctum f lineæ cf, iuberem facere æqualem
angulum angulo dato. Ad lineam e f adiungo f d æqualem lineæ a. & ex
f e sumo f g æqualem b. & ex g e sumo g h æqualem c. & super puncta f &
g describo duos circulos d k & k h secundum quantitatem duarū lineā-
rum f d & g h: interfecantes se in puncto k sicut docuit præcedēs. ductisque
lineis k f & k g: erunt æqualia duo latera k f & f g trianguli k g duobus
lateralibus a & b trianguli a b c: & basis g k æqualis basi c. ergo p 8 angulus
k f g: æqualis erit angulo contento sub a & b. quod est propositum.

Eucl. ex Zamb.

Problema 9, propositio 23.

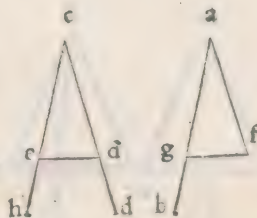
¶ Ad datam rectam lineam/ addatumq; in ea signum: dato

angulo rectilineo æqualem angulum rectilineum cōstituerē.

THEON ex Zam. ¶ Sit data recta linea a b; datūq; in ea signū sit a. datus autem angulus rectilineus: sit d c h. Oporter ad datam rectam lineam a b, ad datumq; in ea signum a: dato angulo rectilineo d c h, æquale angulum rectilineum collocare. Sint in vtriusq; lineis & c d & c h, continuentia signa sintq; illa d e, & connectatur per primā postulatum: d, e. Et ex tribus rectis lineis a f, f g, g a, quæ tribus datis rectis lineis hoc est c d, d e, e c, sunt æquales: per præcedentem/ triangulum construat/ sitq; illud f a g. Quoniam igitur linea c d æqualis est lineæ a f/ & linea c e æqualis est ipsi a g, & insuper quoniam linea d e ipsi f g est æqualis/ & quoniam duæ lineæ d c & c e duabus lineis hoc est f a & a g sunt æquales altera alteri/ & basis d e per hypothesin basi f g: angulus igitur d c e, angulo f a g per 8 propositionem est æqualis. Ad datam igitur rectā lineam a b, ad datumq; in ea signum a: dato angulo rectilineo d c e, æqualis angulus rectilineus f a g collocatus est. Quod fecisse oportuit.

Eucl. ex Camp.

Propositio 24.



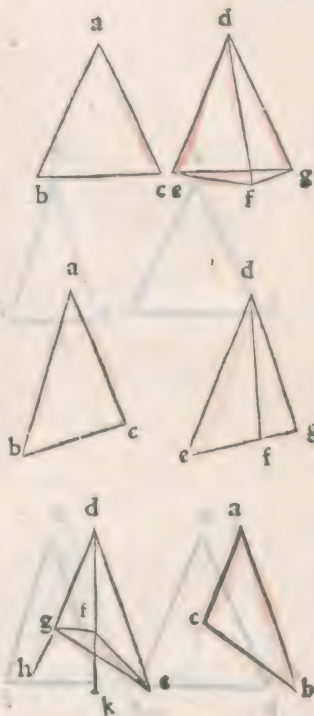
24. ¶ Mnum duorum triangulorum quorum duo latera vnius duobus lateribus alteri fuerint æqualia/ si fuerit angulorū sub illis æquis lateribus contentorum alter altero maior: basis quoq; eiusdē/ basi alterius maior erit.

CAMPANVS. ¶ Sint duo trianguli: a b c, & d e f. sintq; duo latera a b & a c: æqualia duobus lateribus d e & d f. & vnumquodq; suo correlatiuo: dextrum scilicet dextro/ sinistruq; sinistro, sitq; angulus a: maior angulo d dato. Dico q; basis b c: maior erit basi e f. Faciam enim iuxta doctrinā præcedētis: angulū e d g æquale angulo a, eritq; angulū e d f: p; angulū e d g, & ponam d g æqualem a c, protraham e g, quæ aut transibit supra e f: vt secet lineam d f, aut super e f: vt sit secū linea vna, aut infra. ¶ Trāseat ergo primo supra. Et quia a b & a c latera trianguli a b c sunt æqualia e d & d g lateribus trianguli e d g/ & angulus a angulo d totali: erit per 4 propositionem, basis b c æqualis basi e g. At vero quia d g & d f sunt æquales (nam vtraq; est æqualis a c) erit per 5 propositionem angulus d f g æqualis angulo d g f, quare d f g: maior erit f g e, ergo e f g multo fortius maior est eodem f g e, ergo per 18 propositionē latus e g maius est latere e f, quare & b c maior est e f, quod est propositū. ¶ Si vero e g transeat super e f & sit secū linea vna: tūc e f erit pars e g, per vltimā ergo conceptionem patet propositū. ¶ Si vero e g transeat infra e f: protrahantur duæ lineæ d f & d g quæ sunt æquales vt probatum est/ vsq; ad k & ad h, fietq; per secūdā partem 5 propositionis sub basi f g: angulū k f g & f g h æquales, quare angulus e f g maior erit angulo f g e, ergo per 18 propositionē latus e g maius est latere e f, quare b c maior est e f, quod est propositum. Istud vltimū mēbrum posset etiam probari per 21 propositionem, per ipsam enim erūt in dispositione tertia duæ lineæ d g & e g, maiores duabus lineis d f & f e, & quia d g est æqualis d f, propter hoc q; ambæ sunt æquales a c: erit e g maior e f, quare et b c maior e f, quod ē ppositum. Melius tamen est demonstrare priori modo vt in omni dispositione arguatur per quintam.

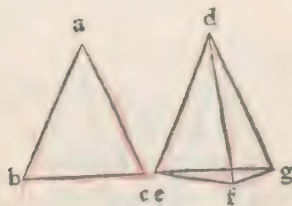
Eucl. ex Zamb.

Theorema 15. Propositio 24.

24. ¶ Si bina triāgula/ duo latera duobus lateribus æqualia habuerint alterum alteri/ angulum vero angulo maiorem sub æquis rectis lineis contentum: basin quoq; basi maiorem habebunt.



GEO. ELE. EV.



THEON ex Zamberto. ¶ Sint bina triangula a b c, d e f: duo latera hoc est a b, a c, duobus lateribus hoc est d e, d f, æqualia habentia/ alterum alteri hoc est latus a b lateri d e, et latus a c lateri d f. angulus vero qui sub b a c: angulo e d f esto maior. Dico qd et basis b c: basi e f maior est. Quoniam angulus b a c maior est angulo e d f: collocetur per 23 propositionem ad rectam lineam d e, ad datumq; in ea signum d, dato angulo b a c æquus angulus e d g. Et ponatur vtriq; hoc est lineæ a c et d g: hæc æqualis ipsa d g, et cōnectantur per 1 postulatū g e et f g. Quoniam a b æqualis est ipsi d e, et a c ipsi d g: binæ lineæ b a et a c duabus lineis e d et d g sunt æquales altera alteri, et angulus b a c per 23 propositionē angulo e d g est æqualis. basis igitur b c: per 4 propositionē/ basi e g est æqualis. Rursus quoniam æqualis est d g ipsi d f: angulus igitur d g f, angulo d f g est æqualis. Angulus igitur d f g: angulo e g f maior est. longe maior igitur est angulus e f g: angulo e g f. At quoniam triangulum est e f g habens angulum e f g maiorem angulo e g f, maiorem autem angulū per 18 propositionē latus maius explicat: maius igitur est latus e g latere e f. Aequale autem est latus e g: lateri b c. latus igitur b c. maius est latere e f. Si bina igitur triangula duo latera duobus lateribus æqualia habuerint: & quæ sequuntur reliqua vt in propositione. quod ostendere oportuit.

Eucl. ex Camp.

Propositio 25.



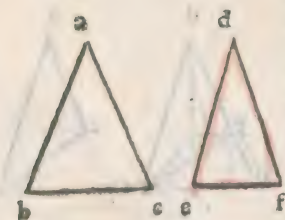
Mnium duorum triangulorum quorum duo latera vnus duobus lateribus alterius fuerint æqualia/ basis vero vnus basi alterius fuerit maior: erit quoq; angulus trianguli maioris basis illis æquis lateribus contentus/ angulo alterius se respiciente maior.

CAMPANVS. ¶ Sint duo triāguli: a b c, d e f: sintq; duo latera a b et a c primi: æqualia duobus lateribus d e & d f secundi/ vnūquodq; suo correlatiuo. sitq; basis b c: maior basi e f. dico qd angulus a: maior erit angulo d. Hec est cōuersa præcedentis. Aequalis quidē nō erit. Sic enim esset per 4 basis: b c æqualis basi e f. quod est contra hypothesin. Sed nec minor. quia sic esset d maior. et ita per præcedētē basis e f erit maior basi b c. quod ē cōtrariū positioni. quare maior erit. Sicq; propositū aīratur.

Eucl. ex Zamb.

Theorema 16. Propositio 25.

¶ Si duo triangula duo latera duobus lateribus alterum alteri æqualia habuerint/ basin vero basi maiore: angulū quoq; sub æqualibus rectis lineis contentum/ angulo maiorem habebunt



THEON ex Zam. ¶ Sint duo triangula b c d, d e f, duo latera hoc est a b, & a c, duobus lateribus hoc est d e & d f æqualia habentia alterum alteri/ a b scilicet ipsi d e, & a c ipsi d f. basis autem b c: basi e f maior esto. dico qd angulus b a c: maior est angulo e d f. Si autem non: aut ei est æqualis/ aut eo minor. Aequalis autem non est angulus b a c: angulo e d f. si enī æqualis esset: basis quoq; b c per 4 propositionē basi e f esset æqualis. at nō est. angulus igitur b a c: angulo e d f æqualis minime est. Neq; etiā minor ē angulus b a c: eo qui sub e d f. nā b basis c: basi e f minor esset. at nō est. minor igitur nō ē angulus b a c: eo qui sub e d f. ostēsum autē est qd neq; æqualis. maior igitur ē angulus b a c: angulo e d f. Si bina igitur triāgula/ duo latera duobus lateribus: & quæ sequuntur reliqua/ vt theoremate. Quod ostendere oportuit.

Eucl. ex Camp.

Propositio 26.



Mnium duorum triangulorum quorum duo anguli vnus duobus angulis alterius & vterq; se respicienti æquales fuerint/ latus quoq; vnus lateri alteri

us æquale fuerit; latus illud aut inter duos angulos æquales aut vni eorum oppositum: erunt quoque duo vnus reliqua latera duobus reliquis alterius trianguli lateribus vnūquodque se respicienti æqualia angulusque reliquus vnus angulo reliquo alterius æqualis.

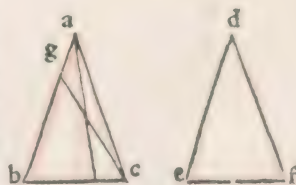
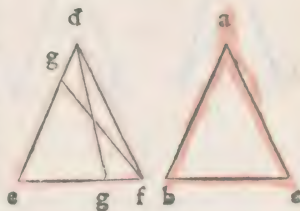
¶ CAMPANVS. ¶ Sint duo trianguli: abc , def . sitque angulus b , æqualis angulo e ; et angulus c , æqualis angulo f . sitque latus b c æquale lateri e f ; aut alterum duorum laterum a b & a c , æquale alteri duorum laterum d e & d f . ita quod a b sit æquale d e ; aut a c , d f . Dico quod reliqua duo latera vnus/erunt æqualia reliquis duobus lateribus alterius; & reliquus angulus reliquo angulo æqualis, angulus videlicet a angulo d . Ponam ergo primo ut latus b c super quod iacent anguli b , c ; sit æquale lateri e f super quod iacent anguli e , f , qui positi sunt æquales angulis b , c . Tunc dico: quod latus a b est æquale lateri d e , & latus a c lateri d f , & angulus a angulo d . Si enim latus a b non sit æquale lateri d e ; alterum erit maius. sit ergo maius d e . quod resecabo ad æqualitatem a b ; sitque g e æquale a b . Produca lineam g f . eritque per 4. propositionem angulus g f e æqualis angulo a c b . quare & angulo d f e , pars toti: quod est impossibile. Erit ergo d e æquale a b . ergo per 4. d f æquale a c ; et angulus d æqualis angulo a . quod est primum membrum diuisionis propositæ. ¶ Sint rursus ut prius/ duo anguli b & c ; æquales duobus angulis e et f . sitque latus a b quod opponitur angulo c ; æquale lateri d e quod opponitur angulo f , cui positi sunt æqualis angulus c . Dico: quod latus b c erit æquale lateri e f , & latus a c lateri d f , & angulus a angulo d . Si enim latus e f non fuerit æquale lateri b c ; erit alterum maius. sit ergo e f maius. ponatur itaque g e æquale b c . produca lineam d g . eritque per 4. propositionem angulus d g e æqualis angulo a c b . quare et angulo d f e , extrinsecus videlicet intrinseco: quod est impossibile per 16. propositionem. Erit ergo e f æquale b c . ergo per 4. propositionem/ latus d f æquale lateri a c ; & angulus d totalis angulo a . quod est secundum membrum diuisionis propositæ. Quare totum manifeste patet.

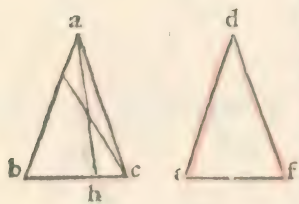
Eucl. ex Zamb.

Theorema 17. propositio 26.

26 ¶ Si bina triângula duos angulos duobus angulis alteri alteri æquales habuerint/ vnumque latus vni lateri æquale/ aut quod æquis adiacet angulis aut quod sub vno æqualium angulorum subtenditur: reliqua quoque latera reliquis lateribus æqualia alterum alteri/ & reliquum angulum reliquo angulo æqualem habebunt.

¶ Sint bina triângula abc , def : duos angulos hoc est a b c & b c a æquales habentia duobus angulis hoc est d e f & e f d , alterum alteri hoc est angulum a b c angulo d e f , & angulum b c a angulo e f d . vnumque latus vni lateri æquum: primum enim quod æquis adiacet angulis/ hoc est latus b c lateri e f . Aio quod & reliqua latera reliquis lateribus æqualia habebunt: alterum alteri. hoc est latus a b : lateri d e . & latus a c : lateri d f . & reliquum angulum reliquo angulo æqualem: hoc est a b c ipsi d e f . Si enim a b ipsi d e est inæqualis: earum altera maior est. esto maior a b . & collocetur per 3. propositionem/ ipsi d e æqualis linea g b : & conetur g c . Quoniam g b æqualis est ipsi d e , et b c ipsi e f : duæ igitur lineæ g b & b c , duabus d e et e f altera alteri sunt æquales. et angulus g b c angulo d e f æquus est. basis igitur g c : per 4. propositionem/ basi d f est æqualis, & triângulum g b triângulo d e æquum est. & reliqui anguli reliquis angulis erunt æquales: sub quibus æqualia latera subtenduntur. æqualis igitur est angulus g c b : angulo d f e . Sed angulus d f e ipsi b c a supponitur æqualis. angulus igitur b c a per primam communem sententiam angulo b c a est æqualis, minor maiori. Quod est impossibile.





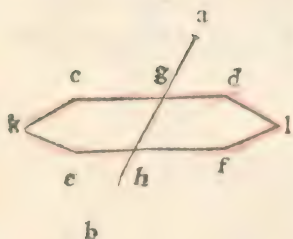
Inæqualis igitur non est a b: ipsi d e æqualis igitur. Est autē et b c: ipsi e f æqualis. duæ iam a b et b c: duabus d e et e f sunt altera alteri æqualis, et angulus qui sub a b c: angulo qui sub d e f, est æqualis. Basis igitur a c: per 4. propositionem/basi d f est æqualis, et reliquus angulus b a c: reliquo angulo e d f est æqualis. ¶ Rursus sint ad angulos æquos latera subiecta/æqualia: sintq; a b et d e. Dico rursus q; reliqua latera reliquis lateribus æqualia erunt/hoc est latus a clateri d f, et latus b c lateri d f: et in super reliquus angulus b a c, reliquo angulo e d f æqualis erit. Si enim b c ipsi e f inæquale est: alterum eorum maius erit. sit igitur (si possibile est) maius latus b c. & ponatur per 3. propositionē: ipsi e f æqualis linea b h, et connectatur per 1. postulatum: a h. Et quoniam æqualis est b h ipsi e f, & a b ipsi d e: duæ igitur a b & b h, duabus d e & e f sunt æquales altera alteri/et angulos æquos continent. Basis igitur a h: per quartam propositionem basi d f est æqualis, et triangulum a b h: triangulo d e f est æquale, et reliqui anguli reliquis angulis sunt æquales: sub quibus æqualia subiectuntur latera, angulus igitur b h a: angulo e d f est æqualis. Sed angulus e f d: angulo b c a est æqualis. Angulus igitur b h a. angulo b c a est æqualis. triāguli igitur a h c angulus exterior b h a: interiori angulo b c a est æqualis & opposito, quod per 16. propositionē est impossibile. Latus igitur e f: ipsi b c inæquale non est, æquale igitur. Est autē a b: ipsi d e æqualis, duæ igitur a b & b c: duabus d e & e f sunt æquales altera alteri/et angulos æquos continent. Basis igitur a c: per 4. propositionem basi d f est æqualis, & triangulū a b c: triangulo d e f est æquale, & reliquus angulus b a c: reliquo angulo e d f est æqualis. Si duo igitur triāgula duos angulos duobus angulis: et quæ sequuntur reliquay in theoremate, quod ostēdere oportebat.

Eucl. ex Camp.

Propositio 27.



Si recta linea super duas lineas rectas ceciderit/duosq; angulos coalternos sibi inuicem æquales fecerit: nulla duarum linearum erunt æquidistantes.

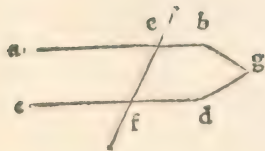


¶ CAMPANVS. ¶ Sit ut linea a b cadat super duas lineas c d, e f: et secet lineā c d in pūcto g, et lineam e f in pūcto h. sitq; angulus d g h æqualis angulo e h g. dico q; lineæ c d et e f: sunt æquidistantes. Si enim non: concurrant aut ad partē c, e, super punctū k, aut ad partē d, f, super pūctū l. et qualitercūq; fuerit: accidet impossibile, per 16. videlicet angulū extrinsecū: esse equalē intrinsecō & opposito, nam vnus duorum angulorum coalternorū qui positi sunt æquales/ erit extrinsecus: et reliquus intrinsecus & oppositus. Quia igitur impossibile est eas cōcurrere/ in alterutram partem protractas: ipsæ per vltimā diffinitionē erūt æquidistantes, quod est propositum.

Eucl. ex Zamb.

Theorema 18. propositio 27.

¶ Si in binas rectas lineas recta incidens linea alternatim angulos æquos adinuicem fecerit: parallelæ adinuicē ipsæ rectæ lineæ erunt.



¶ THEON ex Zamb. ¶ In binas enim rectas lineas a b, c d, recta incidens linea e f: alternatim angulos a e f et e f d æquales adinuicē efficiat. Dico q; parallelus est a b: ipsi c d. Si autem nō: productæ cōcurrunt aut ad partes b, d, aut ad a, c, producantur igitur: et concurrāt ad partes b, d, in signo g, si est possibile. Triāguli ergo g e f, angulus a e f exterior: æqualis est angulo e f g interiori et opposito, quod per 16. propositionē est impossibile. Igitur a b et c d productæ: ad partes b, d, minime concurrunt, similiter quoq; ostendetur: q; neq; ad partes a, c. Quæ autem in nulla parte concurrunt: parallelæ sunt per vltimā diffinitionem. Parallelus igitur est a b: ipsi c d. Si in binas igitur rectas lineas et quæ sequūtur reliqua vt in theoremate. Quod erat ostendendum.

Eucl. ex Camp.

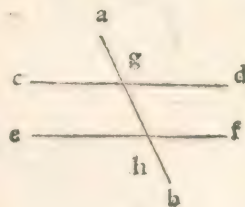
Propositio 28.

28



Si linea recta duabus lineis rectis superuenerit / fueritque angulus eius intrinsecus angulo extrinseco sibi opposito æqualis / aut duo anguli intrinseci ex una parte duobus angulis rectis æquales: illæ duæ lineæ æquidistantes erunt.

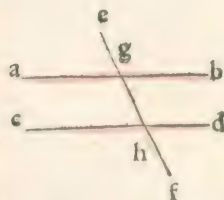
CAMPANA. Sit ut linea a b: secet duas lineas c d & e f, in punctis g & h. sitque angulus g extrinsecus æqualis angulo h intrinseco ex eadem parte sumpto: aut duo anguli g & h intrinseci ex eadem parte sumpti / sint æquales duobus angulis rectis. Dico quod duæ lineæ c d & e f sunt æquidistantes. Sit ergo primo angulus d g a æqualis angulo f h g, erit quoque per 15 propositionem angulus c g h æqualis eidem angulo f h g, quare per præmissam c d & e f: sunt æquidistantes. Sint rursus duo anguli d g h & f h g: æquales duobus rectis. & quia per 13 propositionem duo anguli d g h & c g h sunt similiter æquales duobus rectis: erit angulus c g h æqualis angulo f h g, quare per præmissam c d & e f: erunt æquidistantes, quod est propositum.



Eucl. ex Zamb. Theorema 19. propositio. 28.

28 Si in binas rectas lineas recta incidens linea / exteriorem angulum interiori et opposito ad easdem partes æqualem fecerit, aut interiores & ad easdem partes duobus rectis æquales: parallelæ erunt adinuicem ipsæ rectæ lineæ.

THEON ex Zamb. In binas inquæ rectas lineas a b & c d, recta linea incidens e f, angulum exteriorē e g b, angulo interiori g h d et opposito, æqualē efficiat: aut interiores & ad easdem partes / hoc est b g h, g h d, duobus rectis æquales. Dico quod parallelus est a b: ipsi c d. Quoniam angulus e g b / per hypothesin æqualis est angulo g h d, & angulus e g b per 15 æqualis est angulo a g h: angulus igitur a g h æqualis ē angulo g h d, & sunt alterni. per 27 propositionem igitur parallelus est a b, ipsi c d. Rursus quoniam anguli b g h & g h d per hypothesin duobus rectis sunt æquales / & anguli a g h et b g h per 13 propositionem duobus rectis sunt æquales: anguli ergo a g h & b g h, angulis b g h & g h d sunt æquales. Communis auferatur angulus b g h, reliquus igitur a g h: reliquo g h d est æqualis. & sunt alterni. Parallelus igitur est a b: ipsi c d. Si recta igitur linea in duas incidens: & quæ sequuntur reliqua, quod ostendendum fuerat.



Eucl. ex Camp.

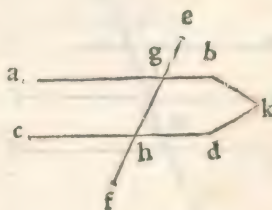
Propositio 29.

29

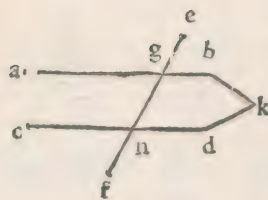


Si duabus lineis æquidistantibus linea superuenerit: duo anguli coalterni æquales erunt / angulusque extrinsecus angulo intrinseco sibi opposito æqualis / itemque duo anguli intrinseci ex alterutra parte constituti duobus rectis æquales.

CAMPANVS. Sint duæ lineæ a b & c d æquidistantes: super quas cadat linea e f, secans eas in punctis g & h. dico quod anguli g & h coalterni sunt æquales, & quod angulus g extrinsecus est æqualis angulo h intrinseco sibi opposito ex eadem parte sumpto, & quod anguli g & h intrinseci ex eadem parte sumpti sunt æquales duobus rectis. Et hæc est conuersa duarum præcedentium. Primum sic patet. Si enim angulus b g h non est æqualis angulo c h g: alter eorum erit maior. sit ergo maior angulus c h g, & quia duo anguli c h g & g h d sunt æquales duobus rectis: ergo per 15 propositionem erunt duo anguli b g h & d h g minores duobus rectis, ergo per quartam petitionem / duæ lineæ a b & c d si protrahantur: concurrerunt in parte b & d, ad punctum aliquem ut ad k, non ergo sunt æquidistantes per ultimam



GEO. ELE. EV.

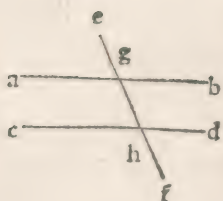


diffinitionē. quod est contra hypothesin. & quia hoc est impossibile: erunt duo anguli coalterni b g h & c h g æquales. quod est primum propositum. Ex hoc patet secundum. Est enim per 15 propositionem angulus b g h æqualis angulo a g e. ergo angulus a g e: erit æqualis angulo c h g, extrinsecus videlicet intrinseco. quod est secundum propositum. Ex hoc rursus patet tertium. Sunt enim per 13 propositionē duo anguli a g e & a g h: æquales duobus rectis. ergo duo anguli a g h & c h g: erunt etiā æquales duobus rectis/qui sunt duo intrinseci ex eadē parte sumpti. quod est tertium propositum.

Eucl. ex Zamb.

Theorema 20. propositio 29.

In parallelos rectas linea incidens linea: & alterna-
tim angulos adinuicem æquales/ & exteriorē interiori & op-
posito & ad easdem partes æqualem/ et interiores & ad eas-
dem partes duobus rectis æquales efficit.

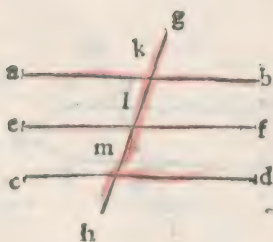


THEON ex Zamb. **I**n parallelos enim rectas lineas a b & c d: res-
cta incidat linea e f. Dico qd & alternos angulos a g h & g h d æquos
efficit/ & exteriorē angulū e g b interiori & opposito & ad easdē par-
tes hoc est ipsi g h d æqualem/ & interiores & ad easdem partes hoc est
b g h & g h d duobus rectis æquales. Si enim inæqualis est a g h ipsi
g h d: alter eorum maior est. Sit maior a g h. Quoniam igitur a g h, ma-
ior est ipso g h d: cōmunis ponatur angulus b g h. anguli ergo a g h &
b g h: maiores sunt ipsis b g h & g h d. Sed anguli a g h & h g b: per 13
propositionem/ duobus rectis sunt æquales. anguli igitur b g h & g h d
duobus rectis sunt minores. quæ autē a minoribus duobus rectis pro-
ducuntur in infinitum: concurrunt/ per primum postulātū. Rectæ igitur
lineæ a b & c d: in infinitum productæ/ concurrunt. non cōcurrunt autē:
quoniam paralleli/ per hypothesin. Angulus igitur a g h: angulo g h d
inæqualis non est. æqualis igitur sed angulus a g h: angulo g h b per 15
propositionem est æqualis. angulus igitur e g b: per 1 communem sen-
tentiam/ angulo g h d est æqualis. cōmunis ponatur b g h. anguli e g b
& b g h igitur: angulis b g h & g h d sunt æquales. Sed anguli e g b
& b g h: duobus rectis sunt æquales/ per 13 propositionem. & anguli b g
h & g h d: duobus rectis sunt æquales. In parallelos igitur rectas lineas
& quæ sequuntur reliqua. Quod ostendere oportebat.

Eucl. ex Camp.

Propositio 30.

Ifuerint duæ lineæ vni æquidistantes: eadem si-
bi inuicem æquidistantes erunt.



CAMP. **S**int duæ lineæ a b & c d: quarum vtræq;
æquidistat lineæ e f. Dico illas duas videlicet a b & c d: es-
se æquidistantes. Hoc autē est vniuersaliter verum: siue duæ
lineæ a b & c d sint in vna superficie cum lineâ e f, siue non. hic tamen
non intelligitur: nisi secundum qd omnes sunt in superficie vna. secundū
enī qd sunt in diuersis superficiebus: probatur in 9 vndecimi libri/ qd sūt
æquidistantes. Sint ergo omnes in superficie vna. protraham autem li-
neam g h: secantem lineas a b, e f, & c d, in pūctis k, l, m. Et quia a b æ-
quidistat e f: erit angulus b k l æqualis angulo e l k per primam partem
precedētis/ cū illi sint coalterni. at quia c d æquidistat e f: erit angulus k
l e extrinsecus æqualis angulo l m c intrinseco/ per secundam partē pre-
cedentis. ergo angulus b k l: est æqualis angulo c m l. qui cum sint coalter-
ni: erunt per 27/ lineæ a b & c d æquidistantes. Quod est propositum.

Eucl. ex Zamb.

Theorema 21. propositio 30.

Quæ eidem rectæ lineæ paralleli: & adinuicem sunt paral-
leli.

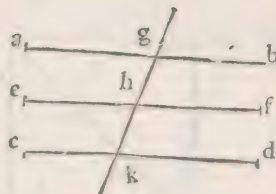
LIBER I.

16

THEON ex Zā. ¶ Sint a b & c d ipsi e f paralleli. dico qd a b ipsi c d est parallelus. Incidat enim in eas recta linea g h k. & quoniam in parallelis rectas lineas a b & e f, recta linea g h k incidit: æqualis est igitur a g h ipsi g h f, per 29 propositionem. Rursus quoniam in parallelis rectas lineas e f & c d recta linea g k incidit: per eandem æqualis est g h f ipsi g k d. patuit autem qd a g h ipsi g h f est æqualis: & qd g k d æqualis est ipsi g h f. & a g k igitur ipsi g k d est æqualis: & sunt alterni, parallelus igitur est a b ipsi c d. Quod ostendendum erat.

Eucl. ex Camp.

propositio 31.



31 **Puncto extra lineam dato: lineæ propositæ æquidistantem ducere.**



CAMPANVS. ¶ Punctus extra lineam datus intelligatur: cum linea vtrinq; protrahitur per ipsum non transit. Sit ergo punctus a: datus extra lineam b c. ab eodem puncto a, a quo oportet protrahere lineam æquidistantem ipsi b c: protraho lineam a d lineæ b c superstantem qualitercunq; contingat. & super punctum a qui est extremitas lineæ a d / constituo angulum e a d per doctrinam 23 propositionis: æqualem angulo b d a sibi coalterno. eritq; a e æquidistans b c per 27 propositionem. quod est propositum.

Eucl. ex Zamb.

Problema 10. propositio 31.

31 ¶ Per datum signum: datæ rectæ lineæ parallelum rectam lineam ducere.

THE. ex Zāb. ¶ Sit quidem datum signum a: data vero recta linea / sit b c. Oportet iam per datum signū a: ipsi b c rectæ lineæ / parallelum rectam lineam ducere. Suscipiatur in ipsa b c / contingens signum: sitq; illud d. & connectatur per primum postulatum: a d. & constituatur per 23 propositionem ad datam rectam lineam a d, ad datumq; in ea signum a: dato angulo a d c, æqualis angulus d a e. & producat per 14 propositionem in rectum ipsius e a: linea a f. Et quoniam in rectas lineas b c & e f, recta linea incidēs a d, alternos angulos e a d & a d c æquales adinuicem fecit: parallelus est igitur e a f ipsi b c, per 27 propositionem. Per datum ergo signum a: datæ rectæ lineæ b c parallelus recta linea e a f ducta est. quod fecisse oportuit.

Eucl. ex Camp.

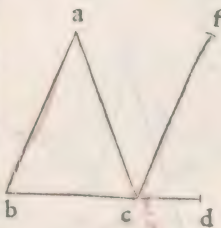
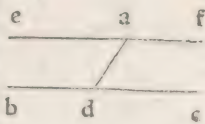
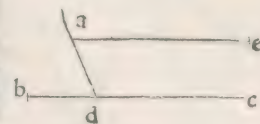
propositio 32.

32 **¶ Mnis trianguli angulus extrinsecus: duobus intrinsecis sibi oppositis est æqualis. Omnes autem tres angulos eius: duobus rectis angulis æquos esse necesse est.**



CAMPANVS. ¶ Sit triangulus a b c: cuius latus b c protrahatur vsq; ad d. dico qd angulus c extrinsecus: est æqualis duobus angulis a & b intrinsecis sibi oppositis simul iunctis. & qd tres anguli triāguli a b c simul iuncti: sunt æquales duobus rectis. A puncto c protrahā c f æquidistantem a b: secundum doctrinam præcedentis. eritq; angulus f c a, æqualis angulo a: quia sunt coalterni per primam partem 29 propositionis. & angulus f c d extrinsecus: æqualis angulo b intrinseco per secundam partem eiusdem. quare totus a c d extrinsecus: est æqualis duobus angulis a & b intrinsecis sibi oppositis. quod est primum. Et quia duo anguli a c b & a c d sunt æquales duobus rectis per 13 propositionem: erunt tres anguli a, b, & c intrinseci æquales duobus rectis. quod est secundum propositum.

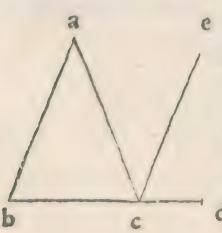
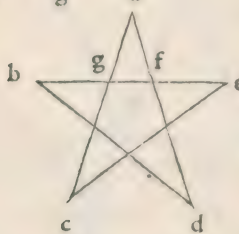
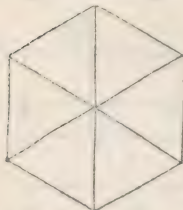
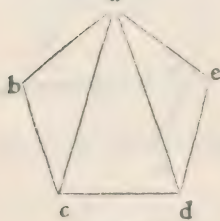
CAMPANI additio. ¶ Ex hac autem patet qd omnis figuræ polygoniæ omnes anguli simul sumpti tot rectis angulis sunt æquales: quotus est numerus quo a prima destiterit / duplicatus. Verbi gratia. polygoniarū figurarum: est triangula prima. quia si esset duarum linearum: cum figura sit clausio linearū / tunc duæ lineæ rectæ includerent superficiem. quod est



GEO. ELE. EV.



a



impossibile per vltimam petitionem. Quadrilatera: secunda. pentagona: tertia. Similiter autē quēlibet tota erit i ordine: quotus erit numerus laterū aut angulorum eius/ inde dempro binario. Dico ergo q̄ triangulū (quē est prima) omnes anguli sunt ēquales duobus rectis. quadrilaterū (quē est secunda) erunt ēquales quatuor rectis. & pentagonū (quē est tertia) erunt ēquales sex rectis. Hoc autem inde manifestum est. quoniam cū quēlibet talis figura sit in tot triangulos resolubilis quota ipsa fuerit a prima/ duobus rectis lineis a quouis angulorum eius ad omnes angulos oppositos/ sintq̄ omnes anguli omnis trianguli duobus rectis ēquales: erunt omnis lateratē figurē omnes anguli bis tot rectis ēquales/ quota ipsa fuerit a prima. quod est propositum. Sit enim exempli gratia/ pentagonus ab c d e: a cuius angulo a, ducam lineas ad angulos c, d, ipsi oppositos. erit totus pētagonus resolutus in tres triāgulos a b c, a c d, & a d e: quorū cū cuiuslibet sint anguli ēquales duobus rectis/ erunt pentagoni anguli ēquales sex rectis. quod est duplū eius numeri quo a prima distat: siue duplū numeri āgulorū aut laterū eius/ ide dempro binario. ¶ Possumus quoq̄ & sic idem proponere. dicentes q̄ omnis figurē polygoni omnes anguli pariter accepti sunt tot rectis āgulis ēquales: quātus est numerus quem eius anguli duplicant/ inde demptis quatuor. puncto enim quouis intra figuram signato/ & ab eo ad singulos angulos lineis protractis: erit ipsa figura in tot triangulos resoluta quoti fuerint eius anguli. ideoq̄ omnes anguli omnium illorum triangulorum pariter accepti/ tot rectis angulis erunt ēquales: quantus est numerus quem duplicant anguli propositi figurē. Cum itaq̄ sint omnes anguli triangulorū in quos ipsa resoluta est/ punctum medium circūstantes/ quatuor rectis ēquales per 13 propositiōnem: manifestū cōstat propositum. ¶ Similiter quoq̄ patet/ q̄ omnis figurē polygoni anguli omnes extrinseci: quatuor rectis angulis sunt ēquales. sunt enim intrinseci & extrinseci bis tot rectis ēquales: quot habuerit angulo s/ per 13 propositiōnem. Intrinseci autem sunt bis tot rectis ēquales quot habuerit angulos demptis inde quatuor. ergo extrinseci sūt quatuor rectis ēquales. quod est propositum. Exempli gratia. propositi pentagoni latera protrahantur: vt fiāt anguli extrinseci. a b quidem protrahatur vsq̄ ad f. b c vsq̄ ad g. c d vsq̄ ad h. d e vsq̄ ad k. e a vsq̄ ad l. eruntq̄ per 13 propositiōnem duo anguli/ a intrinsecus & a extrinsecus: ēquales duobus rectis. eadem autem ratione: duo anguli b intrinsecus & b extrinsecus. sic & ceteri. quare a, b, c, d, e, anguli intrinseci et extrinseci: decē rectis āquātur. demptis igitur intrinsecis qui sunt ēquales sex rectis: erūt extrinseci videlicet. b a l, c b f, d c g, e d h, & a e k, ēquales quatuor rectis. ¶ Pater etiam q̄ omnis pētagonus cuius vnumquodq̄ latus duofecat ex reliquis habet 5 āgulos duobus rectis ēquales. Sit qualis proponitur pentagonus ab c d e. & fecer latus a c: latus b e in puncto g. & latus a d idem latus b e in puncto f. erit angulus a f g ēqualis duobus angulis b & d: cum sit extrinsecus ad ipsos in triangulo f d b. Itemq̄ angulus f g a erit ēqualis duobus angulis c & e: cū sit extrinsecus ad ipsos in triangulo g c e. sed duo anguli a f g & f g a cum angulo a, sunt ēquales duobus rectis. ergo quatuor anguli b, d & c, e: sunt cum angulo a ēquales duobus rectis. quod est propositum.

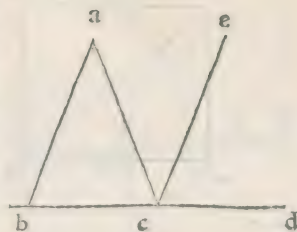
Eucl. ex Zamb.

Theorema 22. propositio 32.

¶ Omnis trianguli vno latere producto: exterior angulus binis interioribus & opposito est equalis. Et trianguli tres interiores anguli: binis sunt rectis ēquales.

¶ THEON ex Zamberto. ¶ Sit triangulum a b c. & producat vnum illius latus (sitq̄ b c) vsq̄ in d. Dico q̄ exterior angulus a c d: ipsis c a b & a b c duobus interioribus & opposito est equalis. et trianguli tres anguli interiores hoc est a b c, c a b, & c a b: duobus rectis sunt ēquales. Excite tur enim per præcedentem/ per signū c, ipsi a b rectæ lineæ parallelus c e.

Et quoniam parallelus est a b ipsi c e, & in ipsas incidit linea a c: alterni anguli b a c & a c e, æquales sunt adinuicem. Rursus quoniam parallelus est a b ipsi c e, & in eas incidit recta linea b d: exterior angulus e c d, per vicesimamseptimam/ vicesimam octauam/ & vicesimam nonam propositionem/ æqualis est angulo a b c interiori & opposito. patuit autem qd a c e ipsi b a c est æqualis. Totus igitur exterior angulus a c d: æqualis est duobus interioribus & oppositis/ hoc est ipsis b a c & a b c. Communis ponatur: a c b angulus. igitur a c d & a c b: tribus angulis a b c, b c a & b a c, sunt æquales. Sed a c d & a c b: duobus rectis/ per 13 propositionem sunt æquales. anguli a c b & c a b & c b a igitur: duobus rectis sunt æquales. Omnis igitur trianguli & quæ sequuntur reliqua vt in theoremate. Quod oportuit ostendere.

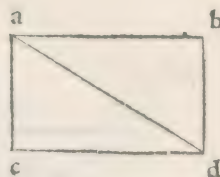


Eucl. ex Camp.

Propositio 33.

33 **I**n summitatibus duarum linearum æquidistantium et æqualis quantitatis/ alia duæ linearum coniungantur: ipsæ quoque æquales et æquidistantes erunt.

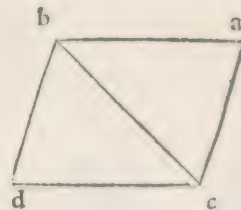
CAMPANVS. ¶ Sint duæ linearum a b & c d, æquales & æquidistantes: quarum extremitates coniungantur per lineas a c & b d. Quas dico esse æquales & æquidistantes. protraham enim lineam a d. Et quia linearum a b & c d sunt æquidistantes: erit angulus b a d æqualis angulo a d c, per primam partem vicesimam nonæ propositionis. Quare erunt duo latera a b & a d trianguli a b d: æqualia duobus lateribus d c & d a trianguli d c a. & angulus a primi: æqualis angulo d secundi. ergo per quartam propositionem basis b d primi/ est æqualis basi a c secundi: & anguli a d b primi/ æqualis angulo d a c secundi. At quia ipsi anguli a d b & d a c sunt coalterni: erunt linearum b d & a c æquidistantes/ per vicesimamseptimam. Et quia prius probatum est ipsas esse æquales: patet propositum verumque.



Eucl. ex Zamb. Theorema 23. propositio 33.

33 ¶ Aequas et parallelos ad easdem partes/ rectæ linearum coniungentes: & ipsæ æquales & parallelae sunt.

¶ **THEON ex Zamberto.** ¶ Sint æquales rectæ linearum & parallelae: a b & c d. & ipsas coniungant ad easdem partes: rectæ linearum a c & b d. dico qd a c & b d: æquales & parallelae sunt. Connectatur enim per primum postulatam b c. Quoniam parallelus est a b ipsi c d, & in eas incidit b c: alterni anguli a b c & b c d adinuicem sunt æquales/ per vicesimam nonam propositionem. Et quoniam æqualis est a b ipsi c d, communis autem b c: duæ igitur a b & b c, duabus b c & c d sunt æquales. & angulus a b c: angulo b c d est æqualis. Basis igitur b d: per quartam propositionem basi a c est æqualis. & triangulum a b c: triangulo ei quod sub b c d, æquum est. & reliqui anguli reliquis angulis sunt æquales alter alteri/ sub quibus æqualia latera subtenduntur. Angulus igitur a c b: æqualis est ei qui sub b c d. & angulus b a c: ei qui sub b d c. Et quoniam in duas rectas lineas a c & b d, recta linea incidit b c, alternos angulos hoc est a c b & c b d æquales adinuicem efficiens: parallelus igitur est a c ipsi b d, per vicesimamseptimam propositionem. Ostensum autem est: qd & ei æqualis est. Aequales igitur & parallelos ad easdem partes coniungentes linearum rectæ: & ipsæ æquales & parallelae sunt. Quod oportuit demonstrasse.



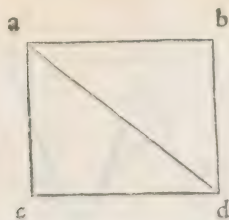
Eucl. ex Camp. Propositio 34.

34 **M**nis superficies æquidistantibus contenta lateribus: linearum atque angulos ex aduerso collocatos habet æquales / diametro diuidente eam per medium.



c.j.

GEO. ELE. EV.



CAMPANVS. ¶ Sit superficies a b c d æquidistantium laterum: ita q̄ linea a b æquidistet c d, & a c ipsi b d. Dico duas lineas a b & c d, item duas lineas a c & b d: esse æquales. similiter dico angulum a esse equalem angulo d: & angulum b angulo c. Protraham diametrum a d: quæ etiam diuidet superficiem illam per medium. Cũ a b & c d sint æquidistantes: erunt anguli b a d & c d a, qui sunt coalterni: æquales per vicesimam nonam. At quia etiam a c & d b sunt æquidistantes: erunt anguli c a d & b d a, qui sunt coalterni æquales per eandem. Intelligo enim duos triangulos a d b & d a c. & quia duo anguli a & d trianguli a d b, sunt æquales duobus angulis d & a trianguli d a c, & latus a d super quod iacent illi anguli in vtroq; triangulo: est commune: erit per vicesimam sextam propositionem latus a b æquale lateri c d, & latus a c lateri b d, & angulus b angulo c. Et quia angulum a totalem patet esse æqualem angulo d toti tali per secundam communem animi conceptionem: totum propositum cum correlario liquet.

Eucl. ex Zamb.

Theorema 24. propositio 34.

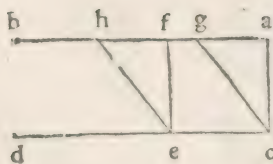


¶ Parallelogrammorum locorum latera quæ ex opposito: & anguli: æqualia sunt adinuicem: et dimetiens ea bifariam secat.

THEON ex Zam. ¶ Sit parallelogrammũ locus a c d b: dimetiensq; illius esto b c. Dico q̄ parallelogrammi a c d b latera & anguli ex opposito: adinuicem sunt æqualia: & illud dimetiens bifariam secat. Quoniã parallelus est a b ipsi c d, & in eas incidit recta linea b c: per 29 propositionem: alterni anguli a b c & b c d sunt adinuicem æquales. Rursus quoniã parallelus est a c ipsi b d, & in eas incidit recta linea b c: anguli alterni hoc est a c b & c b d æquales sunt adinuicem. Bina igitur triacula sunt a b c & b c d: duos angulos qui sub a b c & a c b, duobus angulis b c d & c b d æquales habentia alterum alteri & vnum latus vni lateri æquale ad angulos æquos / & commune eorum b c. & reliqua latera igitur per 26 propositionem / reliquis lateribus æqualia erunt alterum alteri: & reliquus angulus reliquo angulo æqualis. latus igitur a b est æquale lateri c d, & c a ipsi b d: & angulus b a c angulo b d c est æqualis. Et quoniã angulus a b c æqualis est angulo b c d, & angulus c b d ei qui sub a c b: totus igitur angulus a b d toti angulo a c d, per 2 communem sententiã est æqualis. Oñsum est autem: q̄ angulus b a c angulo c d b est æqualis. Parallelogrammorum igitur locorum anguli & latera ex opposito: adinuicem sunt æqualia. Dico etiam: q̄ dimetiens ea bifariam secat. Quoniã enim a b æquum est ipsi c d, & b c communis est: duæ igitur a b & b c, duabus b c & c d sunt altera alteri æquales. et angulus a b c angulo b c d est æqualis, basis igitur a c: per 4. propositionem basi b d est æqualis: & triangulum a b c triangulo b c d est æquale. Dimetiens igitur b c: bifariam secat parallelogrammum a b c d. Quod erat ostendendum.

Eucl. ex Camp.

Propositio. 35.



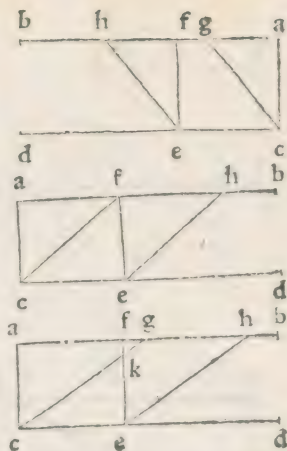
Mnes superficies æquidistantium laterum super vnã basin atq; in eisdem alternis lineis constitutæ: æquales esse probantur.

CAMPANVS. ¶ Sint duæ lineæ a b & c d æquidistantes. inter quas fiat a c f e superficies æquidistantiũ laterum super basin c e. & super eandem basin: et inter easdem lineas fiat alia superficies g c h e: similiter æquidistantiũ laterum. dico duas prædictas superficies: esse æquales. Quod sic probatur. Aut enim linea c g secabit lineam a b in aliquo puncto lineæ a f, aut in puncto f, aut in aliquo puncto lineæ b f. ¶ Secet ergo primo in aliquo puncto lineæ a f: vt in prima figuratone apparet.

Et quia utraq; duarum linearum $a f$ & $g h$ est æqualis lineæ $c e$ per præcedentem: una earum erit æqualis alteri. dempta ergo linea $f g$ cõmunis: remanebit $a g$ æqualis $f h$. Et quia per præcedentem iterum est $a c$ æqualis $f e$, & angulus $h f e$ angulo $g a c$ per secundam partem 29/videlicet extrinsecus intrinseco: erit per 4. triangulus $a c g$ æqualis triangulo $f e h$. Ergo irregulari figura quadrilatera quæ est $g c f e$, addita utriq; erit superficies $a c f e$ æqualis superfici ei $g c h e$. quod est propositum.

¶ Secus secundo modo linea $c g$ lineâ $a b$ in puncto f : ut in secunda figura tione apparet. eruntq; simili argumetatione priori/ duo trianguli $a c f$ & $f c h$: æquales. quare utrobq; addito triangulo $f c e$: patet propositum.

¶ Secus tertio modo linea $c g$ lineâ $a b$ inter duo puncta f, b : ut in tertia figura tione apparet. secabitq; lineam $f e$, sit ut in puncto k . & quia simili argumetatione priori/ linea $a f$ est æqualis lineæ $g h$: facta communi linea $g f$, erit $a g$ æqualis $f h$, & triangulus $a g c$ æqualis triangulo $f e h$. Addito ergo utriq; triangulo $c k e$, & detracto ab utroq; triangulo $f k g$: erit superficies $a c f e$ æqualis superfici ei $g c h e$. quod est propositum.

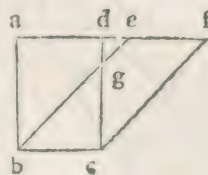


Eucl. ex Zamb.

Theorema 25. propositio 35.

- 35 ¶ Parallelogramma in eadē basi et in eisdem parallelis existentia: adinuicem sunt æqualia.

¶ THEON ex Zamb. ¶ Sint parallelogrāma $a b c d$ & $e b c f$ in eadē basi existentia hoc est $b c$, & in eisdē parallelis hoc est $a f$ & $b c$. Dico qd parallelogrammum $a b c d$: æquale est parallelogrāmo $e b c f$. Quoniam enī parallelogrāmū est $a b c d$: æqualis est $a d$ ipsi $b c$ p 34. propositionē. & id propterea igitur: & ipsi $b c$. quare & $a d$ ipsi $e f$ est æqualis. & cõmunis $b c$. tota igitur $a e$: toti $d f$ est æqualis. At $a b$ ipsi $d c$ est æqualis. duæ igitur $a e$ & $a b$: duabus $f d$ & $d c$ sunt altera alteri æquales. & angulus $f d c$: angulo $e a b$ est æqualis/ exterior interiori. Basis igitur $e b$: per quartam propositionem/ basi $f c$ est æqualis. & triangulum $e a b$: triangulo $f d c$ est æquale. Commune auferatur triangulum $d g e$. reliquū igitur trapezium $a b g d$: trapezio $e g c f$ est æquale. Commune autem ponatur triangulum $g b c$. totum igitur parallelogrammum $a b c d$: toti parallelogrammo $e b c f$ est æquale. Parallelogramma igitur & quæ sequuntur reliqua. quod ostendere oportuit.



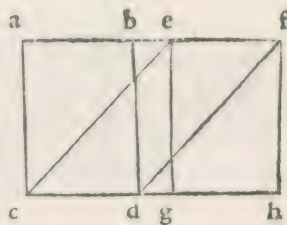
Eucl. ex Camp.

Propositio 36:

- 36 ¶ Mnia parallelogramma in basibus æqualibus atq; in eisdem lineis constituta: æqualia esse necesse est.



¶ CAMPANVS. ¶ Parallelogrammū: dicitur superficies æquidistantium laterum. Sint duæ superficies $a b c d$ & $e f g h$, æquidistantium laterum: constitutæ inter duas lineas æquidistantes quæ sunt $a f$ & $c h$, & super æquales bases quæ sunt $c d$ & $g h$. dico eas esse æquales. nam protraham duas lineas $c e$ & $d f$. eritq; per 33/ superficies $c d e f$, æquidistantium laterum: propter hoc qd $c e$ est æqualis & æquidistans $c d$. nam utraq; earum est æqualis $g h$. Quia ergo per præmissam utraq; duarū superficialiū $a b c d$ & $e f g h$ est æqualis superficies $c d e f$: ipsæ erunt sibi inuicem æquales. quod est propositum.



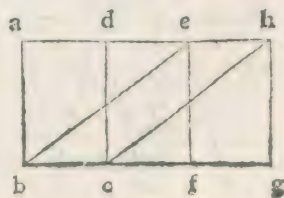
Eucl. ex Camp.

Theorema 26. propositio 36.

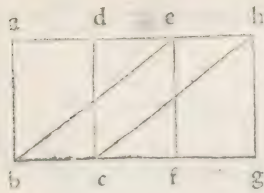
- 36 ¶ Parallelogrāma in æqualibus basibus & in eisdem parallelis existentia: adinuicem sunt æqualia.

¶ THEON ex Zamb. ¶ Sint parallelogrāma $a b c d$ & $e f g h$: in æqualibus basibus constituta hoc est $b c$ & $f g$, & in eisdē parallelis hoc est $a h$ & $b g$. Dico qd parallelogrāmum $a b c d$ est æquale parallelogrāmo $e f g h$.

C. ij.



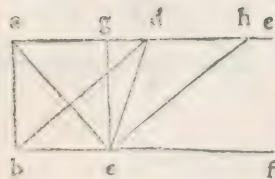
GEO. ELE. FV.



Connectatur enim b e & c h. Quonia equalis est b e ipsi f g, sed f g equalis est ipsi c h: & b e quoq ipsi e h est equalis. sunt autem paralleli & coniungunt eas b e & c h. æquales autem et parallelos / coniungentes lineæ æquales & paralleli sunt per 33 propositionē. Igitur eb, & h c: æquales & paralleli sunt. Parallelogrammū igitur est e b c h: & est æquale parallelogrammo a b c d. basin enim eandem habet/hoc est b c: & in eisdem est parallelis/hoc est b e & e h. ac per hoc/e f g h ipsi e b c h est æquale. Quare parallelogrammū a b c d parallelogrammo e f g h est æquale. Parallelogramma igitur & quæ sequuntur reliqua vt theoremate. Quod erat ostendendum.

Eucl. ex Camp.

Propositio 37.

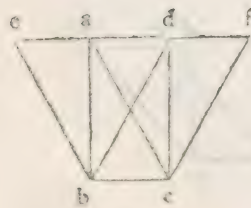


Equales sunt sibi cuncti trianguli: qui super eandem basin/atq inter duas lineas æquidistantes sunt constituti.

CAMPANVS. ¶ Sint duo trianguli a b c & d b c, constituti super basin b c: inter duas lineas a e & b f, quæ sint æquidistantes. dico eos esse æquales. Protraham enim c g æquidistantem a b, & c h æquidistantem d b per 31. eruntq duæ superficies a b c g & d b c h: æquales per 35. Et quia dicti triânguli sunt earum dimidia per correlarium 34. propositionis: ipsi erūt æquales per cōmunem scientiam quæ est/ quorum tota sunt æqualia: & dimidia. sicq patet propositum.

Eucl. ex Zamb.

Theorema 27. propositio 37.

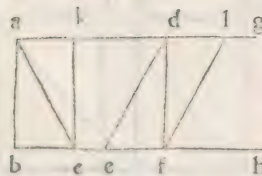


¶ Triangula in eadem basi et in eisdem parallelis constituta. adinuicem sunt æqualia.

THEON ex Zam. ¶ Sint triângula a b c & d b c: in eadē basi b c, & in eisdem parallelis a d & b c constituta. Dico qd triângulum a b c: est æquale triângulo d b c. Producatur per secundum postulatū a d ex vtrāq parte: in e & f. & per b: ipsi c a per 31 propositionem excitetur parallelus b e. & per c ipsi b d per eadē parallelus excitetur c f. Parallelogramma igitur sunt: b c a & d b c f. & parallelogrammū e b c a: per 35 propositionē æquale est ipsi d b c f parallelogrammo. in eadem enim sunt basi b c: & in eisdem parallelis b c & e f. At parallelogrammi e b c a, triângulum a b c: dimidium est per 34. propositionem. nam a b dimetiens: illud bifariam secat. parallelogrammi vero d b c f: per eandē triângulum d b c dimidiū est. nam b c dimetiens illud bifariā secat. at quæ æqualium sunt dimidiū: adinuicē sunt æqualia per 7 communem sententiam. triângulū igitur a b c: triângulo d b c est æquale. Triângula igitur & quæ sequūtur reliqua vt in theoremate. quod erat ostendendum.

Eucl. ex Camp.

Propositio 38.

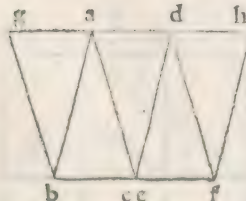


¶ Duo trianguli super bases æquales atq inter duas lineas æquidistantes ceciderint: æquales eos esse necesse est.

CAMPANVS. ¶ Sint duo triânguli a b c & d e f: constituti super bases b c & e f æquales/et inter lineas a g & b h æquidistantes. dico eos esse æquales. Protrahā enim c k æquidistantem a b: & f l æquidistantem e d. erūtq duæ superficies a b c k & d e f l æquales per 36. & quia dicti triânguli sunt earum dimidia per correlarium 34. propositionis: ipsi erunt æquales per antedictam communem scientiam.

Eucl. ex Zamb.

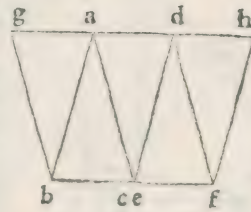
Theorema 28. propositio 38.



¶ Triangula in æqualibus basibus & in eisdem parallelis constituta: adinuicem sunt æqualia.

THEON ex Zamb. ¶ Sint triângula a b c & d e f: in æqualibus basibus constituta hoc est b c & e f, & in eisdem parallelis hoc est b f & a d.

Dico q^d triangulum a b c æquū est triangulo d e f. Producat^{ur} enim per secundum postulatum / a d: ex utraq^{ue} parte in g, h. & per b: ipsi c a per 31 propositionem parallelus excutetur b g. et per f: ipsi d e parallelus excutetur f h, per eandem. Parallelogrammum igitur est: & g b c a & d e f h. At parallelogrammum g b c a: per 36 æquum est ipsi d e f h parallelogrammo. in æqualibus enim sunt basibus hoc est b c et e f: & in eisdem parallelis hoc est b f et g h. At parallelogrammi g b c a: per 34 propositionem triangulum a b c, medietas est. a b enim dimetiens: illud bifariam secat. et triangulum d e f: parallelogrammi d e f h, medietas est per eandem. nā dimetiens f d: illud secat bifariam. Aequalium vero ea quæ sunt dimidiū: sibi inuicem sunt æqualia / per 7 communem sententiam. Triangulū igitur a b c: triangulo d e f est æquale. Triangula igitur in æqualibus basibus et in eisdem parallelis constituta: sibi inuicem sunt æqualia. Quod oportuit demonstrasse.



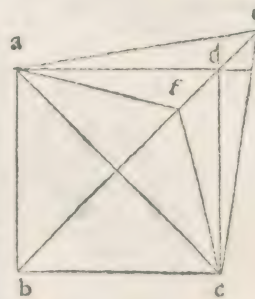
Eucl. ex Camp.

Propositio 39

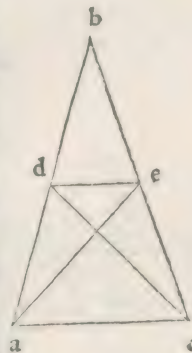
39 **M**nes duo trianguli æquales / si in eadem basin et ex eadem parte ceciderint: inter duas lineas æqui distantes erunt.



CAMPANVS. ¶ Sint duo trianguli a b c & d b c, constituti super basin b c ex una eadēq^{ue} parte: sintq^{ue} æquales. dico eos esse inter lineas æquidistantes. Et hæc est conuersa 37. A puncto a, protraham lineam æquidistantem lineæ b c. quæ si pertransierit per punctum d: liquet propositū. Sin autē: pertransibit supra aut infra. Transeat primo supra: et sit a e. producam b d: vsquequo secet lineā a e in puncto e. & protraham lineam e c. Et quia triāgulus e b c est æqualis triāgulo a b c per 37 / & triāgulus d b c positus est æqualis triāgulo a b c: erit triāgulus d b c æqualis triāgulo e b c, pars toti. quod est impossibile. Non igitur pertransibit lineæ quæ a puncto a ducitur æquidistanter b c: supra d. Transeat ergo infra. et sit a f: secans lineam d b in puncto f. Protrahā ergo lineā f c. & quia per 37 / triāgulus f b c est æqualis triāgulo a b c: ipse etiam erit æqualis triāgulo d b c, pars toti. quod est impossibile. Quia ergo a puncto a, æquidistans b c non transit nisi per punctum d: patet propositum.



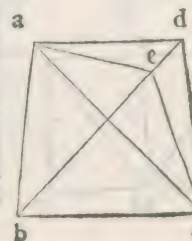
CAMPANI additio. ¶ Ex hac autē & præmissa / nota q^d si aliqua linea recta duo alicuius triāguli latera per æqua secet vel secuerit: ipsa erit tertio æquidistans. quod sic probatur. Sit triāgulus a b c: cuius duo latera quæ sunt a b & b c, secet lineæ d e per æqualia. a b quidem in puncto d: et b c in puncto e. dico q^d lineæ d e est æquidistans a c. Protraham enim in quadrilatero a c e d, diametros a e & d c. Ductaq^{ue} per 31 a puncto e ipsi a b æquidistans: erit per 38 triāgulus a e d æqualis triāgulo d e b, propter id q^d lineæ a d basis triāguli a e d posita est æqualis lineæ d b basi triāguli d e b. Rursus quia ducta a puncto d per 31 ipsi b c æquidistans: per eandem triāgulus c e d erit æqualis eidem triāgulo d e b, propter id q^d lineæ c e posita est æqualis lineæ e b: triāgulus a e d est æqualis triāgulo c e d. Quia ergo ipsi sunt constituti super eandem basin videlicet lineam e d, et ex eadem parte: ipsi erunt per hanc 39 inter lineas æquidistantes. ergo lineæ d e est æquidistans lineæ a c. Quod quidem propositū: ad quintam quarti tibi valebit.



Eucl. ex Zamb. Theorema 29. propositio 39.

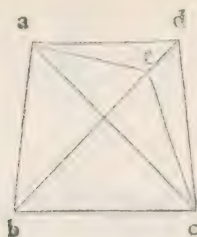
39 **T**riangula æqualia in eadem basi constituta / & ad easdē partes: & in eisdem sunt parallelis.

THEON ex Zamberto. ¶ Sint bina triangula a b c & d e b: constituta in eadem basi b c, & ad easdē partes. dico q^d & in eisdē sunt parallelis. Cōnectatur a d. Dico q^d a d: ipsi b c est parallelus. Si autē nō: excitetur p^{er} 31 propositionē / per a signū: ipsi b c rectæ lineæ parallelus a e, & cōnectatur e c. Triangulum igitur e b c: per 37 propositionem æquale est tri-



c.iii.

GEO. ELE. EV.



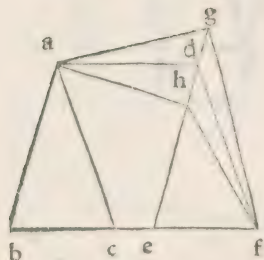
angulo a b c. in eadem enim sunt basi b c: in eisdemq; parallelis a e & b c. At triangulum d b c: ipsi triangulo a b c est æquale/ per hypothesin. Triangulum igitur d b c: triangulo e b c est æquale/ maius videlicet minori. quod est impossibile. parallelus igitur minime est a e: ipsi b c. Similiterq; ostendemus: nullam aliam præter a d. parallelus igitur est a d ipsi b c. Triangula igitur æqualia: & quæ sequuntur reliqua. Quod erat ostendendum.

Eucl. ex Camp.

Propositio 40.



Si duo trianguli æquales super æquales bases unius eiusdemq; lineæ ex eadem parte fuerint constituti: eos inter duas lineas æquedistantes necesse est contineri.

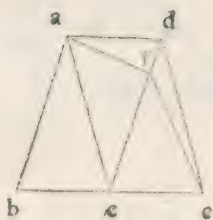


CAMPANVS. ¶ Sint duo trianguli a b c, d e f æquales: constituti super per duas bases quæ sunt b c & e f, & ex eadem parte, dico eos esse inter duas lineas æquidistantes. & hæc est conuersa 38. Et probatur per ipsam: sicut præcedens per 37. A puncto a, ducatur linea æquidistans lineæ b f. quæ si transeat per punctum d: patet propositum. sin autem: pertranseat supra vt a g. & producat e f usq; ad ipsū g, vt sit e g: & ducatur linea g f. Erit per 38 triangulus a b c: æqualis triangulo g e f. quare & triangulus d e f: æqualis triangulo g e f, pars totius, quod est impossibile. non ergo transeat supra. Transeat ergo infra: secetq; lineam d e in puncto h. & ducatur linea f h. erit per 38 triangulus h e f: æqualis triangulo a b c. quare & triangulo d e f, pars totius, quod est impossibile. Quia ergo non transeat nisi per punctum d: patet propositum.

Eucl. ex Zamb.

Theorema 30. propositio 40.

Triangula æqualia in æqualibus basibus existentia & ad easdem partes: & in eisdem sunt parallelis.



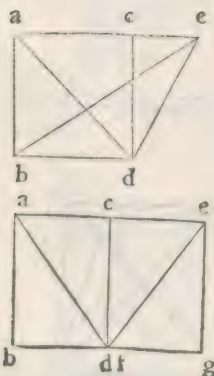
THEON ex Zamb. ¶ Sint triangula æqualia a b c & d e f: in æqualibus basibus constituta hoc est b c & e f, & ad easdem partes a. Dico qd & in eisdem sunt parallelis. Connectatur per i postulatū a d. Dico qd a d: ipsi b e est parallelus. Si autem non: excutetur per 31 propositionē per a, ipsi b e parallelus a f. & connectatur f e. Triangulum igitur a b c: triangulo c f e est æquale per 38. in æqualibus enim sunt basibus constituta b c & c e: & in eisdem parallelis b e, & a f. sed triangulum a b c: triangulo d c e est æquale. Triangulum igitur d c e: æquum est triangulo f c e, maius minori. quod est impossibile. parallelus igitur minime est a f ipsi b e. Similiterq; ostendemus qd nulla præter a d. Parallelus igitur est a d ipsi b c. Quod ostendere oportebat.

Eucl. ex Camp.

Propositio 41.



Si parallelogrammum triangulusq; in eadē basi atq; in eisdem alternis lineis fuerint constituta: parallelogrammum triangulo duplum esse conueniet.



CAMPANVS. ¶ Sit parallelogrammum a b c d, & triangulus e b d super basim b d, & inter lineas a e & b d quæ sint æquidistantes. Dico parallelogrammum: duplum esse triangulo. Protraham in parallelogrammo diametrum a d. erit triangulus a b d: dimidium parallelogrammi per correlariū 34. & quia triangulus e b d est æqualis triangulo a b d per 37: patet triangulum e b d, esse dimidiū parallelogrammi a b c d. quod est propositum. ¶ Similiter quoq; potest probari/ qd si parallelogrammū triangulusq; in æqualibus basibus atq; inter lineas æquedistantes fuerint constituta: parallelogrammum duplum erit triangulo. Quod ideo non posuit Euclides: quia leuiter patet ex hac præcedente correlariū & 38: diuiso parallelogrammo per diametrum in duos triangulos/ vel super basin parallelogrammi inter easdem lineas æquedistantes triangulo constituto. ad quem

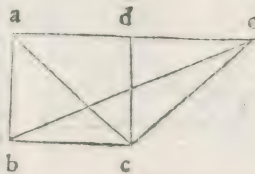
duplum erit parallelogrammum per hanc præcedentem / & ipse æqualis alteri dato triangulo per 38.

Euclī ex Zamb.

Theorema. 31. Propositio 41.

- 41 ¶ Si parallelogrammum & triangulum eandē basin habuerint in eisdemq; fuerint parallelis: trianguli parallelogrammum duplum erit.

THEON ex Zamb. ¶ Parallelogrammū enim a b c d, & triangulum e b c: eandem habeant basin b c, in eisdemq; sint parallelis b c & a e. Dico q; parallelogrammum a b c d: trianguli e b c duplum est. Connectatur enim per 1 postulatū: a c. Triangulum igitur a b c: per 37 æquale est triangulo e b c. in eadem enim sunt basi b c: & in eisdē parallelis b c & a e. Sed parallelogrammum a b c d: duplum est ipsius trianguli a b c, per 34. propositionem. & enim dimetiens a c: illud bifariā secat. Quare parallelogrammum a b c d: ipsius trianguli e b c duplum est. Si parallelogrammum & triangulum igitur: & quod sequitur reliquum. Quod erat ostendendum.

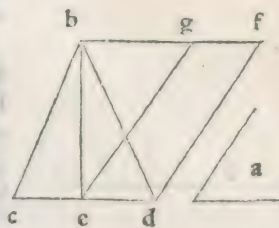


Euclī ex Camp.

Propositio 42.

- 42 ¶ Equidistantiū laterū superficiē designare: cuius angulus sit angulo assignato æqualis: ipsa vero superficies triangulo assignato æqualis.

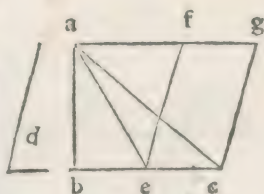
CAMPANVS. ¶ Sit assignatus angulus a: & assignatus triangulus b c d. volo describere superficiem æquidistantiū laterum æqualem triangulo b c d: cuius uterq; duorum angulorū ex aduerso positorum sit æqualis a. Diuido basin c d per dimidium in puncto e: & protrahe lineam b e. & a puncto b ducō b f æquidistantem c d. eritq; per 38 triangulus b e d: æqualis triangulo b c d. quare triangulus b e d: est dimidium totalis trianguli b c d. Igitur super punctum e lineæ d e, constituo per 23 angulum d e g: æqualem angulo a. & perficio parallelogrammum g e d f. quod etiam quia per præcedentem est duplum ad triangulum b e d: erit etiam æquale triangulo b c d, per hanc cōmūnem scientiam. quorum dimidia sunt æqualia: ipsa quoq; sunt æqualia. est enim triangulus b e d: vtriusq; dimidium. Quare descripsimus parallelogrammū g e d f æquale triangulo b c d: cuius uterq; duorum angulorū g e d & d f g ex aduerso positorum est æqualis angulo a. quod fuit propositum.



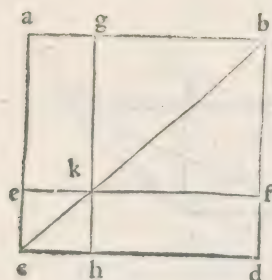
Euclī ex Zamb. Problema 11. propositio 42.

- 42 ¶ Dato triangulo æquale parallelogrammum constituere: in dato angulo rectilineo.

THEON ex Zamb. ¶ Sit datum triangulum a b c: datus vero angulus rectilineus sit d. oportet iam ipsi triangulo a b c æquale parallelogrammum constituere in angulo rectilineo æquali ipsi d. Secetur per 10 propositionem / linea b c bifariam: in signo e, & connectatur per 1 postulatū: a e. Constituaturq; per 23 propositionem / ad datam rectam lineam e c, ad datumq; in ea signum e, ipsi angulo d, æqualis angulus c e f. Et per 31 propositionem: per a, ipsi e c excitetur parallelus a g, & per eandē / per c ipsi e f / parallelus excitetur c g. parallelogrammum igitur: est f e c g. Et quoniam æqualis est b e ipsi e c: triangulum a b c per 38 / triangulo a e c est æquale, in æqualibus enim sunt basibus b e & e c: & in eisdem parallelis b c & a g. Duplum igitur est triangulum a b c: trianguli a e c. Parallelogrammum autem f e c g: per 40 duplum est trianguli a e c. basin enim eandem habet: in eisdemq; parallelis est. parallelogrammum igitur f e c g æquum est ipsi triangulo a b c: & habet angulum c e f æqualem dato angulo d. Dato igitur triangulo a b c, æquale constitutum est parallelogrammum f e c g: in angulo c e f qui æqualis est ipsi d. quod fecisse oportuit.



c.iiiij.



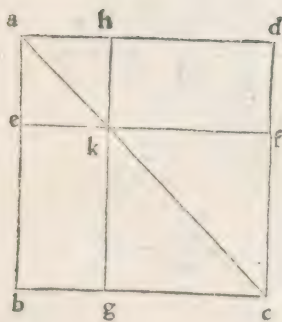
Omnis parallelogrammi spacii eorum quæ circa diame-
trum sunt parallelogrammorum supplementa: æqua
sibi inuicem esse necesse est.

CAMPANVS. Sit parallelogrammū a b c d: in quo protraham diame-
trum b c. & protraham e f æquidistantem vtriq; duorum laterū a b & c d:
quæ secet diametrum in puncto k. a quo ducam k g æquidistantem vtriq;
duorum laterum a c & b d: & producam eam quousq; secet vtrumq; latus
a b & c d, sitq; tota g k h. Erit totum parallelogrammū a b c d diuisum in
quatuor parallelogramma, quorum duo scilicet e c k h & g k b f dicuntur cō-
sistere circa c b: eo q̄ diameter transit per mediū eorum/et ideo sunt circa
diametrum, reliqua duo scilicet a e g k & k h f d: dicuntur supplementa. Hæc
duo supplementa: dicuntur esse æqualia, sunt enim duo trianguli a b c & c d
b: æquales per correl. 34. propositionis, similiter quoq; duo trianguli g
k b & f k b: sunt æquales per idē correlariū, at duo trianguli c e k & k h c:
similiter sunt æquales per idē correlariū. Demptis igitur duobus trian-
gulis b g k & k c e de totali triangulo a b c, ac duobus triāgulis reliquis
b f k & k c h de totali triangulo reliquo c d b: erunt per 3 communem ani-
mi conceptionem residua quæ sunt, duo dicta supplementa: æqualia, quod
est propositum.

Eucl. ex Zamb.

Theorema 32. propositio 43.

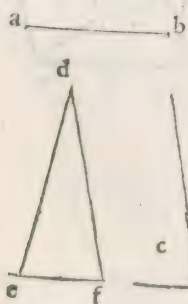
Omnis parallelogrammi eorum quæ circa diuidentem
sunt parallelogrammorum supplementa: sibi inuicem sunt æ-
qualia.



THEON ex Zamb. Sit parallelogrammum a b c d: diuidentem vero il-
lius sit a c, circa vero a c, sint parallelogramma e h & g f, supplementa vero:
sint b k & k d. Dico q̄ supplementum b k: æquale est supplemento k d.
Quoniam parallelogrammum est a b c d, diuidentem vero illius est a c: tri-
angulum a b c per 34. propositionem æquum est triangulo a d c. Rursus
quoniam parallelogrammum est a e k h, diuidentem vero illius est a k: trian-
gulum igitur a e k per eandem æquū est triangulo a h k, ac per hoc trian-
gulum k f c: æquum est triangulo k g c. At quoniam triangulum a e k tri-
angulo a h k est æquale, & triangulum k f c triangulo k g c est æquale:
triangula igitur a e k & k g c/ triangulis a h k & k f c sunt æqualia, est au-
tem totum triangulum a b c: toti triangulo a d c æquale, reliquum igitur
supplementum b k: per 3 communem sententiam reliquo supplemento k
d est æquale. Omnis parallelogrammi ergo: & quod sequitur reliquū, quod
oportuit demonstrasse.

Eucl. ex Camp.

Propositio 44.



Proposita linearecta: super eam/ superficiem æqui
distantium laterum cuius angulus sit angulo assi-
gnato æqualis/ ipsa vero superficies triāgulo assi-
gnato æqualis designare.

CAMPANVS. Designare superficiem æquidistantium laterū super
lineam aliquam: est lineam ipsam facere latus vnū ipsius superficiē. Sit
ergo data linea a b, & datus angulus c, & datus triangulus d e f. Super line-
am a b volo designare superficiē vnā æquidistantium laterum/ ita q̄ linea
a b sit vnū ex lateribus eius: cuius vterq; duorum angulorum ex aduerso
positorum sit æqualis angulo c, & ipsa totalis superficies sit æqualis tri-
angulo d e f. Differt autem hæc a 42: quia hic datur latus vnus superficiē
ei describendæ scilicet linea a b, ibi autem nullū. Cū ergo hoc voluero fa-
cere: adiungo lineam a g lineæ a b secundum rectitudinē/ quam pono æ-
qualem lineæ e f basi trianguli dati, super quam constituo triangulū vnū

dato triangulo æqualē: & eidē æquilaterum, quod hoc modo facio. Consti-
tuo angulum a g k æqualem angulo e: & angulum g a k æqualem angulo
f, per 23. & quia g a posita fuerat æqualis e fierit per 26 triagulus g a k
æqualis & æquilaterus triangulo c f d. Diuidā ergo g a per æqualia in pū-
cto h: & protraheam k h. & producam a puncto k: lineam m k n æquidistan-
tem lineæ g b. eritq; per 38 triagulus a h k: æqualis triagulo g h k. Tunc
super punctum a lineæ g a faciā angulum g a l per 23 æqualem angulo c
dato. & complebo super basin a h. & inter lineas g b & m n æquidistan-
tes/superficiem æquidistantium laterum m l h a: quæ per 41 dupla erit
ad triangulum h k a. æqualis igitur totali triangulo k g a. quare & trian-
gulo d e f proposito. Protraheam ergo b n æquidistantem a l. & producā
diametru n a: quam protraheam quousq; concurrat cum m h producta in
puncto o. & cōplebo superficiem æquidistantiū laterū m o n q. et protraheā
l a vsq; ad p punctum lineæ o q. eritq; per præcedentem/supplementum
a b p q: æquale supplemento m l h a. quare & triagulo d e f. & quia per 15
angulus l a h est æqualis angulo b a p. et ideo; angulus b a p est æqualis ā-
ngulo c: patet super datam lineam a b descriptā esse superficiē æquidistantiū
laterum a b p q æqualem dato triangulo d e f, cuius uterq; duorum angu-
lorum ex aduerso positorum qui sunt a & q, est æqualis dato angulo c.
quod fuit propositum.

Eucl. ex Zamb. Problema 12. Propositio 44.

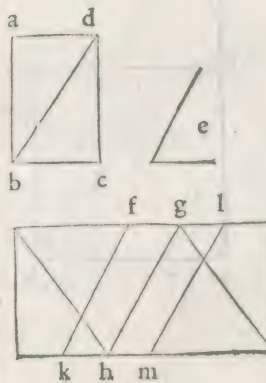
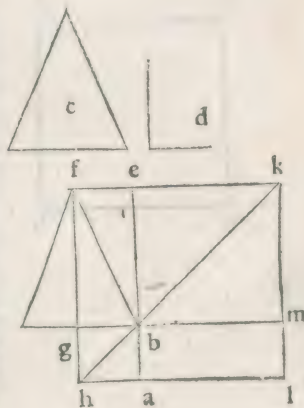
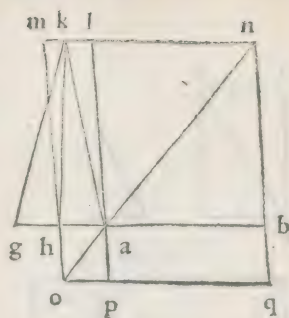
44. Ad datam rectam lineā: dato triangulo æquale parallelo-
grammum construere in dato angulo rectilineo.

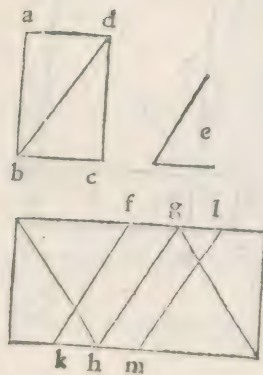
THEON ex Zam. ¶ Sit quidem data recta linea a b. datum vero trian-
gulu: sit c. datus autem angulus rectilineus sit d. oportet iam ad datam re-
ctam lineam a b: dato triangulo c æquale parallelogrammum prætende-
re in angulo d. Constituatur per 42 ipsi c triangulo æquale parallelogra-
mū b e f g: in angulo e b g qui ipsi d est æqualis. Et per 2 postulatū po-
natur vt b e sit in rectum ipsi a b. et extendatur f g in h. & per a per 31 pro-
positionē vtriusq; & b g & e f parallele excutetur a h. & cōnectatur per pri-
mum postulatū h b. Et quoniam in parallelos a h & e f recta linea inci-
dit h: anguli ergo a h f, h f e, per 29 propositionem duobus rectis sunt
æquales. anguli ergo b h g & g c: duobus rectis sunt minores. quæ autem
a minoribus duobus rectis in infinitum producantur: per 5 postulatū
concurrūt. Lineæ igitur h b & f e: in infinitum productæ concurrunt. pro-
ducantur igitur: & concurrant in k. Et per 31 propositionem/per k signū
vtriusq; e a & f h parallelus excutetur k l. & producantur per 2 postulatū li-
neæ h a & g b ad l, m, signa. Parallelogrammum igitur est h l k f: illiusq;
dimeriens est h k. circa vero ipsum dimerientē h k parallelogrāma sunt
a g & m e. supplementa vero: l b & b f. Igitur per 43 l b ipsi b f est æquale.
sed b f: per 42 ipsi triangulo c est æquale. igitur & l b: ipsi c est æquale. Et
quoniam angulus g b e per 15 angulo a b m est æqualis. Ad datam igitur
e ipsi d est æqualis: angulus igitur a b m ipsi d est æqualis. Ad datam igitur
rectā lineā a b: dato triangulo c æquale parallelogrammū prætenditur l
b, in angulo a b m qui ipsi d est æqualis. quod fecisse oportuit.

Eucl. ex Zamb. Problema 1, propositio 45.

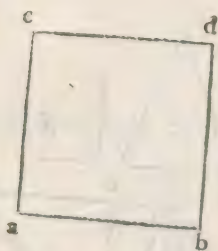
45. Ato rectilineo: æquale parallelogrammum constru-
ere in dato angulo rectilineo.

THEON ex Zā. ¶ Sit datū rectilineum a b c d: datus ve-
ro angulus rectilineus sit e. oportet iam ipsi a b c d rectilineo
æquale construere parallelogrammum in dato angulo rectilineo. Conne-
ctatur per primum postulatū d b. & constituatur per 42 triangulo a d b
æquale parallelogrammū f h, in angulo h k f, qui ipsi e est æqualis. & præ-
tendatur per 44 ad rectam lineam g h: triangulo d b c æquale parallelo-





grāmū g m, in angulo g h m qui ipsi e est æqualis. Et quoniā angulo e, ægulus h k f, et ægulus g h m est æqualis: ægulus igitur h k f, angulo g h m æqualis. Communis ponatur angulus k h g, anguli ergo f k h & k h g: an-
gulis k h g & g h m sunt æquales. Sed anguli f k h & k h g: per 29 propo-
sitionem duobus rectis sunt æquales. Ad aliquam rectam lineam g h per 14 propo-
sitionem ad aliquodq; in ea signum h, binæ rectæ lineæ k h & h m non in
eisdem partibus existētes: utrobq; angulos binis rectis æquales efficiūt.
In rectum igitur cit k h: ipsi h m. At quoniā in parallelos k m & f g recta
linea incidit h g: alterni anguli m h g & h g f per 29 propositionem si-
bi inuicem sunt æquales. Communis ponatur angulus h g l. Anguli ergo
m h g & h g l: angulis h g f & h g l sunt æquales. Sed anguli m h g & h
g l: per eandem duobus rectis sunt æquales. In rectum est igitur linea f g
lineæ g l. At quoniā f k ipsi h g per 34 æqualis est & parallelus, et ipsi h g
ipsa l m: igitur per 1 cōmunem sententiā f k ipsi l m æqualis est: & pa-
rallelus per 30 propositionē. Sed eas coniungunt rectæ lineæ k m & f l:
quæ per 33 propositionē æquales & paralleli sunt, parallelogrāmum igitur
est k f l m. Et quoniā per 42 triangulum a b d parallelogrāmo f h
est æquale: & triangulum d b c parallelogrāmo g m: totum igitur a b c d
rectilineum: toti k f l m parallelogrāmo est æquale. Dato igitur rectilineo
a b c d: æquum parallelogrāmum constituitur k f l m, in ægulo f k m ip-
si e dato æquali, quod fecisse oportuit.

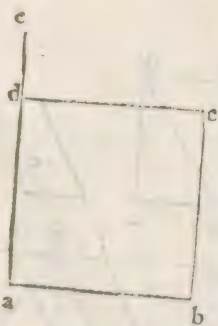


Eucl. ex Camp.

Propositio 45



EX data linea: quadratum describere.
CAMPANVS. Sit data linea a b: ex qua volo quadra-
tum describere. A punctis a & b lineæ a b educo per 11 li-
neas a c & b d perpendiculares ad lineā a b: quæ erunt æ-
quidistantes per vltimā partem 28. & pono vtramq; earum:
eidem a b per 3 æqualem. & protrahe lineam c d: eritq; ipsa æqualis &
æquidistans lineæ a b per 33. Et quia vterq; duorum æguloꝝ a & b est
rectus: erit vterq; duorum c & d rectus per vltimā partē 29. ergo per diffi-
nitionem quadrati: a b c d est quadratū, quod est propositum. Idem a
liter ostendere. Sit a c perpendicularis super lineā a b per 11: & sit ei
æqualis vt prius. & a puncto c per 31 ducatur c d æquidistans a b: & po-
natur æqualis ei. & ducatur lineā d b: quæ per 33 erit æqualis & æquidi-
stans a c. & omnes anguli recti: per vltimā partē 29. quare per diffini-
tionem quadrati habemus propositum.



Eucl. ex Zamb.

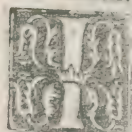
Problema 14: propositio 46.

EX data recta linea: quadratum describere.
THEON ex Zamb. Sit data recta linea a b. oportet ex a b recta li-
nea: quadratum describere. Excitetur per 11 propositionē ipsi: rectæ lineæ
a b, a dato signo a ad angulos rectos: a c. & ponatur per 3 propositionē:
ipsi a b æqualis a d. Et per 31 propositionē: per signum d: ipsi a b paral-
lelus excitetur d e. & per eandem: per signum b: ipsi a d excitetur paral-
lelus b e. æqualis igitur est a b ipsi d e: & a d ipsi b e. Sed a b: ipsi a d est
æqualis, quatuor igitur b a, a d, d e, & e b: sibi inuicem sunt æquales. æ-
quilaterum igitur est a d e b parallelogrāmum. Dico etiam q; & recta
h igitur b a d & a d e, per 29 propositionē duobus rectis sunt æquales.
angulus autem b a d est rectus, angulus igitur a d e: est etiam rectus, pa-
rallelogrāmorum locorum autem latera & anguli ex opposito: sibi inuicē
sunt æqualia per 34 propositionem. Ex opposito igitur ambo & a b e &
b e d anguli: sunt recti. Rectangulum igitur est a b e d. ostensum autem
est q; & æquilaterum. Quadratum igitur est: atq; ex data recta linea a b
descriptum, quod facere oportebat.

Eucl. ex Camp.

Propositio 46.

46



NOMINI triangulo rectangulo quadratum quod a latere recto angulo opposito in semetipso ducto describitur: æquum est duobus quadratis quæ ex duobus reliquis lateribus conscribuntur.

CAMPANVS. Sit triangulus abc : cuius angulus a sit rectus. Dico qd quadratum lateris b : æquum est quadrato lateris a & quadrato lateris a simul sumptis. Quadrabo ergo hæc tria latera: secundum doctrinam præcedentis: sitq; quadratum b c : superficies b c d e . & quadratum b a : superficies b f g a . & quadratum a c : superficies a h k . Ab angulo a , recto: ducā ad basin de basin maximi quadrati tres lineas. scilicet a l equi distantem vtriq; lateri b d & c e : quæ secet b c in puncto m . & hypothenusas a d & a e . Itaq; a duobus reliquis angulis trianguli qui sunt b & c : ducā ad duos angulos duorum quadratorum minorū / duas lineas se interfecantes intra ipsum triangulum / quæ sunt b k & c f . Et quia vterq; duorū angulorū b a & c & b a g , est rectus: per 14 erit g c linea vna. eadē ratione erit b h , linea vna: quia vterq; duorū angulorum c a b & c a h est rectus. Quia ergo super basin bf , & iter duas lineas æquidistantes quæ sunt c g & b f , constituta sunt parallelogrammū b f g a & triangulus b f c : erit per 41 parallelogrammū b f g a duplū triangulo b f c . sed triangulus b f c est æqualis triangulo b a d per 4: quia fb & b c latera primi sunt æqualia a b & b d lateribus postremi / & angulus b primi est æqualis angulo b postremi / eo qd vterq; constat ex angulo recto & angulo a b c cōmuni. ergo parallelogrammum b f g a est duplum ad triangulum a b d . Sed parallelogrammū b d l m est duplum ad eundem triangulum per 41: quia constituti sunt super eandem basin scilicet b d , & inter lineas æquidistantes quæ sunt b d & a l . ergo per communem scientiam quadratum a b f g & parallelogrammum b d l m sunt æqualia: quia eorum dimidia videlicet prædicti trianguli sunt æqualia. Eodem modo & per easdē propositiones mediantibus triangulis k b c & a e c probabimus quadratum a h k esse æquale parallelogrammo c e l m . Quare patet propositum.

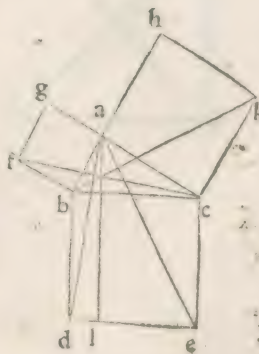
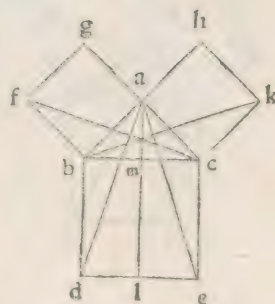
Eucl. ex Zamb.

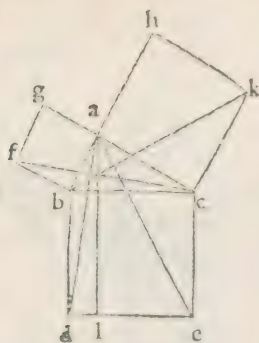
Theorema 33. propositio 47.

47

In rectangulis triangulis quadratum quod a latere rectū angulum subtendente fit: æquum est quadratis quæ fiunt ex lateribus rectum angulum continentibus.

THEON ex Zamb. Sit triangulum rectangulū abc : rectum habēs qui sub b a c , angulum. Dico qd quadratum quod fit ex b c : æquum est quadratis quæ fiunt ex b a & a c . Describatur igitur per 46 ex b c : quadratum b d e c . & per eandem ex b a & a c : quadrata a b f g & a h k . Et per a : ipsi b d & c e , per 31 propositionem parallelus excitetur a l , et connectantur per 1 postulatum: a d & c f . Et quoniam anguli b a c & b a g sunt recti: ad aliquam rectam lineam b a ad datumq; in ea signum a , duæ rectæ lineæ a c & a g nō in easdē partes proiectæ / angulos vtrobiq; duobus rectis æquos efficiunt per 14 propositionem. in rectum igitur est a : ipsi a g . Ac per hoc: & b a ipsi a h est in rectum. Et quoniā angulus d b c æqualis est angulo f b a , rectus enim vterq; est: communis ponatur angulus a b c . totus igitur d b a : toti f b c est æqualis. Et quoniā duæ a b & b d duabus f b & b c sunt altera alteri æquales / & angulus d b a angulo f b c est æqualis: basis igitur a d basi f c per 4 propositionē est æqualis / & triangulum a b d triangulo f b c est æquale. Trianguli vero a b d : per 41 parallelogrammum b d l m duplū est, basin enim habet eadē hoc est b d : in eisdemq; est parallelis hoc est b d & a l . Et trianguli quoq; f b c : per eandem quadratum g b duplum est, basin namq; eandem habet hoc est b f : & in eisdem est parallelis hoc est f b & g c . Quæ autem æqualium dupla sunt: per 6 communem sententiam adinuicem



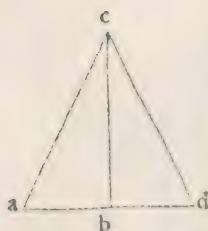


sunt æqualia. parallelogrammum igitur b l: æquum est quadrato g b. Si
militerq; si connectantur per i postulatam a e & b k: ostenditur parallelo
grammum c l, æquale esse quadrato h c. Totum igitur quadratum b d e
c: duobus g b & h c quadratis æquum est. Et quadratum b d e c: est des
criptum ex b c. at quadrata g b & h c: sunt descripta ex b a & a c. Quæ
dratum igitur quod ex b c latere: æquum est quadratis quæ fiunt ex la
teribus b a & a c. In rectangulis igitur triangulis, quadratum quod ex
rectum angulum subtendente latere fit: & quæ sequuntur reliqua vt in
theoremate. Quod erat ostendendum.

Eucl. ex Camp.

Propositio. 47.

Siquod ab vno triāguli latere in seipsum ducto pro
ducitur: æquum fuerit duobus quadratis quæ a du
obus reliquis lateribus describuntur: rectus est an
gulus cui latus illud opponitur.

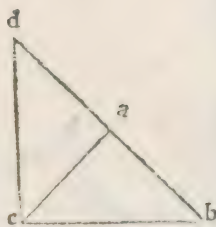


CAMPANVS. Lineam in seipsam ducere: est eius quadratum des
cribere. Sit triangulus a b c: sitq; quadratum lateris a c: æquale quadra
tis duorum laterum a b & b c simul iunctis. dico angulum b cui latus a c
opponitur: esse rectum. Et hæc est cōuersa prioris. A puncto b extraho li
neam b d per i perpendicularem super lineam b c: quam pono æqualem
a b. & produco lineam d c. erit per præcedentem: quadratum d c: æquale
duobus quadratis duarum linearum d b & b c. & quia b d posita est æqua
lis b a: erunt per communem scientiā quæ est linearū æqualium æqua
lia esse quadrata: quadrata duarum linearum a b & b d æqualia. quapro
pter erit quadratū d c: æquale quadrato a c. ergo per aliam cōmunem sci
entiam quæ est cōuersa prioris: scilicet lineas quarum quadrata sunt æ
qualia esse æquales: erit d c æqualis a c. quare per 3 angulus b trianguli
a b c: est rectus. quod est propositum.

Eucl. ex Zamb.

Theorema 34. Propositio 48.

Si triāguli quod ab vno laterum quadratum: æquale fue
rit eis quæ reliquis triāguli lateribus: quadratis: angulus cō
prehensus sub reliquis triāguli duobus lateribus: rectus
erit.

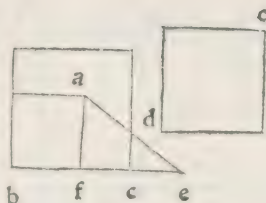


THEON ex Zā. Trianguli nāq; a b c, quod ex vno latere b c qua
dratum: æquum sit eis quæ ex b a, a c lateribus: quadratis. Dico q; angus
lus b a c: rectus est. Excitetur enim per i propositionem ab a, signo: ipsi
a c rectæ lineæ ad angulos rectos a d. Et per 3 propositionem: ponatur ip
si a b, æqualis a d. & per i postulatam: cōnectatur d c. Et quoniam æqua
lis est d a ipsi a b: quadratū q; ex d a, æquum est quadrato quod ex a b.
Commune apponatur quadratum quod ex a c. quadrata igitur quæ ex d
a & a c: æqualia sunt eis quæ ex b a & a c quadratis. At per præcedentem
quadratis quæ ex d a & a c: æquum est quadratū quod ex d c. Rectus enim
est angulus d a c. Quadratis autem ex b a & a c, per hypothesin æquum
est quadratum quod ex b c. nam id receptum est. Quadratum igitur quod
ex c d: æquum est quadrato quod ex b c. Quare latus d c: lateri b c est æ
quale. & quoniam d a, ipsi a b est æquale: communis autem a c: duæ igi
tur d a & a c, duabus b a et a c sunt æquales. & basis d c: basi b c æqualis.
Angulus igitur d a c angulo b a c per 3 propositionem est æqualis. At an
gulus d a c: rectus est. rectus igitur est et angulus b a c. Si triāguli ergo/
quod ab vno laterum quadratum: æquum fuerit eis quæ a reliquis trian
gli duobus lateribus: quadratis: angulus comprehensus sub reliquis duobus
triāguli lateribus: rectus erit. Quod erat ostendendum.

CAMPANI additio.

Propositis quibuscunq; quadratis: alteri illorum gnomos
nem reliquo æqualem describere.

¶ Propohantur ergo duo quadrata scilicet a b & c d. et sit propositum producere gnomonem circa quadratū a b: æqualem c d quadrato. Protrahatur itaq; vnum latus quadrati a b ad æqualitatem vnius lateris quadrati c d in continuum et directum/ et sit f e: ita q; f e sit æquale vni laterum quadrati c d. & ex e ducam lineam rectam ad a. sit ergo triangulus orthogonius: quia f e est angulus rectus. Nectatur ergo sic argumentum: secundum penultimā primi. quadratum e a est tantum: quantum quadratum e f et quadratum f a. sed quadratum e f est æquale quadrato c d: et quadratum f a est æquale quadrato a b. ergo quadratum a e: est æquale quadratis a b et c d. Item e f a: est triangulus. ergo e f & f a latera: sunt longiora a e latere/ secundū 20 primi. sed f a est æquale f b ratione quadraturæ. ergo e f & f b sunt longiora a e. ergo illa totalis linea scilicet e b: est maior a e. resecetur ergo b e ad æqualitatem a e, ad punctum c: ita q; b c sit æquale a e. ergo quadratum b c est æquale quadrato a e. sed quadratum a e: vt prius probatum fuit/ est æquale quadratis a b & c d. ergo quadratum b c est æquale eisdem. Sed quadratum b c addit supra quadratum a b. gnomonem illum quem vides. ergo gnomon ille: est quadrato c d æqualis. quod erat probandum.



EVCLIDIS MEGARENSIS

Geometricorum elementorum
primi libri

F I N I S.

¶ EVCLIDIS MEGARENSIS CLARISSIMI philosophi Mathematicorumq; facile principis: primum ex Campano, deinde ex Theone Græco commentatore, interprete Bartholomæo Zamberto Veneto, Geometricorum elementorum liber secundus.

¶ Euclides ex Campano.



Mne parallelogrammū rectāgūlū: sub duabus lineis angulum rectum ambientibus dicitur contineri.

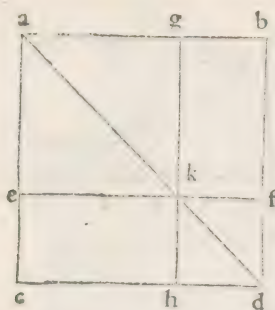
¶ CAMPANVS ¶ Parallelogrammum: est superficies æquidistantiū laterum.

¶ Parallelogramū rectāgūlū: est superficies æquidistantium laterū habens omnes angulos rectos. et producit ex vno duorum laterum eius ambientium vnum ex suis angulis/ ducto in reliquum. et ideo sub illis dicitur contineri.

¶ Omnis parallelogrāmi spaciē ea quidē quę diameter secat per medium parallelogrāma: circa eandem diametrū consistere dicuntur. Eorum vero parallelogrammorum quę circa eandem diametrum consistunt: quodlibet vna cum supplementis duobus / gnomon nominatur.

¶ CAMPANVS. Quę parallelogrāma dicuntur consistere circa diametrum/ et quę sunt supplementa: expositum est supra in demonstratione 43

GEO. ELE. EV.



primi. ¶ Sit enim parallelogrammum $abcd$: cuius diametrum $a d$ diuidat duæ $e f, g h$, ductæ lineæ æquidistantes lateribus oppositis dicti parallelogrammi secantes se, super diametrum $a d$, in puncto k , erit ipsum parallelogrammum diuisum in 4 parallelogramma. Et vnumquodq; duorum parallelogrammorum quæ sunt $a g e k$ & $k f h d$, quæ diameter secat per medium: dicitur consistere circa diametrum. Reliqua duo quæ diameter non secat: dicuntur supplementa. quæ duo supplementa cum vtroq; dictorum parallelogrammorum consistentium circa diametrum componunt figuram quandam qui gnomon appellatur, cui deest ad cõplementum parallelogrammi: parallelogrammum vnũ reliquũ circa diametrum consistentens, quod si addatur: supra diametrum totalis cõpositi consistet/ eritq; simile totali. Vnde parallelogrammum addito gnomone quamuis crescat: minimeta men alteratur/ quemadmodum dixit Aristoteles in prædicamentis.

Eucl. ex Zamb. Parallelogrammum rectangulum.



Mne parallelogrammum rectangulum: sub duabus rectum angulum comprehenditibus rectis lineis dicitur contineri.

¶ Quid gnomon.

¶ Omnis parallelogrammi loci eorum quæ circa dimetientem illius sunt parallelogrammorum vnumquodq; cum binis supplementis: gnomon vocetur.

Eucl. Camp.

Propositio 1.



¶ Si fuerint duæ lineæ quarũ vna in quotlibet partes diuidatur: illud quod ex ductu alterius in alteram fiet/ æquũ erit ijs quæ ex ductu lineæ indiuisæ in vnâquamq; partem lineæ particulatim diuisæ rectangula producentur.

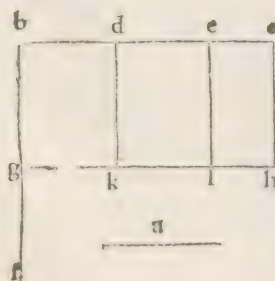
¶ CAMPANVS. ¶ Lineã in aliã lineam ducere: est supra terminos vnus earum duas lineas orthogonaliter aliq; æquales erigere/ et superficiem æquidistantium laterum rectangulã complere/ quæ sub illis duabus lineis per diffinitionem dicitur contineri. ¶ Sint duæ lineæ $a b$ et c : quarũ vna scilicet $a b$, in quotlibet partes diuidatur quæ sint $a d$ & $d e$ & $e b$. dico q; illud quod fit ex ductu c in totum $a b$: æquũ est illis parallelogrammis rectangulis simul iunctis quæ sũt ex c in $a d$ & in $d e$ et in $e b$. Super puncta a, b , erigã lineas $a f$ & $b g$ perpendiculares super lineam $a b$: quarum vtraq; sit æqualis lineæ c , & complebo rectangulam superficiem $a f b g$, ducta lineæ $f g$: quæ per diffinitionem producit ex c in $a b$, & sub illis dicitur contineri. Protraham quoq; per 31 primi a punctis d & e : lineas $d h$ & $e k$ æquidistantes lateribus $a f$ & $b g$, eritq; vtraq; earum æqualis c per 34. primi: quoniam vtraq; earum est æqualis $a f$, per diffinitionem igitur rectangulum $a d f h$ producit ex c in $a d$: & sub illis dicitur contineri. & rectangulum $d h e k$: ex c in $d e$, & rectangulum $e k b g$: ex c in $e b$. Et quia hæc rectangula simul iuncta sunt æqualia totali rectangulo $a f b g$: pater verum esse propositum.

Eucl. ex Zamb.

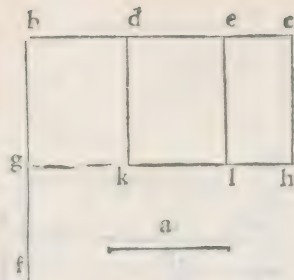
Theorema 1. propositio 1.

¶ Si fuerint binæ rectæ lineæ: seceturq; ipsarũ altera in quotlibet segmenta: rectangulum comprehensum sub duabus rectis lineis / æquum est eis quæ ab insecta & quolibet segmento rectangulis comprehenduntur.

¶ THEON ex Zamberto. ¶ Sint binæ rectæ lineæ a & $b c$: seceturq; earum altera $b c$ vtcunq; in d scilicet & e signa. Dico q; rectangulum cõprehensum sub a & $b c$: æquum est rectangulo comprehenso sub a & b



d, & ei quod sub a & d e, & etiā ei quod sub a & e c. Exciteturnāq; per 11 propositionē primi ex b ipsi b e ad angulos rectos b f. ponatur quoq; per 3 primi: ipsi a æqualis b g. & per g: ipsi b c per 31 primi parallelus excitetur g h. & per eandem: per d, e, c, ipsi b g excitetur paralleli d k, e l, c h. Aequum est iam b h ipsis b k, d l, & e h: & b h ei quod sub a & b c. comprehenditur enim sub g b & b c. æqualis autē est b g ipsi a. At b k: ei quod ex a & b d. comprehenditur nāq; sub g b & b d. æqualis autem est b g ipsi a. At d l ei quod sub a & d e. æqualis namq; est d k hoc est b g: ipsi a. Et insuper similiter e h: ei quod sub a & e c. Quod igitur sub a & b c comprehenditur: æquum est ei quod sub a & b d, & ei quod sub a & d e, & ei insuper quod sub a & e c. Si fuerint ergo binæ rectæ lineæ/seceturq; earum altera: & quæ sequuntur reliqua, quod erat ostendendum.

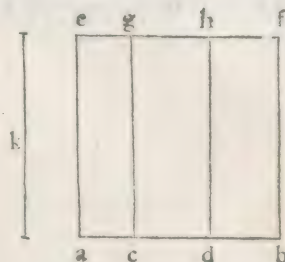


Eucl. ex Camp.

Propositio 2.

- 2 **S**i fuerit linea in partes diuisa: illud quod ex ductu totius lineæ in seipsam fit: æquum erit ijs quæ ex ductu eiusdem in omnes suas partes.

CAMPANVS. Sit linea a b diuisa in a c & c d & d b. dico q; illud quod fit ex ductu totius a b in se quod fit a e b f: æquum est ijs quæ fiūt ex ipsa tota in vnamquamq; dictarum partium. quod palam patebit: du ctis e g & d h æquidistāter a c & b f. **Aliter.** Sumatur k æqualis a b. eritq; per præmissam quod fit ex ductu k in totam a b: æquum ei quod fit ex ductu k in omnes partes a b. Et quia ex k in a b tantum fit quantum ex a b in se/ & ex k in omnes partes a b quantum ex a b in omnes partes eiusdem/ propter id q; k & a b sunt æquales: patet verum esse propositum.



Eucl. ex Zamb.

Theorema 2. propositio 2.

- 2 **S**i recta linea secetur vtcūq; quæ sub tota & quolibet segmentorum rectangula comprehenduntur/ æqualia sunt ei quod ex tota est quadrato.

THEON ex Zamb. Recta enim linea a b, secetur vtcūq; in signo e. Dico q; rectangulum comprehensum sub a b & b c, cum rectangulo cōprehensō sub b a & a c: æquum est quadrato quod ex a b. Describatur enim per 46 primi ex a b, quadratum a d e b. exciteturq; per 31 primi per c: vtriq; & a d & b e parallelus c f. æquum est igitur a e ipsis a f & c e. est autem a e: ex a b quadratum. Et a f: ex b a & a c rectangulum contentum, comprehenditur enim ex d a & a c. æqualis autem est a d ipsi a b. Et c e ei quod sub a b, b c. æqualis enim est b e ipsi a b. Quod igitur sub b a & a c cum eo quod sub a b & b c: æquum est quadrato quod ex a b. Si recta igitur linea/ & quæ sequuntur reliqua vt in theoremate, quod ostendere oportuit.

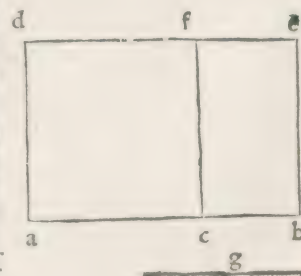


Eucl. ex Camp.

Propositio 3.

- 3 **S**i fuerit linea in duas partes diuisa: illud quod fiet ex ductu totius in alterutram partem/ æquum erit ijs quæ ex ductu eiusdē partis in seipsam et alterius in alteram.

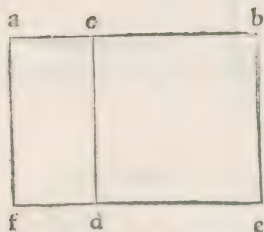
CAMPANVS. Sit linea a b diuisa in a c & b c. dico q; illud quod fit ex tota a b in eius partem a c: æquum est quadrato eiusdem a c partis & ei quod fit ex eadem parte a c in b c. Fiat quadratum lineæ a c quod fit a c d f. & perficiatur superficies a b d e. patebitq; propositum. **Aliter.** Sumatur g æqualis a c. Et quia b a in a c tantum est quantum a c in a b & e conuerso, & a c in a b, itē & in c b & in seipsam quantum g in eadē/ at g in totam a b quātum in a c & in c b per primam huius: patet propositum scilicet q; tantū erit a c in a b quantum in se & in c b. Quare



GEO. ELE. EV.

ecōuerso a b in a c quantū a c in se & in c b. Quod volumus demonstrare.
Eucl. ex Zamb. Theorema 3. propositio 3.

¶ Si recta linea secetur utcumq; rectangulum sub tota & vno segmentorum compræhensum æquum est ei quod sub segmento compræhenditur rectangulo & ei quod ex prædicto segmento fit quadrato.



¶ THEON ex Zamberto. ¶ Recta enim linea a b: secetur utcumq; in figno c. Dico qd rectangulum compræhensum sub a b & b c: æquum est rectangulo compræhenso sub a c & c b, cum quadrato quod ex b c. Describatur enim per 4.6 primi ex b c, quadratum c d e b: & extendatur e d in f, per secundum postulatū. Et per a, utriq; c d & b e per 31 primi parallelus excitetur a f. Aequum iam est a e, ipsis a d & c c. estq; a c rectangulum compræhensum sub a b & b c. compræhenditur etenim sub a b & b e. & æqualis est b e, ipsis b c. Et a d est quod sub a c & c b. æqualis enim est d c: ipsis c b. at d b quadratum est quod fit ex c b. Rectangulū igitur contentum sub a b & b c, æquum est rectangulo compræhenso sub a c & c b cum quadrato quod ex b c. Si recta igitur linea secetur & quæ sequuntur reliqua vt in theoremate. Quod demonstrasse oportuit.

Eucl. ex Camp.

Propositio 4.

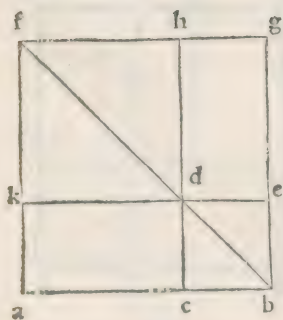


I fuerit linea in duas partes diuisa: illud quod ex ductu totius in seipsam fit æquum est ijs quæ ex ductu vtriusq; partis in seipsam & alterius in alteram bis.

Ex hoc manifestum est qd in omni quadrato duæ superficies quas diameter secat per medium: sunt ambæ quadratæ.

¶ CAMPANVS.

¶ Si linea a b: diuisa in a c & b c. dico qd quadratum totius a b: æquum est duobus quadratis duarum linearum a c & b c & duplo eius quod fit ex ductu vnius earum in alteram. Describam quadratum alterius partium: sitq; c d b e, quadratum lineæ c b. cui adiungam gnomonem secundum ductum directiū lineæ alterius scilicet a c: quem faciam hoc modo. In quadrato descripto protrahā diametrum b d. & a puncto a educam perpendicularem super lineam a b: quæ sit a k. quam a k & diametrum b d: producam vsq; quo per penultimam petitionem concurrant in puncto f. & a puncto f: producam f h æquidistantem lineæ a b. quam f h & b e: producam vsq; quo concurrant in puncto g. & producam c d vsq; ad h: & e d vsq; ad k. Et quia duo latera d e & e b, trianguli d e b sunt æqualia: erunt per 5 primi/duo anguli d e b & e b d æquales. & quia agulus e est rectus: erit per 32 primi vterq; eorum medietas recti. eadem ratione vterq; duorum agulorum c d b & c b d: erit medietas recti. Quare per secundam partem 29 primi & 15 eiusdē: erit vnusquisq; quatuor angulorū qui sunt h f d & h d f & k f d & k d f: medietas recti. ergo per 6 primi: f g & g b sunt æquales. similiter quoq; f a & a b. pari ratione f h & h d. itemq; f k & k d. quare vtraq; duarum superficierum a b g f & k d h f: est quadrata. Et quia totale quadratum a b f g quod est quadratum lineæ a b, constat ex duobus quadratis quæ consistunt circa diametrum quæ sunt quadrata duarum linearum a c & c b, & ex duobus supplementis quorum vnumquodq; producit ex a c in b c: patet propositum nostrum. ¶ Aliter. Sit linea a b: vt prius diuisa in a c & c b. eritq; per 2 huius quod fit ex tota a b in se: æquum ei quod fit ex ipsa in a c & c b. sed ex ipsa in a c tantum fit quantum ex a c in se & ex a c in b c, per 3 huius. Itemq; ex ipsa a b tota in b c tantum fit quantum ex c b in se & ex c b in a c per eandē, ergo quod fit ex tota a b in se: æquum est ei quod fit ex a c in se & in c b, & ex c b in se & in a c. quod est propositum. Sed hac via non patet correlarium: sicut via præcedenti patet. vnde prima est auctori magis consona.

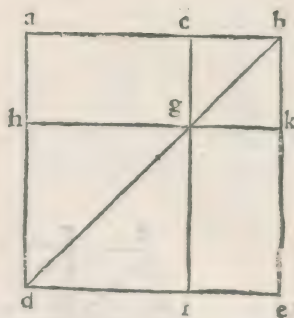


- 4 ¶ Si recta linea secetur vtcunq; quadratum quod fit ex total æquum est quadratis quæ fiunt ex segmentis & ei quod bis sub segmentis compræhenditur rectangulo.

THEON ex Zā. ¶ Recta enim linea a b: secetur vtcunq; in signo c. Dico q; quadratū a b: æquū est quadratis quæ fiunt ex a c & c b, & bis sub a c & c b cōtēto rectangulo. Describatur enim per 4-6 primi/ ex a b, quadratū a d e b: & cōnectatur b d. & per 31 primi/ per c: vtriscq; a d & b e parallelus excitetur c f, dispēscatur diametrū b d in g signo. & p eādē/ per g: vtriscq; a b & d e parallelus excitetur h k. Et quoniā parallelus est c f ipsi a d, & in eas incidit b d: per 29 & 29 primi/ angulus exterior c g b æqualis est interi ori & opposito a d b. Sed angulus a d b, ei qui sub a b d, per 5 primi est æqualis: quoniam latus b a, lateri a d est æquale. Igitur angulus c g b: angulo g b c est æqualis, quare per 6 primi & latus b c: lateri c g est æquale. Sed c b ipsi g k est æquale: & c g ipsi k b, igitur g k: ipsi k b est æquale. Aequilaterū igitur est: c g k b. Dico etiā q; rectangulum. Quoniam parallelus est c g ipsi b k, & in eas incidit linea c b: anguli igitur k b c & g c b: per 29 primi duobus rectis sunt æquales. angulus autem k b c rectus est. rectus igitur est & angulus b c g. Quare per 34 primi/ & ex opposito anguli c g k & g k b: sunt recti. Rectangulum igitur est c g k b. Ostensum autem est q; & æquilaterum, quadratum igitur est: estq; ex b c, ac per hoc/ h f quadratū est: & est ex h g, hoc est a c. Quadrata igitur h f & c k: sunt ex a c & c b. Et quoniam a g æquum est ipsi g e, estq; a g id quod sub a c & c b, æqualis namq; est g c ipsi c b: igitur g e per 43 primi/ æquum est ei quod sub a c & c b. Igitur & a g & g e: æqualia sunt ei quod bis est sub a c & c b. Quadrata autem h f & c k: sunt ex a c & c b. Quatuor igitur h f, c k, a g, & g e: sunt eis æqualia quæ fiunt ex a c & c b quadratis/ & ei quod fit bis sub a c & c b rectangulo. Sed h f, c k, a g, & g e: sunt totum a d e b, quod est quadratum quod ex a b. Quadratum igitur quod fit ex a b: æquū est eis quæ fiunt ex a c, & c b quadratis/ & ei quod bis sub a c & c b compræhenditur rectangulo. Si recta igitur linea secetur vtcunq; quadratum quod fit ex tota æquum est eis quæ ex sectionibus fiunt quadratis / & ei quod bis compræhenditur sub sectionibus rectangulo, quod demonstrasse oportuit

CALITER idem ostendere. ¶ Dico q; quadratum a b: æquum est eis quæ fiunt ex a c & c b quadratis/ & ei quod bis sub a c & c b compræhenditur rectangulo. In eadem enim descriptione/ quoniam æquale est a b ipsi a d: æqualis est angulus a b d ei qui sub a d b, per 5 primi. Et quoniā omnis trianguli tres anguli duobus rectis sunt æquales per 32 primi: trianguli a b d tres anguli a d b/ d b a/ & b a d/ duobus rectis sunt æquales/ per eandem. Rectus autem est angulus b a d. reliqui ergo anguli a b d, & a d b: vni recto sunt æquales. et sunt æquales alter alteri. vterq; igitur a b d & a d b: dimidium est recti. Angulus autem b c g, rectus est: æquus enī est ei qui ex opposito ad a per 29 primi. Reliquus igitur angulus c g b: dimidium est recti. Angulus igitur c g b: angulo c b g est æqualis, quare & latus b c: æquale est ipsi c g, sed b c: ipsi g k est æquale. & c g igitur: ipsi b k est æquale. Aequilaterū igitur est c k. habet autem & angulum c b k: rectū, quadratū est igitur c k, & est ex b c, & ob id/ h f quadratum est: & æquum est ei quod ex a c. igitur c k & h f: sunt quadrata / & æqualia sunt eis quæ ex a c & c b fiunt quadratis. Et quoniam æquum est a g ipsi e g, estq; a g id quod sub a c & c b, æqualis enī est c g ipsi c b: & e g igitur æquum est ei quod fit sub a c & c b. igitur a g & e g: sunt æqualia ei quod bis fit ex a c & c b. Sunt autem c k & h f: æqualia eis quæ fiunt ex a c & c b quadratis. Igitur c k, h f, a g, & g e: sunt æqualia eis quæ ex a c & c b, & ei quod bis fit sub a c & c b, sed c k, h f, a g, & g e: totum sunt a

d. i.



GEO. ELE. EV.

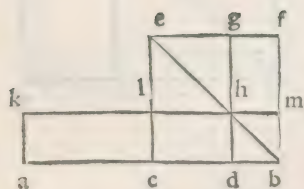
e quadratum quod fit ex a b. Quadratum igitur quod fit ex a b: æquū est quadratis quæ fiunt ex a c & c b, & ei rectangulo quod bis cōpræhēditur sub a c & b c, quod ostendere oportuit.

¶ CORRELARIUM. ¶ Ex hoc manifestum est, quod in quadratis areis parallelogramma quæ circa dimerientem: quadrata sunt.

Eucl. ex Camp.

Propositio 5.

Si linea recta per duo æqualia duosq; inæqualia secetur: quod sub inæqualibus totius sectionis rectangulum continetur cum eo quadrato quod ab ea quæ inter utraq; est sectiones describitur: æquum est ei quadrato quod a dimidio totius lineæ in se ducto describitur.

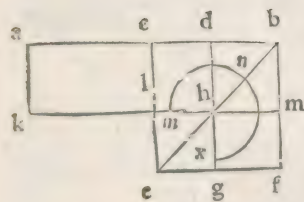


¶ CAMPANVS. ¶ Si linea a b diuisa per æqualia in puncto c: & per inæqualia in puncto d, dico quadratum c b: esse æquale ei quod fit ex a d in d b, & quadrato c d. Describam quadratum c b, quod fit ex b f: in quo protraham diametrum e b, & ducam d g æquidistantem b f: quæ secet diametrum e b in puncto h, & a puncto h educam æquidistantem lineæ a b: quæ sit h k, secans lineam b f in puncto m, & lineam c e in puncto l, & protraham a k: æquidistantem c e. Eritq; per correlarium præmissæ: vtriusq; duarum superficierum l g & d m: quadrata. & per 43 primi: duo supplementa c h & h f: æqualia. Ergo addito quadrato d m, vtriusq; erit parallelogrammum c m æquale parallelogrammo d f, & quia a l est æquale c m per 36 primi: erit a h æquale gnomoni qui circumstat quadrato l g, ergo addito vtriusq; quadrato l g: erit a h cum quadrato l g æquale quadrato e f, quod est propositum.

Eucl. ex Zamb.

Theorema 5. Propositio 5.

¶ Si recta linea secetur in æqualia et non æqualia: rectangulum compræhensum ab inæqualibus sectionibus totius vna cum quadrato quod a medio sectionū: æquum est ei quod a dimidia fit quadrato.



¶ THEON ex Zamberto. ¶ Recta enim linea quædam a b secetur quidem in æqualia in c: & in non æqualia in d. Dico quod rectangulum cōpræhensum sub a d & d b vna cum quadrato quod ex c d: æquum est ei quod fit ex c b quadrato. Describatur enim per 46 primi: ex c b: quadratum c e f b, & per primum postulatum connectatur b e, & per 31 primi: per d: vtriusq; & c e & b f parallelus excitetur d g, secans b e in puncto h, & per eandem per h: vtriusq; a b & e f parallelus excitetur a k, æqualis ipsi a b, & rursus per eandem per a: vtriusq; c l & b m parallelus excitetur a k, Et quoniam per 43 primi: supplementum c h æquum est supplemento h f: cōmune ponatur d m, totum igitur c m: toti d f est æquale. Sed c m ipsi a l est æquale: quoniam a c ipsi c b est æqualis, & a l igitur ipsi d f est æquale. Cōmune ponatur c h, totum igitur a h: ipsis d l & d f est æquale. Sed a h: æquum est ei quod sub a d & d b, æqualis enim est d h ipsi d b, & f d l est m n x gnomon. Gnomon igitur m n x: æqualis est ei quod sub a d & d b. Cōmune ponatur l g: quod æquum est ei quod fit sub c d, gnomon igitur m n x & l g: sunt æqualia rectangulo compræhensum sub a d & d b, & ei quod fit ex c d quadrato per 36 primi. Sed gnomon m n x & l g: totum sunt quadratum c e f b quod est ex b c. Rectangulum igitur compræhensum sub a d & d b vna cum quadrato quod ex c d fit: æquum est quadrato quod fit ex c b. Si recta igitur linea: & quæ sequuntur reliqua vt in theoremate, quod oportuit demonstrasse.

Eucl. ex Camp.

Propositio 6.

Si recta linea in duo æqualia diuidatur: alia vero ei linea in longum addatur: quod ex ductu totius iam compositæ in eam quæ iam adiecta est: cū eo quod

ex ductu dimidię in seipsam æquum est ei quadrato quod ab ea quę constat ex adiecta & dimidia in seipsam ducta describitur.

CAMPANVS. ¶ Sit linea a b diuisa per æqualia in pñcto c: eiq; addatur linea b d. dico q; quadratum c d, quod fit c d e f: æquale est ei quod fit ex tota a d in b d & quadrato c b. Producam in quadrato prædicto e d, diametrum d e & ducam lineam b g æquidistantem d f: quę secet diametrum d e in puncto h. a quo h, producam æquidistantem lineę a b: quę sit h k, secans d f in puncto m, & c e in puncto l. & producam a k; æquidistantem e l. eritq; per 36 primi / a l: æquale c h. At c h: erit æquale h f, per 43 primi. quare a l: est æquale h f. Ergo addito c m vtrobiq; erit a m æquale toti gnomoni circumstanti l g. quare l g addito vtrobiq; erit a m cum l g, æquale toti quadrato c f. Et quia vtrq; duarum superficierū l g & b m est quadrata per correlarium 4 huius: patet propositum.

Eucl. ex Zamb. Theorema 6. propositio 6

- 6 ¶ Si recta linea bifariam secetur /adijciaturq; ei aliqua recta linea in rectum: rectangulum compræhensum sub tota cum apposita & apposita /vna cum quadrato quod fit a dimidia / æquum est ei quod fit ex coniecta ex dimidia & appositatā quam ex vna descripto quadrato.

THEON ex Zamb. ¶ Recta enim linea a b secetur bifariam in signo c: apponaturq; ei aliqua recta linea in rectum /b d. Dico q; rectangulum compræhensum sub a d & d b, vna cum quadrato quod fit ex b c: æquum est ei quod fit ex d c, quadrato. Describatur per 4-6 primi / ex c d quadratum c e f d. & per 1 postulatū connectatur d e. & per 31 primi per b signum /vtriq; earum e c & d f: parallelus excitetur b g, secans b e in puncto h. & per eandem per h signum / vtriq; earum a d & e f: parallelus excitetur k m. & insuper per eandem per a, vtriq; earum c l & d m: parallelus excitetur a k. Quoniam igitur per 36 primi / æqualis est a c ipsi c b: æquum est a l ipsi c h. Sed per 43 primi / c h æquum est ipsi h f. Igitur & a l: ipsi h f per eandem est æquale. commune apponatur c m. totum igitur a m: gnomoni n x o est æquale. Sed a m: est id quod fit sub a d & d b. æqualis enim est d m ipsi d b. & gnomon igitur n x o: æqualis est rectangulo compræhensio sub a d & d b. Commune apponatur l g: quod æquum est quadrato quod fit ex b c. Rectangulum igitur compræhensum sub a d & d b, vna cum eo quod ex c b quadrato: æquū est ipsi n x o gnomoni / & ipsi l g. sed gnomon n x o, & l g: totum sunt c e f d quadratum / quod fit ex c d. Rectangulum igitur compræhensum sub a d & d b, vna cum quadrato quod ex b c: æquum est quadrato quod ex c d. Si recta igitur linea & quę sequuntur reliqua. Quod ostendere oportuit.

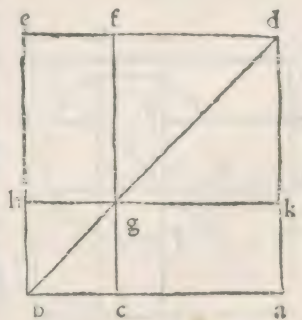
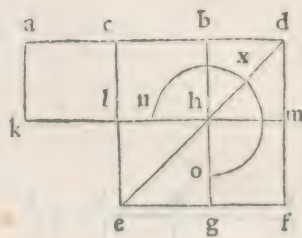
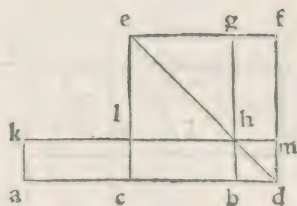
Eucl. ex Camp.

Propositio 7.

- 7 ¶ I linea in duas partes diuidatur: quod fit ex ductu totius in seipsam cum eo quod est ex ductu alterius partis in seipsam / æquum est eis quę ex ductu totius lineę in eandem partem bis & ex ductu alterius partis in seipsam.

CAMPANVS. ¶ Sit linea a b diuisa in duas partes in puncto c. dico q; quadratum totius ab cum quadrato b c: æquum est ei quod fit ex a b in b c bis cum quadrato a c. Describatur quadratum totius: quod sit a b d e. & ducatur diameter b d: & c f æquidistans b e, secans diametrum in puncto g. & ducatur k g h æquidistans a b. Et quia quadratū a e cū quadrato c h tantum sunt quantum quadratum k f cum duabus superficieribus a h & c e: patet propositum.

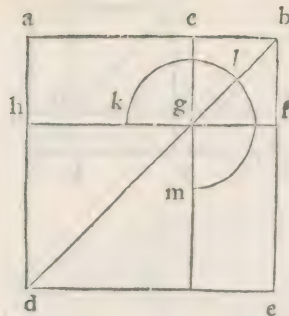
d. ii.



GEO. ELE. EV.

Eucl. ex Zamb. Theorema 7. propositio 7.

¶ Si recta linea secetur utcumq; quod a tota & ab vno segmentorum utraq; fiunt quadrata/æqualia sunt rectangulo comprehenso bis sub tota et dicto segmento / & ei quod a reliquo segmento fit quadrato.

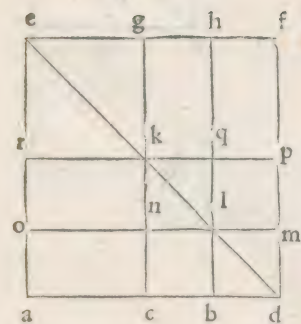


¶ THEON ex Zamb. ¶ Recta enim linea a b: secetur utcumq; in signo c. dico q; quadrata ex a b & b c: æqua sunt rectangulo cõtento bis sub a b & b c, & ei quod fit ex a c, quadrato. Describatur enim per 46 primi/ ex a b: quadratum a d e b. describaturq; figura. Quoniam per 43 primi/ æquũ est a g ipsi g e: commune apponatur c f. totum igitur a f: toti c e est æqua le. Igitur a f & c e: duplum est ipsius a f. Sed a f & c e: sunt k l m gnomon/ & c f quadratũ. & k l m igitur gnomon & c f: duplum est ipsius a f. Est au tem ipsius a f duplum: & bis illud quod ex a b & b c fit. æqualis enim est b f ipsi b c. ergo k l m gnomon/ & quadratum c f: æquum est rectangulo contento bis sub a b & b c. commune apponatur d g: quod est quadratũ ex a c. gnomon igitur k l m, & b g & g d quadrata: æqualia sunt & ei qũ bis sub a b & b c rectangulo continetur/ & ei quod ex a c fit quadrato. Sed k l m gnomon/ & quadrata b g & d g: totum sunt b a d e & c f, quæ sunt ex a b & b c quadrata. quadrata igitur ex a b, b c: æqualia sunt rectangu lo bis sub a b & b c comprehenso/ cum eo quod fit ex a c quadrato. Si re cta igitur linea: & quæ sequuntur reliqua vt in theoremate. quod demõ strasse oportuit.

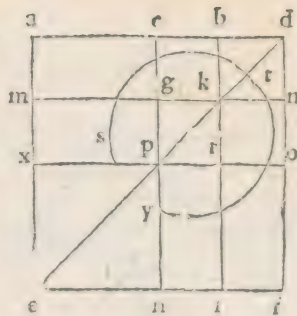
Eucl. ex Camp.

Propositio. s.

¶ I linea in duas partes diuidatur/ eiq; in lõgum æ qualis vni diuidentium adiungatur: quod ex du ctu totius iam cõpositæ in seipsam fiet / æquũ e rit ijs quæ ex ductu prioris lineæ in eam adiectã quater/ & ei quod ex ductu alterius diuidentis in seipsam.



si k n est æqualis. & perinde p r ipsi r o est æqualis. Et quoniam æqualis est b c ipsi b d, & g k ipsi k n: æquū est igitur c k ipsi k d, & g r ipsi r n, per tricesimam sextam primi. Sed per 43 primi / c k: ipsi r n est æquale. Supplementa enim sunt parallelogrami c o. & k d igitur: ipsi n r est æquale. Igitur d k, & c k, g r, & r n: sibi inuicē sūt æqualia. ipsa quatuor igitur quadruplicata sunt ipsius c k. Rursus quoniam æqualis est c b ipsi b d, sed b d quidem ipsi b k, hoc est ipsi c g est æqualis: & c b igitur hoc est g k, ipsi g p est æqualis. & c g igitur ipsi g p est æqualis. Et quoniam æqualis est c g ipsi g p, & p r ipsi r o: æquū est a g ipsi m p, & p l ipsi r f, sed m p: ipsi p l per 43 primi est æquale. Supplementa enim sunt parallelogrami m l. & a g igitur ipsi r f per 43 eiusdem est æquale. Quatuor igitur a g, m p, p l, & r f sibi inuicem sunt æqualia. quatuor igitur quadruplicata sunt ipsius a g. ostensum autem est quatuor c k, k d, g r, & r n: ipsius c k quadruplicata. octo igitur quæ gnomonem s t y complectuntur: quadruplicata sunt ipsius a k. Et quoniam a k est sub a b & b d, æqualis enim est b k ipsi b d: quod igitur quater est sub a b & b d, quadruplicatū est ipsius a k. ostensum est autem q, ipsius a k, quadruplicatum: est gnomon s t y. Igitur id quod quater est sub a b & b d: gnomoni s t y æquū est. Commune apponatur x h: quod æquū est quadrato quod ex a c. Rectangulum igitur quater sub a b & b d comprehensum / cum quadrato quod ex a c: æquū est gnomoni s t y & ei quod est x h. Sed s t y gnomon & x h: totum sunt a e f d quadratum quod est sub a d. ac id quod quater sub a b & b d, vna cum eo quod fit ex a c: æquū est ei quod fit sub a d quadrato. æqualis autem est b d ipsi b c. Rectangulum igitur comprehensum quater sub a b & b c / vna cum eo quod fit ex a c quadrato: æquū est ei quod fit ex a d, hoc est ei quod fit ex a b & b c tanquam ab vna descripto quadrato. Si recta igitur linea: & quæ sequuntur reliqua, quod erat ostendendum.



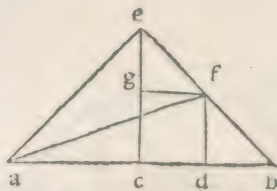
Eucl. ex Camp.

Propositio. 9.

SI linea in duo æqualia duob; inæqualia diuiditur: quæ sunt ex ductu vtriusq; inæqualiū sectionum in seipsam pariter accepta: duplum sunt vtriusq; pariter acceptis: quæ quidem ex dimidia eaq; quæ vtriusq; sectioni interiacet quadratis describuntur.

CAMPANVS. Sit linea a b diuisa per æqualia in c & per inæqualia in d. Dico q, quadratum a d & quadratū d b simul iuncta: dupla sunt quadrato a c & quadrato c d simul iunctis. Super lineam a b, erigo lineam e: perpendicularem & æqualem vtriusq; earum linearum a c & c b, & produco e a & e b, eritq; per 31 primi / vterq; angulorū a & b, & vterq; angulorum partialium qui sunt ad e: medietas recti / totusq; e, rectus. Et produco d f: æquidistantem c e, & perpendicularem super lineam a b. eritq; vterq; angulorū d, rectus: & angulus d f b, medietas recti per 31 primi siue per secundam partem 29 primi. Quare per 6 primi d f & d b sunt æqualia. A puncto f duco g: æquidistantē a b, eritq; per secundam partem 29 primi & per 31 eiusdem / vterq; angulorum g, rectus: & angulus e f g per 31 medietas recti. quare per 6 eiusdem: latera e g & g f, sunt æqualia. Et quia per penultimam eiusdem / quadratum e f est æquale quadrato e g & quadrato g f: ipsum erit duplum ad quadratum g f. quare ad quadratum c d. Item quia per eandē quadratū e a est æquale quadrato a c & quadrato c e: ipsum erit duplum ad quadratum a c. & quia quadratū a f est æquale quadrato e f & a e per eandē: ipsum erit duplum ad quadratum a c & ad quadratū c d. Sed quadratum a f est iterum æquale per eandē quadrato a d & quadrato d f. ergo quadratum a d & quadratum d f: dupla sunt ad quadratum a c & ad quadratum c d. Et quia quadra-

d. iii.



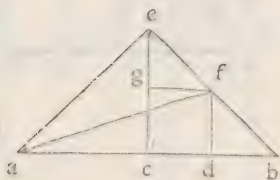
GEO. ELE. EV.

rum d f est æquale quadrato d b: erunt quadrata duarum linearum a d & d b, dupla quadratis duarum linearum quæ sunt a c & c d, quod est propositum.

Eucl. ex Zamb.

Theorema. 9. propositio. 9.

¶ Si recta linea secetur in æqualia et non æqualia: quæ ab inæqualibus totius segmentis sunt quadrata / dupla sunt eius quod a dimidia et eius quod a medio sectionis fit / quadratorum.



¶ THEON ex Zamberto. ¶ Recta enim linea quedam a b: secetur in æqualia in signo c, & in non æqualia in d. Dico qd quadrata ex a d & d b: dupla sunt eorum quæ ex a c & c d sunt quadratorum. Excitetur enim per 11 primi / ex c signo ipsius a b, ad angulos rectos c e: & ponatur per 31 primi / æqualis utriq; ipsarum a c & c b. et per 1 postulatum connectantur a e & e b. Et per 31 primi / per d: ipsi e c, parallelus excitetur d f. & per eandem / per f: ipsi a b, parallelus excitetur f g. & per 1 postulatum connectantur a f. Et quoniam æqualis est a c ipsi c e: æqualis est per 5 primi / angulus e a c angulo c e a. Et quoniam rectus est angulus qui ad c: reliqui igitur anguli e a c & a e c, vni recto sunt æquales. utriq; igitur eorum qui sub a e c & e a c: recti dimidius est. Ob id quoq; & utriq; ipsorum e b c & c e b: recti dimidius est. Totus igitur a e b: rectus est. Et quoniam qui sub g e f recti dimidius est / rectus autem qui sub e g f, æqualis enim interiori est opposito per 29 primi / hoc est ipsi e c b: reliquus igitur qui sub e f g, recti dimidius est. Aequus igitur est per 6 communem sententiam qui sub g e f & e f qui sub e f g. quare per 6 primi / & lateri g f est æquale. Rursus quoniam angulus qui ad b, recti dimidius est / rectus autem est g sub f d b, æqualis enim rursus est interiori & opposito ipsi e c b per 29 primi: reliquus igitur qui sub b f d, recti dimidius est. Aequalis igitur est angulus qui ad b: ipsi d f b. Quare per 6 primi / & lateri d b est æquale. Et quoniam a c æqualis est ipsi c e: & æquum est quod ex a c ei quod ex c e. quadrata igitur quæ sunt ex a c & c e: æquum est quod ex a c est ex a c. At per 47 primi / eis quæ sunt ex a c & c e: erunt sunt dupla quæ ex a c fit quadratum, angulus enim qui sub a c e: rectus est. Igitur quod ex a e fit: eius quod est ex a c, duplū est. Rursus quoniam æqualis est e g ipsi g f: æquū est id quod ex e g / ei quod ex g f. Quadrata igitur quæ sunt ex g e & e f: dupla sunt quadrati quod ex g f. Quadratis autem quæ sunt ex e g & g f: æquū est id quod ex e f / per 47 primi. quadratum igitur quod ex e f: duplum est eius quod ex g f. Aequalis autem est g f ipsi c d. igitur quod ex e f: duplum est eius quod ex c d. Est autem & id quod ex a e: duplum eius quod fit ex a c. Quadrata igitur quæ ex a e & e f: quadratorum quæ sunt ex a c & c d dupla sunt. Eis autem quæ sunt ex a e & e f: æquum est id quod ex a f fit quadratum / per 47 primi. Quadratum igitur ex a f: eorum quæ ex a c & c d sunt / duplum est. Et autem quod fit ex a f: æqualia sunt ea quæ sunt ex a d & d f / per 47 primi. rectus enim est angulus qui ad d. Ea igitur quæ ex a d & d f: dupla sunt eorum quæ ex a c & c d sunt / quadratorum. Aequalis autem est d f: ipsi d b. quadrata igitur quæ ex a d & d b sunt: dupla sunt eorum quæ ex a e & c d sunt / quadratorum. Si recta igitur linea secetur in partes æquales & inæquales: quæ ab inæqualibus totius segmentis sunt quadrata / dupla sunt eius quod ex dimidia & ex medio segmentorum fit / quadratorum. quod oportuit demonstrasse.

Eucl. ex Camp.

Propositio 10.



¶ I linea in duo æqualia dividatur / eiq; in longum alia addatur: quadratum quod describitur a tota cū addita / et quadratū quod ab ea quæ addita est utraq; quadrata pariter accepta / ei quadrato quod

a dimidia eius quod ab ea producitur quæ ex dimidia adiecta; quæ consistit vtriusque quadratis pariter acceptis dupla esse necesse est.

CAMPANVS. **C**Si linea a b diuisa per æqualia in c: & addita sibi linea b d. dico quod duo quadrata duarum linearum a d & b d, pariter accepta: dupla sunt duobus quadratis duarum linearum a c & c d, pariter acceptis. Erigo c e perpendicularem super lineam a b: & æqualem vtriusque linearum a c & c b. & perficio triangulū a e b: ductis lineis a e & e b. eritque ut in præmissa vterque angulorum a & b, & vterque eorū qui sunt ad c: medietas recti per 32 primi/ totusque est rectus. A puncto e, produco e f: æqualem & æquidistantē c d. & produco f d & e b: quousque concurrant in puncto g. & produco lineam a g. Eratque per ultimam partem 29 primi/ angulus c e f: rectus. sed angulus c e b: est medietas recti. ergo angulus b e f: est similiter medietas recti. & quia per 33 primi/ f d est æquidistans c e: erit per 34 eiusdem/ angulus f e d: rectus. ergo per 32 eiusdem: erit angulus e g f: medietas recti. item per eandem/ angulus d b g: similiter medietas recti: propter id quod angulus b d g: est rectus. ergo per 6 eiusdem/ duo latera e f & f g sunt æqualia: item duo latera d b & d g sunt æqualia. Ergo per penultimam eiusdem/ quadratum e g: duplum est ad quadratum e f. quare ad quadratum c d. Itemque per eandem/ quadratum a e: duplum est ad quadratum a c. & quia quadratum a g: est per eandem æquale quadratis a e & e g. similiter quoque & quadratis a d & d g, at quia quadratum d g: est æquale quadrato b d: erunt duo quadrata duarum linearum a d & b d pariter accepta / dupla duobus quadratis duarum linearum a c & c d pariter acceptis. quod est propositum. Hæc autem & omnes præmissæ: veritatē habent in numeris sicut in lineis.

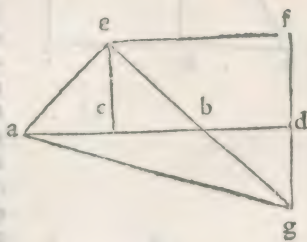
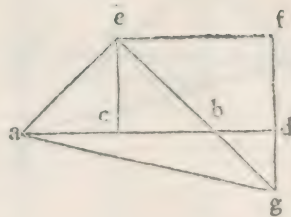
Euci. ex Zamb.

Theorema 10. propositio 10.

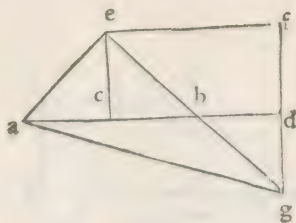
- 10 **C**Si recta linea secetur bifariam: apponatur autē ei quæpiā recta linea in rectum: quod ex tota cum apposita et quod ex apposita vtriusque quadrata: dupla sunt eius quod ex dimidia et eius quod ex adiacente dimidia et adiecta tanquam ex vna/ descriptorum quadratorum.

THEON ex Zamberto. **R**ecta enim quædam linea a b, secetur bifariam in c: apponaturque ei quæpiam recta linea in rectum, b d. Dico quod quadrata quæ ex a d & d b: dupla sunt quadratorum quæ fiunt ex a c & c d. Excitetur per vndecimam primi/ ab ipso c signis ipsi a b ad angulos rectos c e & ponatur per 3 primi/ æqualis vtriusque ipsarum a c & c b: & per primum postulatū connectantur e a & e b. Et per 31 primi/ per e ipsi a d parallelus excitetur e f. & per eandem/ per d: ipsi c e parallelus excitetur d f. Et quoniam in parallelos rectas lineas c e & d f, recta quædam linea incidit e f: anguli igitur c e f & e f d, per 29 primi duobus rectis sunt æquales. Anguli igitur f e b & e f d: duobus rectis sunt minores/ per eandem. Quæ autem a minoribus duobus rectis producuntur: per 5 postulatū coincidunt. igitur e b & f d productæ ad partes b, d: coincidunt. producantur: & coincident in g. & per 1 postulatū connectatur a g. Et quoniam æqualis est a c ipsi c e: angulus quoque a c e angulo e a c: est æqualis per 5 primi. & rectus est qui ad c. dimidius ergo recti: est vterque qui sub e a c & a c e. Et propterea vterque etiam qui sub c e b & e b c: recti dimidius est: rectus igitur est g sub a e b. Et quoniam angulus e b c: recti dimidius est: & per 15 primi angulus igitur d b g: recti dimidius est. Angulus autē b d g: rectus est. æqualis enim est ei qui sub d c e, alterni enim. reliquis igitur angulus b g d: recti dimidius est. Igitur per 6 communē sententiā primi/ angulus d g b: ei qui sub d b g: est æqualis. Quare per 6 primi/ & latus b d: lateri d g æquum est.

d. iiii.



GEO. ELE. EV.



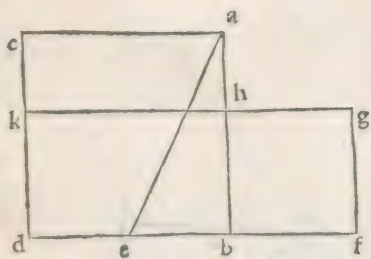
Rursus quoniam angulus $e g f$, recti dimidius est/rectus autem qui ad f (æqualis enim per 34 primi ex opposito ei qui ad c) reliquus igitur æqualis $f e g$, recti dimidius est. Angulus igitur $e g f$ angulo $f e g$ est æqualis. Quare per 6 primi & latus $f e$ lateri $f g$ est æquale. Et quoniam æqualis est $e c$ ipsi $c a$: quadratum quoque quod ex $e c$, ei quod est ex $c a$, quadrato æquum est. quadrata igitur quæ sunt ex $c e$ & $c a$: dupla sunt eius quod fit ex $a c$, quadrati. Eis autem quæ fiunt ex $e c$ & $c a$: per 47 primi/æquum est id quod ex $e a$. Quadratum igitur quod ex $e a$: duplum est eius quod fit ex $a c$. Rursus quoniam æqualis est $g f$ ipsi $e f$: quadratum quod fit ex $g f$, æquum est ei quod fit ex $e f$, quadrato. quadrata igitur quæ ex $g f$ & $e f$ fiunt: eius quod fit ex $e f$, dupla sunt. Eis autem quæ fiunt ex $g f$ & $e f$: per 47 primi/æquum est id quadratum quod fit ex $e g$ & $g d$ igitur quod fit ex $e g$: duplum est eius quod fit ex $e f$. Aequalis autem est $e f$ ipsi $c d$. id igitur quod fit ex $e g$: duplum est eius quod fit ex $c d$. Patuit autem quod id quod fit ex $e a$: duplum est eius quod fit ex $a c$. Quadrata igitur quæ fiunt ex $a e$ & $e g$: eorum quæ fiunt ex $a c$ & $c d$ quadratorum/dupla sunt. Quadratis autem quæ fiunt ex $a e$ & $e g$: æquum est id quod fit ex $a g$ quadratum/per 47 primi. Quadratum igitur quod fit ex $a g$: eorum quæ fiunt ex $a c$ & $c d$, duplum est. Ei autem quod fit ex $a g$: æqualia sunt quadrata quæ fiunt ex $a d$ & $d g$. Quadrata igitur quæ fiunt ex $a d$ & $d g$: dupla sunt eorum quæ ex $a c$ & $c d$ fiunt, quadratorum. æqualis autem est $d g$ ipsi $d b$. Quadrata igitur quæ fiunt ex $a d$ & $d b$: dupla sunt eorum quæ fiunt ex $a c$ & $c d$ quadratorum. Si recta igitur linea secetur bifariam: & quæ sequuntur reliqua vt in theoremate. quod ostendere oportebat.

Eucl. ex Camp.

Propositio 11.



Atam lineam sic secare: vt quod sub tota & vna portione rectangulum continetur/æquum sit ei quod fit ex reliqua sectione quadratum.



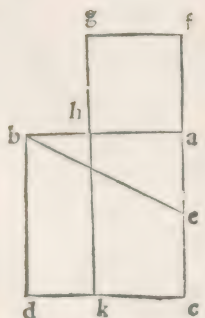
CAMPANVS. Sit linea data $a b$, quæ volumus sic diuidere: vt quod ex tota & vna eius portione producat/æquum sit quadrato alterius. Describo quadratum ipsius $a b$: quod sit $a b c d$. Latus $b d$ diuidendo per æqualia in e : & produco $a e$, & $e b$ produco vsq; ad f : ita quod $e f$ sit æqualis $a e$. Et ex $b f$ portione extrinseca/describo quadratum quod ex latere $a b$ resecat portionem æqualem $b f$, quæ sit $b h$: & quadratum descriptum sit $b f h g$. Dico quod $a b$ sic est diuisa in puncto h : quod illud quod fit ex tota $a b$ in eius portione $h a$, est æquale quadrato $h b$. Produco $g h$ vsq; ad k : quæ erit æquidistans $a c$. Quia ergo linea $d b$ diuisa est per æqualia in e , & est sibi addita linea $b f$: erit per 6 huius quod fit ex $d f$ in $b f$ cum quadrato $e b$, æquale quadrato $e f$, quare & quadrato $a e$, quare per penultimam primi: quadratis duarum linearum $e b$ & $b a$. Ergo dempto ab vtriusque quadrato lineæ $e b$: erit quod fit ex $d f$ in $b f$ & ipsum est superficies $d g$, æquale quadrato lineæ $a b$. Ergo dempto ab vtriusque parallelogrammo $h d$: erit quadratum $h f$ æquale parallelogrammo $h c$. Et quia quadratum $h f$ est quadratum lineæ $h b$, & parallelogrammum $h c$ producat/ ex $a c$ quæ est æqualis $a b$, in $a h$: patet factum esse propositum. Ad hoc autem faciendum in numeris/non labores: quia impossibile est numerum sic diuidi/vt hic vndecima proponit. sicut scies: sexti 26 te docente.

Eucl. ex Zamb.

Problema 1. propositio 11.

Datam rectam lineam secare: vt quod ex tota & altero segmento compræhensum rectangulum/æquum sit ei quod fit ex reliquo segmento/ quadrato.

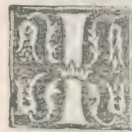
THEON ex Zamberto. Sit data recta linea $a b$. oportet autem ipsam $a b$ secare: vt quod ex tota & altero segmento compræhensum rectangulum/æquum sit ei quod fit ex reliquo segmento/ quadrato. Describatur per 46 primi/ ex $a b$: quadratum $a b c d$. & secetur per 10 primi/ $a c$ bi-



fariam: in e signo. & connectatur b e. Et extendatur per 2 postulatū: c a in f. & ponatur per 3 primi / ipsi b e: æqualis e f. Et per 4-6 primi/ ex a f describatur quadratum f g a h: & extendatur per 2 postulatū/ g h in k. Dico q̄ a b secatur in h: vt quod ex a b & b h compræhensum rectangulum/ æquum sit ei quod fit ex a h quadrato. Quoniam recta linea a c secata est bifariam in e, adiacet autem ei a f: igitur per 6 secundi/ rectangulum compræhensum sub c f & f a, vna cum eo quod fit ex e a quadrato/ æquū est ei quod fit ex e f quadrato. æqualis autem est e f: ipsi e b. rectangulū igitur compræhensum sub c f & f a, vna cum eo quod fit ex e a quadrato: æquū est ei quod fit ex e b quadrato. Sed ei quod fit ex e b: æqualia sunt per 4-7 primi/ ea quæ fiunt ex b a & a e quadrata. rectus enim est angulus qui ad a. Quod autem sit sub c f & f a, cum eo quod fit ex a e: æquum est eis quæ fiunt ex b a & a e. Commune auferatur id quod ex a e. reliquum igitur rectangulum compræhensum sub c f & f a: æquum est ei quod fit ex a b quadrato. Et id quod fit sub c f & f a: est id quod f k. æqualis enim est f a: ipsi f g. Id autem quod fit ex a b: id est quod a d. Igitur f k: æquum est ipsi a d. Commune auferatur a k. reliquum igitur f h: ipsi h d est æquale. Est autem h d: id quod sub a b & b h. æqualis enim est b a: ipsi b d. At f h: id est quod ex a h. Rectangulum igitur compræhensum sub a b & b h: æquum est ei quod fit ex a h quadrato. Data igitur recta linea a b, in h disecta est: vt rectangulum sub a b & b h compræhensum/ æquum sit ei quod ex a h fit quadrato. quod fecisse oportuit.

Eucl. ex Camp.

Propositio 12.



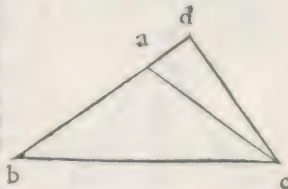
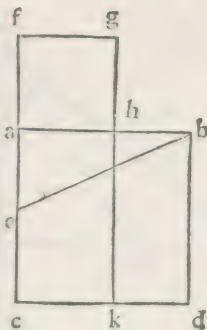
Nhis triangulis qui obtusum habent angulum/ rāto ea quæ obtusum subtendit angulum/ ambobus reliquis lateribus quæ obtusum continent angulū amplius potest: quantum est quod continetur bis sub vno eorū atq; ea quæ ei directe iuncta ad obtusum angulum/ a perpendiculari extra deprehenditur.

CAMPANVS. ¶ Sit triangulus a b c: habens angulum a, obtusum. A puncto c: ducatur linea perpendicularis ad lineam b a. quæ necessario cadet extra triangulum a b c: alioqui angulus obtusus esset rectus aut minor recto per 16 primi. fit ergo c d perpendicularis super lineam a b productam vsq; ad d. Dico q̄ quadratum lateris b c quod subtenditur angulo obtuso/ tanto maius est duobus quadratis duarum linearum a b & a c ambientibus ipsum angulum obtusum: quantum est illud quod fit ex b a in a d bis. (Potentia enim linearum: respectu quadrati sui est. vnde tantum dicitur posse linea quælibet: quantum in se ducta producit.) Erit enim per 4 huius/ quadratum b d: æquale duobus quadratis duarū linearū b a & a d, & duplo eius quod fit ex b a in a d. Et quia quadratū b c per penultimā primi est æquale quadrato b d & quadrato d c: ipsum erit æquale quadratis trium linearum b a, a d, & d c, & duplo eius quod fit ex b a in a d. Sed per eadē/ quadratum a c: est æquale quadratis a d & d c. ergo quadratū b c: est æquale quadratis duarū linearum b a & a c, & duplo eius quod fit ex b a in a d. Quare b c tāto āplius potest duabus lineis b a, a c: quantum est duplū eius quod fit ex b a in a d. Iam enim diximus q̄ tantū dicitur posse linea quælibet: quantum in se ducta/ producit. quod est propositum.

Eucl. ex Zamb.

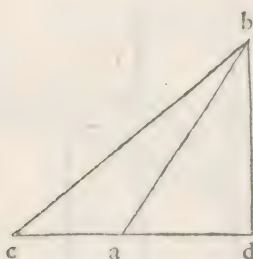
Theorema 11. propositio 12.

In obtusiangulis triangulis quod ab obtusum angulū subtendente latere fit quadratum/ maius est eis quæ fiunt ab obtusum angulum cōprehendentibus lateribus/ quadratis: compræhensō bis sub vno eorum qui sunt circa obtusum angulū in quod protractum cadit perpendicularis/ & assumpto ex



GEO. ELE. EV.

trinsecus sub perpendiculari ad obtusum angulum.



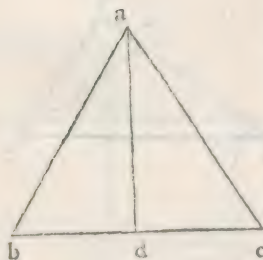
THEON ex Zamberto. ¶ Sit obtusi anguli triangulū a b c: obtusum habens angulum b a c. & ducatur ex b signo/ in c a productam: per 12 primi/perpendicularis b d. Dico q̄ quadratum quod ex b c, maius est eis quæ fiunt ex b a & a c quadratis: bis sub c a & a d compræhenso rectangulo. Quoniam enim secta linea c d, secta est utraq; in a, signo: igitur per 4 secundi/quod fit ex c d æquum est eis quæ fiunt ex c a & a d, quadratis/& bis sub c a & a d compræhenso rectangulo. Commune ponatur id quod ex d b. Ea igitur quæ fiunt ex c d & d b: æqua sunt eis quæ fiunt ex c a & a d & d b quadratis/& bis sub c a & a d compræhenso rectangulo. Sed eis quæ fiunt ex c d & d b: æquum est id quod ex c b, per 47 primi. rectus enim est: angulus qui ad d. Eis autē quæ fiunt ex a d & d b: per eandē æquum est id quod fit ex a b. Quadratū igitur quod fit ex c b: æquū est eis quæ fiunt ex c a & a b quadratis per eandē/& bis sub c a & a d compræhenso rectangulo. Quare quadratū quod fit ex c b, eis quæ fiunt ex c a & a b maius est: bis sub c a & a d compræhenso rectangulo. In amblygonijs igitur triangulis quod ab obtusum angulū subtendente latere fit quadratum: maius est & quæ sequuntur reliqua, quod ostendere oportuit.

Eucl. ex Camp.

Propositio. 13.



Mnis oxygonij tanto ea quæ acutum respicit angulum ambobus lateribus angulum acutum continentibus minus potest: quārum est quod bis continetur sub vno eorum cui perpendicularis intra superstat/ eaq; sui parte quæ perpendiculari anguloq; acuto interiacer.



CAMPANVS. ¶ Quod hic proponitur de latere subtenso alicui angulo acuto in triangulo oxygonio: veritatē habet de latere subtenso cuiuslibet angulo acuto in omni triangulo/ siue fiat orthogonius siue amblygonius siue oxygonius. ¶ Sit ergo in triangulo a b c, quicūq; triangulus fuerit: angulus c acutus, qui si fuerit oxygonius: ducatur perpendicularis ab quouis angulorum a vel b, ad quamvis basin b c vel a c, quia cum sic fuerit: semper cadet perpendicularis intra triangulum. Si autem sit amblygonius ad latus oppositū/ quam manifestū est cadere intra triangulū. Et vt simpliciter dicam/ cū in omni triangulo sint duo acuti anguli: necessario erit alter reliquorum angulorū qui sunt a & b, acutus. Ducam igitur perpendicularē: ad lineam illam quæ duobus acutis interiacer. Sit ergo vt trianguli a b c: angulus b etiam sit acutus, ducam ergo ad b c: perpendicularē quæ sit a d, quæ (vt dictum est) cadet intra triangulū. Dico itaq; quadratum lateris a b quod subtenitur angulo acuto c, tanto minus est duobus quadratis duarum linearū a c & c b: quantum duplū eius quod fit ex b c in d c. Vel dico q̄ quadratum a c quod etiam subtenitur angulo b quem posuimus acutum (quicquid fuerit de angulo a) tanto minus est duobus quadratis duarum linearum a b & b c: quantum est duplum eius quod fit ex c b in b d. Erit enim per 7 huius/ quadratum b c cum quadrato d c: æquale ei quod fit ex b c in d c bis/& quadrato alterius partis scilicet b d. quare addito vtriq; quadrato a d: erit quadratum b c cum quadratis duarum linearum a d & d b, & duplo eius quod fit ex c b in c d. At quia per penultimam primi/ quadratum a c est æquale quadratis duarum linearum a d & d c: erit quadratum b c cum quadrato a c, æquale quadratis duarum linearum a d & b d & duplo eius quod fit ex b c in c d. Sed per eandem penultimam primi/ quadratum a b: æquum est quadratis duarum linearum a d & b d, ergo quadratum b c cum quadrato a c: æquum est quadrato a b, & duplo eius quod fit ex b c in c d, quare tātō minus potest a b

LIBER II.

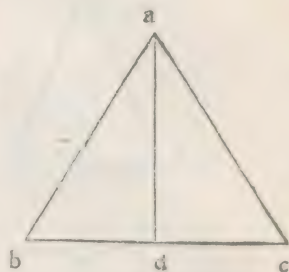
30

duobus lateribus b & a : quantum est duplum eius quod fit ex b & c in c d . quod est propositum. Simili modo probabis / latus a & quod subtenditur angulo b acuto / posse tanto minus duobus lateribus a & b : quantum est duplum eius quod fit ex c & b in b d . ¶ Notandum autem per hanc & precedentem & penultimam primi / quod cognitis lateribus omnis trianguli : cognoscitur area ipsius. et auxiliariis tabulis de chorda & arcu : cognoscitur omnis eius angulus.

Eudl. ex Zamb. Theorema 12. propositio 13.

- 13 ¶ In oxygonijs triangulis / quod ex acutum angulum subtendente fit quadratum / minus est eis quæ ex acutum angulum comprehendentibus lateribus fiunt quadratis : comprehenso bis sub vno eorum quæ sunt circa acutum angulum in quod perpendicularis cadit / & sumpto intus sub perpendiculari ad acutum angulum.

¶ THEON ex Zamberto. ¶ Sit oxygonium triangulum a b c acutū habens angulum qui ad b . & per 12 primi ducatur ab a . signo in b c . perpendicularis a d . Dico quod quadratum ex a c . minus est quadratis quæ fiunt ex c b & b a : comprehenso bis rectangulo sub c b & b d . Quoniam enim recta linea b c dissecta est utrunque in d : igitur per 7 secundi quadrata / quæ ex c b & b d . æqualia sunt bis sub c b & b d comprehenso rectangulo / & ei quod fit ex c d quadrato. Commune apponatur quadratum quod ex d a . Igitur quadrata quæ ex c b . & b d . & d a : per 7 secundi æqualia sunt rectangulo comprehenso bis sub c b & b d . & eis quæ fiunt ex a d & d c quadratis. Sed eis quæ fiunt ex b d & d a : æquū est id quod fit ex a b . angulus enim qui ad d : rectus est. Eis autem quæ fiunt ex a d & d c : æquū est id quod fit ex a c per 47 primi. ea igitur quæ fiunt ex c b & b a : æqualia sunt ei quod fit ex a c & ei quod bis fit sub c b & b d . Quare solum quod fit ex a c . minus est eis quæ fiunt ex c b & b a quadratis : eo quod est bis sub c b & b d comprehenso rectangulo. In oxygonijs igitur triangulis : & quæ sequuntur reliqua. quod ostendere oportebat.



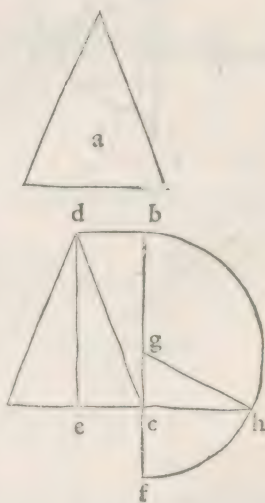
Eudl. ex Camp.

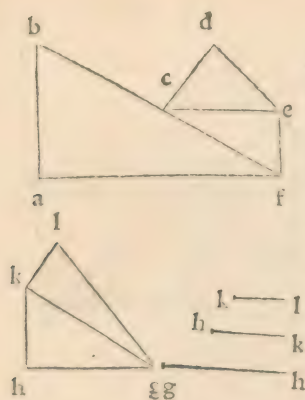
Propositio 14.

- 14 ¶ Ato trigono : æquum quadratum describere.



¶ CAMPANVS. ¶ Sit datus trigonus a : cui nos volumus æquum quadratum describere. Designabo superficiem æquidistantium laterum & rectorum angulorum æquale trigono dato / secundum quod docet 42 primi : sitque superficies illa b c d e . cuius si latera fuerint æqualia : habemus quod quærimus. ipsa enim erit quadrata per diffinitionem. Si autem latera sint inæqualia : tunc adiungam minus ipsorum laterum maiori / secundum rectitudinem. sitque linea c f . æqualis minori duorum laterum quod est c e : adiuncta maiori quod est b c . secundum rectitudinem. Tota b f diuidam per æqualia : in puncto g . & facto g centro / super lineam b f secundum quantitatem lineæ g b : describam semicirculum b h . & latus e c producam : vsquequo secet circumferentiam in puncto h . Dico quod quadratum lineæ c h : est æquale trigono dato. Producam lineam g h . Et quia linea b f diuisa est per æqualia in g . & per inæqualia in c : erit per 5 huius. quod fit ex ductu b c in c f cū quadrato c g . æquale quadrato g f . quare & quadrato g h . quare per penultimā primi : & duobus quadratis duarum linearū c g & c h . Ergo de pto vtrinque quadrato c g : erit quod fit ex b c in c f . quod est æquale superficiem b e & eo quod c f est æquale c e . æquale quadrato lineæ c h . quare





GEO. ELE. EV.

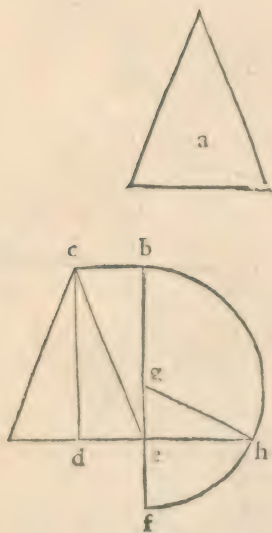
quadratum lineæ c h: est æquale trigono a. quod est propositum.

CAMPANI additio. **E**t nota q̄ per hoc inuenitur latus tetragonici cuiuslibet altera parte longioris / & simpliciter omnis figuræ rectis lineis contentæ: quæcunq; fuerit. quoniam omnem figuram talem in triangulos resoluemus: & cuiuslibet illorum triangulorum inueniemus tetragonicum latus secundum doctrinam istius. & inueniemus per penultimam primi / lineam vnā: quæ possit in omnia latera tetragonica inuenta. Verbi gratia volo inuenire latus tetragonicum rectilineæ figuræ irregularis a b c d e f. Resoluo eā in tres triângulos qui sunt a b f, c d e, & c f e. Inuenio quoq; secundum doctrinam istius: tria latera tetragonica istorum trium triangulorum / quæ sunt g h, h k, & k l. & erigo h k: perpendiculariter super g h. & produco g k. eritq; per penultimam primi / quadratum g k: æquale quadratis duarum linearum g h, & h k. & tertium latus k l erigo perpendiculariter super lineam g k. & produco lineam g l. eritq; per penultimam primi / g l latus tetragonicum totius figuræ rectilineæ propositæ.

Eucl. ex Zamb. Problema 2. Propositio 14.

Dato rectilineo: æquum quadratum constituere.

THEON ex Zamberto. **S**it datum rectilineum a. oportet ei rectilineo: æquum quadratum constituere. constituatur per 45 primi ipsi a rectilineo: æquum parallelogrammum rectangulum b c d e. Si æqualis est b e ipsi e d: factum iam est problema. constituitur enim ipsi rectilineo: æquum quadratum b d. Si autem non: eorum alterū b e & d, maius est. Sit maius b e: & producatur in f. & ponatur ipsi e d: æqualis e f, per 3 primi. & per 10 primi secetur b f bifariam in g. Et centro quidem g, spacio producatur d e in h: & per i postulatam connectatur g h. Quoniam igitur recta linea b f secta est in æqualia in g, & in inæqualia in e: igitur per 5 secundi / rectangulum cōprehensum sub b e & e f cum quadrato quod fit ex e g æquum est ei quod ex g f quadrato. Aequalis autem est g f ipsi g h. rectangulum igitur cōprehensum sub b e & e f, per 5 secundi cū eo quod ex g e fit quadrato: æquum est ei quod fit ex g h. ei autem quod fit ex g h: æqualia sunt ea quæ ex h e & g e fiunt quadratis per 47 primi. Quod igitur fit sub b e & e f cum eo quod fit ex e g: æquum est eis quæ fiunt ex h e & e g. commune auferatur quadratum quod ex e g. reliquum igitur rectangulum cōprehensum sub b e & e f: æquum est ei quod fit ex e h quadrato. Sed id quod est ex b e & e f: id est quod b d. æqualis enim est e f ipsi e d. parallelogrammum igitur b d: æquum est ei quod fit ex h e quadrato. Sed b d: æquum est ipsi a rectilineo. & a igitur rectilineū æquum est quadrato descripto ex h. Dato igitur rectilineo a: æquū quadratum constitutum est / sub e h descriptum, quod fecisse oportuit.



EVCLIDIS MEGARENSIS
Geometricorum elementorum
secundi lib.

F I N I S.

LIBER III.

EVCLIDIS MEGARENSIS CLARISSIMI
philosophi Mathematicorumq; facile principis: primum
ex Campano, deinde ex Theone Graeco commentatore,
interprete Bartholomæo Zamberto Veneto, Geometri-
corum elementorum liber tertius.

EX Campano.

Diffinitiones.



Vorum diametri sunt æquales: ipsos
circulos æquales esse. Maiores au-
tem: quorum maiores. Et minores:
quorum minores.

Circulum linea cōtingere dicitur:
quæ cū circulū tangat in vtramq;
partem eiecta circulum non secat.

Circuli sese cōtingere dicuntur:
qui se tangentes/seinuicem non se-

cant.

Rectæ lineæ in circulo æqualiter distare dicuntur a centro:
cū a cētro ad ipsas ductæ perpēdiculares/fuerint æquales.

Plus vero distare a centro dicitur: in quam perpēdicularis
longior cadit.

Rectæ lineæ portione circuli cōtinens: chorda nominatur.

Portio vero circumferentiæ: arcus nuncupatur.

Angulus autem portionis: dicitur qui a chorda & arcu cō-
tinetur.

Supra arcum angulus consistere dicitur: qui a quolibet pū-
cto arcus ad chordæ terminos duabus rectis lineis exeun-
tibus continetur.

Sector circuli: est figura quæ sub duabus a centro ductis li-
neis & sub arcu qui ab eis comprehenditur continetur.

Angulus autem qui ab eis lineis ambitur: supra centrum
consistere dicitur.

Similes circulorum portiones dicuntur: in quibus qui su-
pra arcum consistunt anguli sibi inuicem sunt æquales.

Arcus quoq; similes sunt qui æquos āgulos præ dicto mo-
do suscipiunt.

EX Zamberto. Diffinitiones.

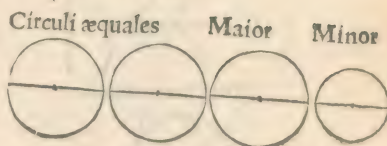


Equales circuli: sunt quorum dimetientes
sunt æquales, vel quorum quæ ex cen-
tris sunt æquales.

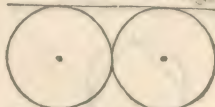
Rectæ lineæ circulum tangere dicitur:
quæ circulum tangens & eiecta/circu-
lum non secat.

Circuli sese tangere adinuicem dicun-
tur: qui sese inuicem tangentes se non

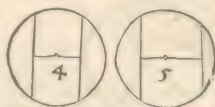
inuicem secant



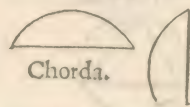
Linea circuli cōtingens



Circuli se cōtingētes



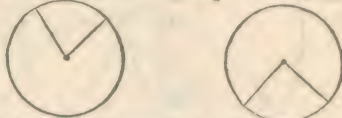
Arcus Ang. portionis



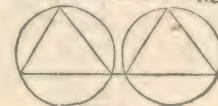
Angulus super arcū cōsistens



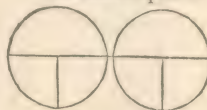
Sector circuli. Ang. super cētrū cōsistēs



Similes cir. portioēs et similes arcus.



Circuli æquales

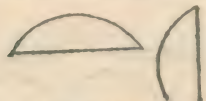


Linea cir. tāgens. Circuli se tāgentes





Sectiō circuli. Sectionis ang.



Angulus in sectione



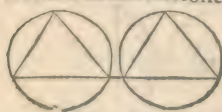
Angulus in circumferentia



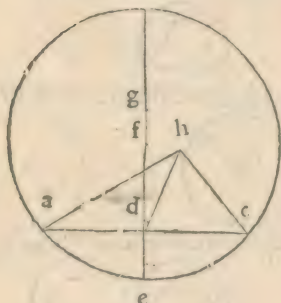
Sector circuli



Similes circuli sectiones



b



e



c

GEO. ELE. EV.

In circulo æqualiter distare a centro rectæ lineæ dicuntur: 4
cum a centro in eas perpendiculares ductæ sunt æquales.
Magis autem distare dicitur: in quā maior perpēdicularis
cadit.

Sectiō circuli: est figura compræhensa sub recta lineæ & 5
circuli circumferentia.

Sectionis angulus: est qui sub recta lineæ & circuli circum- 6
ferentia compræhenditur.

In sectione autem angulus est: cum in circumferentia sectiō 7
nis contingit aliquod signum/ & ab eo in rectæ lineæ fines
quæ basis est sectionis rectæ lineæ coniunguntur. Contena-
tus autem angulus: sub coniunctis rectis lineis est.

Cum vero compræhēdentes angulum rectæ lineæ/aliquā 8
suscipiunt circumferentiam: in illa angulus esse dicitur.

Sector autem circuli: est cum ad centrum circuli steterit 9
angulus compræhensa figura sub angulum compræhēdē-
tibus rectis lineis/ & assumpta sub eis circumferentia.

Similes sectiones circuli: sunt quæ angulos æquos suscipi- 10
unt: vel in quibus anguli sibi inuicem sunt æquales.

Eucl. ex Camp.

Propositio i.



Circuli propositi: centrum inuenire.

Vnde manifestum est q̄ duabus rectis lineis
in eodē circulo apud circumferentiam termi-
natis: neutra illarū alteram per æqualia ortho-
gonaliter secat: nisi ipsa super centrū trāsierit.

CAMPANVS. Sit circulus propositus a b c: cuius volumus centrū
inuenire. Ducto in ipso circulo lineam a c qualitercunq; cōtingat: quam
diuido per æqualia in puncto d. a quo duco perpendicularem ad lineam
a c, quam applico circumferentiæ ex vtraq; parte: sitq; e d b. quam rur-
sus diuido per æqualia in puncto f: quem dico esse centrum circuli. Si e-
nim non est: erit autem alibi aut in linea e b, aut extra. In linea e b: nō.
Si enim fuerit in ea vt in puncto g: erit linea e f maior linea e g, pars vi-
delicet toto. quod est impossibile. Quod si fuerit extra lineam e b. vt in pun-
cto h: ducantur lineæ h a, h d, h c. Et quia latera h d & d a trianguli h d
a sunt æqualia lateribus h d & d c trianguli h d c, & basis h a basi h c:
rit per 8 primi/ angulus a d h æqualis angulo c d h. quare vterq; rectus.
& quia angulus a d b fuit etiam rectus: erit a d h æqualis a d b per 3 peti-
tionem primi/ pars videlicet toti. quod est impossibile. Non est ergo cē-
trum dati circuli alicubi q̄ in puncto f. quod est propositum.

Eucl. ex Zamb.

Problema i. propositio i.

Dati circuli: centrum inuenire.

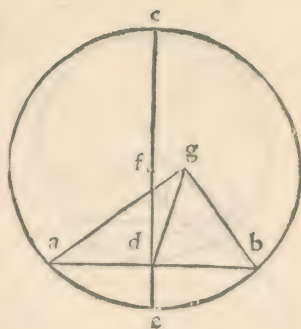
THEON ex Zamberto. Sit datus circulus a b c. oportet ipsius cir-
culi a b c, cētrum inuenire. Excitetur in eo lineæ quædam rectæ vtrunq;
sitq; a b. Et per 10 primi: secetur bifariam in d: & per 11 eiusdem ab ip-
so d, ipsi a b excitetur d c ad angulos rectos. & per postulatū secundū
extendatur in e: seceturq; per 10 primi/ e: bifariam in f. Dico q̄ f: centrū
est circuli a b c. Nō enim. sed si possibile est/ sit g: & per primum postula-
tū connectatur g a, g d, & g b. Et quoniam æqualis est a d ipsi d b,

LIBER III.

32

communis autem d g. duæ igitur a d & d g: duabus g d & d b sunt æqua-
les altera alteri. & per 15 diffinitionem primi/basi g a: basi g b est æqua-
lis, ex centro enim. Igitur per 8 primi/ angulus a d g: angulo b d g est
æqualis. Cum autem recta linea super rectam consistens lineam/vtrobique
angulos æquos adinuicem fecerit: eorum angulorum vterque per decimā
primi diffinitionem/rectus erit. Angulus igitur b d g: rectus est. at angu-
lus f d b: rectus est. Angulus igitur f d b: angulo b d g per 4. postulatum
est æqualis/ maior minori, quod est impossibile. Igitur g: non est centrū
circuli a b c. Similiter ostendemus: qd nullum aliud præter f. Igitur f: cen-
trum est circuli a b c. quod fecisse oportuit.

¶ CORRELARIUM. ¶ Hinc est manifestum/qd si in circulo recta li-
nea aliqua aliquam rectam lineam bifariam & ad angulos rectos dispe-
scit: in dissepcente est centrum circuli.



Eucl. ex Camp.

Propositio 2.

Super circuli circunferentiā duobus punctis signatis:
lineam rectam ductam ab altero ad alterum/ circu-
lum secare necesse est.

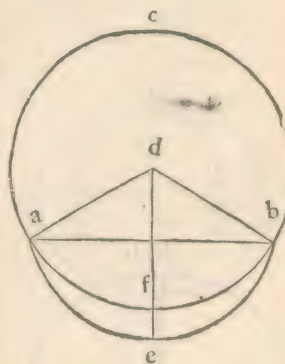
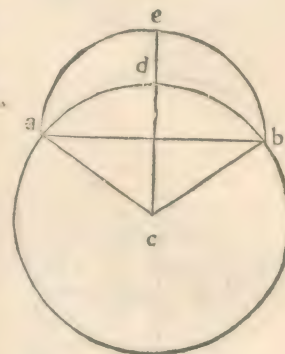
¶ CAMPANVS. ¶ Sit vt in circunferentia circuli a b, cuius centrum sit
c: signata sint duo puncta/ quæ sunt a & b. Dico qd linea recta coniungēs
vnum cum altero: secabit circulum. Alioqui: cadet extra circulum. sitq; a
e b linea recta: si possibile est. Producam lineas c a & c b. eruntq; per 5 pri-
mi/ angulus c a b & c b a: æquales. protraham item lineam c e: quæ secet
circunferentiam in puncto d. eritq; per 16 primi/ angulus a e c: maior an-
gulo c b e. quare maior angulo c a e. quare per 18 eiusdem/ latus a c: ma-
ius latere c e. & quia c d est æqualis c a: erit c d maior c e, pars toto. quod
est impossibile. Quia ergo linea coniungens duo puncta a, b, non trāsi-
bit extra circulum: secabit ipsum. quod est propositum.

Eucl. ex Zamb.

Theorema 1. propositio 2.

Si in circuli circunferentia duo fuerint signa v t cunq; con-
tingentia: ad ea signa applicata recta linea intra ipsum circu-
lum cadit

¶ THEON ex Zamberto. ¶ Sit circulus a b c: & in eius circunferentia
sint vtcunq; bina signa a, b. Dico qd recta linea applicata ex a in b: intra
ipsum circulum ab e cadit. Non enim. sed si possibile est: cadat extra/ a
e b. Et contingat siue accipiat centrum circuli: sitq; illud per præceden-
tem/ d. & per 1 postulatum connectantur d a, d b: & extēdatur d f e. Quo-
niam igitur æqualis est per 15 diffinitionem primi/ d a ipsi d b: æqualis
est angulus d a e, angulo d b e. Et quoniam trianguli d a e, vnum latus
produciatur a e b: igitur per 16 primi/ angulus d e b, angulo d a e maior est.
Æqualis autem est angulus d a e: ei qui sub d b e. Maior igitur est angu-
lus d e b: angulo d b e. sub maiori autem angulo: maius latus subtēditur/
per 18 primi. maior igitur est d b: ipsa d e. Æqualis autem est per 15 dif-
finitionem primi/ d b: ipsi d f. maior igitur est d f: ipsa d e, minor maio-
re. quod est impossibile. Recta igitur linea extensa ex a in b: extra ipsum
circulum non cadit. Similiter etiam demonstrabimus qd neq; in ipsa cir-
cunferentia, intra igitur. Si in circuli circunferentia igitur: & quæ sequū-
tur reliqua vt in theoremate. quod demonstrasse oportuit.



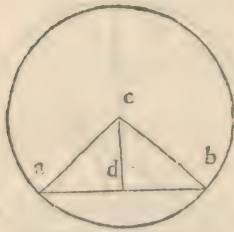
Eucl. ex Camp.

Propositio 3.

Ineam intra circulum præter centrum collocatā
alia a centro veniens per æqua secet: orthogonaliter
super eam insistere. & si in eam orthogonaliter
steterit: eam per æqualia diuidere: necesse est.



GEO. ELE. EV.



CAMPANVS. ¶ Sit ut lineam ab collocatam intra circulum a b , cuius centrum sit c : linea c d veniens a centro, diuidat per æqualia. Dico q̄ diuidit eam orthogonaliter. & conuerso, videlicet si diuidit eam orthogonaliter: diuidit eā per æqualia. Producam lineas c a & c b . & ponam primo q̄ diuidat eam per æqualia. erunt ergo duo latera c d & d a , trianguli c d a : æqualia duobus lateribus c d & d b , trianguli c d b , & basi c a basi c b . ergo per 3 primi/angulus d vnus; est æqualis angulo d alterius. vterq; igitur est rectus. Quare c d est perpendicularis super a b . quod est propositum. ¶ Ponam iterum q̄ c d sit perpendicularis super a b : & ostendā q̄ ipsa diuidit a b per æqualia. erit enim propter hanc positionem: vterq; angulorum qui sunt ad d , rectus, quare vnus æqualis alteri. At quia per 5 primi angulus c a d est æqualis angulo c b d , et latus c a æquale lateri c b : per 26 primi erit linea a d æqualis lineæ d b . quod est propositum.

Eucly. ex Zamb. Theorema 2. propositio 3.

¶ Si in circulo recta linea quædam per centrū extensa/ quædam non per centrum extensam rectam lineam bifariam secuerit: & ad angulos rectos ipsam dispescet. Et si ad angulos rectos ipsam dispescet: bifariam quoq; ipsam secabit.



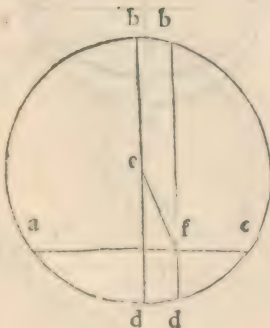
THEON ex Zamb. ¶ Sit circulus a b c : & in eo recta quædam linea per centrum extensa c d , rectam lineam quandam non extensam per centrum a b bifariam secet in signo f . Dico q̄ & ad angulos rectos eam secat. Contingat siue accipiatur cetrum circuli a bc , per 1 tertii: sitq; illud e . & per primum postulatū cōnectantur a e & e b . Et quoniam æqualis est a f ipsi f b , communis autem f e : duæ igitur e f & f a duabus e f & f b sunt æquales. Et basis e a basi e b per 15 diffinitionē primi est æqualis. Igitur per 3 primi/angulus a f e : angulo b f e est æqualis. Cum autem recta linea super rectam lineam consistens / vtrobiq; angulos sibi inuicem equos fecerit: per 10 diffinitionē primi / vterq; ipsorum angulorum rectus erit. vterq; igitur eorum qui sunt sub a f e & b f e : rectus est. Igitur c d per cetrum directā / ipsam a b non per centrum extensam bifariam dispescens: & ad angulos rectos secat. ¶ Sed secet c d ipsam a b : ad angulos rectos. Aio q̄ & bifariam ipsam dispescit: hoc est q̄ æqualis est a f ipsi f b . Eisdē namq; dispositis & constructis / quoniam æqualis est e a ipsi e b per 15 diffinitionem primi: æqualis est angulus e a f angulo e b f . Et angulus a f e rectus: æqualis est per quartum postulatū / angulo recto qui est sub b f e . Duo igitur trianguia sunt e a f & e b f : duos angulos duobus angulis æquales habentia & vnum latus vni lateri æquale per 26 primi / commune autem eorum e & explicatum sub vno æqualium angulorum / & reliqua latera reliquis lateribus æqualia. æqualis igitur est a f ipsi f b . Si recta igitur linea: & quæ sequuntur reliqua vt in theoremate, quod demonstrasse oportuit.

Eucly. ex Camp.

Propositio 4.



Intra circulum duæ lineæ se inuicem secant: & si per centrum non transeant: nō per æqualia eas secari necesse est.



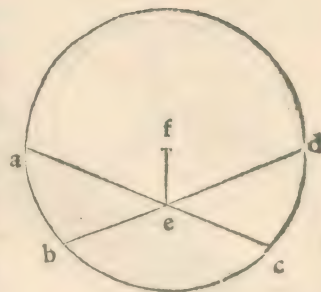
CAMPANVS. ¶ Sit vt in circulo a b c d , cuius centrum sit e , duæ lineæ a c & b d secant se in pūcto f : & vtraq; earum vel altera nō transeat per centrum. Dico q̄ ipsæ non diuidunt sese per æqualia: ita q̄ vtraq; per æqualia diuidatur ab vtraq;. Qz si fuerit hoc possibile: ponam e f . eritq; per primam partem præmissæ / vnusquisq; quatuor angulorum qui sunt a f e , e f c , b f e & e f d : rectus. quod est impossibile. sic enim rectus esset minor recto. Sit igitur vt altera earum transeat per centrum: & altera non. sitq; b d trāsiens per centrum. adhuc dico q̄ non diuidunt

se se per æqualia. Quod si sic: tunc per primam partem præmissæ/cum b d ducta a centro diuidat a c per æqualia/ diuidet eā orthogonaliter. quare etiam a c diuidet b d orthogonaliter. Et quia diuidit a c ipsam b d per æqualia vt ponit aduersarius: ipsa transibit per centrum/per correlarium primæ huius. Quare ambæ transeunt p̄ centrum, quod est contra hypothesin.

Eucl. ex Zamb. Theorema 3. propositio 4.

4. ¶ Si in circulo binæ rectæ lineæ sese inuicē secuerint non per centrum extensæ: sese inuicem bifariam non secabunt.

¶ THEON ex Zamberto. ¶ Sit circulus a b c d: & in eo binæ rectæ lineæ a c & b d: sese inuicē secant in e, non per centrū extensæ. Dico q̄ se bifariam non secant in e. Si enim est possibile: sese inuicem secant bifariam. Quoniam a e æqualis est ipsi e c, & b e ipsi e d: sit centrum circuli a b c d, sitq̄ illud per primam tertij f, & per primū postulatū connectatur f e. Quoniam igitur recta linea quædam per centrum extensa f e, rectā aliquam lineā non per centrū extensā a c bifariā secat: & ad angulos rectos ipsā per 3 tertij dispescit. Igitur angulus f e a: rectus est. Rursum quoniam recta linea quædam f e, rectam quandam lineam non per centrum extensā c d, bifariā secat: & per 3 tertij ad angulos rectos eam secat. Angulus igitur f e b: rectus est. patuit autem q̄ angulus f e a: rectus est. Angulus igitur f e a: per quartum postulatū angulo f e b est æqualis, minor maiori, quod est impossibile. Rectæ igitur lineæ a c & b d: se se inuicem bifariam minime secant. Si in circulo igitur, & quæ sequuntur reliqua, quod demonstrasse oportuit.

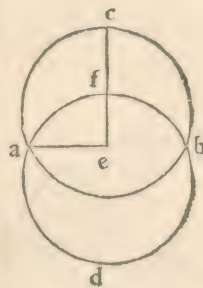


Eucl. ex Camp.

Propositio 5.

5. ¶ Circulorum se inuicem secantium: centra diuersa esse.

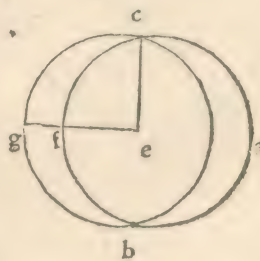
¶ CAMPANVS. ¶ Sint duo circuli a b, a d b: secantes se super duo p̄cta a & b. Dico q̄ eorū sunt diuersa centra. Si enim haberent idem centrum: ipsum esset per diffinitionem/ in portione vtriusq̄ circulo communi. sitq̄ illud e. & ducantur lineæ e a & e f c. erūtq̄ per diffinitionem circuli/ duæ lineæ e a & e f: æquales. Itemq̄ per eandem diffinitionem/ duæ lineæ e a & e c: æquales. quare e f est æqualis e c, cū vtraq̄ earū sit æqualis e a: pars videlicet toti, quod est impossibile.



Eucl. ex Zamb. Theorema 4. propositio 5.

5. ¶ Si binī circuli sese inuicem secuerint: non erit eorum idem centrum.

¶ THEON ex Zamberto. ¶ Duo inquam circuli a b c & c b g: sese inuicē secant in signis c & b. Dico q̄ eorum non est idem centrum. Si enim possibile: esto e. & per primum postulatū connectatur e c. & extendatur e f g vtrūq̄. Et quoniam e signum/ centrum est circuli a b c: æqualis est e c ipsi e f, per 15 diffinitionem primi. Rursum quoniam e signum/ cētrum est circuli c b g: æqualis est per eandem diffinitionem/ e c ipsi e g. ostensum est autem: q̄ e c ipsi e f est æqualis. & e f igitur: ipsi e g est æqualis/ minor maiori, quod est impossibile. Igitur e signum: centrum non est circulorum a b c & c b g. Si duo igitur circuli: & reliqua quæ sequuntur, quod demonstrare oportebat.

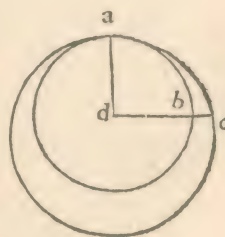


Eucl. ex Camp.

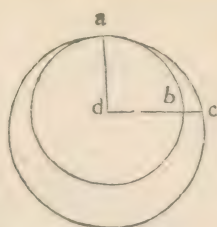
Propositio 6.

6. ¶ Circulorum sese contingentium: non idem centrum esse necesse est.

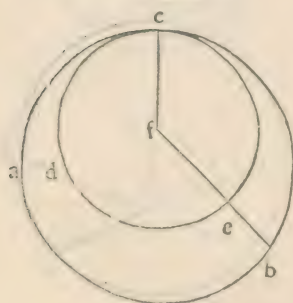
¶ CAMPANVS. ¶ Sint duo circuli a b & a c: contingentes e. ¶



GEO. ELE. EV.



se in pūdo a. Dico q̄ eorum sunt diuersa centra. Si enim habuerint idē centrum: erit per diffinitionem/inter minorem eorum cum minor positus fuerit intra maiorem. sitq; ipsum: d. & ducatur lineā d a & d b c. eritq; per diffinitionē circuli/utraq; duarū linearū d b & d c æqualis d. quod est impossibile. ¶ De circulis autem se contingentibus extra / quorum scilicet vnus est extra alterum: manifestum est per diffinitionem centri/ q̄ ipsi non habent idem centrum.



Eucl. ex Zamb.

Theorema 5. Propositio 6.

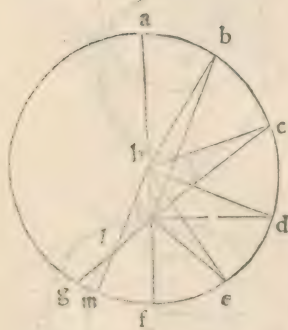
¶ Si duo circuli se adinuicem tetigerint: eorum non est idem centrum.

¶ THEON ex Zamberto. ¶ Duo inquam circuli a b c et c d e: sese inuicem tāgant in c signo. Dico q̄ eorum non est idem centrum. Si enim possibile: sit f. & per primum postulatū/ connectatur f c: & extendatur utcūq; f e b. Quoniam igitur f signum/ centrum est circuli a b c: æqualis est per 15 primi diffinitionem/ f c ipsi f b. Rursus quoniam f signum/ centrum est circuli c d e: æqualis est f c ipsi f e, per eandē diffinitionē. Patuit autem q̄ f c: ipsi f b est æqualis. igitur f c: ipsi f b est æqualis/ minor maiori. quod est impossibile. Igitur f signum/ non est centrum orbium a b c & c d e. Si bini igitur orbes se adinuicem tetigerint: & quæ sequuntur reliqua vt in theoremate. quod erat ostendendum.

Eucl. ex Camp.

Propositio 7.

¶ In diametro circuli punctus præter centrum signetur: & ab eo ad circumferentiā lineæ plurimæ ducantur: quæ super centrum transierit/ omnium erit longissima. Quæ vero diametrum perficiet: omnium erit breuissima. Quæ autem centro proximæ: ceteris longiores. Quanto vero a centro remotiores: tātō breuiores esse cōueniet. Duas quoq; æquidistantes lineæ breuissimæ collaterales: æquales esse necesse est.



¶ CAMPANVS. ¶ Sit vt in diametro a f, circuli a b c cuius centrum sit h: sit signatus punctus k præter centrum. a quo ducantur plurimæ lineæ quæ sunt k a, k b, k c, k d, k e, k f, k g: ad circumferentiā. & transeat a k per centrum h: & k f sit complementum diametri. sitq; vt k e & k g æquidistant k f: hoc est dicere, vt angulus e k f, sit æqualis angulo f k g. Dico q̄ k a: est omniū longissima. & k f: omnium breuissima. Aliæ vero tanto longiores: quanto centro propinquiores. vt k b: est longior k c. & k c: est longior k d. & k d: longior k e. Et k e & k g: sunt æquales. ¶ Quia enim in triangulo b k h, duo latera b h & h k per 20 primi sunt maiora latere b k, & ipsa sunt æqualia lineæ a k: erit a k maior b k. & eadē ratio: ne: maior omnibus alijs. & hoc est primum. ¶ Item quia in triāgulo e h k, duo latera h k & k e per eandem sunt maiora latere h e quod est æquale h k: remanebit k e maior k f. eadem ratione: quælibet aliarum erit maior ipsa. & hoc est secundum. ¶ Itemq; quia duo latera b h & h k, triāguli b h k sunt æqualia duobus lateribus c h & h k, triāguli c h k, & angulus b h k est maior angulo c h k: erit per vicesimam quartam primi/ basis b k maior basi k c. eadem ratione: k c, maior erit k d. & k d: maior k e. & hoc est tertiu. ¶ Qz si duæ lineæ k g & k e non sunt æquales: erit altera maior/ sitq; k g, de qua sumam k l: æqualem k e. & producam h l: quousq; fecerit circumferentiā in puncto m. Et quia per hypothesin angulus g k f est æqualis angulo f k e: erit per decimam tertiam primi: angulus l k h æqualis angulo e k h. & duo latera l k & k h, triāguli l k g, sunt æquæ

lia duobus lateribus ek & kh , trianguli ckh . ergo per 4 primi/basis hl est æqualis basi he . & quia hm est æqualis he : erit hm æqualis hl , quod est impossibile. Sunt ergo duæ lineæ kg & ke æquales. quod est nostrum propositum quartum.

Eucl. ex Zamb. Theorema 6. Propositio 7.

- 7 Si in diametro circuli aliquod contingat signum quod minime circuli centrum sit/ ab eoq; signo in circulum quædā rectæ lineæ procidant: maxima erit in qua centrum. minima vero: reliqua. aliarum vero semper propinquior ei quæ per centrum extenditur: remotiore maior est. Duæ autem solum rectæ lineæ æquales: ab eodem signo in circulum cadunt ad vtrasq; partes minimæ.

THEON ex Zamberto. Sit circulus $abcd$: eiusq; dimetiens sit a . & in ipso a d , suscipiatur signum aliquod/ sitq; illud f : quod ipsius circuli centrum non sit. Centrum autē circuli: sit per primam e . Et ab ipso f in ipsum a b c d circulum procidant quædam rectæ lineæ fb , fc , fg . Dico q; f a: maxima est. minima vero d . Aliarū autē: f b , ipsa f c maior est. & f c : ipsa f g . Connectantur per primum postulatū: b e , ce , & e g . Et quoniam per 20 primi/ omnis trianguli duo letera reliquo sunt maiora: igitur eb & e c , reliquo f b sunt maiora. Aequalis autem est a e : ipsi b e , per 15 diffinitionem primi. Igitur b e & e f : ipsi a f sunt æquales. maior igitur est a f : ipsa b f . Rursus quoniam æqualis est b e ipsi c e per 15 diffinitionem primi/ cōmunis autem f e : duæ igitur b e & e f , duabus c e & e f sunt æquales. Sed angulus b e f : angulo c e f maior est. basis igitur b f : per 24 primi/ basi c f maior est. & ob id, c f : ipsa f g maior est. Rursus quoniam g f & f e , ipsa e g per 20 primi sunt maiores / æqualis autē est per 15 diffinitionem primi e g ipsi e d : igitur g f & f e , ipsa e d sunt maiores. cōmunis auferatur e f . reliqua igitur g f : reliqua f d maior est. Maxima igitur est f a . minima vero: f d . maior est autem f b , ipsa f c : & f c , ipsa f g .

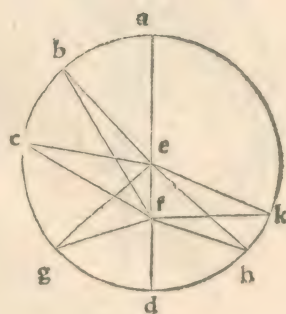
Dico et iā q; ab eodē signo f : duæ tātū rectæ lineæ æquales/ in ipsū circulum $abcd$ cadunt ad vtrasq; partes ipsius f d minimæ. Constituatur in quā per 13 primi/ ad datam rectā lineā e f , ad datumq; in ea signum e : ei qui sub g e angulo æqualis angulus f e h . & per primum postulatū cōnectatur f h . Quoniam igitur æqualis est per 15 diffinitionem primi/ g e ipsi f e h , cōmunis autē e f : duæ igitur g e & e f , duabus h e & e f sunt æquales. & per 8 primi/ angulus g e f : angulo h e f est æqualis. Igitur per 4 primi/ basis f g : basi f h est æqualis. Dico insuper: q; ipsi f g , alia nulla cadit in ipsum circulū ab eodem signo f , æqualis. Si enim possibile: cadat f k . Et quoniam f k ipsi f g est æqualis/ sed f h ipsi f g est æqualis: igitur f k ipsi f h est æqualis. Quæ igitur propinquior est ei quæ per cētrum extēditur: remotior est æqualis, quod per prius ostensum est impossibile. Vel etiā sic. Per primū postulatū: connectatur e k . & quoniam per 15 diffinitionem primi/ æqualis est g e ipsi e k , cōmunis autē e f , & basis f g basi f k est æqualis: igitur per 8 primi/ angulus g e f angulo k e f est æqualis. Sed angulus g e f : ei qui sub h e f est æqualis. Igitur per primam cōm sententiam/ angulus h e f : ei qui sub k e f est æqualis/ minor maiori. quod est impossibile. Igitur ab ipso f signo: nulla alia cadit in ipsum circulum ipsi f g æqualis, vna igitur sola. Si in dimetiente igitur circuli: & quæ sequuntur reliqua vt in theoremate. Quod erat ostendendum.

Eucl. ex Camp.

Propositio 8.

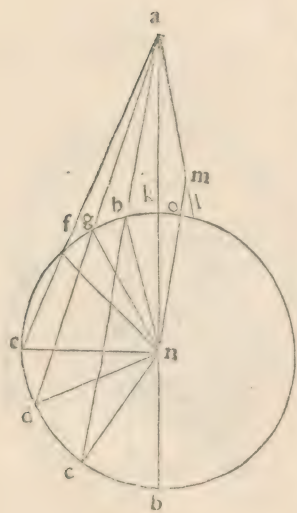
- 8 Extra circulum puncto signato/ ab eo ad circūferentiam lineæ plurimæ ducantur circulum secando: quæ super centrum transierit/ omnium erit longissima. Cētro autem propinquiores: cēteris remo-

e. ij.



GEO. ELE. EV.

tioribus longiores. Linearū vero partialiū ad circumferentiā extrinsecus applicatarū ea quidē quæ diametro in directū adiacet: omnium est minima. Eiq; propinquiores: remotioribus breuiores. Duæ vero quæ lineæ breuissimæ vtrinq; æque propinquant: æquales sunt.

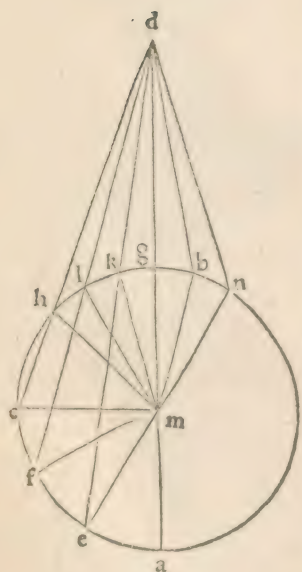


¶ CAMPANVS. ¶ Sit vt a puncto a, assignato extra circulum b c d, cuius centrum sit n: ducatur plurimæ lineæ ad circumferentiā / secando circulum / quæ sint a k n b, a h c, a g d, & a f e. Dico q; a b transiens per centrum: omnium erit longissima. Et q; a c: est maior a d. & a d: maior a e. Et q; a k: est omnium breuissima extrinsecarum. Et q; a h: est minor a g. & a g: minor a f. Et dico q; si ducatur a l, ita q; ipsa & a h æqualiter distent ab a k, hoc est q; angulus k a h sit æqualis angulo l a k: ipsæ erunt æquales. ¶ Producam enim a cētro n: lineas n c, n d, n e, n f, n g, & n h. eruntq; per 20 primi: duo latera a n & n c, trianguli a n c: maiora a c. & quia ipsa sunt æqualia lineæ a b: erit a b maior a c. eadem ratione erit maior omnibus alijs, quod est primum. ¶ Et quia duo latera a n & n c, trianguli a n c sunt æqualia duobus lateribus a n & n d, trianguli a n d, & angulus a n c est maior angulo a n d: erit per 24 primi / basis a c maior basi a d. & eadē rōne erit a d: maior a e. quod est secundū. ¶ Itēq; quia in triangulo a n h, duo latera a h & n h sūt maiora a n per 20 primi / & h n est æqualis n k: erit per cōmunē sciētiā / a h maior a k. eadem ratione quælibet extrinsecus applicatarū: maior erit a k. qd est tertiu. ¶ Itē quia per 21 primi / duæ lineæ a h & h n sunt minores duabus lineis a g & g n, & h n est æqualis g n: erit per cōmunē sciētiā / a g maior a h. eadem ratione erit a f: maior a g. quod est quartum. ¶ Q; si a l non sit æqualis a h: cum ipsæ sint æqualiter distantes ab a k, erit altera maior. sitq; a l. Ponam ergo a m æqualem a h: & producā n o m. Quia ergo duolatera m a & a n, trianguli m a n sunt æqualia duobus lateribus h a & a n, trianguli h a n, & angulus m a n est æqualis angulo h a n: erit per 4 primi / basis m n æqualis basi n h. & quia n o est æqualis n h: erit n o æqualis n m, pars videlicet toti, quod est impossibile. & hoc est quintum.

Eucl. ex Zamb.

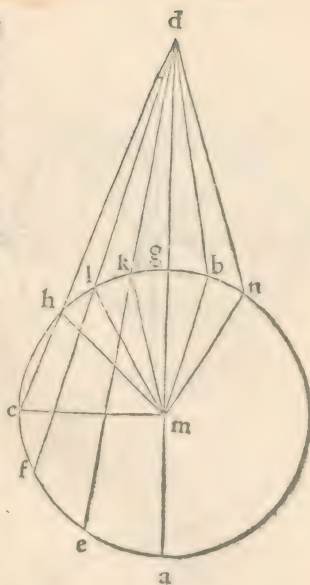
Theorema 7. propositio 8.

¶ Si extra circulum suscipiatur aliquod signum / ab eoq; signo ad circulum deducantur rectæ lineæ aliquæ / quarum quidem vna per centrum extendatur reliquæ vero vtrinq; in conuexam circumferentiā cadentium rectarum linearū maxima est quæ per centrum ducta est. aliarum autem semper ei quæ per centrum transit propinquior: remotiore maior est. In curuam vero circumferentiā cadentium rectarum linearum minima est: quæ inter signum & dimictientem iacet. minima vero propinquior: semper remotiore minor est. Duæ autem tantum rectæ lineæ: ab eo signo cadunt æquales in ipsum circulum / ad vtrasq; partes minimæ.



¶ THEON ex Zamberto. ¶ Sit circulus a b c. & extra ipsum a b c, suscipiatur signum d: & ab eodem ducatur rectæ lineæ aliquæ in ipsum circulum / sintq; d a, d e, d f, d c. sit autem d a: per centrū extensa. Dico q; in a e f c conuexā circumferentiā cadentium rectarum linearum maxima est: quæ per centrū trāsit / hoc est d a. minima vero: quæ inter d signū / & diametrū a g iacet, maior vero est d e ipsa d f: & d f ipsa d c. Cadentiū vero rectarū linearū in h l k g curuā circumferentiā sepe ipsi d g minimæ propinquior: remotiore minor est. hoc est d k ipsa d l: & d l ipsa d h. Suscipiatur per primā tertij / centrū circuli a b c: sitq; illud m, & per i postulatū

conectantur m e, m f, m c, m h, m l, & m k. Et quoniam per 15 diffinitionem primi/æqualis est a m ipsi e m; cōis apponatur m d. Igitur a d: ipsis e m & m d est æqualis. sed e m & m d: ipsa e d per 20 primi/sunt maiores. & a d igitur: ipsa e d maior est. Rursus quoniam per 15 diffinitionem primi/æqualis est m e ipsi m f: communis apponatur m d. Igitur e m & m d: ipsis f m & m d sunt æquales. & angulus qui sub e m d: angulo qui sub f m d maior est. Igitur per 24 primi/basis e d: basi f d maior est. Similiter quoque ostendemus: qd f d, ipsa c d maior est. Maxima quidem d a. maior autē est d e: ipsa d f. & d f: ipsa d c. Et quoniam per 20 primi/m k & k d ipsam d sunt maiores, æqualis autē est per 15 diffinitionem primi m g ipsi m k: reliqua igitur k d, reliqua g d maior est. quare g d: ipsa k d minor est. Et quoniam triāguli m l d in vno latere m d, duæ rectæ lineæ introrsum constiterunt m k & k d: igitur per 21 primi m k & k d ipsis m l & l d sunt minores/quarum m k æqualis est ipsi m l, reliqua igitur d k: reliqua d l minor est. Similiter iam ostēdemus: qd & d l, ipsa d h minor est. minima autem: d g. ipsa vero d k, ipsa d l: & d l, ipsa d h minor est. ¶ Dico etiam qd duæ tantum æquales/a signo d in ipsum circulum cadunt: ad utraq; partes minimæ ipsius d g. Constituatur per 23 primi/ad rectam lineam m d & ad signum in ea m, angulo k m d æqualis angulus d m b. & per primum postulatū: conectatur d b. Et quoniam per 15 diffinitionem primi/æqualis est m b ipsi m k, cōmunis autem m d: duæ igitur m k & m d, duabus b m & m d sunt æquales altera alteri. & angulus k m d: per 23 primi angulo b m d est æqualis. Igitur per 4 primi/basis d k: basi d b est æqualis. Dico iam qd rectæ lineæ d b, alia æqualis non cadit in ipsum circulum: a signo d. Si enim possibile: cadat & sit d n. Quoniam igitur ipsi d k, d n est æqualis/sed ipsi d k, d b est æqualis: erit d b igitur per primam cōmunem sententiā ipsi d n est æqualis. propinquior igitur ipsi d g minimæ: remotiori est æqualis. quod iam ostēsum est impossibile. ¶ Vel etiam aliter. Conectatur per primū postulatū m n. Quoniam per 15 diffinitionem primi/æqualis est k m ipsi m n, cōmunis autem m d, & basis d k basi d n est æqualis per hypothesin: igitur per octauā primi/angulus k m d, angulo d m n est æqualis. Sed angulus qui sub k m d: ei qui sub b m d est æqualis. & qui sub b m d igitur: ei qui sub n m d est æqualis/ minor scilicet maiori. quod est impossibile. Igitur plures duabus rectis lineis/ æquales: in circulum a b c ab ipso d signo ad utraq; partes ipsius d g minimæ non cadunt. Si extra circulū igitur suscipiatur signū: & quæ sequuntur reliqua vt in theoremate. quod ostendere oportuit.

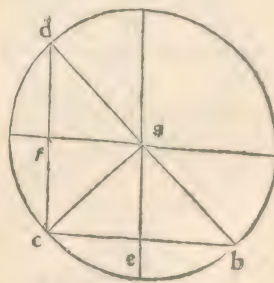


Eucl. ex Camp.

Propositio 9.

9 **I**ntra circulum puncto signato/ab eo plures q̄ duæ lineæ ductæ ad circumferentiā / fuerint æquales: punctum illud/centrum circuli esse necesse est.

¶ CAMPANVS. ¶ Sit vt a puncto a, signato intra circulum b c d, ductæ sint tres lineæ a b, a c, a d, ad circumferentiā: quas pono esse æquales. Dico punctū a: esse centrū circuli. Producā enim duas lineas c b & d c: & diuidam utraq; earum per æqualia. c b quidem in puncto e: & d c in puncto f. Et producam e a & f a: quas applico circūferentiæ ex utraq; parte. eritq; per 8 primi/ uterq; angulorum qui sunt ad e: æqualis alteri. igitur per diffinitionem anguli recti: uterq; erit rectus. Similiter quoque per eandem uterq; angulorum qui sunt ad f: rectus. ergo per correlatiū primæ huius/ quia a e diuidit c b per æqualia & orthogonaliter: ipsa transit per centrum. similiter quoque a f trāsit per centrum: quia diuidit d c per æqualia & orthogonaliter. quare a: est centrum. quod est propositum.



Eucl. ex Zamb.

Theorema s. propositio 9.

9 **S**i in circulo suscipiatur signū aliquod/ & ab eo signo ad circulum.

e. iij.

EV.

culum cadāt plures q̄ duæ rectæ lineæ æquales: susceptum
signum centrum ipsius est circuli.

CTHEON exZamberto. ¶ Sit circulus a b c, intra ipsum: signum sit d, & ab ipso d: in ipsum a b c. circulum cadant plures q̃ duæ rectæ lineæ æquales/hoc d a, d b, d c. Aio q̃ d signū: centrū est circuli a b c. Coniungantur enim per primum postulatum a b & b c, secanturq; per 10 primi/bifariam in signis e & f: videlicet a b per e, & b c per f. & coniunctæ e d & f d: per secundum postulatum extendantur vtrobiq; in g, k, & h, l, signa. Quoniam igitur æqualis est a e ipsi e b, communis vero e d: duo igitur latera a e & e d, duobus lateribus b e & e d sunt æqualia. & per hypothesin basis d a: basi d b est æqualis. Angulus igitur a e d: angulo b e d est æqualis per 8 primi. vterq; igitur angulorum a e d & b e d: rectus est. Igitur g k ipsam a b bifariam secat & ad angulos rectos per 3 tertij. Et quoniam si in circulo recta linea quædam/rectam lineam quandam bifariam & ad angulos rectos secabit/per correlarium primæ tertij in secante est centrū circuli: igitur in g k per idem correlarium/est centrum ipsius circuli a b c. Ac per hoc in h l est centrum circuli a b c. & nullum aliud habent commune g k & h l rectæ lineæ præter d, signum. Igitur d signū: centrum est circuli a b c. Si intra circulum igitur sumatur signum aliquod/a signo autē ad circulū incidant pluresq̃ duæ rectæ lineæ æquales: assumptum signum/centrum est circuli. quod ostendere oportebat.

CALITER idem ostendere. ¶ Est circulus a b c, intra ipsum: signum sit d, & ab ipso d: in ipsum a b c. circulum cadant plures q̃ duæ rectæ lineæ æquales/hoc d a, d b, d c. Aio q̃ d signū: centrū est circuli a b c. Coniungantur enim per primum postulatum a b & b c, secanturq; per 10 primi/bifariam in signis e & f: videlicet a b per e, & b c per f. & coniunctæ e d & f d: per secundum postulatum extendantur vtrobiq; in g, k, & h, l, signa. Quoniam igitur æqualis est a e ipsi e b, communis vero e d: duo igitur latera a e & e d, duobus lateribus b e & e d sunt æqualia. & per hypothesin basis d a: basi d b est æqualis. Angulus igitur a e d: angulo b e d est æqualis per 8 primi. vterq; igitur angulorum a e d & b e d: rectus est. Igitur g k ipsam a b bifariam secat & ad angulos rectos per 3 tertij. Et quoniam si in circulo recta linea quædam/rectam lineam quandam bifariam & ad angulos rectos secabit/per correlarium primæ tertij in secante est centrū circuli: igitur in g k per idem correlarium/est centrum ipsius circuli a b c. Ac per hoc in h l est centrum circuli a b c. & nullum aliud habent commune g k & h l rectæ lineæ præter d, signum. Igitur d signū: centrum est circuli a b c. Si intra circulum igitur sumatur signum aliquod/a signo autē ad circulū incidant plures q̃ duæ rectæ lineæ æquales: assumptum signum/centrum est circuli. quod ostendere oportebat.

¶ CALITER idem ostendere. ¶ Intra circulum enim a b c: suscipiatur
signum d. & ab ipso d. in circulum cadant plures q̄benæ rectæ lineæ: æ
quales: d a, d b, & d c. Dico q̄ assumptum signum d: cetrum est circuli a
b c. Non enim. sed si possibile est: sit e. & connexa d e: extendatur in f, g, si
gna. Igitur f g: dimetiens est ipsius a b c circuli. Quoniam igitur circuli a
b c in dimetiēte f g, assumptum est signum d quod ipsius circuli centrū
non est: maxima quidem est d g per 7 tertij. maior autem est d c ipsa d
b, & d b ipsa d a. Sed & æqualis per hypothefin. quod est impossibile. Igi
tur e: non est centrum circuli a b c. Similiter ostendimus q̄ aliud nū
lum præter d. Igitur d signum: centrum est circuli a b c.

Eucl. ex Camp.

Propositio 10.

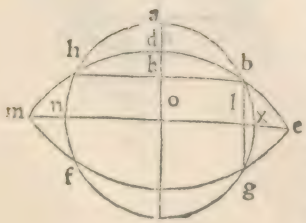
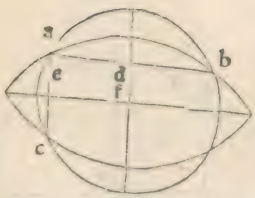
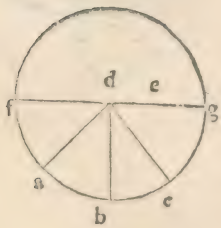
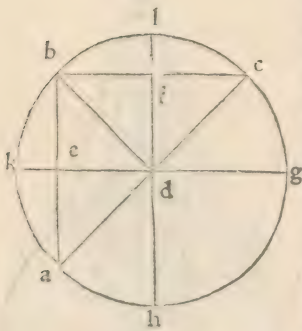
Propositio 10.
I circulus circulum secet: in duobus tantum locis se-
care necesse est.

S I circulus circulum secet: in duobus tantum locis se-
care necesse est.

CAMPANVS. ¶ Si si possibile est: duo circuli: secāres se
in pluribus q̄ in duobus locis: super tria pūcta a, b, c. producā
lineas a b & a c: quas diuidā per aequalia in punctis d & e. & producam
a puncto e, lineam e f: perpendicularē super lineam a c. & a puncto d,
lineā d f: perpendicularē super lineam a b. & secent se duæ lineæ e f,
d f: in puncto f. eritq; per correlarium primæ huius: punctum f: centrum
circuli vtriusq;. quod est impossibile per 5 huius.

Eucl. ex Zamb. Theorema 9. propositio 10.
 rculus: circulum in pluribus duobus

THEOREMA 9. PROPOSITIO 10.
Circulus: circulum in pluribus duobus signis non fecat.
THEON ex Zamberto. **S**i enim possibile: circulus a b c circulum d e f in pluribus signis duobus fecet/ hoc est in b, g, & h, f. & cōiūctæ b g, h, i, ipsi b h & g ad āgulos rectos excitatæ k c & l m m: extendantur a & x, e, signa. Quoniā igitur i circulo a b c, recta linea quædā a c, recta linæa quandā b h, bisariā & ad angulos rectos fecat per 3 tertij in ipsa igitur a c centrū est circuli a b c. Rursus quoniā in eodē circulo a b c recta linea n x hoc est m e, recta linæa quādā b g, bisariā & ad āgulos rectos per 3 tertij fecat: igitur in ipsa n x centrū est circuli a b c per eadē. ostēdū autē est q̄ & in a c. Et circula nullū aliud cōcurrūt rectæ lineæ a c & n x iuicē: nisi circa o. Igitur o centrū est circuli a b c. Similiter quoq; ostēdemus q̄ et circū

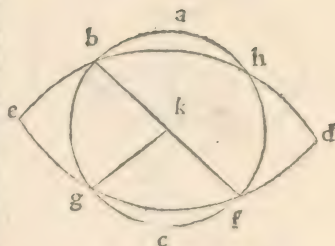


LIBER III.

36

culi d e f. centrum est ipsum o. Duorum igitur circulorum sese adinuicem secantium a b c & d e f. idem est centrum. quod per 5 tertij est impossibile. Circulus igitur: circulum in pluribus duobus signis non secat, quod erat ostendendum.

¶ **ALITER** idem ostendere. ¶ Circulus enim rursus a b c: circulum d e f fecit i pluribus q̄ in duobus signis/ hoc est in b, g, & f, h, & per primā tertij/ suscipiatur centrum circuli a b c: sitq; illud k. Et connectantur k b, k g, & k f. Quoniam igitur intra circulum d e f suscipitur signū quoddā k, in ipsumq; d e f circulum plures duabus æquales rectæ incidunt lineæ k b, g k, & k f: igitur per 9 tertij/ k signum/ centrum est circuli d e f. At circuli a b c: centrum est ipsum k. Duorum igitur circulorum sese inuicem secantium idem est centrum k, quod per 5 tertij est impossibile. Circulus igitur: circulum in pluribus q̄ duobus signis non secat, quod fuerat ostendendum.

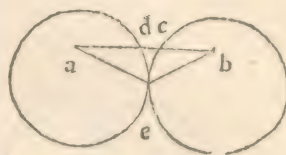
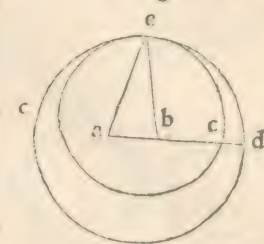


Eucl. ex Camp.

Propositio II.

¶ **S**i circulus circulum contingat/ lineaq; per centra eorum transeat: ad punctum contactus eorum applicari necesse est.

¶ **CAMPANVS.** ¶ Si enim linea transiens per centra duorum circulorū c e & d e sese contingentium intra vel extra/ non vadit ad locum cōtactus: fecit circūferentiam vtriusq; sitq; a, per primam huius/ cōtrum circuli e d: & b, centrum circuli c e. & ducatur linea recta a b c d: secans circūferentiam vtriusq; & ducantur lineæ a puncto e qui sit locus contactus/ ad cōtra: quæ sint e a, e b. eruntq; in contactu interiori/ per 20 primi duæ lineæ e b & e a: longiores e a, quare longiores a d. est enim a: centrū circuli e d. et quoniam b c est æqualis e b, quoniam b est centrum circuli e c: erit c a longior a d, quod est impossibile. ¶ In contactu vero exteriori erūt duæ lineæ a e & e b: longiores a b, quare a d & c b: maius erunt q̄ tota a b, quod est falsum.



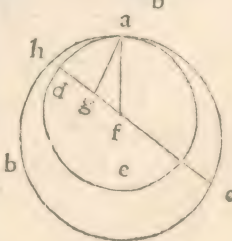
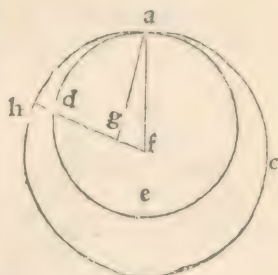
Eucl. ex Zamb.

Theorema 10. Propositio II.

¶ **S**i bini orbes se introrsum adinuicem tetigerint/ suscipianturq; eorum centra: ad eorum centra applicata recta linea & eiecta/ in contactum circulorum cadit.

¶ **THEON** ex ¶ **Zamberto.** ¶ Bini inquā circuli a b c & a d e: sese adinuicem tangāt introrsum in signo a. suscipiaturq; per primā tertij/ centrum circuli a b c: sitq; illud f. circuli autem a d e: sit g. Dico q; recta linea applicata ex f in g, & eiecta: in ipsum a signum cadit. Non enim. sed si possibile est: cadat sicut f g d h. & cōnectantur a f & a g. Quoniam igitur a g & g f, ipsa f a hoc est ipsa f h, p 20 primi sunt maiores: cōmunis auferatur g f. reliqua igitur a g: reliqua g h maior est. Aequalis autē est d g, ipsi g a, per 15 diffinitionē primi. et g d ipsa g h igitur maior est/ minor maiore. quod est impossibile. Recta igitur linea applicata ex f in g signū: extra ipsum a signum contactus non cadit, in ipsum contactum igitur. Si bini circuli igitur sese inuicem introrsum tetigerint sumanturq; eorum centra: ad eorum centra applicata recta linea & eiecta/ in eorum circulo: rum cadit contactum. quod demonstrasse oportuit.

¶ **ALITER** idem ostendere. ¶ Sed iam cadat sicut g f c. & extendatur in rectas lineas/ c f g in h signum: & coniungantur a g & a f. Quoniam igitur a g & g f maiores sunt ipsa a f per 20 primi/ sed a f æqualis est ipsi c f hoc est ipsi f h: cōmunis auferatur f g. reliqua igitur a g: reliqua g h maior est hoc est g d ipsa g h, maiore minor. quod est impossibile. Similiter & si extra circulum paruum fuerit centrum maioris circuli: ostendemus impossibile.



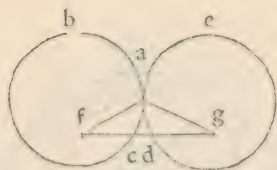
e. liij.

GEO. ELE. EV.

Eucl. ex Zamb.

Theorema 11. propositio 12.

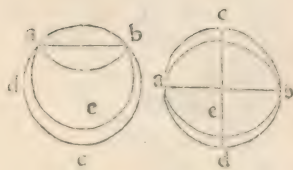
¶ Si duo circuli sese adinuicem exterius tetigerint: ad centra eorum applicata recta linea per contactum transiet.



¶ THEON ex Zamberto. ¶ Duo enim circuli a b c & a d e: sese adinuicem exterius tangant in signo a. Sumaturq; per primā tertiij/ centrum circuli a b c: sitq; illud f. & circuli a d e: sit g. Dico q; ex f in g applicata recta linea: per ipsum a contactum trāsit. Non enim. sed si possibile est: trāseat sicut f c & d g. Et coniungantur a f a g. Quoniam igitur f signū/ centrum est circuli a b c: æqualis est f a ipsi f c. Rursus quoniam g signū/ centrum est circuli a d e: æqualis est a g ipsi d g. Ostensum autem est q; f a: ipsi f c est æqualis. Igitur f a & a g: ipsi f c & g d sunt æquales. quare tōra f g: ipsi f a & a g maior est. sed & minor per 20 primi. quod est impossibile. Igitur quæ ab f in g applicatur recta linea: per ipsum a contactum trāsit. Si duo circuli igitur sese adinuicem exterius tetigerint: ad eorum centra applicata recta linea per contactum veniet.

Eucl. ex Camp.

Propositio 12.



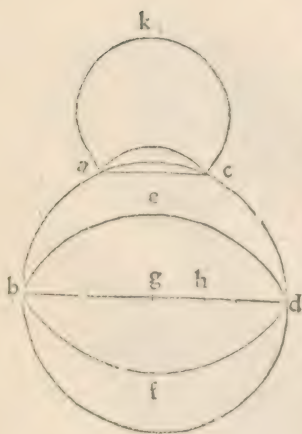
¶ Si circulus circulum contingat siue intrinsecus siue extrinsecus: in vno tantum loco contingere necesse est.

¶ CAMPANVS. ¶ Si enim fuerit possibile/ vt circulus circulum cōtingat in duobus locis intra vel extra: contingat circulum a b c d, circulus a b e interius in duobus punctis a, b. vel exterius/ circulus c d f: in duobus punctis c, d. Cum ergo ducemus lineam rectam ab a ad b, si ipsa cadat extra circulum a b e interiore: accidet contrarium secundæ huius. ¶ Si ipsa cadat intra ipsum: cum diuiserimus ipsam per æqualia/ & eduxerimus a puncto diuisionis perpendicularem ad ipsam/ fueritq; applicata circūferentiæ ex vtraq; parte: ipsa transibit per centrum aborum circulorum. quare accidet contrarium præmissæ. ¶ In circulo vero cōtingente exterius in punctis c, d, si ducamus lineam rectam a puncto c ad puncti d: necesse est accidere contrarium secundæ huius. Quare vtrunq; impossibile.

Eucl. ex Zamb.

Theorema 12. propositio 13.

¶ Circulus circulum nō tangit in pluribus signis vno: etsi extra/ etsi intus tangat.



¶ THEON ex Zamberto. ¶ Si enim possibile: circulus a b c d, circulum e b f d tangat primum intorsum in pluribus signis vno/ hoc est in d, b, & sumatur quidem centrum ipsius circuli a b c d: sitq; illud g. per primā tertiij. circuli autem e b f d: sit h. Igitur per 11 eiusdem/ recta linea applicata ex g in h: cadit in signa b, d. cadat sicut b g h d. Et quoniam g signū/ centrum est circuli a b c d: æqualis per diffinitionem 15 primi/ est b g ipsi d g. Maior igitur est b g: ipsa h d. multo maior igitur b h: ipsa h d. Rursus quoniam h signum/ centrum est circuli e b f d: æqualis est per eandē/ b h ipsi h d. patuit autem q; ea multo maior. quod est impossibile. Igitur etiā q; nec exterius. Si enim est possibile: circulus a c k circulum a b c d tangat exterius in pluribus signis vno/ videlicet in a, c. & coniungatur per primum postulatum/ a c. Quoniam igitur in circūferentiā vtrorumq; circulorū a b c d & a c k, suscepta sit duo cōtingentia signa a & c: adiungatur ad ea signa recta linea/ per 2 tertiij intra vtrunq; cadit. Sed cadit intra ipsum circulum a b c d & extra circulum a c k. quod absurdum est. Circulus igitur circulum exterius nō tangit in pluribus signis vno. ostēsum autem est q; neq; intorsum. Circulus igitur circulum non tãget in pluribus signis vno: etsi exterius/ etsi intorsum tangat. quod demonstrasse oportuit.

Eucl. ex Camp.

Propositio 13.

13 **R**ectæ lineæ in circulo si fuerint æquales: eas a centro æquidistare. & si a centro æquidistiterint: æquales esse necesse est.

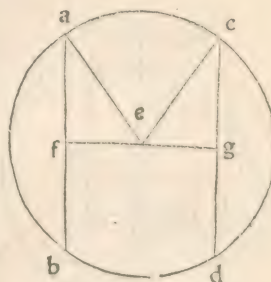
CAMPANVS. Sit ut in circulo a b c d cuius centrū sit e: duæ lineæ a d et b c sint æquales. dico q̃ ipsæ æquidistant a centro. & e converso. Producantur enim a centro e, lineæ e f & e g: perpendiculares ad a d & b c. eritq̃ per 2 partem tertiæ huius a d diuisa per æqualia in f: & b c in g. Quia ergo duo latera e d & d a trianguli e d a sunt æqualia duobus lateribus e c & c b trianguli e c b, & basis e a basi e b: erit per 8 primi angulus d æqualis angulo c. Et quia duo latera e d & d f triaguli e d f, sunt æqualia duobus lateribus e c & c g trianguli e c g, nā d f est æqualis e g eo q̃ tota a d posita est æqualis b c, & angulus d est æqualis angulo c: erit per 4. primi, basis e f æqualis basi e g. Et quia illæ sunt perpendiculares venientes ad eas a centro: patet per 4. definitionē siue 4. propositionem huius ipsas æqualiter distare a cetro. **Aliter idē.** Quadratum enim e d: per penultimam primi valet quadrata duarum linearum e f & f d, & quadratum e c: quadrata duarum linearum quæ sunt e g & c g, & quia quadratum d e est æquale quadrato e c, & quadratum d f quadrato g c: erit quadratum e f æquale quadrato e g, quare e f est æqualis e g, sicq̃ patet idē. **Sit ergo e f æqualis e g: quod est eas a d scilicet & b c æqualiter distare a centro. Dico tunc q̃ a d est æqualis b c.** Quadratis enim duarū linearū e d et e c æqualibus: demptisq̃ quadratis duarum linearum e f & e g, æqualibus: remanēt per penultimā primi quadrata duarum linearum f d & g c, quæ per tertiam communem sententiā necesse est esse æqualia. quare f d: est æqualis g c. ergo duplum f d quod est a d: est æquale duplo g c quod est b c. Et hæc est secunda pars propositi.

Eucl. ex Zamb.

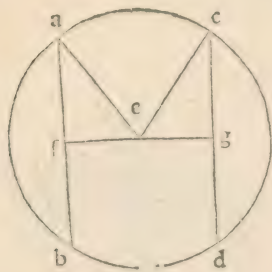
Theorema 13. propositio 14.

14 **I**n circulo rectæ lineæ sunt æquales: quæ æqualiter distant a centro. Et si æqualiter distant a centro: æquales adinuicem sunt.

THEON ex Zā. Sit circulus a b c d: & in ea sint æquales rectę lineę a b & c d. Dico q̃ æqualiter distāta cetro. Suscipiatur enim per 1 tertiū centrum circuli a b c d: sitq̃ illud e. Et ab ipso e: in ipsas a b & c d per 12. primi perpendiculares excitentur e f & e g. & coniungantur per primum postulātū: a e & e c. Quoniā igitur per 3 tertiū recta linea quædā per centrum extensa e f, rectam lineam quandam non extensam per centrum a b, ad angulos rectos & bifariam dispescit: æqualis est igitur a f: ipsi f b. Dupla igitur est a b: ipsius a f. et ob id / & c d: ipsius e g dupla est. Et est æqualis a b: ipsi c d. æqualis igitur est a f: ipsi e g. Et quoniam æqualis est a e ipsi e c, ex centro enim in circumferentiam: æquum est quadratum quod fit ex e c, ei quod fit ex a e quadrato. Sed ei quod fit ex a e quadrato: per 47 primi æqua sunt ea quæ fiunt ex a f & f e quadrata. rectus enim est angulus qui ad f. Ei autem quod fit ex e c: per eandem / æqua sunt ea quæ fiunt ex e g & g c. rectus enim est angulus qui ad g. Ea igitur quæ fiunt ex a f & f e quadrata: æqualia sunt eis quæ fiunt ex e g & g c quadratis. quorum id quod fit ex a f: æquum est ei quod fit ex e g. æqualis enim est a f ipsi e g. Reliquum igitur quod fit ex f e: reliquo quod fit ex e g per 3 communem sententiā est æquale. Æqualis igitur est e f ipsi e g. In circulo autē æqualiter rectæ lineæ distare dicūt a centro: quādo a cetrīs in ipsas perpendiculares ductæ sunt æquales / per diffinitionem 4. tertiū. Igitur a b & c d: æqualiter distant a centro. **Sed iam a b & c d rectæ lineæ æqualiter distant a centro: hoc est æqualis sit e f ipsi e g. Dico q̃ æqualis est a b ipsi c d.** Eisdem enim constructis / similiter ostendemus q̃ a b dupla est ipsius a f: & c d ipsius e g. Et quoniam æqua



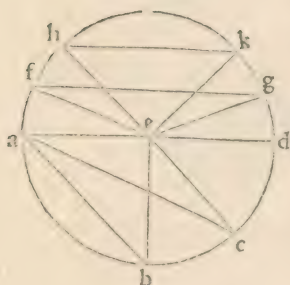
GEO. ELE. EV.



lis est a e ipsi c e, ex centro enim in circumferentiam: æquum est quadratū quod fit ex a e ei quod sit ex c e quadrato. Sed ei quod sit ex a e quadrato: æqualia sunt per 43 primi/ quæ fiunt ex e f & f a quadrata. Ei autem quod sit ex c e: æqualia sunt per eandem/ ea quæ fiunt ex e g & g c. Ea igitur quæ fiunt ex e f & f a quadrata: æqualia sunt eis quæ fiunt ex e g & g c quadratis. Quorum quod sit ex e g: ei quod sit ex e f est æquale. æqualis enim est e f ipsi e g. Reliquum igitur quod sit ex a f: per 3 communem sententiam/ æquum est ei quod sit ex c g. æqualis igitur est a f ipsi c g. At ipsius a f: dupla est ipsa a b. ipsius vero c g: dupla est ipsa c d. Aequalis igitur est a b ipsi c d. In circulo igitur rectæ lineæ sunt æquales: quæ æqualiter distant a centro. & quæ æqualiter distant a centro: sibi invicem sunt æquales. quod erat demonstrandum.

Eucl. ex Camp.

Propositio 14.



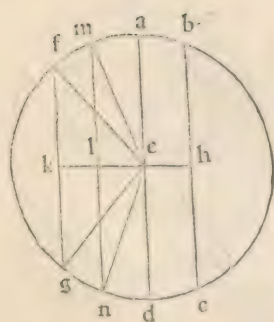
S intra circulum plurimæ rectæ lineæ ceciderint: di-
ametrum eius omnium longissimam: eiq; propinquiores remotioribus longiores esse necesse est.

CAMPANVS. ¶ Sit vt in circulo a b c cuius centrum e: cadant plurimæ lineæ quæ sint a b, a c, a d, f g, h k. sitq; a d diameter. Dico ipsam esse longissimam: et alias ræo maiores quāto sunt ipsi propinquiores. Ducantur enim a centro e, lineæ ad extremitates omnium: quæ sint e b, e c, e f, e g, e h, & e k. eruntq; per 20 primi/ duo latera e f & e g trianguli e f g: longiora f g. & quia ipsa sunt æqualia a d: erit a d maior f g. Eadem ratione maior erit g a c: quia a e & e c sunt maiora a c, & æqualia a d. ergo ad maior est a c. Sic quoq; est maior h k et maior etiam q̄ ab. Qz autem f g sit maior h k, & a c q̄ a b: patet. quia cum duo latera f e & e g trianguli f e g, sint æqualia duobus lateribus h e & e k trianguli h e k, & angulus f e g maior angulo h e k: erit per 24 primi basis f g maior basi h k. Similiter quoq; quia a e & e c sunt æqualia a e & e b, & angulus a e c maior angulo a e b: erit basis a c per eandem maior basi a b. & sic est propositum.

Eucl. ex Zamb.

Theorema 14. propositio 15.

In circulo: maximus quidem est dimetiens. aliarum autē semper propinquior centro: remotiore maior.



THFON ex Zamberto. ¶ Sit circulus a b c. d dimetiens vero illius: sit a d. centū autem: sit e. Et propinquior ipsi a d dimetienti: sit b c. remotior autem sit f g. Dico q; a d: maxima est. maior autem b c: ipsa f g. Excusetur per 12 primi/ ab e centro in ipsas b c & f g: perpendiculares e h & e k. I r quoniam propinquior quidem centro est b c, remotior autem f g: maior est per 4 diffinitionē igitur e k, ipsa e h. Ponatur autē per 3 primi: æqualis e l ipsi e h. & per vndecimam primi/ per ipsi e k ad rectos angulos excitata l m: extēdatur in n. Et per primum postulatū cōiungantur e m, e n, e f, & e g. Et quoniam æqualis est e h ipsi e l: æqualis est per quartam tertij & diffinitionem quartam eiusdem/ b c ipsi m n. Rursum quoniam æqualis est a e ipsi e m, & e d ipsi e n: igitur a d ipsi m e & e n est æqualis. Sed m e & e n: per 20 primi/ ipsa m n maiores sunt. Igitur a d: ipsa m n maior est. Et quoniam duæ m e & e n, duabus f e & e g sunt æquales per 15 diffinitionem primi/ ex centro enim in circumferentiam, & angulus qui sub m e n angulo qui sub f e g maior est: basis igitur m n per 24 primi basi f g maior est. Sed m n: ipsi b c ostensa est æqualis. & b c igitur: ipsa f g maior est. Maxima igitur est a d dimetiens. maior autē semper propinquior centro: remotiore maior est. quod demonstrasse oportuit.

Eucl. ex Camp.

Propositio 15.



S ab altero terminorū diametri cuiuslibet circuli orthogonallyt linea recta ducatur: extra circulū es

LIBER III.

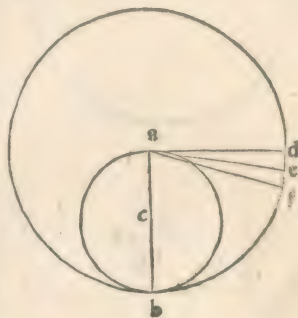
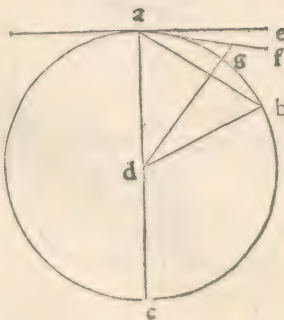
38

am cadere necesse est. Atq; inter illam & circulum: aliam lineam rectam capi impossibile est. Angulum autem ab illa et circumferentia contentum: omnium acutorum angulorum esse angustissimum. Angulum vero intrinsecum a diametro & circumferentia contentum: omnium angulorum acutorum esse amplissimum necesse est.

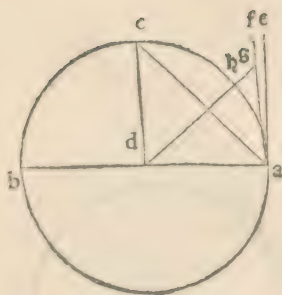
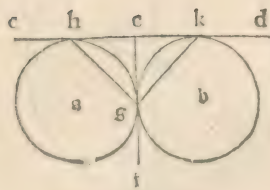
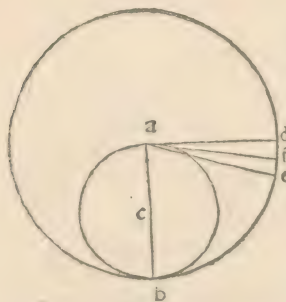
¶ Vnde etiam manifestum est: omnem lineam rectam a termino diametri cuiuslibet circuli orthogonaliter ductā circulum ipsum contingere.

¶ CAMPANVS. ¶ Sit vt a termino a, diametri a c, circuli a b c cuius cētrum d: ducatur linea orthogonaliter. dico q; ipsa cadit extra circulum. & q; inter lineam illā & circumferentiam: nulla alia recta linea intercipitur. & q; angulus quē ipsa & circumferentia continet: est minor omni angulo rectilineo/qui videlicet a duabus rectis lineis continetur. & q; angulus contentus a diametro & circumferentia: est maior omni angulo rectilineo acuto. Si enim linea ducta ab a orthogonaliter super a c lineam/potest cadere intra circulū: sit illa linea a b, & ducatur linea d b, eritq; per 5 primi/angulus d a b: æqualis angulo d b a. & quia angulus d a b est rectus per hypothesin: habebit triangulus a b d duos angulos rectos. quod est impossibile per 32 primi. Cadet ergo extra: sitq; a e. q; si inter ipsam & circumferentiam potest linea recta intercipi: sit illa a f. ad quā ducatur perpendicularis d g. & quia angulus d g a est rectus: erit per 13 primi/linea a d longior linea d g. quod est impossibile. quare inter ipsam/ & circumferentiam: nulla linea recta intercipitur. ¶ Propter quod patet q; angulus contentus ab a e et circumferentia/qui dicitur angulus contingentia: est minor omni angulo a duabus rectis lineis contento. Si enim aliquis rectilineus angulus esset angulo contingentia æqualis/aut eo minor: cū omnis talis possit per æqualia diuidi secundum doctrinam 9 primi/inter lineam a e & circumferentiam posset linea recta intercipi. quod monstrauimus esse non posse. Per quod patet angulum contentum a diametro & circumferentia: omnium acutorum rectilineorum esse maiorem. quia nō differt a recto: nisi in angulo contingentia quem monstrauimus esse minorem omni rectilineo. ¶ Correlariū patet per primam partem. Cum enī linea a e in vtramq; partem eiecta non secet circulum/et tangat ipsum in puncto a: ipsa est contingens per diffinitionem.

¶ CAMPANI additio. ¶ Ex hoc notandum q; non valet ista argumentatio. hoc transit a minori ad maius & per omnia media: ergo per æquale. Nec ista. Contingit reperire maius hoc/ & minus eodem: ergo contingit reperire æquale. hoc autem sic patet. Sit circulus a b super centrū c, cuius diameter a c b. & ducatur ab eius termino a: linea a d orthogonaliter. eritq; contingens circulum per correlarium huius. Describatur iterū super punctum a secundum quantitatem diametri a b: circulus b e d. & imaginetur linea a b moueri super punctum a, per circumferentiam arcus b e d: ita q; punctum b numeret omnia puncta arcus b e d, quousq; perueniat ad lineam a d, & cooperiat ipsam. Et quia angulus b a d est rectus: erit vt non sit sumere aliquem angulum acutum cui æquale non fecerit linea a b cum diametro a c b minoris circuli. quia transiit ad angulum rectum: dinumerans situm omnium angulorum acutorum. quorum manifestum est quosdam esse minores angulo semicirculi: contento a semicircumferentia a b, & diametro a c b. & angulum rectum manifestum est esse maiorem eodem. Dico q; nullus in transitu ab acutis minoribus ad rectum maiorem intermedius: fuit ei æqualis. Si enim fuerit aliquis: sit vt illum fecerit linea a b, cum punctus b fuit in puncto e arcus b e d. Quia ergo angulus e a b est æqualis angulo semicirculi prædicto/angulus autem semicirculi est amplissimus omnium acutorum per vltimam



GEO. FLE. EV.



partem huius: erit angulus e a b amplissimus omnium acutorum. Dividatur ergo angulus e a d sicut proposuit 9 primi/ per æqualia: ducta linea a f. eritq; per 9 conceptionem/ angulus f a b: amplior angulo e a b. quare erit aliquid: amplius amplissimo. quod est impossibile. ¶ Vel sic. Cum angulus e a b sit æqualis angulo semicirculi sicut ponitur/ at angulus semicirculi cum angulo contingentie est æqualis vni recto/ similiter quoq; angulus e a b cum angulo e a d est æqualis vni recto: erit angulus e a d æqualis angulo contingentie. & quia angulus contingentie est angustissimus omnium acutorum per 3 partem huius: erit similiter angulus e a d ei æqualis/ angustissimus omnium acutorum. sed angulus e a f est eo angustior/ per conceptionem. erit ergo aliquid: angustius angustissimo. quod est impossibile. Non ergo erit angulus rectilineus: æqualis angulo semicirculi. Et quia transitur a minori ad maius & non per æquale/ item quia est reperire minorem eo & maiorem: patet instantia contra vtranq; argumentationem prædictam. Vnde per interreptionem ad illud est respondendum. ¶ Posset probari qd angulus contingentie est diuisibilis secundum lineam rectam ut constet per figurationem hic a latere positam. Certum est qd angulus qui causatur ex contactu duorum circulorum vel spherarum: est angulus contingentie. & talis diuidatur per lineam e g: quia hic habetur triangulus h g k, cuius basis h k diuidatur per æqualia in puncto e. & protrahatur versus g contactum. & arguitur per 16 huius. & patet propositum.

Eucl. ex Zamb.

Theorema 15. propositio 16.

¶ Quæ a diametri circuli extremitate ad angulos rectos ducitur: extra ipsum circulum cadit. & in locum inter ipsam rectam lineam & circumferentiam: altera recta linea non cadet. & semicirculi angulus: omni angulo acuto rectilineo maior est. reliquus: autem minor.

¶ THEON ex Zamberto. ¶ Sit circulus a b c: circa centrum d & dimetiatur a b. Dico qd quæ ex a ipsi a b ad angulos rectos ducitur: extra ipsum circulum cadit. Non enim. sed si possibile est: cadat interior sicut c a. & conuigatur d c. Et quoniam æqualis est d a ipsi d c per 15 diffinitionem primi/ ex centro enim in circumferentiam: æqualis est & angulus d a c angulo a c d. Angulus autem d a c rectus est. rectus igitur est: & q sub a c d. Anguli igitur qui sub d a c & a c d: duobus rectis sunt æquales. quod per 17 primi/ est impossibile. Igitur ab a signo: ipsi a b ad angulos rectos ducta: intra ipsum circulum non cadit. Similiter quoq; ostendemus: qd neq; i ipsa circumferentia. extra igitur cadit sicut a e. ¶ Dico qd in locum inter a e rectam lineam/ & c h a circumferentiam: alia recta linea non cadit. Si enim possibile est: cadat sicut f a. & excites tur p 12 primi/ ab d signo: in ipsa f a perpendicularis d g. Et quoniam rectus est angulus a g d, minor recto autem qui sub d a g: maior igitur est a d ipsa d g. Æqualis autem est d a: ipsi d h. ex centro enim in circumferentiam. maior per 19 primi/ igitur est d h: ipsa d g, minor maiore. quod est impossibile. In locum igitur inter rectam lineam & circumferentiam: altera recta linea non cadet. ¶ Dico qd & semicirculi angulus cõtinetur sub a b recta linea & c h a circumferentia: omni angulo acuto rectilineo maior est. Reliquus autem contentus sub c h a circumferentia & a e recta linea: omni acuto angulo rectilineo minor est. Si enim aliquis est angulus rectilineus maior eo qui sub b a recta linea & c h a circumferentia cõtinetur/ minor vero eo qui sub c h a circumferentia & a e recta linea cõtinetur: in locum inter c h a circumferentiam & a e rectam lineam recta linea cadet/ quæ efficit maiorem quidem angulum contentum sub rectis lineis eo qui sub b a recta linea & c h a circumferentia cõtinetur/ minor autem eo qui sub c h a circumferentia & a e recta linea cõtinetur. non cadit autem. Igitur per præostensam impossibilitatem/ angulo contento sub b a recta linea & c h a circumferentia: angulus acutus sub rectis lineis contentus maior non est. neq; etiam minor contento sub c h a circumferentia & a e recta linea.

LIBER III.

39

CORRELARIUM. Hinc manifestum est qd a diametri circuli extremitate ad angulos rectos ducta: ipsum circulum tangit. & qd recta linea circulum in vno signo tantum tangit: quoniam ostensum est per 2 tertij/ qd in duo signa missa ei/ intra ipsum cadit. quod demonstrasse oportuit.

Eucl. ex Camp.

Propositio. 16

16 **A** Dato puncto: ad datum circulum lineam contingentem ducere.



CAMPANVS. Sit circulus datus a b cuius centrum c: punctusq; datus d. volo ergo a puncto d: ducere lineam contingentem circulum a b. Produco lineam d c secantem circumferentiam circuli a b in puncto a: super quam describo circulum d e secundum quantitatem lineæ d c, concentricum circulo a b. & a puncto a, produco lineam a e perpendicularem ad lineam d c: quæ secet circumferentiam circuli d e in puncto e. & produco lineam e c: secantem circumferentiam circuli a b in puncto b. Deinde produco lineam d b: quæ erit contingens circuli a b. Quia enim duo latera a c & c e trianguli a c e sunt æqualia duobus lateribus b c & c d trianguli b c d, & angulus c est communis vtriq;: erit per 4 primi/ angulus e a c æqualis angulo d b c. angulus autem e a c: est rectus. quare angulus d b c: est rectus. Per correlarium ergo præcedentis erit linea d b: contingens circulum a b. quod est propositum.

Eucl. ex Zamb.

Problema 2. Propositio. 17.

17 **A** Dato signo: dato circulo contingentem rectam lineam ducere.

THEON ex Zamberto. Sit quidem datū signū a: datus autem circulus sit b c d. oportet iam a dato signo a: dato circulo b c d contingentem rectam lineam ducere. Suscipiatur enim per primam tertij/ centrum circuli: sitq; illud e. & coniungatur per primū postulatū a d e. Et centro quidem e spacio vero e a: per tertium postulatū circulus describatur a f g. & ab ipso d: ipsi e a ad angulos rectos excitetur d f per 11 primi. et coniungantur per primum postulatū e b f & a b. Dico qd ab a signo: circulo b c d contingens ducitur a b. Quoniam enim e signum/ centrum est circulorum b c d & a f g: æqualis est e a ipsi e f, & e d ipsi e b. ex cetero enim in circumferentiam. Dux igitur a e & e b: duabus e f & e d sunt æquales. & angulū communem habent qui ad e. basis igitur d f per 4 primi/ basi a b est æqualis. & triangulum d e f: triāgulo e b a est æquale. & reliqui anguli: reliquis angulis. æqualis igitur est angulus e d f: angulo e b a. rectus est autem qui sub e d f: rectus igitur est & qui sub e b a. et est e b ex centro. Quæ autem ex diametri circuli extremitate ad angulos rectos ducitur: ipsum tangit circulum. per correlarium 16 tertij. Igitur a b: ipsum circulum b c d tangit. A dato igitur signo a, dato circulo b c d, contingens recta linea ducitur a b. quod fecisse oportuit.

Eucl. ex Camp.

Propositio. 17.



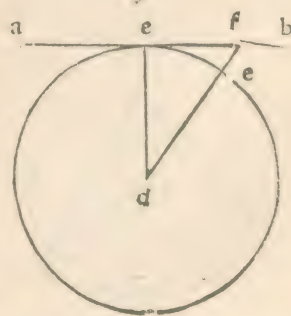
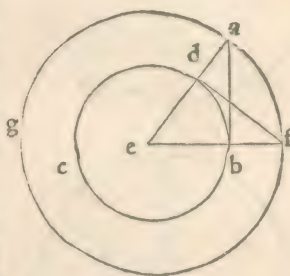
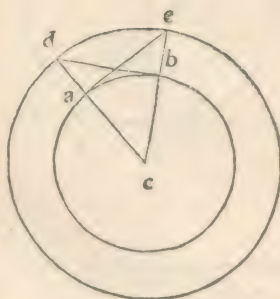
S I circulum linea recta contingat/ a contactu vero ad centrum linea recta ducatur: necesse est eam super lineam contingentem esse perpendicularem.

CAMPANVS. Sit linea a b, contingens circulum c e cuius centrū sit d, in puncto c qui iungatur cum centro per lineam c d. Dico hanc esse perpendicularem super lineam contingentem. Si enim non est perpendicularis ad ipsam: sit ergo d f perpendicularis ad eandem/ quæ secet circumferentiam circuli in puncto e. eritq; vterq; angulorum qui sunt ad f: rectus. igitur per 18 primi/ linea c d: est maior linea d f. quod est impossibile. Constat itaq; d c esse perpendiculare super a b. quod est propositum.

Eucl. ex Zamb.

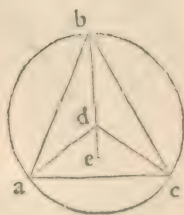
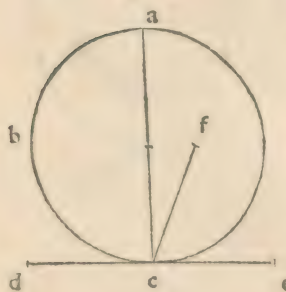
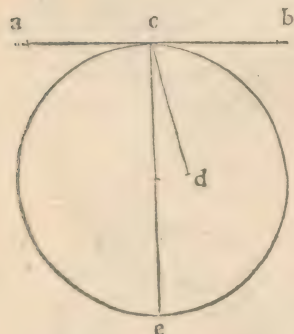
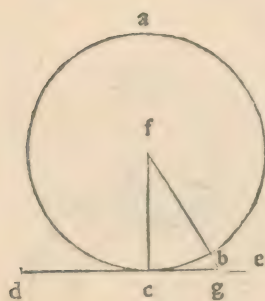
Theorema. 16 Propositio. 18

18 **S** i circulum tetigerit aliqua recta linea/ a centro autem in



GEO. ELE. EV.

contactum coniuncta fuerit aliqua recta linea: coniuncta perpendicularis erit in contingente.



THEON ex Zamberto. ¶ Circulum enim a b c: tangat recta linea quedam d e, in c signo. & sumatur per 1^o tertij/centrum circuli a b c: sitq; illud f. Et ab f in c coniungatur per primum postulatam f c. Dico q; f c: perpendicularis est in d e. Si enim nō: excitetur per 1^o 2^o primi ab f, in ipsa d e, perpendicularis f g. Quoniam igitur angulus f g c rectus est: angulus igitur qui sub g c f, est acutus. maior igitur est angulus f g c: angulo f c g, sub maiori autem angulo: per 1^o 9^o primi/ maior latus subrenditur. maior igitur est f c: ipsa f g. Aequalis autem est f c: ipsi f b. ex centro enim in circūferentiam. maior igitur est f b: ipsa f g, minor maiore. quod est impossibile. Igitur f g: in ipsa d e, non est perpendicularis. Similiter quoq; ostendimus: q; nulla alia præter f c. Igitur f c: perpendicularis est in ipsa d e. Si circulum igitur tetigerit aliqua recta linea: & quæ sequuntur reliqua. quod demonstrasse oportuit.

Eucl. ex Camp.

Propositio 18.

Si circulum linea recta cōtingat/ et a contactu in circūculum linea quādam orthogonaliter ducatur: in eadē centrum esse necesse est.

CAMPANVS. ¶ Sit ut prius linea ab cōtingens circūlū c e in puncto c: et a contactu ducatur linea intra circūlū/ c e, perpendicularis ad lineam a b. Dico q; centrum circuli est in linea c e. Hæc est conuersa prioris. Si enim non fuerit cētrum in linea c e: sit alibi vbicūq; contingat/ sitq; d. & producat d c. eritq; d c per præmissā perpendicularis ad lineam a b. quod est impossibile: cum e c posita sit perpendicularis ad ipsā.

Eucl. ex Zamb.

Theorema 17. propositio 19.

¶ Si circulum tetigerit aliqua recta linea/ a contactu autem ipsi tangenti ad angulos rectos recta linea quādam excitetur: in excitata erit centrum circuli.

THEON ex Zamberto. ¶ Circulum enim a b c: tangat recta linea quedam d e, in signo c. & ab ipso c: ipsi d e per 1^o 1^o primi excitetur ad angulos rectos c a. Dico q; in ipsa c a: est centrum circuli. Non enim. sed si possibile est: sit f. & per primum postulatam coniungatur c f. Quoniam igitur circulum a b c, recta linea quedam d e tangit/ a centro autem in contactum cōiungitur f c: igitur f c, per 1^o 18^o perpendicularis est ipsi d e. Rectus igitur est angulus f c e. at angulus a c e: rectus est. æqualis igitur est angulus f c e: ei qui sub a c e, minor maiori. quod est impossibile. Igitur f: centrum circuli a b c non est. Similiter quoq; ostendimus: q; nec alibi præter q; in a c. Si circulum igitur aliqua recta linea tetigerit/ a contactu autem ipsi tangenti ad angulos rectos recta linea excitetur: in excitata erit centrum circuli. quod demonstrasse oportuit.

Eucl. ex Camp.

Propositio 19.

Si intra circulum angulus supra centrum consistat/ alius vero angulus supra circūferentiam consistens eandē basin habeat: interior superiori duplex erit.

CAMPANVS. ¶ Sit ut in circulo a b c cuius cētrum d, fiat angulus a d c supra centrum, et angulus a b c super circūferentiam: sitq; vtriusq; anguli eadem basis quæ sit arcus a c. Dico angulum a d c: duplum esse ad angulum a b c. Quod sic probatur. Aut enim duæ lineæ a b et c b includunt duas lineas a d et d c, aut altera earum sit linea vna cum altera reliquarum/ aut etiā altera primarū secat alteram postremarū. ¶ Sit ergo primo ut includant eas ut in prima figuratōne apparet: et producat lineam b d. eritq; per 3^o 2^o primi/ angulus a d e extrinsecus: æqualis duobus intrinsecis qui sunt b a d & a b d anguli. Et quia ipsi sunt æquales per

LIBER III.

40

quintam eiusdem: erit angulus a d e duplus ad angulum a b d. Simili-
quoque modo erit angulus e d c duplus ad angulum d b c. quare totus an-
gulus a d c: duplus erit ad totum angulum a b c. quod est propositum. ¶ Qz
si altera duarum linearum a b & b c fuerit linea vna cum altera duarum que
sunt a d & b d, vt in secundafiguratione apparet: per easdem per quas pri-
us & simili modo liquet propositum. ¶ Qz si altera duarum linearum pri-
marum fecerit alteram duarum postremarum/ vt in tertiafiguratione appa-
ret vbi linea a b secatur lineam d c: producat lineam b d e. Erit per easdem
quas a principio assumpsimus & simili modo/ e d a duplus ad angulum d b
a: & totus angulus e d c duplus ad totum angulum d b c. quare angulus
a d c: duplus est ad angulum a b c. Quod est propositum.

Eucl. ex Zamb.

Theorema 18. propositio 20.

- 20 ¶ In circulo angulus qui ad centrum/ duplus est eius qui ad
circumferentiam: quando anguli eandem circumferentiam ha-
buerint.

¶ THEON ex Zamberto. ¶ Sit circulus a b c. & ad eius centrum: sit an-
gulus b e c. ad circumferentiam vero: angulus b a c. habeant autem ean-
dem basin: circumferentiam b c. Dico qd duplus est angulus b e c: anguli
b a c. Coniuncta enim a e: per 2 postulatū extendatur in f. Quoniam enim
æqualis est a e ipsi e b, ex centro enim in circumferentiam: æqualis est an-
gulus e a b ei qui sub e b a. Anguli igitur e a b & e b a: per 5 primi eius
qui est sub e a b dupli sunt. æqualis autem est qui sub b e f: per 32 eius-
dem eis qui sub e a b & e b a. Angulus igitur b e f triplis e a b duplus est.
Et perinde angulus f e c: eius qui sub e a c per eandem duplus est. Totus
igitur b e c: totius qui sub b a c est anguli/ duplus est. Rursus constitui-
tur. & sit alter angulus b d c. & coniungatur per 1 postulatū d e. extenda-
turq; per 2 postulatū in g. Similiter quoque ostendemus qd duplus est g
e c angulus: eius qui sub e d c est anguli. Quorum qui sub g e b: duplus
est eius qui sub e d b. Reliquus igitur qui sub b e c: eius qui est sub b d c
duplus est. In circulo igitur angulus qui ad centrum/ duplus est eius qui
ad circumferentiam: quando eandem circumferentiam basin habuerint ip-
si anguli. quod oportuit demonstrasse.

Eucl. ex Camp.

Propositio 20.

- 20 ¶ In vna circuli portione/ anguli super arcum consi-
stant: angulos quoslibet æquales esse necesse est.

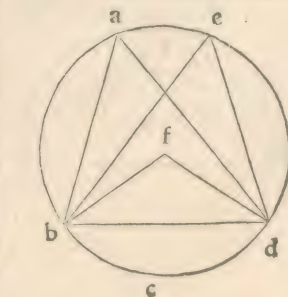
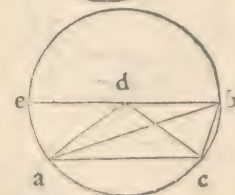
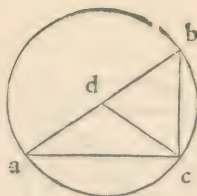
¶ CAMPANVS. ¶ Sit vt in portione a d b, circuli a b c cuius
centrum sit f: consistant quoslibet anguli super arcum a d
b, qui sunt e, d, c. Dico eos esse æquales. Protrahatur enim chorda a b: &
ab eius extremitatibus ducatur in centrū/ lineæ a f & b f. eritq; per præ-
missam angulus f consistens supra centrum: ad vnūquēq; eorum duplus.
Quare ipsi sunt æquales. quod est propositum.

Eucl. ex Zamb.

Theorema 19. propositio 21.

- 21 ¶ In circulo/ qui in eodem segmento sunt anguli: sibi inuicē
sunt æquales.

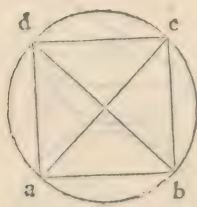
¶ THEON ex Zamberto. ¶ Sint in segmento b a e d, circuli a b c d:
anguli qui sub b a d & b e d. Dico qd anguli b a d & b e d: sibi inuicem
sunt æquales. Suscipiatur enim per primam tertij/ centrum circuli a b c
d: sitq; illud f. Et coniungantur per primum postulatū b f, f d. Et quo-
niā angulus b f d est ad centrū/ angulus autem qui sub b a d ad circunfe-
rentiā/ & eadē habent basin circūferentiā b c d: angulus igitur b f d, per præ-
cedentem duplus est eius qui sub b a d. & per hoc: angulus b f d duplus
est eius qui sub b e d. Aequalis igitur est per communem sententiam di-
centem quæ eiusdem sunt dimidium adinuicem sunt æqualia: angulus
b a d angulo b e d. In circulo igitur/ qui in eodem segmento sunt angu-
li: sibi inuicem sunt æquales. quod demonstrasse oportuit.



GEO. ELE. EV.

Eucl. ex Camp.

Propositio 21.



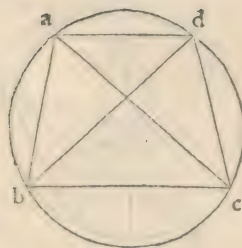
S intra circulum quadrilaterū describat: quoslibet eius duos angulos ex aduerso collocatos/duobus rectis angulis æquos esse necesse est.

CAMPANVS. Sit quadrilaterum $a b c d$; inscriptum circulo $a b c d$. Dico quosq; eius duos angulos oppositos: esse æquales duobus rectis. Protrahantur in quadrilatero: diametri $a c, b d$. eritq; per præmissam/angulus $c b d$ æqualis angulo $c a d$: & angulus $a b d$ æqualis angulo $a c d$. quare totus $a b c$ æqualis erit duobus angulis qui sunt $a c d$ & $c a d$. Et quia ipsi cum angulo $a d c$ sunt æquales duobus rectis per 32 primi: erunt & anguli totales & d totales/ æquales duobus rectis. quod est propositū. Similiter quoq; probabo angulos a & c totales: esse æquales duobus rectis.

Eucl. ex Zamb.

Theorema 20 Propositio 22.

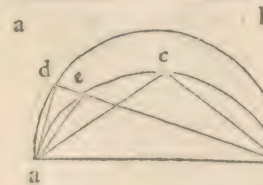
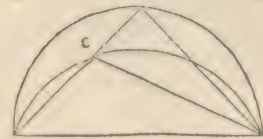
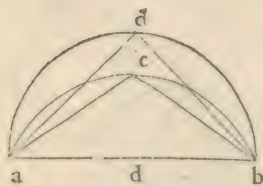
In circulis quadrilaterorum existentium anguli qui ex opposito: duobus rectis sunt æquales.



THEON ex Zamberto. Sit circulus $a b c d$. & in eo quadrilaterum sit $a b c d$. Dico q; anguli qui ex opposito: duobus rectis sunt æquales. Coniungantur per primū postulatū: $a c$ & $b d$. Quoniam igitur per 32 primi/omnis trianguli tres anguli duobus rectis sunt æquales: trianguli igitur $a b c$, tres anguli $c a b, a b c, \& b c a$, duobus rectis sunt æquales. Angulus autē $c a b$ angulo $b d c$ est æqualis per 21 tertij. in eodē enim sunt segmēto $b a d c$. Angulus vero $a c b$: per eandem angulo $a d b$, in eodem enim sunt segmēto $a d c b$. Totus igitur qui sub $a d c$ est: eis qui sub $b a c$ & $a c b$ est æqualis. Communis apponatur angulus $a b c$. Anguli igitur qui sub $a b c, b a c$ & $a c b$: eis qui sunt sub $a b c$ & $a d c$ sunt æquales. Sed qui sub $a b c, b a c$, & $a c b$: duobus rectis sunt æquales. Anguli igitur $a b c$ & $a d c$: duobus rectis sunt æquales. Similiter iam ostendemus: q; & anguli $b a d$ & $d c b$ duobus rectis sunt æquales. In circulis igitur quadrilaterorum existentium anguli ex opposito: duobus rectis sunt æquales. quod demonstrare oportebat.

Eucl. ex Camp.

Propositio 22.



Das similes circuli portiones inæquales: supra vnā rectam lineam assignatam ex eadem parte cadere impossibile est.

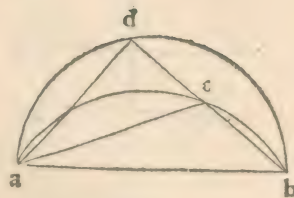
CAMPANVS. Sit recta linea $a b$: super quam fiat portio circuli/ $a c b$. Dico q; super eadem lineam ex eadem parte nō fiet alia portio quæ sit similis huic: et ea maior aut minor. Quod si fuerit possibile: fiat ergo portio $a d b$: maior ea. quæ cum sit similis ei: stat ergo angulus $a c b$ in portione minori/et angulus $a d b$ in maiori. Erit ergo vt lineæ $a d$ & $d b$ includāt lineas $a c$ & $c b$: vt in figuratione prima apparet. Aut altera primarū/vna fiat cū altera postremarū: vt in secunda. Aut vt altera fecit alterā: vt in tertia. Qz si fuerit primo modo: erit p 21 primi angulus c maior angulo d . nō ergo portiones similes per diffinitionē. Qz si secundo modo: erit adhuc angulus c maior angulo d per decimā sextam primi. nō igitur erūt portiones similes. Si autē tertio modo: sit vt linea $b d$ fecit lineam $a c$. et fecit circumferentiam portionis minoris in puncto c . et ducatur linea $e a$. Eritq; per eandem decimā sextā primi/ angulus $a c b$ consistens in portione $a c b$: maior angulo d . quare nullomodo sunt portiones similes. Simili quoq; modo probabis q; sup eandē lineā nō fiet portio similis portioni $a c b$ minor ea: posito c in loco d et d in loco c in figura cum omnibus prædictis. erit enim per præmissas et per 21 primi & per 16 eiusdem et præmissis modo/angulus d omnium figurationum: maior angulo c . quare portiones non erunt similes. Et nota/ q; licet pro-

ponatur super lineam vnā non posse fieri portiones similes inæquales ex eadem parte: verum est tamē q̄ neq; ex diuersis partibus. Quod libet probare: minore quā est ex vna parte superposita maiori quā est ex altera. Necesse enim erit per communem scientiam/ipsam a maiori excedi, non ergo sunt similes per hanc 22.

Eucl. ex Zamb. Theorema 21. propositio 23.

- 23 Super eadem recta linea: duæ sectiones circularum similes & inæquales non constituentur ad easdem partes.

THEON ex Zamberto. Si enim possibile: super eadem recta linea a b, duæ circularum sectiones similes & inæquales cōstituentur ad easdē partes a c b & a d b. & extēdatur per primū postulatū a c d. & cōiungātur per 2 postulatū c b & d b. Quoniam igitur segmentum a c b simile est segmento a d b, similesq; circularū sectiones sunt quæ æquales angulos suscipiunt: per diffinitionē 10 tertij: angulus igitur a c b angulo a d b est equalis: exterior interiori. quod per 16 primū est impossibile. Super eadē igitur recta linea: duæ circuli sectiones similes & inæquales non constituentur ad easdem partes, quod oportuit demonstrasse.

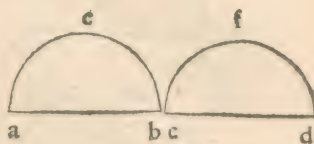


Eucl. ex Camp.

Propositio 23.

- 23 Si circularum similes portiones supra lineas æquas fuerint: ipsas portiones æquas esse oportet.

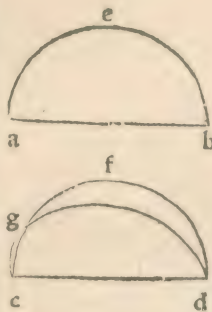
CAMPANVS. Sint duæ lineæ a b & c d æquales: super quas sunt duæ portiones circularum a c b, c f d quæ sunt similes. Dico q̄ ipsæ sunt æquales. Si enim nō sunt æquales: altera earum superposita alteri/excedet maior minorem. Sed linea a b non excedet lineam c b nec excedetur ab ea: cum sint æquales. Quare accidet contrarium præmissæ, quod est impossibile. Erit enim a b & c d linea vna.



Eucl. ex Zamb. Theorema 22. propositio 24.

- 24 Super æqualibus rectis lineis similes circularum sectiones constitutæ sibi inuicem sunt æquales.

THEON ex Zamberto. Super æqualibus inquam rectis lineis a b & c d: similes circularum sectiones a e b & c f d constituentur. Dico q̄ æquum est segmentum a e b: segmēto c f d. Congruente namq; segmēto a e b ipsi c f d segmēto/ & posito signo a super signo c, recta verò linea a b ipsi rectæ lineæ c d congruēte: & b signum congruet ipsi d signo/ quoniam æqualis est a b ipsi c d. Congruente autem a b recta linea ipsi c d, congruit a e b segmentum ipsi c f d. Si enim a b recta linea ipsi c d congruit/ segmentū autē a e b ipsi c f d non congruit sed differt sicut c g d, circulus autem circulum per viciniam tertij nō secatur in pluribus signis duobus. Sed c g d ipsum c f d in pluribus duobus signis hoc est c g d secatur, quod per eandem est impossibile. Non igitur/ congruente a b recta linea ipsi c d non congruit quoq; & segmentum a e b segmēto c f d. Congruit igitur & ei est æquale. Super æqualibus igitur rectis lineis similes circularum sectiones constitutæ: sibi inuicem sunt æquales, quod erat demonstrandum.



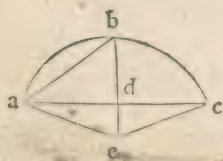
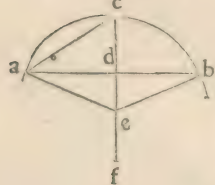
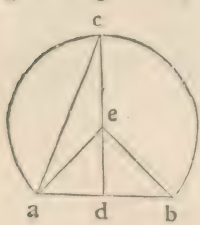
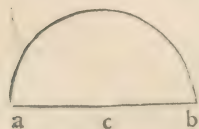
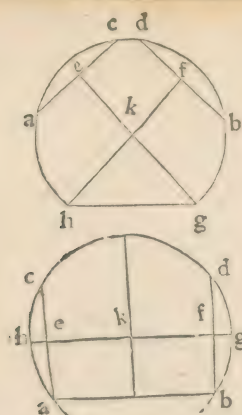
Eucl. ex Camp.

Propositio 24.

- 24 Ati semicirculi/ siue semicirculo maioris siue minoris portiones: circulum perficere.

CAMPANVS. Intentio per hanc cōclusionem/ est ex omni arcu dato siue ex omni circuli portione data: circulum f. j.





perficere. Sit ergo a b quilibet arcus: ex quo volo perficere circulum. Protrahā in eo duas lineas qualitercūq; contingat/ quæ sint a c, & b d: quas diuidam per æqualia. a c quidem in puncto e: & b d in puncto f. Et protraham e g perpendicularē ad a c, & f h perpendicularē ad b d: quæ secant se in puncto k. Eritq; per correlarium primæ huius/ centrū circuli in vtrāq; linearum e g & f h. Quare centrum est punctum k. Si autē e g non secet f h, sed sint linea vna / quæadmodum erit si duæ lineæ a c & b d sint æquidistantes: tunc ipsa applicabitur circūferentiæ dari arcus ex vtrāq; parte. ipsa igitur diuisa per medium in puncto k: erit ibi centrum circuli per idem correlarium. Aequidistantes autem non erunt e g & f h, quia cum in vtrāq; sit centrum circuli per dictū correlarium essent eiusdem circuli duo cētra. Sic potest de omni arcu siue de omni portione communiter demonstrari: qualiter inde circulus perficiatur. ¶ Quia tamen auctor videtur hanc conclusionē variare secundum diuersas species arcuum/ omnium portionum enumerādo species: demonstrābimus diuissim per species: qualiter ex omni portione data circulus perficiatur. Sit ergo primū a b portio data: semicirculus. eritq; per diffinitionem semicirculi/ linea a b dīameter. ea igitur diuisa per medium in puncto c: erit c centrum circuli. ¶ Sit rursus portio a c b semicirculo maior/ cuius chorda sit a b. quā diuido per æqualia in pūcto d, a quo duco d c perpendicularē ad ipsam: quæ transibit per centrū/ per correlariū primæ huius. & protrahā lineam a c. Et quia lineæ a b est minor dīametro cum sit a c b portio maior semicirculo: erit a d minor semidīametro. sed d c est maior semidīametro. ergo d c est maior q̄ a d. ergo per 19 primi āgulus e a d est maior angulo a c d. Fiat itaq; per 23 primi: angulus a c a æqualis angulo a c d: producta lineā a e quæ secet lineam c d in puncto e. eritq; per sextā primi/ lineā a e æqualis lineæ e c. producat igitur lineā e b. eritq; per 4 primi/ lineā e b æqualis lineæ a e. quare tres lineæ e a, e b, e c, sunt æquales. ergo per 6 huius e est centrum circuli. ¶ Sit iterum a c b portio minor semicirculo: cuius chorda sit a c quā diuido per æqualia in pūcto d, a quo produco lineam c d e perpendicularē ad lineam a b: quæ secet circūferentiā in puncto c. hanc manifestum est transire per centrum per correlarium primæ huius. Produco iterū lineā a c: eritq; angulus a c d maior angulo c a d. Si est æqualis: erit portio a c b semicirculus. & si minor: erit maior semicirculo. positū est autē q̄ sit minor. Produco igitur lineā a e quæ cum lineā a c faciat angulum æquale angulo c & secet lineā c f in puncto e. & manifestū est q̄ punctū e, cadat extra datam portionē. & produco lineā e b & quia angulus a totalis est æqualis angulo c, erit p 6 primi/ lineā e a æqualis lineæ e c. & quia per 4 primi/ lineā e b est æqualis lineæ e a: erit per 9 huius pūctū e, cētrū circuli, quare patet propositum: secundū omnes species portionum circuli.

Eulī. ex Zamb.

Problema 3. propositio 25.

¶ Circuli sectione data: describere circulum cuius est sectio. ¶ THEON ex Zamberto. ¶ Sit data sectio circuli: a b c. Oportet iam sectionis a b c: circulum cuius est sectio describere. Secetur enim per 10 primi a c bifariam in d. Exciteturq; per 11 eiusdem/ a signo d: ipsi a c ad āgulos rectos b d. & coniungatur per primum postulatū a b. Angulus igitur a b d, angulo b a d comparatus: aut eo est maior/ aut ei æqualis/ aut eo minor. Sit prius maior. & constituatur per 23 eiusdem/ ad ipsam b a rectam lineam ad signūq; in ea a: ipsi angulo a b d æqualis angulus b a e. Et extendatur per 2 postulatū/ b d in e. Et coniungatur per 1 postulatū e c. quoniam igitur āgulus a b e æqualis est āgulo b a e: æqualis igitur est per 6 primi, recta lineā e b ipsi a e. Et quoniam æqualis est a d ipsi d c, cōmunis autem d e: duæ igitur a d & d e/ duabus c d, & d e sunt æquales alteri. Et angulus a d e: per quartum postulatū/ angulo c d e est æqualis. rectus enim vterq;. Et basis igitur a e: per quartam primi/ b a si c est æqualis. Sed a e: ipsi b e ostensa æqualis est. igitur b e: ipsi c e est æqualis. Tres igitur a e, e b, & e c: sibi inuicem sunt æquales.

LIBER III.

4²

Centro igitur e, spacio autem per 3 postulatam aut a e aut e b aut e c: circulus descriptus per reliqua signa veniet: & descriptus erit. Circuli igitur sectione data: circulus describitur. & manifestum est: qd sectio a b c minor est semicirculo: quonia e centrum extra ipsam cadit. ¶ Similiter quoq ostendemus: & si angulus a b d equalis fuerit angulo b a d. Si a d equalis est vtriq: ipsarum b d & d c: tres d a, d b & d c sibi inuicem sunt æquales. Et sit centrū d completi circuli. & erit quoq semicirculus a b c. ¶ Si autē a b d minor fuerit b a d: cōstituamus per 23 primi ad b a rectā lineam & ad signum in e a a, angulo a b d æqualem introrsum ipsum a b c. Segmēti centrum cadet super d b vt h. & erit videlicet segmētum a b c: maius semicirculo. Dato igitur segmēto: describitur circulus cuius est sectio. Quod fecisse oportuit.

Eucl. ex Camp.

Propositio 25.

In æquis circulis seu super centra seu super circumferentijs æquales anguli consistant: super æquos arcus eos cadere necesse est.

¶ CAMPANVS. ¶ Sint duo circuli æquales: a b c cuius centrū d, & e f cuius centrum h. & fiant supra centra eorum/duo anguli a d c & e h g: qui ponantur æquales. Dico duos arcus a b c & e f g: esse æquales. Protrahantur duæ lineæ a c & e g, & fiant duo anguli in circumferentijs ipsorum/consistentes supra prædictos arcus: qui sint angulus a b c & angulus e f g. Quia ergo circuli sunt æquales: erūt per diffinitionē æqualiū circulorū semidiametri æquales. & quia duo anguli d & h sunt æquales: erit p 4 primi/linea a c æqualis lineæ e g, & per 19 huius/erit angulus b, æqualis angulo f: cum d angulus sit æqualis angulo h. Ergo per diffinitionem similium portionū duæ porciones a b c & e f g: sunt similes. & quia ipsæ sunt super lineas a c & e g æquales: ipsæ erunt æquales per 23 huius. quare arcus a b c & e f g sunt æquales. Qz si anguli b & f qui sunt in circumferētia/ponantur æquales: erunt per diffinitionem/porciones similes/& anguli d & h æquales per 19 huius. Et quia circuli sunt æquales per positionem: erunt per 4 primi/duæ lineæ a c & e g æquales. quare vt prius/porciones æquales per 23 huius: cum sint similes & super æquales lineas. igitur & arcus æquales. Quod est propositum.

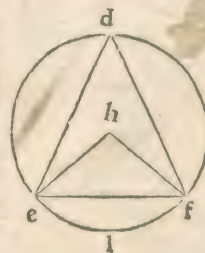
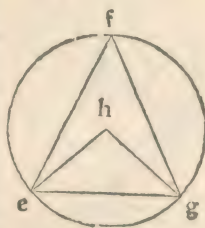
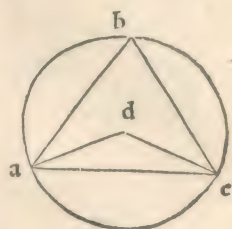
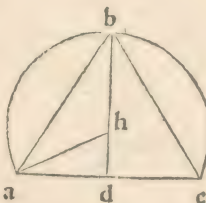
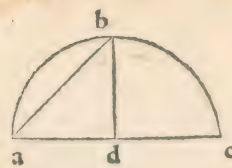
Eucl. ex Zamb.

Theorema 23. propositio 26.

In æqualibus circulis æquales anguli in æqualibus circumferentijs subtenduntur: & si ad centra/& si ad circumferentias deducti fuerint.

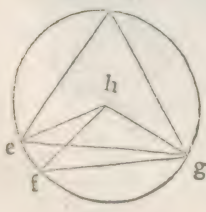
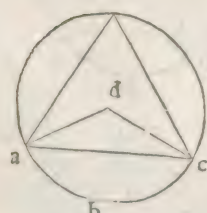
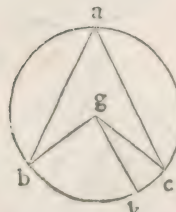
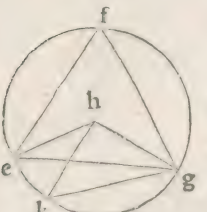
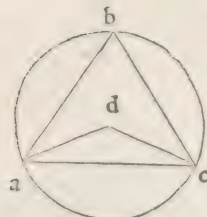
¶ THEON ex Zamberto. ¶ Sint æquales circuli: a b c & d e f. & in eis sint anguli æquales ad centra quidem: qui sub b g c & e h f. ad circumferētijs autem: qui sub b a c & d e f. Dico qd circumferētia b k c: æqualis est circumferētiæ e l f. Coniungantur per primum postulatam b c & e f. Et quoniam circuli a b c & d e f sunt æquales: & quæ ex centris/sunt æquales per primam diffinitionem tertij. Duæ igitur b g & g c: duabus e h & h f sunt æquales. Et angulus qui ad g: angulo qui ad h est æqualis. Basis igitur b c per 4 primi/basis e f est æqualis. Et quoniam angulus qui ad a æqualis est angulo qui ad d: segmētum igitur b a c per 24 tertij/simile est segmēto e d f. & sunt in æqualibus rectis lineis b c & e f. Super æqualibus autem rectis lineis per 24 eandem similes circulorum sectiones existētes: inuicē sunt æquales. Sectio igitur b a c: æqualis est ipsi e d f sectioni. Est autem totus circulus a b c: æqualis toti circulo d e f. Reliqua igitur b k c circumferētia per 3 communē sentētiā reliquæ e l f: circumferētiæ est æqualis. In æqualibus igitur circulis æquales anguli in æqualibus circumferentijs subtenduntur: & si ad circumferentias/& si ad centra fuerint deducti. quod demonstrasse oportuit.

f. ij.



pro-
uas
of.
o d:
icir
utē
a c
cus
eno
e g
tent
tioz
uia
spe
is di
. Sit
emis
rit c
orda
ilare
otraz
ortio
emis
maz
ilo a
extra
per
nt æ
ortio
ūdo
fecet
trum
a c d
i mte
ur lre
lineā
onē,
erit p
est æ
ropo

Ho.
m se
o pri
ad a
gulus
ialis/
psam
gulus
ostula
ur est
c, cō
les al
c d e
ai/ba
ofi ce
iales



S In aëquis circulis aëqui fumantur arcus: infra illos/ formatos angulos qui supra centra eorum seu supra circumferentias conlittuantur/ æquos eſſe necelle eſt.

CAMPANVS. ¶ Sint vt prius duo circuli æquales: a b c cuius centrũ d, & e f g cuius centrũ h. ſintq; duo arcus a b c & e f g æquales. ſiantq; ſuper ipſos arcus/ duo anguli in cẽtro qui ſunt d & h: ductis a d, c d, e h, g h. Itemq; ſuper eoſdem arcus ſiant duo alii aëguli in circumferentia/ qui ſunt b & f: ductis lineis a b, c b, e f & g f. Dico duos angulos d & h, adinuicem eſſe æquales: itemq; duos b & f: adinuicem eſſe æquales. Et eſt hæc conuerſa prioris. Si enim non ſunt d & h anguli adinuicem æquales: ſit ergo h maior. a quo abſcindatur angulus k g: qui ſit æqualis angulo d. eritq; per præmiſſam/ arcus k e f g: æqualis arcui a b c. Sed duo arcus a b c & e f g: poſiti ſunt æquales. accidet ergo partẽ eſſe æqualẽ toti. Quod eſt impoſſibile. Quare anguli d & h totales: ſunt æquales. ¶ Simili quoq; modo probabis aëgulos b & f: eſſe æquales. vel ſi mauis/ probato qd aëguli d & h ſint æquales: ſequitur b & f eſſe æquales per 19 huius. & econuerſo.

Eucl. ex Zamb. Theo. 24 Propo. 27. Cõuerſa præcedẽtis.

¶ In aequalibus circulis anguli qui ſuper æquales circumferentias deducuntur/ ſibi inuicem ſunt æquales: & ſi ad centra et ſi ad circumferentias fuerint deducti.

THEON ex Zamberto. ¶ In æqualibus enim circulis a b c & d e f, ſu per æqualibus circumferentijs b c & e f, ad centra quidem g h: aëguli deducantur b g c & e h f. ad circumferentias autem: b a c & e d f. Dico qd aëgulus b g c æqualis eſt angulo e h f: & angulus b a c æquus eſt angulo e d f. Si quidem angulus b g c æquus eſt angulo e h f: manifeſtum eſt qd angulus b a c æquus eſt angulo e d f per 20 tertii. Si vero non: alter eorũ maior eſt. ſit maior angulus b g c. & conſtituatur per 23 primi ad rectam lineam b g ad datumq; in ea ſignum g: angulo e h f æqualis angulus b g k. Anguli autem æquales. ſuper æqualibus circumferentijs deducuntur per 26 tertii/ quando ad centra fuerint. æqualis igitur eſt circumferentia b k: circumferentiã e f. Sed e ſi ipſi b c eſt æqualis. & b k igitur: ipſi b c eſt æqualis/ minor maiori. quod eſt impoſſibile. Angulus igitur b g c: angulo e h f inæqualis non eſt. æqualis igitur. Et eſt ipſius quidem anguli b g c: dimidiũ aëgulus qui ad a, per 20 tertii. Ipſius autem e h f: dimidiũ aëgulus qui ad d/ per eadẽ. Aequalis igitur eſt aëgulus a: aëgulo d. In æqualibus igitur circulis aëguli ſuper æqualibus circumferentijs deducti/ ſibi inuicẽ ſunt æquales: & ſi ad centra/ & ſi ad circumferentias fuerint deducti. quod demonſtraſſe oportuit.

Eucl. ex Camp. Propoſitio 27.

S In circulis æqualibus æquæ lineæ arcus reſecent: arcus quoq; æquos eſſe. ſi autẽ lineæ inæquales fuerint: arcus quoq; inæquales/ & a maiore lineã maiore arcũ/ a minore vero minorem abſcindi neceſſarium eſt.

CAMP. ¶ Sint duo circuli æquales: a b c cuius centrũ d, & e f g cuius centrũ h. ſitq; chorda a c: æqualis chorda e g. Dico duos arcus a b c & e f g quos prædicta chorda ex prædictis circulis reſecãt: eſſe æquales. ¶ Qd ſi chorda e g ponatur maior chorda a c: dico arcũ e f g eſſe maiorem arcu a b c.

¶ Primũ quidẽ ſic probatur. Ducãtur a cẽtris/ lineæ ad extremitates chordarũ: quæ ſint d a, d c, h e, h g. & qd circuli poſiti ſunt fore æquales: erunt hæ ſemidiametri æquales. & quia lineã a c poſita eſt æqualis lineæ e g: arcui a b c æqualis arcui e f g. ſicq; patet primũ. ¶ Secũdũ ſic. Sit e g maior a c. eritq; per 25 primi/ aëgulus h: maior aëgulo d. Fiat ergo aëgulus f h g æqualis aëgulo d. eritq; per 25 huius/ arcus f g: æqualis arcui a b c. Quare arcus e f g: eſt maior arcu a b c. Quod eſt ſecundum propoſitum.

LIBER III.

43

Eucl. ex Zamb. Theorema 25, propositio 28.

28 In æqualibus circulis æquales rectæ lineæ/æquales circumferentias auferunt: maiorem maiori/minorē autem minori.

THEON ex Zamberto. ¶ Sint æquales circuli a b c & d e f. & in eis sint æquales rectæ lineæ b c & e f: circumferentias b a c & d f maiores auferentes, circumferentias autem b g c & e h f minores. Dico q̃ circumferentia b a c maior: æqualis est circumferentiæ e d f maiori. circumferentia vero b g c minor: æqualis est circumferentiæ e h f minori. Suscipiatur enim circulorum centra per primam tertij: sintq; k, l. & coniungantur k b, k c, l e & l f. Et quoniam circuli sunt æquales: æquales quoq; sunt quæ ex centris/per primam diffinitionem tertij. Duæ igitur b k & k c: duabus e l & l f sunt æquales. Et basis b c per hypothesin basi e f est æqualis. Angulus igitur b k c: per 8 primi/angulo e l f est æqualis. æquales autē anguli per 26 tertij/ in æqualibus circumferentiis deducuntur: etiam quando ad centra fuerint deducti. Circumferentia igitur b g c: æqualis est circumferentiæ e h f. est autē totus circulus a b c: toti circulo d e f æqualis. Reliqua igitur circumferentia b a c: per 3 communem sententiam/ reliquæ circumferentiæ e d f est æqualis. In circulis æqualibus igitur æquales rectæ lineæ/ æquales circumferentias auferunt: maiorem maiori/minorem autem minori. quod demonstrasse oportuit.

Eucl. ex Camp.

Propositio 28.

28 Arculorum æqualium æquos arcus: æquas chordas habere necesse est.

CAMPANVS. ¶ Sint duo circuli æquales: a b c cuius centrum d, & e f g cuius centrum h. sitq; arcus a b c: æqualis arcui e f g. Dico q̃ chorda a c: est æqualis chordæ e g. Et est hæc conuersa primæ partis præmissæ. Ducantur lineæ d a, d c, h e, h g. eruntq; per 26 huius/ anguli d & h: æquales. Quare per quartā primi/ erit a c: æqualis e g. quod est propositū. Quæcūq; autē probatæ sunt passionēs de diuersis circulis æqualibus: intellige multo fortius veras esse de eodē.

Eucl. ex Zam. Theo 26, prop 29. Cōuersa præcedentis.

29 In æqualibus circulis: sub æqualibus circumferentijs æquales rectæ lineæ subtenduntur.

THEON ex Zamberto. ¶ Sint æquales circuli a b c & d e f. & in eis æquales sumātur circumferentiæ b g c & e h f: coniungāturq; b c & e f rectæ lineæ. Dico q̃ æqualis est recta linea b c ipsi e f rectæ lineæ. Sumātur enim per 1 tertij/ circulorū centra: sintq; k & l. & coniungātur k b & k c, l e & l f. Quoniam circumferentia b g c æqualis est ipsi e h f circumferentiæ: æqualis est angulus b k c angulo e l f per 10 diffinitionē tertij. Et quoniam circuli a b c & d e f sunt æquales: & quæ ex centris quoq; sunt æquales per 1 eiusdē diffinitionē. Duæ igitur b k & k c: duabus e l & l f sunt æquales: & angulos cōprehendūt æquales. Basis igitur b c: per 4 primi/ basi e f est æqualis. In æqualibus igitur circulis: sub æqualibus circumferentijs æquales rectæ lineæ subtenduntur. quod demonstrasse oportuit.

Eucl. ex Camp.

Propositio 29.

29 Datum arcum: per æqualia diuidere.

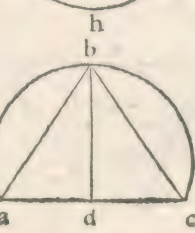
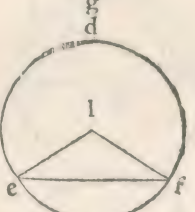
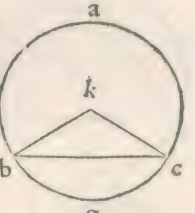
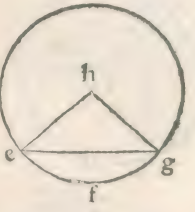
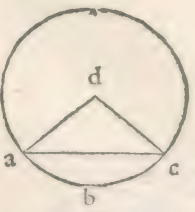
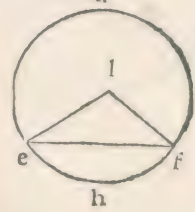
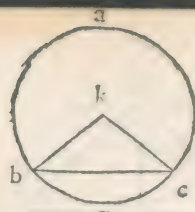
CAMPANVS. ¶ Sit datus arcus a b c cui subtrahatur chorda a c: quæ diuidatur per æqualia in puncto d. a quo ducatur perpendicularis ad ipsam/ quæ sit d b: secans circumferentiam dati arcus in puncto b. quā dico diuidere datū arcum per æqualia. Ducatur enim lineæ b a, b c, quæ erunt æquales per 4 primi. Quare per primā partem 27 huius/ arcus a b: erit æqualis arcui b c. Quod est propositum.

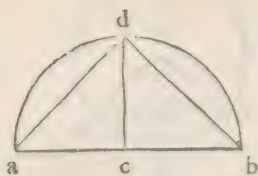
Eucl. ex Zamb. Problema 4, propositio 30.

30 Datam circumferentiā: bifariam discindere.

THEON ex Zamberto. ¶ Sit data circumferentia a d b. oportet iam ip

f. iij.





GEO. ELE. EV.

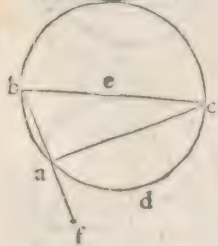
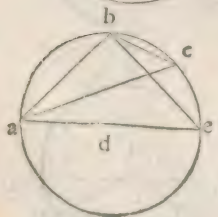
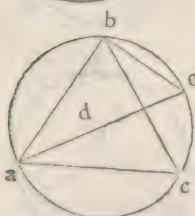
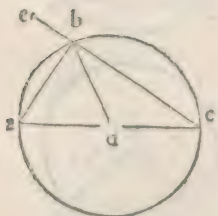
sem circūferentiam a d b: bifariam discindere. Coniūgatur a b: seceturq; per 10 primi/ bifariam in c signo. & ab ipso c: ipsi a b rectæ lineæ per 11 primi ad angulos rectos exciteur c d. & coniungatur a d & d b. Et quoniam niam æqualis est a c ipsi c b, communis autem c d: duæ igitur a c & c d, duabus b c & c d sunt æquales. & angulus a c d: per 4 postulatū angulo b c d est æqualis. rectus enim uterq; est. Basis igitur a d: per 4 primi/ basi d b est æqualis. Aequales autem rectæ lineæ: æquales circūferentias auferit/ maiorem maiori/ minorem autē minori/ per 28 tertij. Et utraq; ipsarum circūferentiarum a d & d b: semicirculo minor est. æqualis igitur est circūferentia a d: ipsi d b circūferentiæ. Data igitur circūferentia: bifariam discinditur. quod fecisse oportuit.

Eucl. ex Camp.

Propositio 30.



Rectilineus angulus in semicirculo supra arcum consistat: rectus est. Si vero in portione semicirculo minore: recto maior. Si autem in portione semicirculo maiore: recto minor. Itemq; omnis portio nis angulus semicirculo maioris/ recto maior: minoris vero/ recto minor de necessitate erit.



CAMPANVS. CSit in circulo a b c cuius centrum d & diameter a d c, semicirculus a b c: in cuius semicirculi circūferentia fiat agulus a b c, ductis lineis a b & b c. Dico illum angulum esse rectum. Protrahatur ab ipso angulo in centrū: linea b d. eritq; per 5 primi/ angulus a b d, æqualis angulo a c d: & angulus d b c, æqualis angulo c d b. Et quia angulus c d b est æqualis duobus angulis d b a, & a per 32 primi: ipse erit duplus ad angulum d b a. Eadem ratione angulus a d b: duplus erit ad angulum d b c. ergo duo anguli c d b & a d b: dupli sunt ad totalem angulum a b c. sed ipsi sunt æquales duobus rectis per 13 primi. erit igitur angulus a b c totalis: medietas duorū rectorū. quare rectus. Quod est primum propositū. IDEM aliter. Protrahatur c b vsq; ad e. eritq; per 32 primi/ angulus a b c: æqualis duobus angulis a & c. & quia angulus a est æqualis angulo a b d, & angulus c angulo c b d: erit angulus a b c æqualis totali angulo a b c. ergo uterq; eorum est rectus per diffinitionem. Secundum sic patet. Sit in circulo a b c cuius cētrum d, portio a b c cuius chorda a c, maior semicirculo: & fiat super eius circūferentiam angulus a b c, ductis lineis b a & b c. Dico illum angulum esse minorem recto. Producantur enim diameter a d e & linea e b. eritq; per primam partem huius/ b totus: rectus. quare angulus a b c: erit minor recto per 9 cōmunem scientiā/ cum sit pars eius. sicq; patet secundum. Tertium sic. Sit rursus in circulo a b c cuius centrum d, portio a b c cuius chorda a c: quæ sit semicirculo minor. & fiat super eius circūferentiam angulus a b c: ductis lineis b a & b c. Dico hunc angulum esse maiorem recto. Producantur enim diameter a d e & linea e b. eritq; per primam partem huius/ angulus a b e: rectus. quare agulus a b c: erit maior recto. quod est tertium propositum. Quartū & quintū sic. Sint in circulo a b c d cuius cētrū e, portio a b c, minor semicirculo. Dico agulū cōtentū ab arcu c b a & chorda a c, esse maiorem recto: & agulū cōtentū ab arcu c d a & chorda a c, esse minorem recto. Producaſ diameter c e b: & linea b a, vsq; ad f. eritq; per primā partē huius/ angulus b a c: rectus. quare per 13 primi/ agulus f a c: est similiter euidenter patet vtrūq; quare tota liquet hæc pentamembris conclusio. CAMPANI additio. Ex istis duabus vltimis partibus/ nota iſtā iſtā. Tranſiit enim ab angulo portionis semicirculo minoris qui est minor recto per vltimam partem huius/ ad angulum portionis semicirculo maioris qui est maior recto per penultimam partem huius: non tamen per

æquale. Cū enim omnis portio circuli sit aut semicirculus aut maior semicirculo aut minor/ sit autem tam angulus semicirculi per secundam partem 15 q̄ angulus portio minoris per ultimam partem huius minor recto / portio vero maioris sit maior recto : non tamen erit alicuius portio angulus/nec simpliciter aliquis contentus a circumferentia & linea recta/ aut rectus aut æqualis recto. Quod vt clarius pateat: sit in circulo a b c cuius centrum d, linea a b cui non sit determinatus finis ex parte b, secans ex ipso b portionem semicirculo minorem. eritq; per ultimam partem huius: minor recto. Huius circuli sit diameter a d c. & imagine- tur linea a b: moueri ad partem c super punctum a. quæ quādiu fuerit circa c, vel in ipso c cooperiens diametrum a d c: faciet cum arcu angulū minorem recto. In omni autem puncto ultra c, velut in e: faciet per pe- nultimam partem huius/angulum maiorem recto. Transitur ergo a mi- nori ad maius: non per æquale. Et sicut in rectilineis angulis est reperire maiorem angulo semicirculi & minorem/ non tamen æqualem vt demō- stratum est in 15 huius: sic in angulis portio minoris est reperire maiorem recto & minorem/ non tamen æqualem. vt patet ex ista demonstratione.

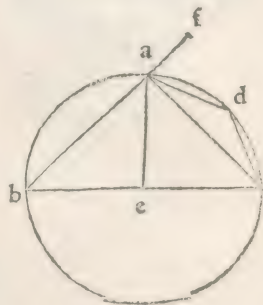
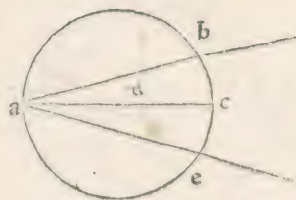
Eudi. ex Zamb.

Theorema 27. Propositio 31.

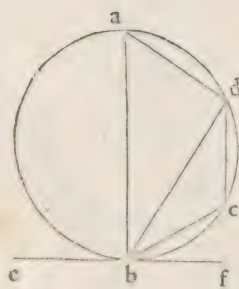
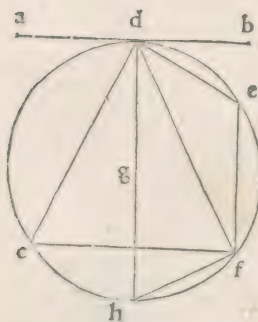
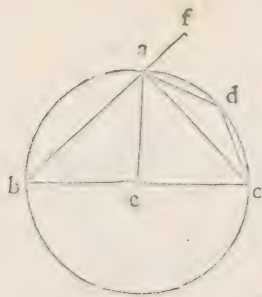
31 ¶ In circulo angulus qui in semicirculo est: rectus est qui au- tē in minori segmēto: minor recto. qui vero in minori segmē- to: maior est recto. Et insuper angulus maioris segmētī: recto quidem maior est. minoris autem segmenti angulus: minor est recto.

¶ THEON ex Zamberto. ¶ Sit circulus a b c d, dimetiēns autem eius sit b c, centrum vero e. Sumaturq; in semicirculo signum vtcunq; / sitq; il- lud d & coniungantur b a, a c, a d & d c. Dico q̄ angulus in b a c se- micirculo: rectus est. Angulus autem in a b c segmento maiore semicircu- lo/ qui est sub a b c recto minor est. Angulus vero in a d c minore semicit- culo segmēto/ qui est sub a d c: recto maior est. ¶ Cōiungatur a e: & exten- datur b a in f. Et quoniam æqualis est b c ipsi e a, ex centro enim in circū- ferentiā: æqualis est angulus e a b angulo e b a, per 5 primi. Rursus quo- niam æqualis est a e ipsi e c: æqualis est per eandem/ angulus qui sub a c e ei qui sub c a e. Totus igitur angulus b a c: duobus āgulis a b c & a c b est æqualis. Angulus autem qui sub f a c extra ipsum triāgulum a b c: du- obus angulis a b c & a c b est æqualis/ per 32 primi. Aequalis igitur est ā- gulus b a c: angulo f a c. rectus igitur vterq; est. In semicirculo igitur b a c: angulus qui sub b a c, rectus est. ¶ Et quoniā triāguli a b c, duo an- guli a b c & b a c per 17 primi duobus rectis sunt minores/ angulus autē b a c rectus est: angulus igitur qui sub a b c, recto minor est. & est in seg- mēto a b c maiore semicirculo. ¶ Et quoniā in circulo inest quadrilaterū a b c d, in circulis autem quadrilaterorum consistentiū/ per 22 tertij ā- guli qui ex opposito duobus rectis sunt æquales: anguli igitur a b c & a d c, per eandē duobus rectis sunt æquales. At āgulus a b c: recto minor est. Reliquus igitur āgulus a d c: maior est recto/ & in segmēto minore semi- circulo est. ¶ Dico iā etiā q̄ āgulus segmenti maioris/ cōpræhensus sub a b c circumferentia & a c recta linea: recto maior est. āgulus autē minoris segmētī cōpræhensus sub a d c circumferentiā & a c recta linea: recto est mi- nor. manifestūq; illinc est. Quoniā enim āgulus cōpræhensus sub b a & a c rectis lineis/ rectus est: āgulus igitur cōpræhensus sub a b c circumferentiā & a c recta linea/ maior est recto, quoniā totū: sua parte maius est per 9 cōmunē sententiā. Rursus quoniā āgulus cōpræhensus sub a c & a f rectis lineis/ rectus est: āgulus igitur sub c a recta linea & a d c circumferentiā cō- præhensus/ recto minor est. In circulo igitur/ āgulus in semicirculo existēs: rectus est. qui vero in maiori segmento: recto est minor. in minori autē: recto est maior. Et insuper āgulus maioris segmenti: maior est recto. mi- noris autē segmētī: recto minor. quod demonstrasse oportuit.

f. iij.



GEO. ELE. EV.



¶ **ALIA** ostensio: q̄ angulus qui sub b a c, rectus est. Quoniam angulus a e c eius qui sub b a e duplus est per 32 primi / æqualis nāq̄ est duobus interioribus & opposito/interiores autem per 5 sunt æquales/āgulus autem a e b eius qui sub c a e duplus est: anguli igitur a e b & a e c, ipsius b a c dupli sunt. Sed āguli a e b & a e c: duobus rectis sunt æquales. Angulus igitur qui sub b a c: rectus est, quod erat demonstrandum.

¶ **CORRELARIUM.** ¶ Hinc manifestum est/ q̄ si trianguli angulus vnus reliquis duobus æqualis fuerit: rectus est. & quoniam ille vtrobiq̄ eisdem est æqualis: quando vtrobiq̄ æquales fuerint/ recti erunt.

Eucl. ex Camp.

Propositio 31.



¶ **Circulum** linea recta contingat & a cōtactu in circulum quædam circulum secans recta linea præter centrum ducatur: quoscunq̄ duos angulos cum contingente facit/ duobus angulis qui in alternatis circuli super arcus consistunt portionibus æquales sunt.

¶ **CAMPANVS.** ¶ Si recta linea a b: contingens circulum c d e f cuius centrum g, in puncto d, a quo d ducatur in circulum præter centrum/ linea d f: secans ipsum, fiantq̄ angulus d c f consistens super arcum portionis d c f, ductis lineis c d & c f: & angulus d e f consistens super arcū portionis d e f, ductis lineis e d & e f. Dico angulo c, esse æqualem angulum b d f: & angulo e, angulum a d f. Ducantur enim: diameter d g h & linea f h, eritq̄ per 17 huius/ d h, perpendicularis super a b: & per primā partem præmissæ/ angulus d f h, rectus. Quare duo āguli a d h & d f h: sunt æquales. Posito ergo communi angulo h d f: erit angulus a d f, æqualis duobus angulis qui sunt d f h & h d f, sed h i duo cum angulo h: sunt æquales duobus rectis per 32 primi, ergo angulus a d f cum angulo h: æquales duobus rectis. Sed angulus a d f cum angulo b d f: æquualet duobus rectis per 13 primi, ergo angulus b d f: est æqualis angulo h, ergo & āgulo c: per 20 huius, & hoc est primū. ¶ Et quia duo āguli c & e sunt æquales duobus rectis per 21 huius: erit angulus e æqualis angulo a d f. Quod est secundum. Vel illud secū dum sic. Angulus a d f cum angulo h æquualet duobus rectis: vt præmonstratum est, sed angulus e cum angulo h: æquualet duobus rectis per 21 huius, ergo angulus e est æqualis angulo a d f, quod est propositum.

Eucl. ex Zamb.

Theorema 28. propositio 32.

¶ Si circulum tetigerit aliqua recta linea / a cōtactu autem extendatur quædam recta linea circulum dispescens: anguli quos efficit ad tangentem/ æquales sunt eis qui alterni in circuli segmentis consistunt/ angulis.

¶ **THEON** ex Zamberto. ¶ Circulum enim a b c d: tangat recta linea quædam e f in b signo, & a signo b, extēdatur recta linea quædam in circulum a b c d, eum secans: sitq̄ b d. Aio q̄ anguli quos b d simul cum e f tangente conficit: angulis alternis qui sunt in segmentis circuli sunt æquales. hoc est q̄ angulus f b d: æqualis est āgulo existēti in b a d segmente. & angulus e b d: æqualis est angulo existēti in b a d segmento. Excitetur enim per 11 primi/ ab ipso b: ipsi e f ad rectos angulos b a. Sumaturq̄ in b d circumferentia/ signum vtcunq̄: sitq̄ illud/ c. & connectantur a d, d e & c, b. Et quoniam circulum a b c d, quædam recta linea rāgit e f in b, & ex b cōtactu exciratur ipsi contingenti ad angulos rectos b a: in ipso b a igitur centrum est orbis a b c d, per 19 tertij. Angulus igitur a d b in semicirculo existens: per 31 eiusdem rectus est. Reliqui igitur anguli b a d & a b d: vni recto sunt æquales. Angulus autē a b f: rectus est. Angulus igitur g sub a b f: est æqualis eis qui sunt sub b a d & a b d āgulis. Cōmunit auferatur angulus a b d. Reliquus igitur angulus d b f: æqualis est angulo b a d existēti in alterno segmento circuli. Et quoniam in circulo

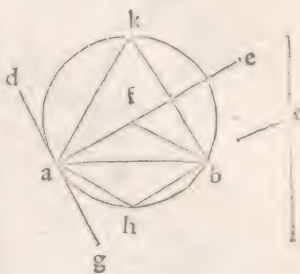
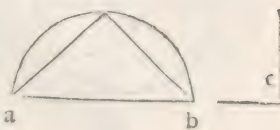
quadrilaterum est $abed$, & anguli ex opposito duobus rectis sunt æquales per 22 tertij: anguli igitur dbf & dbe , eis qui sunt sub b a d & b c d angulis sunt æquales. Quorum angulus b a d : ostensum est quod æqualis est ipsi dbf angulo. Reliquus igitur angulus qui sub d b e, angulo d c b alteri in segmento d c b existenti est æqualis. Si circulum igitur tetigerit aliqua recta linea a contactu autem in circulum extendatur aliqua recta linea circulum discidens: anguli quos efficit ad tangentem alternis in circuli segmentis angulis consistentibus sunt æquales, quod erat demonstrandum.

Eucl. ex Camp.

Propositio. 32

32 **S**uper datam lineam / circuli portionem describere: recipientem angulum dato angulo æqualem / seu rectum / seu maiorem / seu minorem recto.

CAMPANVS. ¶ Sit a b linea data: & c datus angulus. Super lineam a b volo describere unam circuli portionem: recipientem in circumferentia rectilineum angulum æqualem angulo c. ¶ Si igitur fuerit angulus c, rectus: diuisa a b per medium / describā super eam semicirculum / factusque erit propositum / per primam partem 30 huius. ¶ Si autem sit obtusus: ductam lineam d a cum linea b a, continentem æqualem angulum angulo c, & a puncto a ducam lineam a e: perpendicularem super lineam a d. Et super punctum b faciam angulum per 23 primi / æqualem angulo e a b in quo obtusus excedit rectum: ducta linea b f vsque ad perpendicularem a e. eruntque per 6 primi / lineæ f a & f b: æquales. Facto itaque puncto f centro circuli: describam secundum quantitatem lineæ f a, circulum a h b. eritque per correlarium 15 huius / linea a d: contingens circulum. quare per præmissam / angulus qui fit in portione a h b: est æqualis d a b. quare & angulo c. Quod est propositum. ¶ Si autem angulus c sit acutus: producam lineam a g, continentem cum linea a b, angulum æqualem angulo c. & a puncto a ducam a e: perpendicularem ad lineam a g. & super punctum b faciam angulum æqualem angulo e a b, in quo rectus excedit acutum: ducta linea b f vsque ad perpendicularem a e. eruntque per 6 primi / lineæ f a & f b: æquales. Facto itaque puncto f, centro circuli: describam secundum quantitatem lineæ f a, circulum a k b. eritque per correlarium 15 huius / linea a g: contingens circulum. quare per præmissam / angulus qui fit in portione a k b: est æqualis angulo g a b. quare & angulo c, quod est propositum.

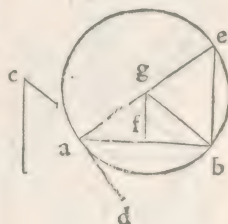


Eucl. ex Zamb.

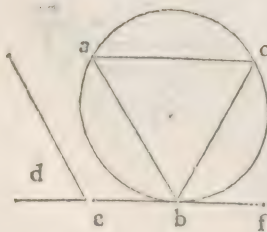
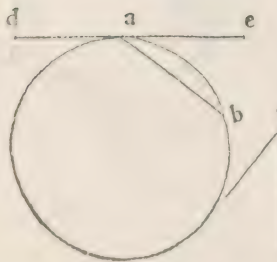
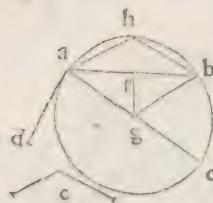
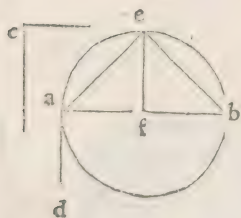
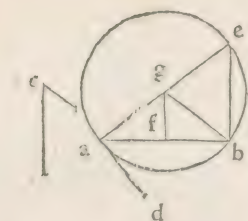
Problema 5. propositio 33.

33 **S**uper data recta linea: describere sectionem circuli capientem angulum æqualem dato angulo rectilineo.

THEON ex Zamberto. ¶ Sit data recta linea a b: datus vero angulus rectilineus sit c. oportet iam super data recta linea a b: describere sectionem circuli suscipientem angulum æqualem ipsi angulo qui ad c. Angulus igitur qui ad c: aut est acutus, aut rectus / aut obtusus. Sit primum acutus: sicut in prima descriptione. & constituatur per 23 primi / ad a b rectam lineam & ad a in ea signum: ipsi angulo c æqualis angulus d a b. Angulus igitur d a b: acutus est. Excitetur per 11 eiusdem igitur: ipsi a d ad angulos rectos a e. seceturque per 10 eiusdem / bifariam a b: in signo f. Et a signo f: ipsi a b ad angulos rectos excitetur f g, per 11 eiusdem. & connectatur g b. Et quoniam æqualis est a f ipsi f b, communis autem f g: duæ igitur a f & f g, duabus f b & f g sunt æquales. & angulus qui sub a f g: per 4 postulatam æqualis est ei qui sub g f b. Basis igitur a g: per 4 eiusdem / bali g b est æqualis. Centro igitur g, spacio vero g a, per 3 postulatam circulus descriptus: veniet etiam per b. describatur: & sit a b e. & connectatur e b. Quoniam igitur ab extremitate ipsius a e diametri / ab a signo ipsi a e ad angulos rectos est a d: igitur a d tangit orbem a b e, per correlarium 16 tertii. Et quoniam orbem a b e tangit quedam recta linea a d, & ab a contactu in ipsum orbem a b e extenditur recta linea quedam a b: angulus igitur



GEO. ELE. EV.



da b, per 32 eiusdem angulo a e b existenti in alterno circuli segmento est æqualis. Sed angulus d a b: ei qui est ad c angulo est æqualis. Angulus igitur qui ad c æqualis est ei qui sub a e b est angulo. Super data igitur recta linea a b: sectio orbis describitur fuscipiens angulum a e b æqualem dato angulo qui ad c. ¶ Sed iam rectus sit angulus qui ad c. & oportet ut sit: rursus super a b describere segmentum circuli fuscipiens angulum æqualem ei qui est ad c recto. Constituatur enim rursus ad ipsam a b rectam lineam ad signumq; in ea a: dato angulo rectilineo c æqualis angulus qui sub b a d per 23 primi sicut in secunda habetur descriptione. Seceturq; per 10 eiusdem/ a b: bifariam in f. & cetro f, spacio vero f a aut f b: orbis describatur a e b, per 3 postulatū. Tangit igitur recta linea a d, circulum a e b: quoniam angulus qui ad a, rectus est. Et angulus b a d æqualis est angulo qui est in segmento a e b. rectus etenim & ipse est qui in semicirculo existit per 31 tertij. Sed angulus b a d: ei qui ad c est angulo æqualis est. Describitur igitur iterum super a b: segmentum circuli a e b, capiens angulum æqualem ei qui ad c est angulo. ¶ Sed iam esto angulus qui ad c: obtusus. & constituatur ei iterum ad a b rectam lineam & ad a signum: æqualis angulus b a d, per 23 primi/ sicut habet tertia descriptio. & ipsi a d: ad angulos rectos per 11 eiusdem. & excitetur a e. seceturq; rursus a b bifariam in signo f, per 10 eiusdem. & ipsi a b ad angulos rectos excitetur f g per 11 eiusdem. & connectatur g b. Et rursus quoniam æqualis est a f ipsi f b, & communis f g: duæ igitur a f & f g, duabus b f & f g sunt æquales. & angulus a f g: per 4 postulatū angulo b f g est æqualis. basis igitur a g: per 4 eiusdem/ basi b g est æqualis. Centro igitur g, spacio autem g a per 3 postulatū circulus descriptus: transiet per b. transeat sicut a b e. Et quoniam ab extremitate a e dimetientis / ad angulos rectos excitata est a d: igitur per correlarium 16 tertij/ a d tangit ipsum circulum a e b & a contactu a extenditur a b. Angulus igitur b a d: per 32 eiusdem/ æqualis est angulo a h b existenti in alterno segmēto circuli. Sed angulus b a d: ei qui est ad c, est æqualis. Igitur angulus qui est in a h b segmento: æqualis est ei qui est ad c angulo. Super data igitur recta linea a b: describitur segmentum circuli a h b capiens angulū æqualem ei qui ad c est angulo. quod fecisse oportuit.

Eucl. ex Camp.

Propositio 33.



Dato circulo: dato angulo æquum angulum capientem portionem abscindere.

¶ CAMPANVS. ¶ Sit a b datus circulus: & c datus angulus. volo ergo a circulo a b: abscindere portionem vnā capientem æqualem angulum angulo c. Produco lineam d a e: contingentem datum circulum in puncto a. a quo duco in circulum/ lineam a b: continentem cum linea a e, angulum æqualem angulo c. eritq; per 31 huius/ portio a b existens a parte lineæ a d: recipiens angulum æqualem angulo c. quod est propositum.

Eucl. ex Zamb.

Problema 6. propositio 34.

¶ A dato circulo: segmentum abscindere capiens angulum æqualem dato angulo rectilineo.

¶ THEON ex Zamberto. ¶ Esto datus circulus a b c. datus vero angulus rectilineus qui ad d. oportet iam ab a b c circulo: segmentum abscindere capiens angulū æqualem ei qui ad d est angulo. Excitetur enim per 17 tertij/ linea tangens circulum: sitq; illa e f. & tangat per b signum. Et constituatur per 23 primi ipsi e f rectæ lineæ & in ea signo b: angulo qui ad d, æqualis angulus f b c. Quoniam igitur circulum a b c tangit quedā recta linea e f & in b, & a contactu b extenditur b c: angulus igitur f b c per 32 tertij æqualis est angulo b a c consistenti in alterno segmento. Sed angulus f b c: ei qui est ad d est æqualis. Igitur angulus existens in b a c segmento: æqualis est ei qui est ad d angulo. A dato igitur circulo a b c

segmentum abscinditur b a c capiens angulum æqualem dato angulo rectilineo, quod fecisse oportuit.

Eucl. ex Camp.

Propositio 34.

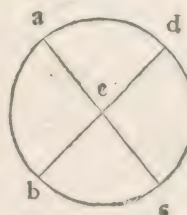
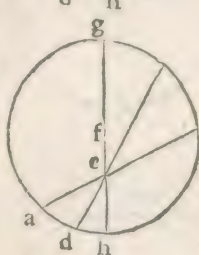
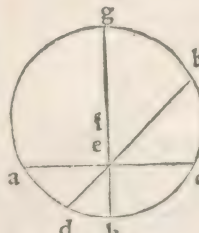
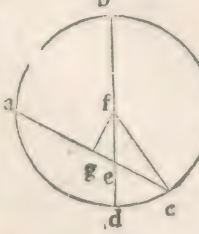
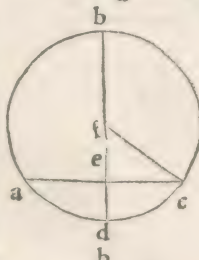
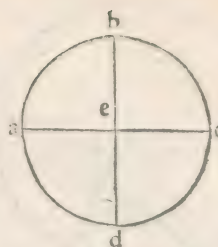
34 **S** intra circulum duæ rectæ lineæ sese inuicem secēt: quod sub duabus partibus vnus earum procedit/ æquum est ei rectangulo quod sub duabus alterius lineæ partibus continetur.

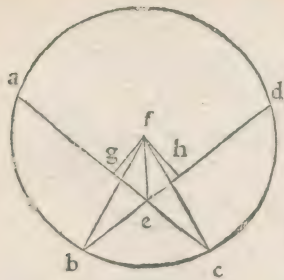
CAMPANVS. Sint duæ lineæ a c & b d, secantes se in circulo a b c d, super punctum e. Dico q̃ illud rectangulum quod fit ex a e in e c: æquū est ei quod fit ex b e in e d. Aut enim ambæ lineæ a c & b d trāsibunt per centrum circuli: aut altera tantum/ aut neutra. Qz si ambæ trāsibunt per centrum: erit e centrum circuli/ omnesq̃ quatuor lineæ æquales, quare liquet propositum. **Qz** si altera earum tantum transit per centrum: sit illa b d, centrūq̃ circuli sit f. Aut ergo b d secabit a c per æqualia; aut per inæqualia. Secet ergo primo per æqualia. eritq̃ per primam partem tertij huius/ secans eam orthogonaliter. Ducatur itaq̃ linea f c. eritq̃ per 5 secundi/ quod fit ex b e in e d cum quadrato e f: æquale quadrato lineæ f d. quare & quadrato lineæ f c. ergo per penultimam primi/ & quadratis duarum linearum f e & e c. Dempto ergo vtrinq̃ quadrato e f: erit quod fit ex b e in e d, æquale quadrato lineæ e c. & quia e c est æqualis a e: per 46 primi pater propositū. **Qz** si b d transiens per centrum/ secat a c per inæqualia: a centro f ducatur f g perpendicularis ad a c. eritq̃ per secundam partem tertij huius/ a g, æqualis g c: & ducatur linea f c. Eritq̃ per 5 secundi/ quod fit ex b e in e d cum quadrato e f: & ideo per penultimam primi cum quadratis duarum linearū f g & g e propter id q̃ angulus f g e est rectus) æquale quadrato lineæ d f, & ideo lineæ f c. propter quod: per penultimam primi & quadratis duarū linearū f g & g c. Dempto ergo vtrinq̃ quadrato lineæ f g, erit quod fit ex b e in e d cū quadrato lineæ g e: æquale quadrato lineæ g c. sed per 5 secundi/ quod fit ex a e in e c cum quadrato lineæ g e: est æquum ei quod fit ex g c quadrato. Dempto igitur vtrinq̃ quadrato lineæ g e, erit quod fit ex b e in e d: æquale ei quod fit ex a e in e c. quod est propositum. **Qz** si neutra earū transit per centrū/ siue altera diuidat alterā per æqualia siue per inæqualia: producam lineā g f e h diametrum circuli/ transeuntem per punctum sectionis earum. Et si altera diuidat alteram per æqualia vt b d ipsam a c: tunc g h diuidit etiam ac per æqualia. ergo orthogonaliter per tertiam huius. ergo per secundum modum huius conclusionis/ quod fit ex g e in e h: æquum est ei quod fit ex a e in e c. & per tertium modū huius/ quod fit ex g e in e h: æquū est ei quod fit ex b e in e d. ergo quod fit ex a e in e c: æquum est ei quod fit ex b e in e d. quod est propositum. **At** si neutra diuidat alteram per æqualia: erit per tertium modum huius conclusionis/ quod fit ex g e in e h, æquale vtrinq̃ eorum quæ fiunt ex a e in e c & b e in e d. Quare vnum eorū erit æquale alteri, quod est propositum.

Eucl. ex Zamb. Theorema 29. propositio 35.

35 **S** i in circulo duæ rectæ lineæ se adinuicē secuerint: rectangulum compræhensum sub sectionibus vnus/ æquum est ei quod sub segmentis alterius compræhenditur rectangulo.

THEON ex Zamberto. In circulo enim a b c d: duæ rectæ lineæ a c & b d sese inuicē secant in signo e. Dico q̃ rectangulum compræhensum sub a e & e c: æquum est rectangulo compræhensum sub d e & e b. Si enim a c & b d per centrum sunt/ vt e centrum sit circuli a b c d: manifestum est q̃ si a e, e c, d e & e b sunt æquales/ rectangulum compræhensum sub a e & e c æquum est ei quod compræhenditur sub d e & e b rectangulo.





GEO. ELE. EV.

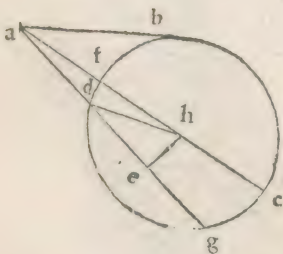
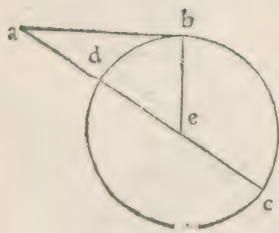
Sint ita a c & d b: nō extensæ per centrū. & sit centrū circuli a b c d: sit illud f, per primā tertii. & abf in a c & d b rectas lineas: excitentur per primi perpendiculares f g & f h: & cōnectantur f b, f c, & f e. Et quoniam per 3 tertii / recta linea quædā per centrum extensaf g, quandam rectam lineam nō per centrum transeuntem a c ad angulos rectos secat: & bifariam eam discindit. æqualis igitur est a g ipsi g c. Et quoniam recta linea a discinditur in æqualia in g, in inæqualia autē in e: rectangulū igitur cōprehensū sub a e & e c vna cū eo quod fit ex e g per 5 secundi quadrato æquum est ei quod fit ex g c. Cōmune apponatur id quod fit ex g f. Quod fit igitur sub a e & e c vna cū eo quod fit ex e g & g f: æquum est eis quæ fiunt ex c g & g f. Sed eis quæ fiunt ex e g & g f: æquum est id quod fit ex f e per 4.7 primi. eis autem quæ fiunt ex c g & g f: æquum est id quod fit ex f c per eandē. Quod igitur fit sub a e & e c vna cū eo quod fit ex f e: æquum est ei quod fit ex f c. Aequalis autem est f c ipsi f b. Ex centro enim in circūferentiam. Quod fit igitur sub a e & e c vna cum eo quod fit ex e f: æquū est ei quod fit ex f b. Et per hoc quod fit sub d e & e b vna cum eo quod fit ex f e: æquum est ei quod fit ex f b. Ostensum autem quod id quod fit sub a e & e c vna cum eo quod fit ex f e: æquum est ei quod fit ex f b. Quod fit igitur sub a e & e c, vna cū eo quod fit ex f e: æquum est ei quod fit sub d e & e b vna cum eo quod fit ex f e. Commune auferatur id quod fit ex f e. Reliquum igitur rectangulum cōprehensum sub a e & e c: æquum est rectangulo cōprehensum sub d e & e b. Si in circulo igitur duæ rectæ lineæ se adinuicem secuerint: rectangulum cōprehensum sub sectionibus vnus / æquum est rectangulo cōprehensum sub sectionibus alterius. quod demonstrasse oportuit.

Eudī, ex Camp.

Propositio 35.



Extra circulum punctus signetur / ab eo autem ad circulum alia linea secās / alia contingēs duæ rectæ lineæ ducantur: quod sub tota secāte atq; parte sui extrinseca continetur / æquū est ei quadrato quod ex contingente linea describitur.



CAMPANVS. Sit a punctus signatus extra circulum b c d cuius centrum e. a quo ducantur ad circulum: duæ lineæ a b contingens & a d c secans. Dico quod illud quod fit ex a c in d: æquum est quadrato lineæ a b. Aut enim a d c transit per centrum: aut non. Transeat ergo primo per centrum / quod est e: & ducatur linea e b, quæ per 17 huius / perpendiculāris erit super lineam a b. Et quia linea d c diuisa est per æqualia in puncto e, & est ei addita linea d a: erit per sextā secūdi / quod fit ex c a & a d cum quadrato lineæ e d, & ideo cum quadrato lineæ e b, æquale quadrato lineæ e a, & ideo per penultimā primi / æquale quadratis duarum linearum e b & b a, propter id quod angulus b est rectus. Dempto ergo vtrinque quadrato e b: erit quod fit ex c a in a d, æquale quadrato lineæ a b: quod est propositum. Quod si linea a d c non transit per centrum: sumatur a f e g transiens per centrū. & ducantur lineæ e d & e h. & sit e h: perpendicularis ad a d c. eritque per 3 huius / d h: æqualis h c. Quia ergo linea d c diuisa est per æqualia in puncto h, & addita sibi linea a d: erit per 6 secūdi / quod fit ex c a in a d cum quadrato d h, æquale quadrato lineæ a h. Ergo addito vtrinque quadrato h e, erit quod fit ex c a in a d cū quadrato h e, æquale quadrato lineæ a h & h e, & ideo per penultimā primi cum e f propter id quod e d & e f sunt æquales: æquale quadratis duarum linearum a h & h e, & ideo per penultimā primi quadrato lineæ a e. Sed per sextam secūdi / quod fit ex g a in a f cum quadrato f e, æquale est quadrato lineæ a e. Quia ergo vtrinque eorū quæ fiunt ex c a in a d & ex g a in a f, cum quadrato lineæ f e est æquale quadrato lineæ a e: ipsa erit inter se æqualia. Dempto ergo vtrinque quadrato lineæ e f: erit quod fit ex

c a in a d, æquale ei quod fit ex g a in a f. Sed id quod fit ex g a in a f est æquale quadrato lineæ a b, per præmissum modum huius. Ergo quod fit ex c a in a d: est æquale quadrato lineæ a b. Quod est propositum.

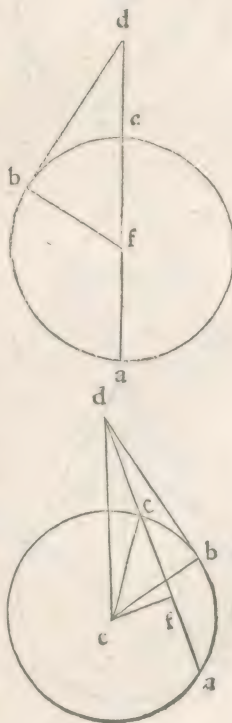
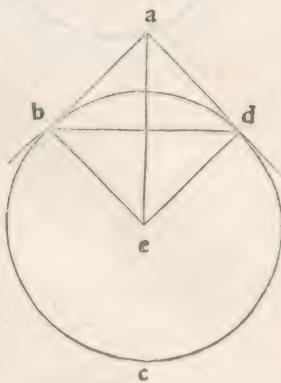
¶ CAMPANI additio. ¶ Et ex hac nota / q̄ pacto extra circulum signato / si ab ipso ad circulum quotlibet secantes lineæ ducantur / rectangula quæ continentur sub totis & earum portionibus extrinsecis / adinuicem sunt æqualia: quoniam omnia sunt æqualia quadrato lineæ contingentis. ¶ Nota etiam q̄ si a quolibet puncto extra circulum signato duæ lineæ contingentes ad circulum ipsum ducantur: ipsæ erūt adinuicem æquales. Erit enim quadratum vtriusq; earum: æquale ei quod fit ex lineâ secante ab ipso puncto ductâ in circulum in partem eius extrinsecâ. Hoc autem euidentius patet per penultimâ primi. ¶ Sit a punctus signatus extra circulum b c d cuius centrum e. & ab ipso a ducantur duæ lineæ a b & a d: contingentes circulum in punctis b, d. Dico ipsas esse æquales. Pro ducam enim lineas e a, e b & e d. eritq; per 17 huius / vterq; angulorum b & d: rectus. Quare per penultimâ primi / quadratū a c: erit æquale duobus quadratis duarū linearum a b & b e, similiter quoq; & duobus duarum a d & d e. Quare quadrata duarum linearum a b & b e: sunt æqualia quadratis duarum a d & d e. Et quia quadrata duarū quæ sunt b e & e d sunt æqualia: erunt quadrata duarum quæ sunt a b & a d, æqualia. ergo est a b: æqualis a d, quod est propositum. ¶ Aliter etiam. Ducatur lineâ b d. eritq; per 5 primi / angulus e b d, æqualis angulo e d b: propter id quod lineâ e b est æqualis lineæ e d. Et quia vterq; duorum angulorum b & d est rectus: erit per communem scientiam angulus a b d reliquus / æqualis angulo a d b reliquo. per sextam ergo primi / est lineâ a b: æqualis lineæ a d.

Eucl. ex Zamb.

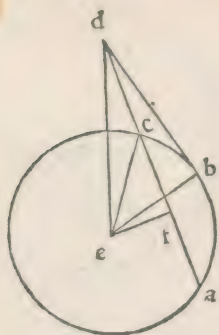
Theorema 32. Propositio 36.

¶ Si extra circulum sumatur signum aliquod: ab eoq; in circulum cadant duæ rectæ lineæ / & earum altera circulum dispescat altera vero tangat: quod sub tota dispescente & extrinsecus sumpta inter signum & curuam circumferentiam comprehenditur rectangulum / æquum est ei quod fit ex tangente quadrato.

¶ THEON ex Zamberto. ¶ Extra circulum igitur a b c: sumatur signū aliquod / sitq; illud d. & ab ipso d: in circulum a b c cadant duæ rectæ lineæ d c a & d b. secet autem circulum a b c, recta lineâ d c a: & b d tangat. Dico q̄ rectangulum comprehensum sub a d & d c: æquum est ei quod fit ex b d quadrato. Recta lineâ d c a: aut est per centrum extensa / aut non. Sit primum extensa per centrum. sitq; per primam tertij / f: centrum circuli a b c, & coniungatur f b. Angulus igitur f b d: rectus est. Et quoniam recta lineâ a c bisariam discinditur in f, adiacetq; ei recta lineâ c d: quod fit igitur per 6 secundi / sub a d & d c vna cum eo quod fit ex f c, æquum est ei quod fit ex f d. Aequalis autē est f c: ipsi f b. ex centro enim in circumferentiam. Quod fit igitur sub a d & d c vna cum eo quod fit ex f b: æquum est ei quod fit ex f d. Aequum autē est id quod fit ex f d: eis quæ sunt ex f b & b d per 47 primi. rectus enim est angulus qui est sub f b d. Quod igitur fit sub a d & d c vna cum eo quod fit ex f b: æquum est eis quæ sūt ex f b & b d. Commune auferatur id quod fit ex f b. Reliquum igitur quod fit sub a d & d c: æquū est ei quod fit ex d b tangente. ¶ Sed recta lineâ d c a: non sit extensa per centrum circuli a b c. Sitq; per primā tertij / e: centrum circuli a b c, & ab e in a c: per 12 primi perpendicularis excitetur e f, & cōnectantur e b, e c, & e d. rectus igitur est angulus e f d. Et quoniam recta lineâ quædam per centrum extensæ f, per 3 tertij rectā lineam quandam non extensam per cētrum a c ad angulos rectos secat: & bisariam eam secat. Igitur a f: ipsi f e est æqualis. Et quoniam recta lineâ a c bisariam diuiditur in f signo adiacet autem ei c d: quod igitur fit



GEO. ELE. EV.



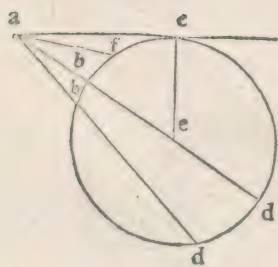
sub a d & d c vna cum eo quod fit sub f c, æquū est ei quod fit ex f d per 6 secundi. Commune apponatur quod fit ex f e. Quod igitur fit sub d a & d c vna cum eis quæ fiunt ex c f & f e: æqualia sunt eis quæ fiunt ex f d & f e. Eis autem quæ fiunt ex f d & f e: æquum est id quod fit ex e d per 47 primi. angulus namq; qui est sub e f d: rectus est. Eis vero quæ fiunt ex c f & f e: per eandem æquum est id quod fit ex c e. Quod igitur fit sub a d & d e vna cum eo quod fit ex e c: æquum est ei quod fit ex e d. Aequalis autem est e c ipsi e b. ex centro enim in circumferentiam. Quod igitur fit sub a d & d c vna cū eo quod fit ex e b: æquum est ei quod fit ex e d. Ei autem quod fit ex e d: per 47 primi / æqualia sunt quæ fiunt ex e b & b d. angulus enim qui sub e b d: rectus est. Quod igitur fit sub a d & d c vna cum eo quod fit ex e b: æquum est eis quæ fiunt ex e b & b d. Commune auferatur quod fit ex e b. reliquum igitur quod fit sub a d & d c: æquum est ei quod fit ex d b. Si extra circumferentiam igitur sumatur signum aliquod: & quæ sequuntur reliqua. quod demonstrasse oportuit.

Eucl. ex Camp.

Propositio 36.



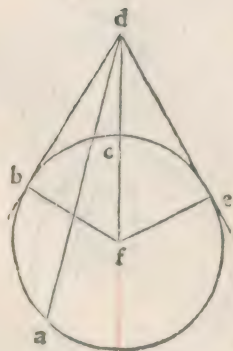
Si fuerit punctus extra circumferentiam signatus a quo ducantur lineæ ad circumferentiam ducantur altera secans altera circumferentiæ applicata / fueritq; quod ex ductu totius secantis in partē sui extrinsecam æquum ei quod ex ductu applicatę in seipsam fit: erit linea applicata ex necessitate circumferentiam contingens.



CAMPANVS. ¶ Sit a punctus signatus extra circumferentiam b c d cuius centrum e, a quo ducantur ad circumferentiam lineæ a b d secans ipsam / & lineæ a c applicata circumferentiæ: & esto vt quod fit ex d a in a b, sit æquale quadrato a c. Dico lineam a c: esse contingentem. Et est hæc: conuersa prioris. Si enim non est contingens: sit ergo contingens lineæ a f. eritq; per præmissam quod fit ex d a in a b: æquale quadrato lineæ a f. quare quadratū lineæ a f: est æquale quadrato lineæ a c. ergo a c: est æqualis a f. quod est impossibile per 8 huius. Erit ergo a c: cōtingēs. quod est propositū. ¶ Idē ostēdē probabitur. Maneat prior dispositio & hypothesis. Et si lineæ a b d trāsit per cētrū: ducatur lineæ c e. eritq; per 6 secūdi / quod fit ex d a in a b cū quadrato e b, & ideo cum quadrato e c: æquale quadrato a e. Sed quod fit ex d a in a b: positum est æquale quadrato a c. ergo quadratum a c cum quadrato e c: est æquale quadrato a e. ergo per vltimam primi / angulus c est rectus. Ergo per correlarium 15 huius / lineæ a c: est cōtingens circumferentiam. quod est propositum. ¶ Si autem a b d non transit per centrum: ducatur a puncto a, lineæ transiens per centrum. Et quia quod fit ex hac tota in eius partē extrinsecam / est æquale ei quod fit ex d a in a b per præmissam: ipsum erit æquale quadrato lineæ a c. quare vt prius a c: erit contingens circumferentiam.

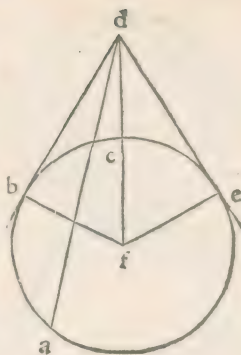
Eucl. ex Zamb. Theo. 31. prop. 37. Cōuersa præcedentis.

Si extra circumferentiam sumatur signum aliquod / & ab eo signo in circumferentiam ducantur rectę lineę ceciderint / & earum altera circumferentiam secet altera vero cadat / sit autem quod fit sub tota dissecante & extrinsecus sumpta inter signum & curuam circumferentiam æquale ei quod fit ex cadente: cadens circumferentiam tanger.



THEON ex Zamberto. ¶ Extra circumferentiam igitur a b c: sumatur signum sitq; illud d. & ab ipso d: in circumferentiam a b c incident ducantur rectę lineę d c a & d b. & d c a quidem circumferentiam secet: & d b incidat. Sit autem quod fit sub a d & d c: æquum ei quod fit ex d b. Dico qd b: ipsum tangit circumferentiam a b c. Excitetur enim per 17 tertię recta lineæ contingens circumferentiam a b c: sitq; illa d e. Sitq; per primam eiusdem / centrum circuli a b c. et

conneantur fe, fb, & fd. Angulus igitur fed rectus est. Et quoniam res
sta linea de ipsum circulum abc tangit / & recta linea dca secat: quod
fit igitur sub a d & d c, æquum est ei quod fit ex d e per præcedentē. Re-
cipitur autē qd id quod fit sub a d & d c æquū sit ei quod fit ex d b. Quod
igitur fit ex d e: æquum est ei quod fit ex d b. Aequalis igitur est d e: ipsi
db. Est autem & fe: æqualis ipsi fb. ex centro enim in circumferentiam.
Duæ iam de & e f: duabus db & b f sunt æquales. & basis earum commu-
nis est fd. Angulus igitur def: per 8 primi / angulo dbf est æqualis. Res-
tus autē est angulus d e f. rectus igitur est / & qui sub dbf. Et fb eiecta:
dimetiens est. quæ autem ab extremitate diametri circuli ad angulos re-
ctos ducitur: circulum tangit per 16 tertij. Recta linea igitur db: circulu
abc tangit. Similiterq; ostendetur: si centrum super a c contingat. Si ex-
tra circulum igitur sumatur signum aliquod: & reliqua quæ sequuntur.
quod demonstrasse oportuit.



EVCLIDIS MEGARENSIS

Geometricorum elementor-
um tertij li-

brī
F I N I S.

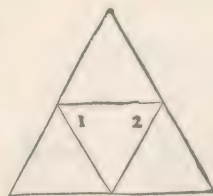
EVCLIDIS MEGARENSIS CLARISSIMI
philosophi Mathematicorumq; facile principis: primum
ex Campano, deinde ex Theone Græco commentatore,
interprete Bartholomæo Zamberto Veneto, Geometri-
corum elementorum liber quartus.

EX Campano. Diffinitiones.



1 Igura intra figuram dicitur inscribi
quādo ea quæ inscribitur eius in
qua iscribitur latera vno quoq; su-
orum angulorū ab interiore par-
te contingit.

2 CCircumscribi vero figura figuræ
perhibetur: quoties ea quidem fi-
gura eius cui circumscribitus om-
nibus omnes angulos contingit.



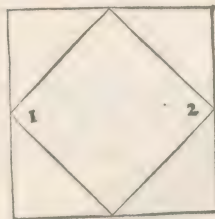
EX Zamberto.

Diffinitiones.



1 Igura rectilinea in figura rectilinea describi
dicitur: quādo vnusquisq; inscriptæ figuræ
angulus / vnumquodq; latus eius in qua de-
scribitur tangit.

2 CCircumscribi vero figura figuræ
perhibetur: quando vnumquodq; latus circumscrip-
tæ / vnū-
quenq; angulum eius circum quem describitur tangit.



GEO. ELE. EV.

- ¶ Figura rectilinea in circulo describi dicitur: quando vnus; quique angulus inscripta/circuli circumferentiam tangit.
- ¶ Circulus vero circa figuram rectilineam describi dicitur: 4 quando circuli circumferentia vnumquodq; eius circum qua describitur /angulum tangit.
- ¶ Circulus autem in figura rectilinea describi dicitur: quando circuli circumferentia vnumquodq; latus eius in qua describitur /tangit.
- ¶ Figura vero rectilinea circa circulum describi dicitur: quādo vnumquodq; latus circumscripta/circuli circumferentiā tangit.
- ¶ Recta linea in circulo congruere dicitur: quando eius extrema in circuli circumferentiam cadunt.

Eucl. ex Camp.

Propositio 1.

Intra datum circulum: data recta linea quae diametro minime maior existat /aequam recta lineam coaptare.

CAMPANVS. ¶ Sit linea data a b, circulusq; datus c d e cuius diameter c d, qua non est maior linea a b. volo intra datum circulum: coaptare lineam aequalem a b. quae si fuerit aequalis diametro: constat propositum. Si autem minor: ex diametro sumatur d f: ei aequalis, & super punctum d secundum quantitatem lineae d f: describatur circulus f e g, secans datum circulum in punctis g & e. ad alterum quorum: ducatur linea a puncto d, vt d e vel d g. eritq; vtralibet earum aequalis lineae a b, eo q; vtraq; earum est aequalis lineae d f per diffinitionem circuli. quare habemus propositum.

Eucl. ex Zamb.

Problema 1. propositio 1.

¶ In dato circulo / data recta linea minime maiori circuli diametro existenti: aequalem rectam lineam coaptare.

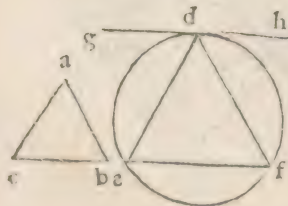
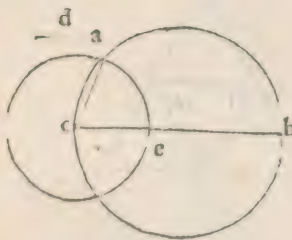
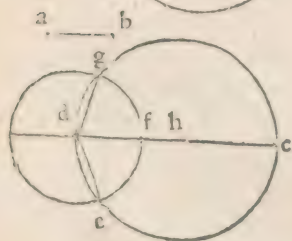
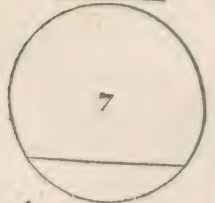
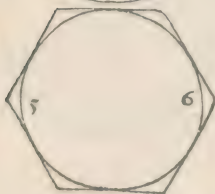
THEON ex Zamberto. ¶ Esto datus circulus a b c. data vero recta linea non maior circuli diametro: esto d. oportet iam in dato circulo a b c: ipsi d recta linea aequalem rectam lineam coaptare. Excitetur circuli a b c, dimetens: sitq; b c. Si b c aequalis est ipsi d: iam factum est id quod proponitur. in dato enim circulo a b c, coaptatur recta linea b c: aequalis ipsi d. Si autem maior est b c, ipsa d: ponatur per 2 primi / ipsi d aequalis c e. Et cetero quidem c, spacio vero c e: per 3 postulatam / circulus describatur e a f. & connectatur c a. Quoniam igitur centrum circuli e a f, est signum c: per 15 diffinitione primi / aequalis est c a ipsi c e. Sed ipsi d: aequalis est ipsa c e. Igitur per primam communem sententiam & d: aequalis est ipsi a c. In dato circulo igitur a b c, data recta linea d: aequalis aptatur c a. quod oportebat facere.

Eucl. ex Camp.

Propositio 2.

Intra assignatum circulum: triangulum triangulo assignato aequiangulum collocare.

CAMPANVS. ¶ Sit assignatus triangulus a b c: assignatusq; circulus d e f. Volo intra hunc circulum: collocare vnum triangulum aequiangulum triangulo a b c. aequilaterum enim non est necessarium esse: sed est possibile. Produco g d h: contingentem circum in puncto d. super quem facio angulum h d f, ducta linea d f, aequali angulo c: & angulum g d e, ducta linea d e, aequali angulo b, & producho lineam e f, eritq; per 31 tertij / angulus e, aequalis angulo c: quia vterq;



est æqualis angulo $h d f$, c quidem: per positionem. e vero: per 31 tertij. Eadem ratione erit angulus f æqualis angulo b , quare per 32 primi/ d tertius: erit æqualis a , tertio. quare habemus propositum.

Eucl. ex Zamb. Problema 2. propositio 2.

2 ¶ In dato circulo: dato triangulo æquiangulum triangulum describere.

¶ THEON ex Zamb. ¶ Sit datus orbis $a b c$: datū autem triangulū $d e f$. oportet iam in dato circulo $a b c$: ipsi $d e f$ triangulo æquiangulum triangulum describere. Excitetur inquā per 17 tertij/ recta linea tangens ipsum orbē $a b c$, sitq; $g a h$: & tangat in a . & constituatur per 23 primi/ ad rectam lineā $a h$ & ad signum in $e a$: ei angulo qui est sub $d e f$ equalis angulus $h a c$. ad rectā vero lineā $a g$ & ad signū in $e a$: ei qui est sub $d f e$ angulo: æqualis angulus $g a b$, per eandem. & contigantur $b c$. Quomā circulum $a b c$ tangit quædam recta linea $g a h$, & $a b a$ contactu in circulum ducitur recta linea $a c$: angulus igitur qui est sub $h a c$, per 32 tertij/ æqualis est ei qui sub alterno est circuli segmento/ $a b c$ angulo. Sed angulus $h a c$ ei qui est sub $d e f$, est æqualis. angulus igitur $a b c$: ei q sub $d e f$ est angulo est æqualis. Et per hoc/ angulus $a c b$: ei q est sub $d f e$ angulo/ est equalis. Et reliquus igitur angulus $b a c$: reliquo $d e f$ est equalis. Aequiangelum igitur est triangulū $a b c$, ipsi $d e f$ triangulo: & describitur in dato circulo $a b c$. In dato igitur circulo: dato triangulo æquiangelum triangulum describitur. quod facere oportebat.

Eucl. ex Camp.

Propositio 3.

3 ¶ In assignatum circulum: assignato triangulo triangelum æquiangulum describere.

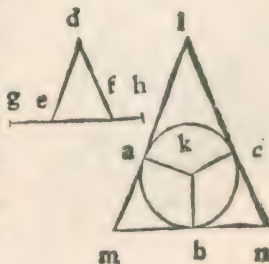
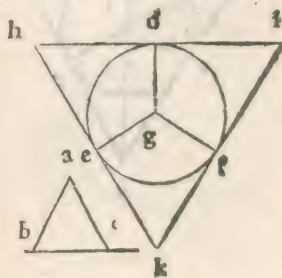
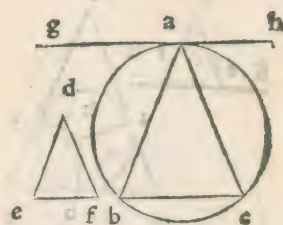
¶ CAMP. ¶ Sint ut prius/ assignatus triangelus $a b c$: assignatusq; circulus $d e f$, cuius cētū g . circa hūc circulū: volo describere unū triangelū æquiangelū triangulo $a b c$. æqualiterū enī nō est necessariū: sed ē possibile. Producā basin $b c$ in vtrāq; partē: ut fiant duo anguli extrinseci. & a cētō g : producā lineā $g d$ ad circūferentiā. & constitua angulū $d g e$, ducta linea $g e$: equalē angulo b extrinseci. & $d g f$, ducta linea $g f$: equalē c extrinseci. & a pūctis d, e, f , producā in vtrāq; partē lineas orthogonaliter: q; p correlariū 15 tertij/ erūt cōiūgentes circulū. quas protrahā quousq; cōcurrant in pūctis h, k, l . Necessē est enim ipsas cōcurrere. cū enī vterq; angulorū g sūt ad d , & vterq; eorū g sūt ad e , sūt recti: si intelligatur protrahi linea $d e$, erūt duo anguli g sunt ad partē h minores duobus rectis. quare p penultimā petitionē/ in partē illā protrahē: cōcurrunt lineæ $l d h, k e h$. Eadē rōne cōcurrēt duæ lineæ $h d l, k f l$: cū vterq; angulorū g sūt ad f , sūt etiā rectus. Quia ergo in quadrilatero $h d e g$, duo anguli d & e sūt recti: erūt duo anguli g & h æquales duobus rectis. cuiuslibet enī quadrilateri quatuor anguli: sūt æquales quatuor rectis: ut mōstratū ē supra 32 primi. Et qā duo anguli b intrinseci & extrinseci sūt similiter æquales duobus rectis p 13 primi/ at vero b extrinseci positus ē equalis $d g e$: erit intrinseci b , equalis h . Simili quoq; rōne erit cū intrinseci: æqualis l . Et qā duo anguli b & c intrinseci sūt minores duobus rectis p 17 primi: erūt similiter duo anguli h & l minores duobus rectis. quare p penultimā petitionē/ duæ lineæ $h e$ & $l f$ protrahē: cōcurrēt ī pūcto k . fietq; triangelū $h k l$. & quia angulū h ē æqualis angulo b intrinseci/ & angulū l angulo c intrinseci: co:erit p 32 primi/ angulū k æqualis angulo a . quare habem⁹ propositū.

Eucl. ex Zamb.

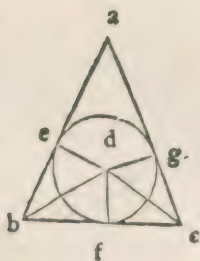
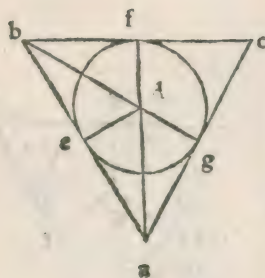
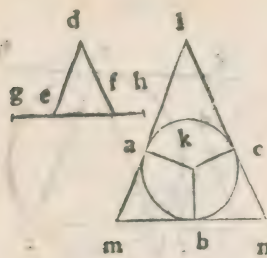
Problema 3. propositio 3.

3 ¶ Circa datum circulum: dato triangulo æquiangulum triangelum describere.

¶ THEON ex Zamberto. ¶ Sit datus circulus $a b c$: datum autem triangulum sit $d e f$. oportet circa $a b c$ circulum: ipsi $d e f$ triangulo æquiangulum triangulum describere. Extendatur $e f$ ex vtrāq; partē: in g, h , signa. Et sumatur per primam tertij/ cētū circuli $a b c$: sitq;



g. j.



illud k. Et ducatur utcumq; recta linea k b. Et constituatur per 23 primi/ ad k b recta linea, ad signumq; in ea k: angulo qui est sub d e g, equalis angulus b k a angulo autem d f h: æqualis angulus b k c. Et per signa a, b, c, per 17 tertij/ excitentur recte lineæ tangentes circum a b c: sintq; l a m, m b n, n c l. Et quoniam rectæ lineæ l m, m n, & n l tangunt circum a b c in signis a, b, c, & a centro k in a, b, c, signa coniuncte sunt k a, k b, & k c: anguli igitur qui sunt ad signa a, b, c, recti sunt. Et quoniam quadrilateri a m b k, quatuor anguli quatuor rectis sunt æquales/ & quoniam quadrilaterum a m b k in duo triacula dividitur quorum anguli k a m & k b m duo recti sunt: reliqui igitur anguli a k b & a m b duobus rectis sunt æquales. Anguli autem d e g & d e f, per 13 primi/ duobus rectis sunt æquales. Anguli igitur a k b & a m b, anguli d e g & d e f sunt æquales, quorum angulus a k b: angulo d e g est æqualis, reliquus igitur angulus a m b: reliquo angulo d e f est æqualis. Similiter quoq; ostendetur: qd angulus l m n angulo d f e est æqualis, & reliquus igitur angulus m l n: reliquo angulo e d f est æqualis, æq; angulū igitur est triagulū l m n ipsi d e f triagulo: & describitur circa circum a b c. Circa circum igitur datum: dato triangulo æquiangulū descriptū est, quod facere oportebat.

Eucl. ex Camp.

Propositio 4.



Circa datum triangulum: circum describere.

CAMPANVS. ¶ Sit assignatus triangulus a b c. Volo intra ipsum: circum describere. Hæc est quasi conuersa secundæ. Diuido enim duos eius angulos a & b: per æqualia, a quidem: ducta linea a d. b vero: ducta linea b d. quæ concurrent in puncto d: a quo ducā perpendiculares ad tria latera ipsius triangulorum e a d & g a d, angulus a vnus/ est æqualis angulo a alterius/ & vterq; angulorum e & g rectus/ & latus a d commune: erit per 26 primi/ lineæ d e æqualis lineæ d g. Eadem ratione cum duorum triangulorum e b d & f b d angulus b vnus/ sit æqualis angulo b alterius/ & vterq; angulorum e & f rectus/ latus quoq; d b commune: erit per eandem/ lineæ d e æqualis lineæ d f. quare tres lineæ d e, d f, d g: sunt æquales. Posito ergo cetro i n d, descriptus circum secundū quantitatem vnus earū: transibit per 9 tertij per reliquarū duarū extremitates. Et qd p correlariū 15 tertij/ vnus qd linearū a b, b c, c a, erit cōtingēs circum: patet pfectū esse propositū.

Eucl. ex Zamb. Problema 4. propositio 4.

Circa dato triangulo: circum describere.

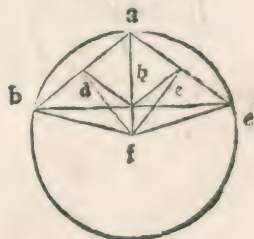
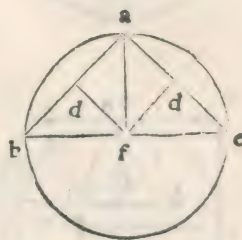
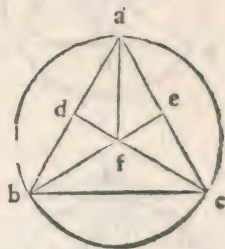
CTHEON ex Zamberto. ¶ Sit datum triagulum a b c. oportet iam in triagulo a b c: circum describere. Secetur p 9 primi/ anguli a b c & a c b bis fariā: sub rectis lineis b d & c d q cōcurrāt adinuicē i signo d. Excitentq; p 12 primi/ ab ipso d, in ipsas a b, b c, & c a rectas lineas: perpendiculares d e, d f & d g. Et qm æqualis ē angulus a b d angulo c b d, & angulus b e d rectus æqualis est angulo b f d recto: duo iā triagula sūt e b d, f b d, duos angulos duobus angulis habētia æquales/ & vnū latus vni lateri æquale ex 26 primi/ reliq; laterib; æq; habebūt. æqualis igit ē d e: ipsi d f, & p hoc & d g: sibi inuicē sūt æquales. quare & d e ipsi d g ē æqualis. tres igit d e, d f & d g: sūt æquales per primā cōmunē sententiā. Cetro igit d, spatium vero aut d e aut d f aut d g, circum descriptus: per reliqua signa transiet. & tãget rectas lineas a b, b c & c a: qm anguli e, f, g, signis existētes/ rectos excitata/ i circum cadēs. qd esse impossibile: patuit p 16 tertij. Circulus igitur descriptus cetro d, spatio vero aut d e aut d f aut d g: rectas lineas a b, b c & c a non secat. tanget igitur eas per correlarium eiusdem. & erit circum descriptus in triangulo a b c. In dato triangulo igitur a b c: circum descriptus est e f g. Quod facere oportebat.

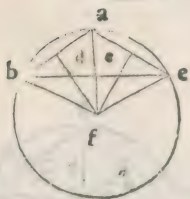
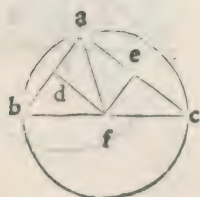
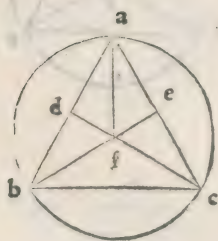
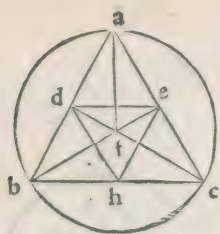


In trigonum assignatum/ siue illud sit orthogonium/ siue amblygonium/ siue oxygonium: circulum describere.

CAMPANVS. ¶ Sit trigonus assignatus a b c. Volo circulum describere circulum. Hec est quasi conuersione tertia. Diuido duo eius latera a b & a c: per equalia. a b qdē; in puncto d. & a c in puncto e. a quibus punctis produco perpendiculares ad lineas a b & a c: quas protraho quousque concurrant in puncto f. sintque d f & e f. Concurrent enim. quoniam cum uterque angulorum d & e sit rectus/ si intelligatur protrahi linea d e: fient duo anguli ad partem in quam prohabunt/ minores duobus rectis. quare concurrunt per penultimam petitionem. igitur a puncto f qui est punctus concursus/ quem dico esse centrum circuli quaesiti/ protraho lineas ad singulos angulos: quae sunt f a, f b, f c. Et quia in triangulo a d f. duo latera a d & d f sunt equalia duobus lateribus b d & d f trianguli b d f. & angulus d vnius angulo d alterius/ quia uterque rectus: erit per 4 primi f a aequalis f b. Eadem ratione erit f a aequalis f c: comparatis lateribus angulis duorum triangulorum a c f & c e f. ergo per 9 tertij/ punctum f erit centrum circuli quaesiti. Haece est vniuersalis demonstratio ad omnes species trigoni. ¶ Quia tamen auctor videtur velle medium variare distinguendo inter orthogonium/ amblygonium & oxygonium: de quolibet eorum sigillatim est demonstrandum. ¶ Sit ergo trigonus propositus orthogonius: sitque angulus a, rectus. Latus b c a respiciens hunc angulum rectum/ diuido per equalia in f a quo puncto quem dico esse centrum circuli/ ad medium punctum vtriusque duorum reliquorum laterum qui sit d. ducō lineam f d. Et quia linea f d diuidit duo latera a b & b c trianguli a b c per equalia: ipsa erit aequidistans tertio/ videlicet lineae a c. hoc enim demonstratum est: supra 39 primi. Et quia angulus a positus est rectus: erit per secundam partem & per tertiam 29 primi/ uterque angulorum qui sunt ad d, rectus. Ducatur igitur linea f a. eritque per 4 primi/ linea a f equalis lineae b f comparatis adinuicem lateribus & angulis triangulorum a d f, b d f. Et quia linea b f est equalis lineae c f: erunt tres lineae b f, a f, c f adinuicem aequales. quare per 9 tertij/ erit f centrum circuli quaesiti. ¶ Sit rursus trigonus a b c, amblygonius: sitque angulus a, obtusus. Latus b respiciens hunc angulum obtusum/ diuido per equalia in puncto h: a quo ad media puncta duorum reliquorum laterum/ quae sunt d & e: ducō lineas h d & h e. eritque d h aequidistans a c, & e h aequidistans a b: propter id quod demonstratum est/ supra 39 primi. videlicet quod linea secans duo latera alicuius trianguli per equalia: tertio est aequidistans. quare per secundam partem 29 primi/ erit uterque duorum angulorum b d h & c e h: aequalis angulo a. & ideo uterque obtusus. Ductis igitur perpendicularibus d f ad lineam a b, et e f ad lineam a c, quousque concurrant in puncto f quem dico esse centrum circuli/ manifestum est enim eas concurrere: propter causam prius dictam/ secabit utraque earum/ lineam b c quae respicit obtusum/ & concurrent extra triangulum a b c. Igitur a puncto f qui est punctus concursus earum/ produco lineas f a, f b, f c: quae per 4 primi bis assumptam erunt aequales/ comparatis primo lateribus & angulis duorum triangulorum a d f, b d f, deinde aliorum duorum a e f, c e f. quare per 9 tertij/ f est centrum circuli quaesiti. ¶ Esto iterum ut trigonus a b c: sit oxygonius. Diuisis omnibus eius lateribus per equalia/ videlicet latere a b in puncto d, et latere a c in puncto e, & b c in puncto h: protraho lineas d e, d h & e h. eritque d h aequidistans a c, & e h aequidistans a b: propter id quod demonstratum est/ super trigesima nona primi. quare per secundam partem 29 primi/

81.





GEO.

ELE

FV.

utrumque angulorum $b d h$, $c e h$ erit æqualis angulo a , & ideo acutus. Ductis igitur perpendicularibus $d f$ ad lineam $a b$, & $e f$ ad lineam $a c$: manifestum est eas concurrere intra triangulum $a b c$. sitque punctus concursus f : quem dico esse centrum circuli. produco enim lineas $f a$, $f b$, $f c$: quæ per 4 primi bis assumptam ut prius/erunt æquales. quare per 9 tertij/erit f centrum circuli quæsitum.

CORRELARIUM. Per prædicta patet/ quod si triangulus fuerit orthogonius: centrum circuli circumscribendi cadet in medio lateris quod oppositur angulo recto. Si fuerit amblygonius: centrum cadet extra triangulum. Si autem fuerit oxygonius: cadet intra triangulum.

Eucl. ex Zamb.

Problema 5. propositio 5.

Circa datum triangulum: circulum describere.

THEON ex Zamb. Sit datum triangulum $a b c$: oportet iam circa datum triangulum $a b c$: circulum describere. Secetur enim per 10 primi/ $a b$ & $a c$ rectæ lineæ bisariam: in d & e signis. & ab ipsis d , e signis: ipsius $a b$ & $a c$ per 11 primi ad angulos rectos excitentur $d f$ & $e f$. Concurrunt autem: aut intra ipsum triangulum $a b c$, aut in ipsa recta linea $b c$, aut extra rectam lineam $b c$. Concurrant igitur primū intra ipsum triangulum: in f signo. connectanturque per primum postulatū: $f b$, $f c$ & $f a$. Et quoniam æqualis est $a d$ ipsi $d b$, cōmunis autem $d f$ & ad angulos rectos: basis igitur $a f$ per 4 primi/ basis $f b$ est æqualis. Similiter iam ostendemus: quod & $c f$ ipsi $a f$ est æqualis. quare $f b$ ipsi $f c$ est æqualis. Tres igitur $f a$, $f b$ & $f c$ sibi inuicem sunt æquales. Centro igitur f , spatio vero aut $f a$ aut $f b$ aut $f c$, circulus descriptus/ transiet per reliqua signa: & erit circulus descriptus circa triangulum $a b c$. describatur iam sicut $a b c$. Sed rectæ lineæ $d f$ & $e f$ concurrant super $b c$ recta linea in signo f , sicut secunda habet descriptio. & connectatur $a f$. similiter quoque ostendemus quod f signum: centrū est circuli descripti circa $a b c$ triangulum. Sed iam $d f$ & $e f$ rectæ lineæ: concurrant extra ipsum triangulum $a b c$ in signo f . Rursus sicut habet tertia descriptio: coniungatur $a f$, $f b$ & $f c$ rectæ lineæ. & quoniam rursus æqualis est $a d$ ipsi $d b$, cōmunis autem $d f$: basis igitur $a f$ per 4 primi/ basis $f b$ est æqualis. Similiter quoque ostendemus: quod & $c f$ ipsi $a f$ est æqualis. Centro rursus igitur f , spatio vero aut $f a$ aut $f b$ aut $f c$, circulus descriptus/ transiet per reliqua signa: & erit descriptus circa $a b c$ triangulum. describatur sicut $a b c$. Circa datum igitur triangulum descriptus circulus est. quod facere oportebat.

CORRELARIUM. Et manifestum est quod quando introrsum trianguli/ cadit centrum circuli: angulus $b a c$ existens in maiori circuli segmento/ recto minor est. Quando autem in $b c$ rectam lineam: in semicirculo existens angulus/ rectus est. Quando vero extra ipsam $b c$ rectam lineam/ centrum cadit: angulus $b a c$ existens in minore circuli segmento/ recto maior est. Quare & quando minor recto contingit datus angulus: introrsum ipsius trianguli concurrunt $d f$ & $e f$ rectæ lineæ. Quando autem rectus: super $b c$. Quando vero maior recto: extra ipsam $b c$. quod scilicet oportuit.

Eucl. ex Camp.

Propositio 6.



Ntra datum circulum: quadratum describere.

CAMPANVS Sit datus circulus $a b c d$: cuius centrū e . volo intra ipsum describere quadratum. Protraho in ipso duas diametros $a c$ & $b d$: secantes se orthogonaliter supra centrū e . quarum extremitates coniungo: protrahis lineas

LIBER IIII

51

a b, b c, c d, & d a, quas dico continere quadratum quæsitum. ipse enim erunt æquales adinuicem per 4. primi ter assumptam: propter id quod quatuor lineæ a e, e b, b c, & c d sunt æquales: & quatuor anguli qui sunt ad e, recti. sed vnusquisq; quatuor angulorū a, b, c, & d est rectus: per primam partem 30. tertij: propter id quod quilibet eorum est in semicirculo. erit igitur a b c d: quadratum per diffinitionem. Quod est propositum.

Eucl. ex Zamb.

Problema 6. propositio 6.

6. In dato circulo: quadratum describere.

THEON ex Zamberto. Sit datus circulus a b c d. oportet iam in circulo a b c d: quadratum describere. Excitentur enim ipsius circuli a b c d, diametri ad angulos rectos adinuicem: sintq; a c & b d. et coniungantur a b, b c, c d, & d a. Et quoniam æqualis est b e ipsi e d per diffinitionem 15. primi: centrum vero est e, cōmunis autē et ad angulos rectos e a: basis igitur a b, per 4. primi basi a d est æqualis. et per hoc iam vtraq; ipsarum b e & c d: vtriq; ipsarum a b & a d est æqualis. æquilaterum igitur est quadrilaterum a b c d. Dico etiam qd & rectangulum. quoniam enim recta linea b d, dimetiens est circuli a b c d: semicirculus igitur est b a d. rectus igitur est agulus b a d: per 31. tertij: & per hoc iam & vnusquisq; angulorum contentorum sub a b c, b c d, & c d a: rectus est. Rectangulum igitur est quadrilaterum a b c d. ostensum autem est qd & æquilaterū, quadratum igitur est: per 27. diffinitionem primi. et describitur in circulo a b c d. quod fecisse oportuit.

Eucl. ex Camp.

Propositio 7.

7. Circa propositū circulum: quadratum describere.



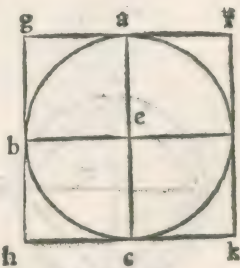
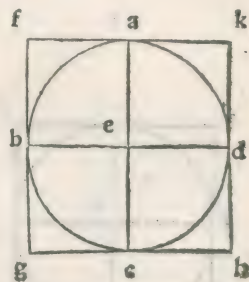
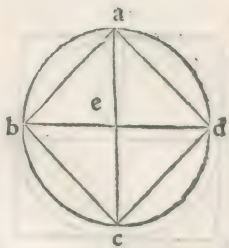
CAMP. Sit propositus circulus a b c d: cuius centrum e. volo circa ipsum: describere quadratū. Protraho in ipso duas diametros a c et b d: secantes se orthogonaliter super centrum e. a quarum extremitatibus duco in vtramq; partē lineas orthogonaliter: quousq; quælibet earū concurrat cū duabus lateribus. sintq; puncta cōcursus earum: f, g, h, k. eritq; per correlarium 15. tertij: vterq; angulorum qui sunt ad vnumquemq; quatuor punctorum, a, b, c, d: rectus. quia ergo in quadrilatero a f b e tres aguli a, b & e sunt recti: erit quartus angulus qui est f, rectus. habet enim quodlibet quadrilaterum: quatuor angulos æquales quatuor rectis: vt demonstratum est: supra 32. primi. Eadem ratione quilibet angulorum g, h, & k: erit rectus. ergo per secundam partem 28. primi: duæ lineæ f g & k h, itemq; duæ f k et g h: sunt æquidistantes. ergo per 34. primi: f k est æqualis g h: et f g ipsi k h. Et quia per eadē f k est æqualis b d, et f g ipsi a c, at vero b d est æqualis a c: erūt quatuor lineæ f k, g h, f g, et k h, æquales. Sed & quatuor anguli f, g, k, h sunt recti: vt probatum est prius. ergo f g k h est quadratū per diffinitionem. Quod est propositum.

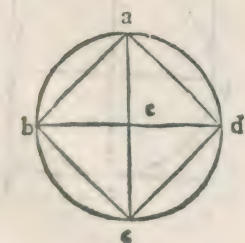
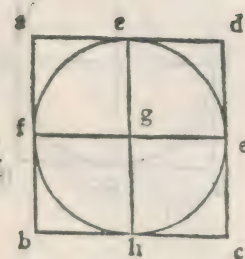
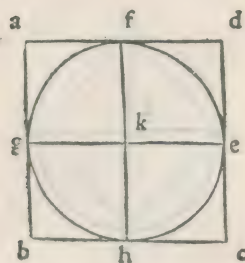
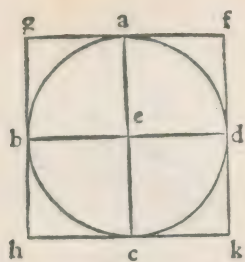
Eucl. ex Zamb.

Problema 7. propositio 7.

7. Circa datum circulum: quadratum describere.

THEON ex Zamberto. Sit datus circulus a b c d. Oportet iam circa ipsum a b c d circulum: quadratum describere. Excitentur ipsius circuli a b c d, duæ diametri ad angulos rectos adinuicem: sintq; a c et b d: et per signa a, b, c, d, excitentur per 17. tertij: rectæ lineæ tangentes circulum a b c d, sintq; f g, g h, h k, et k f. Quoniam igitur recta linea f g, ipsū circulum a b c d tangit in signo a, & ab e centro in ipsum a contactū coniungitur recta linea e a: anguli igitur qui sunt ad a, sunt recti per 18. eiusdem. & ob id iam et anguli qui ad b, c, d, signa: sunt recti. Et quoniam angulus a e b rectus est: & angulus qui sub e b g quoq; rectus est: parallelus igitur ē g h ipsi a c per 28. primi. & ob id quoq; a c ipsi f k parallelus est. Similiter quoq; iam ostendemus: qd & vtraq; ipsarum g f & h k, ipsi b d parallelus est. parallelogrāma igitur sunt g d, g c, a k, f b, & b k æqualis igitur est g f ipsi h k: & g h ipsi f k per 34. primi. Et qm̄ g iij.





GEO. ELE EV.

æqualis est a c ipsi b d, sed a c vtriq; ipsarum g h & f k est æqualis/ & b d vtriq; ipsarum g f & h k est æqualis: vtrq; igitur ipsarum g h & f k, vtriq; ipsarum g f & h k est æqualis. æquilaterum igitur est: f g h k quadrilaterum. Dico qd & rectangulum. Quoniam parallelogrammum est g b e a, & angulus a e b rectus est: rectus igitur est & qui sub a g b est angulus/ per 34 primi. similiter quoq; ostendemus qd & qui ad h, k, f, anguli consistunt: recti sunt. Rectangulū igitur est. & circa a b c d circulum: descriptum est. Circa datum igitur circulum: quadratū describitur, quod oportebat facere.

Eucl. ex Camp.

Propositio 8.



Circa quadratū assignatum: circulum describere. **C**AMPANVS. **C**irca quadratum assignatum a b c d. Volo intra ipsum: describere circulum. Hæc est quasi cōuersa 6. Diuido vnumquodq; latus eius per æqualia: a d quidem in pūcto f, b a in pūcto g, c b in pūcto h, & d c in pūcto e. & produco lineas e g & f h, secantes se in pūcto k: quem dico esse centrum circuli. erit enim f h æquidistans & æqualis a b, per 33 primi: propter id quod a f & b h sunt æquales & æquidistantes. Similiter per eandem & d c ipsi a b. & quia omnes medietates quatuor laterum ipsius quadrati sunt adinuicem æquales: erūt per 34 primi quatuor lineæ k e, k f, k g, & k h, æquales. ergo per 9 tertij/ k: est centrum circuli quæsiti.

Eucl. ex Zamb.

Problema 8. propositio 8.

Circa dato quadrato: circulum describere. **C**THEON ex Zamberto. **C**irca datum quadratum a b c d. Oportet iā in a b c d quadrato: circulum describere. secetur per 10 primi/ vtrq; ipsarum a b & a d: bitariam in e, f, signis. & per e: vtrq; ipsarum a b, & d c, per 31 primi/ parallelus excitetur e h. & per f: vtrq; ipsarum a d & b c, per 31 primi/ parallelus excitetur f k. Parallelogrammum igitur est vnum quodq; ipsorū: a k, k b, a h, h d, a g, g c, b g, & g d. & eorum latera/ vide licet quæ ex opposito/ sunt æqualia: per 34 primi. & quoniam æqualis est a d ipsi a b, & ipsius a d dimidium ē a e, & ipsius a b dimidium est a f: æqualis igitur est a e ipsi a f. quare & quæ ex opposito: per eandem sunt æquales. æqualis igitur est f g: ipsi e g. Similiter quoq; ostendemus qd & vtrq; ipsarum g h, & g k: vtrq; ipsarum f g, et g e est æqualis. Quatuor igitur e g, g f, g h, & g k: sibi inuicem sunt æquales/ per primam communem scientiam. Centro igitur g, spacio vero aut g e, aut g f, aut g h, aut g k, circulus descriptus: transiet etiam per reliqua signa. & tanget a b, b c, c d, & d a rectas lineas: quoniam anguli qui sunt ad signa e, f, h, k, recti sunt. Si enim circulus/ rectas lineas a b, b c, c d, & d a secat: quæ ab diametri circuli extremitate ducitur ad angulos rectos/ introsum ipsius circuli cadit, quod est impossibile: per 16 tertij. Cētro igitur g, spatio autem aut g e, aut g f, aut g h, aut g k circulus descriptus: ipsas rectas lineas a b, b c, c d, & a d non secat. tangit igitur eas per correlarium eiusdem: & descriptus est. In dato quadrato igitur: & reliqua quæ sequuntur, quod facere oportebat.

Eucl. ex Camp.

Propositio 9.



Circa assignatum quadratum: circulum describere. **C**CAMPANVS. **C**irca quadratum a b c d. Volo circa ipsum: circulum describere. Hæc ē quasi cōuersa 7. Protraho in ipso duas diametros a c & b d, secantes se in pūcto e: quē dico esse centrū circuli. Cū enī lineæ a d, & a b sint æquales: erūt per 5 primi/ anguli a d b & a b d æquales. & quia angulus a totalis est rectus: erit per 32 primi/ vterq; eorum medietas recti. simili quoq; modo lateribus quadrati propositi contentorum: esse medietatem recti. Quia igitur angulus e a d est æqualis angulo e d a: erit per 6 primi/ lineæ a a

æqualis lineæ e d. Eadem ratione erit e a æqualis e b; & e c æqualis e d. quare quia quatuor lineæ e a, e b, e c, e d, sunt æquales: erit per 9. tertij e centrum circuli quæsiti. quod est propositum.

Eucl. ex Zamb.

Problema 9. propositio 9.

9. Circa datum quadratum: circulum describere.

THEON ex Zamberto. Sit datū quadratum a b c d. oportet iam circa a b c d quadratum: circulum describere. Coniungat rectæ lineæ a c & d b: sese inuicem secant in e. Et quoniam æqualis est d a ipsi a b, communis autem a c: duæ igitur d a & a c, duabus b a & a c sunt æquales: altera alteri. & basis d c: per 4. primi/basi b c est æqualis. angulus igitur d a c: per 8. primi/ei qui sub b a c est angulo æqualis est. Angulus igitur d a b: bifariam diuiditur sub a c. Similiter iam ostendemus qd & vnusquisq; angulorum qui sunt sub a b c, b c d, & c d a: bifariam diuiditur sub a c & d b rectis lineis. Et quoniam angulus d a b æqualis est angulo a b c, & anguli d a b angulus e a b dimidiū est: & anguli a b c dimidiū est angulus e b a: angulus igitur e a b angulo e b a est æqualis. quare per 6. primi: & latus e a: lateri e b est æquale. Similiter iā ostendemus qd & vtrq; ipsarum e a & e b rectarum linearum: vtrq; ipsarum e c & e d est æqualis. Igitur e a, e b, e c, & e d: sibi inuicem sunt æquales. Cetero igitur e, spacio vero aut e a, aut e b, aut e c, aut e d, circulus descriptus: transtiet per reliqua signa: & erit descriptus circa a b c d quadratum. describatur sicut a b c d. Circa datum igitur quadratum: circulus describitur: quod fecisse oportuit.

Eucl. ex Camp.

Propositio 10.

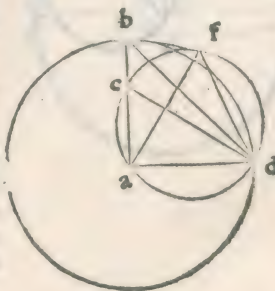
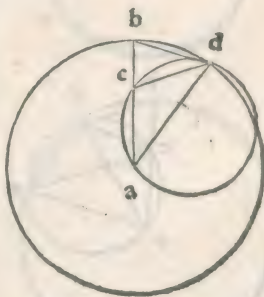
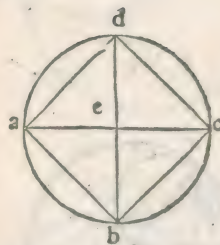
10. Vnum æqualium laterum triangulum designare: cuius vterq; duorum angulorum quos basis obtinet: reliquo duplus existat.

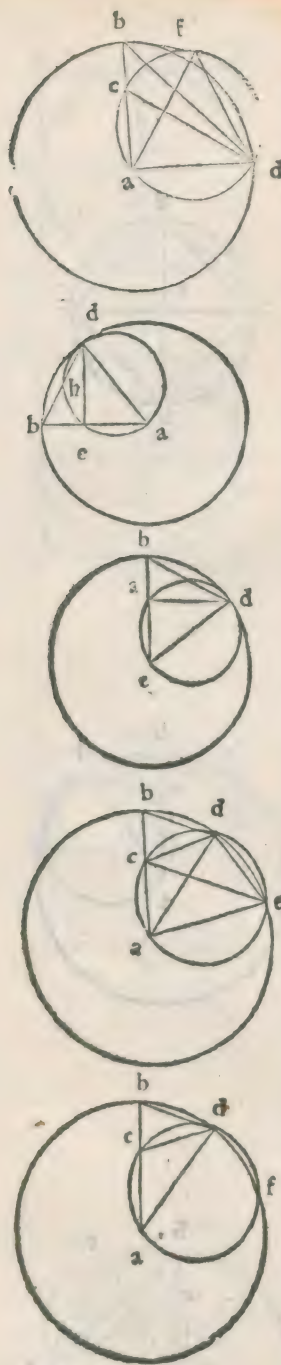


CAMPANVS. Intentio est describere vnum triangulum duū æqualiū laterū & tertij inæqualis: cuius vterq; angulorū qui super latus quod est reliquis inæquale/existunt: ad tertium duplus existat. Ad hoc autem faciendum: sumatur lineæ quælibet qua sit a b, quæ diuidatur secundum quod docet 11. secundū in puncto c: ita qd illud quod sit ex a b in b c sit æquale quadrato a c. Factoq; puncto a centro: secundum ipsius quantitatem describatur circulus b d e, intra quem per primam huius coaptetur lineæ b d æqualis lineæ a c. & producatur duæ lineæ: d a, d c. Dico triangulum a b d: esse qualis proponitur. Circumscribatur circulus qui sit d c a, per huius: triangulo d c a. Quia ergo lineæ d b est æqualis lineæ a c: erit quod sit ex a b in b c æquale quadrato lineæ b d. quare per vltimam tertij/b d lineæ: est contingens circulum d c a. & per 31. eiusdem/ angulus c d b: est æqualis angulo c a d. Posito ergo communi angulo c d a: erit totus angulus b d a æqualis duobus angulis c a d, c d a. sed per 32. primi/ angulus b c d est æqualis eisdem: quia extrinsecus ad ipsos, ergo b d a: est æqualis angulo b c d. & quia angulus a d b est æqualis angulo a b d per 5. primi/ eo qd latera a b & a d sunt æqualia: erit angulus b c d æqualis angulo c b d. ergo per 6. primi/ lineæ c d: est æqualis lineæ b d. quare & lineæ c a. ergo per 5. primi/ angulus c a d: est æqualis angulo c d a. Quia ergo vterq; angulorum c d b & c d a est æqualis angulo c a d: erit totus angulus b d a. duplus ad angulū d a b. & ideo angulus a b d sibi æqualis: duplus est etiam ad angulum b a d. quod est propositum.

CAMPANI additio. Forſan dicet aduerſarius circulum d c a circumscriptum trigono partiali: ſecare circulum b d e in aliquo puncto arcus b d. ita qd ſimul ſecabit lineam b d. vnde ipſa non erit circulo applicata ſicut in demonſtratione ſupponitur: ſed ipſum ſecans. Sit ergo ſi poſſibile eſt: vt ponit aduerſarius. & a puncto b. ducatur ad ipſum circulum minorē/ contingens b f: & ducatur lineæ f a, t d. eritq;

g iij.





GEO.

ELB.

EV.

per penultimā tertij qd fit ex a b in b c: q̄le quadrato b f. ergo b f est q̄lis b d. quare per 5 primi/āgulus b f d est: equalis āgulo b d f. & quia per 31 tertij/āgulus b f a: ē q̄lis āgulo a d f: erit āgulus b d f maior āgulo a d f. qd ē impossibile: cū ipse sit pars eius. ¶ Aliter possumus illud refellere: & ostendere q̄ ille minor circulus nullo modo secabit lineā b d. Forſan enim diceret: q̄ ſecaret eam: non ſecando arcum d b maioris circuli. Si enim poſſibile eſt q̄ ſecet eam: ſit hoc in puncto h. eritq̄ quod fit ex a b in b c: æquale ei quod fit ex d b in b h. Monſtratum eſt enim/ſupra penultimam tertij q̄ ſi ab aliquo puncto extra circulum ſignato quotlibet lineæ ſecantes ad circulum ducantur: quę ſub totis & earum portionibus extrinſecis continētur/ æqualia ſunt adinuicē. & quia quod fit ex a b in b c eſt æquale quadrato b d: erit quod fit ex d b in b h æquale quadrato d b. quod eſt impoſſibile: per ſecundam ſecundi. quare conſtat propoſitum. ¶ Et nota q̄ minor circulus neceſſario ſecabit maiorem: & abſcinder ab eo arcum vnum æqualem arcui b d. & maior abſcinder ſimiliter ab eodem vno arcum æqualem arcui d c. Quod ſic probatur. Si enim minor non ſecat maiorem: contingit ergo ipſum in puncto d. Et quia per 11 tertij circulorum ſe contingentium centra & punctus contactus ſunt in linea vna: erit cētū minoris circuli in linea a d. propter hoc q̄ in ea eſt cētū maioris & pūctus cōtactus. ergo p 30 tertij/āgulus a c d: eſt rectus. quare & āgulus a d b: eſt rectus. ſimiliter & āgulus a b d ſibi q̄lis: eſt rectus. qd eſt impoſſibile per 32 primi. ¶ Secet ergo ipſū in pūctis e, d. dico arcū e d maioris/ eſſe æquale arcui d b: et arcū e d minoris/ eſſe æquale arcui d c. Produco lineas d e, c e et e a. eritq̄ per 26 tertij/ vnusquique quatuor angulorū qui ſūt d e c, c e a, d a c et a d c. æqualis alijs: propter id q̄ duo arcus d c & c a ſunt æquales per 27 euſdem. quare totalis angulus a e d: duplus eſt ad angulum b a d. & ideo æqualis vtriq̄ angulorum a b d & a d b. Et quia angulus a e d eſt æqualis āgulo a d e per 5 primi/ propter id q̄ a e & a d ſūt æquales/ a cētō enī ad circumferentiā: erunt duo anguli e, d, trianguli a e d æquales duobus angulis d & b trianguli a d b. ergo per 32 primi/ reliquus angulus a vnus: eſt æqualis reliquo angulo a alterius. Ergo per 27 tertij/ arcus e d maioris/ eſt æqualis arcui d b: & per eādem/ arcus e d minoris/ eſt æqualis arcui d c. & hoc eſt quod propoſuimus.

Eucl. ex Zamb.

Problema 10. propoſitio. 10.

¶ Iſoſceles triangulum conſtituere: habens vnumquēq̄ eorū qui ad baſin ſunt angulorum duplum reliqui.

¶ THEON ex Zamb. ¶ Ponatur quædam recta linea a b: ſeceturq̄ per 11 ſecundi in c ſignovt ſub a b & b c cōprehenſum rectangulū æquū ſit ei qd fit ex c a quadrato. & cētō a, ſpacio vero a b: p 3 poſtulatū circulus deſcribatur b d e. Appliceturq̄ in circulo b d e ipſi a c rectę lineę nec maior exiſtēti diametro ipſius circuli b d e. equalis recta linea b d/ per 1 quartij: & connectantur a d & d c. deſcribaturq̄ per 5 euſdem/ circa a c d triāgulum: circulus a c d f. Et quoniā quod fit ſub a b & b c rectangulū æquū eſt ei quod fit ex a c quadrato (id enim receptum eſt) æqualis autem eſt a c ipſi b d: quod igitur ſit ſub a b & b c æquum eſt ei quod fit ex b d. Et quoniam extra circulum a c d f ſuſcipitur ſignum aliquod b, & ab ipſo b in circulum a c d f ceciderunt duę rectę lineę b c a & b d, & earum vna ſecat & altera cadit/ & id quod ſit ſub a b & b c æquum eſt ei quod fit ex b d: igitur per 37 tertij/ b d tangit circulū a c d f. Quoniam igitur b d tangit in d ſigno/ ab ipſo autem d contactu dirigitur d c: āgulus igitur b d c per 32 euſdem æqualis eſt ei qui in alterno eſt circuli ſegmento/ angulo qui ſub d a c. Quoniam igitur æqualis eſt angulus b d c angulo d a c: cōmuſ nis apponatur angulus c d a. Totus igitur angulus b d a: æqualis eſt duobus qui ſub c d a & d a c ſunt angulis. Sed eis qui ſunt ſub c d a & d a c æqualis eſt angulus exterior b c d, per 32 primi. & angulus igitur b d a: æquus eſt angulo b c d. Sed angulus b d a ei qui ſub c b d per 5 primi eſt æqualis: quoniam latus a d per 15 diffinitionem primi lateri a b eſt

æquale. quare & angulus dba ; per i communem scientiam angulo bcd est æqualis. Tres igitur anguli bda , dba , & bcd : sibi inuicem sunt æquales. Et quoniam æqualis est angulus dbc angulo bcd : æquale est & latius $bdlateri$ d c . Sed b d : ipse a est æqualis per hypothesin. & a c igitur ipsi c d est æqualis. Quare & angulus cda ; per 5 primi angulo dac est æqualis. Igitur anguli qui sunt sub cda & dac : eius qui sunt sub ca d dupli sunt. Angulus autem sub bcd : angulis qui sunt sub cda & dac est æqualis. Et angulus igitur bcd : eius qui est sub ca d anguli duplus est. Æqualis autem est angulus bcd : vtrique ipsorum sub bda & dba angulorum. Et vterque igitur eorum qui sunt sub bda & dba angulorum: eius qui est sub dab duplus est. Isosceles igitur triangulum constituitur abd : habens vnumquemque eorum qui ad basin d b sunt angulorum/duplicem reliqui. quod fecisse oportuit.

Eucl. ex Camp.

Propositio. 11.

11 **N**tra datum circulum: æquilaterum atque æquiangulum pentagonum describere.



CAMPANVS. Sit datus circulus abc . Volo intra ipsum describere pentagonum vnum æquilaterum atque æquiangulum. Designo triangulum vnum qualem præmissa proponit: qui sit 2 . cui alium æquiangulum intra datum circulum describo sicut docet 2 huius: qui sit a b c . sitque vterque angulorum a b c & a c b : duplus ad angulum c a b . Vtrumque eorum diuido per æqualia: ductis lineis b e & c d . eruntque per 25 tertij/quinque arcus in quos quinque puncta a , d , b , c , e , diuidunt circuli/adinuicem æquales: propter id quod quinque anguli qui in dictos arcus cadunt/sunt adinuicem æquales. Continuatis igitur illis quinque punctis per lineas rectas quæ sunt a d , d b , b c , c e & e a : erit pentagonus a d b c e inscriptus dato circulo qualis proponitur. Est enim æquilaterus per 28 tertij: cum quinque arcus quorum eius quinque latera sunt chordæ/sint adinuicem æquales. Et etiam æquiangulus per 26 eiusdem: eo quod quinque arcus d a e , a c e , e c b , c b d , & b d a , in quos anguli ipsius pentagoni cadunt/sunt adinuicem æquales. Sicque constat propositum.

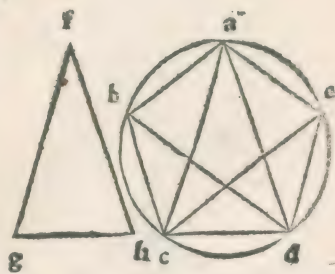
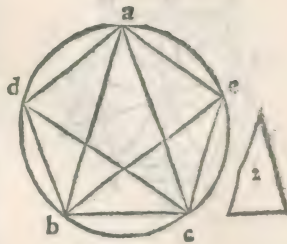
Eucl. ex Zamb.

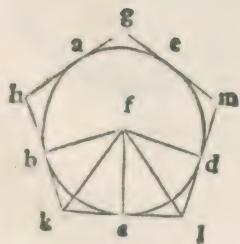
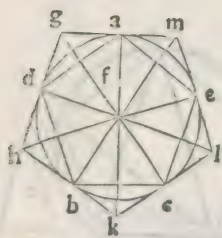
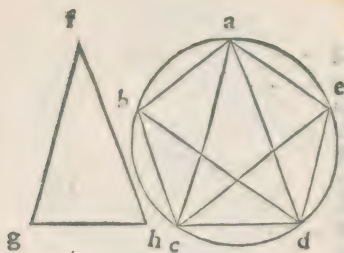
Problema. 11. propositio. 11.

11 **I**n dato circulo: pentagonum æquilaterum & æquiangulum describere.

THEON ex Zamberto. Sit datus circulus $abcde$. oportet iam in $abcde$ circulo: pentagonum æquilaterum & æquiangulum describere. Ponatur per præcedentem/triangulum isosceles sitque illud f g h : duplum habens vnumquemque eorum qui sunt ad g , h , angulorum/reliqui hoc est eius qui est ad f . Et describatur per 2 quarti/in circulo $abcde$: triangulum f g h , æquiangulum triangulum a c d . Quoniam angulo qui ad f , angulus qui est sub cad est æqualis/& vterque eorum qui ad g , h , sunt angulorum/vtrique eorum angulorum qui sunt sub acd & cad est æqualis: & vterque igitur eorum qui sunt sub acd & cad : eius qui est sub cad duplus est. Secetur per 9 primi/vterque eorum qui sunt sub acd & cad a angulo rum/bisariam sub c e , d b rectis lineis: & coniungantur a b , b c , c d , & e a . Quoniam igitur vterque angulorum qui sunt sub acd & cad eius qui sub cad est anguli duplus est, & dissecti sunt bisariam sub rectis lineis c e & db : quinque igitur anguli qui sunt sub d a c , a c e , e cd , c db , & b d a , sibi inuicem sunt æquales. Sed anguli æquales: in æqualibus circumferentijs deducuntur per 26 tertij. quinque igitur circumferentiæ a b , b c , c d , d e , & e a : sibi inuicem sunt æquales. Sed sub æqualibus circumferentijs: per 29 eiusdem, æquales rectæ lineæ subtenduntur. quinque igitur rectæ lineæ a b , b c , c d , d e & e a : sibi inuicem sunt æquales. æquilaterum igitur est pentagonum $abcde$. Dico iam quod & æquiangulum. Quoniam enim circumferentiæ a b , circumferentiæ d e est æqualis: communis apponatur b c d . tota igitur circumferentiæ a b c d : toti circumferentiæ

g.v.





GEO. ELE. EV.

tiē e d c b est aequalis. & deducitur quidem super a b c d circumferētia/ angulus a e d: & super e d c b circumferētia/ deducitur angulus b a e. & an- gulus igitur qui sub b a e: ei qui sub a e d est angulo/ aequalis est. & ob id unusquisq; eorum qui sunt sub a b c & b c d & c d e angulorum: unicuiq; eorum qui sunt sub b a e & a e d angulorum est aequalis. Aequitangulum igitur est: pentagonum a b c d e. ostensum autem est qd & aequilaterum. In dato circulo igitur: pentagonum aequilaterum & aequiangulum descri- ptum est. quod facere oportebat.

Eucl. ex Camp.

Propositio 12.



Circa propositum circulum: pentagonum equila- terum atq; equiangulum designare.

CAMPANVS. Sit propositus circulus a b cuius centrū f. Volo circa ipsū designare pētagonū: aqlaterū atq; aequiangulū. Supra circūferētiā ipsius circuli (quasi secū dū doctrinā p- mi Te sibi inscripsisse pentagonū) quinq; pūcta angularia notabo: q̄ sint a, d, b, c, e: ad quā a centro ducā lineas f a, f d, f b, f c, f e. & ab eis dē punctis educam perpendicularēs ad istas lineas in vtrāq; partem: quos usq; concurrant in punctis g, h, k, l, m. eruntq; hē lineę: contingētes cir- culum/ per correlarium 15 tertiū. Et ad ista puncta cōcurfus: ducam a cē- tro lineas f g, f h, f k, f l, f m. Et quia monstratū est super penultimam tertiū/ qd si ab aliquo puncto extra circulum signato duę lineę: contingē- tes ad ipsū circulū ducātur/ qd ipse erunt aequales: erit lineā g a aequalis lineę g d, & h d ipsi h b. & sic de ceteris. At quoniā quicq; arcus in quos quinq; puncta a, d, b, c, e, diuidunt circulum/ sunt adinuicem aequales: erunt p 26 tertiū/ quinq; anguli a f d, d f b, b f c, c f e, e f a, consistentes su- per hos arcus in centro f, sibi inuicē aequales. Sunt autem duo latera a g & f a, triāguli f g a: equalia duobus lateribus d g & f d, triāguli f g d. & latus g f cōmune. ergo per 8 primi/ duo anguli eorū qui sunt ad f, itēq; duo anguli qui sunt ad g: sunt adinuicem aequales. eadem ratione duo anguli qui sunt ad f in triāgulis d f h & h f b, itēq; duo qui sunt ad h: sunt adinuicem aequales. Similiter quoq; singuli triū reliquorum angulo- rum qui sunt b f c, c f e, e f a, & singuli trium qui sunt k, l, m: diuidantur per aequalia. primū quidem: per lineam f k. secundū: per lineā f l. tertiū ve- ro: per lineam f m. Et quia hi tres anguli qui sunt b f c, c f e, e f a, sunt sibi inuicem aequales/ & alijs duobus qui sunt a f d & d f b aequales: erunt eorū dimidia quę sunt decē anguli f a h i in centro f, adinuicē aequalia. Quia igitur duo āguli a & f triāguli g a f sūt aequales duob; āgulis a & f triāguli m a f, & latus a f cōmune: erit p 26 primi āgulus g vnius equalis latus g m triāgulo g f d. aequalis angulo h in triāgulo d f h: & latus g d h, & g a & g d sunt aequalia: erunt per communem scientiam g m & g h eorum dupla/ aequalia. Similiter quoq; probabimus g m esse aequale lateri d h. Quare/ quia g a est dimidiū g m, & g d dimidiū g h eorum dupla/ aequalia. Similiter quoq; probabimus g m esse aequale lateri d h. Sed & equiangulus. Cū enim duo anguli qui sunt ad g/ sint ad g partialis sit aequalis m partiali/ vtrūq; enī probatum est prius/ erit ne probabis aequalitatē in ceteris angulis. quare est aequiangulus. Sicq; constat propositum.

Eucl. ex Zamb.

Problema 12. propositio 12

Circa datum circulum: pentagonum equilaterum & equi- angulum describere.

THEON ex Zamberto. Sit datus circulus a b c d e. oportet iam cir- ca a b c d e circulum: pentagonum aequilaterum & aequiangulum descri- bere. Intelligentur descripti per præcedentem pentagoni angulorum sit

gna, a, b, c, d, e: eo quia per præcedentem a, b, c, d, d, e, & e a circumferentia sunt æquales. & per a, b, c, d, e, excitatae sint per 17 tertij/ipsi circuli tangentes rectæ lineæ: g, h, k, l, m, & m g. Sumatur centrum circuli a b c d e: sitq; per primâ tertij/illud f. & connectantur rectæ lineæ: f b, f k, f c, f l, & f d. Et quoniam k l recta linea circuli ipsi a b c d e tangit in signo c, & a centro f in ipsum c contactum annectitur f c: igitur per 15 tertij/f c super k l perpendicularis est. rectus igitur est vterq; eorum qui ad c sunt angulorum. Et per hoc anguli qui sunt ad d, b, signati recti sunt. Et quoniam angulus qui sub f c k rectus est: quod fit igitur ex f k, æquum est eis quæ fiunt ex f c & c k, per 47 primi, & per hoc/eis etiâ quæ fiunt ex f b & b k: æquum est id quod fit ex f k per eadem. Quæ fiunt igitur ex f c & c k: eis quæ fiunt ex f b & b k sunt æqualia. quorum quod fit ex f c: æquum est ei quod fit ex f b. Reliquum igitur quod fit ex c k: reliquo quod fit ex b k, est æquale. equalis igitur est b k: ipsi c k. Et quoniam æqualis est f b ipsi f c, & communis f k: duo igitur b k & f k, duabus c f & f k sunt æquales. Et basis b k: basi c k est æqualis. Angulus igitur b f k: per 8 primi/angulo k f c est æqualis. & angulus b k f: per 4 primi/angulo f k c. Duplus igitur est angulus b f c, eius qui sub b k f c est angulus: & angulus b k c, eius qui est sub f k c. Et ob id iam & angulus c f d, eius qui est sub f c l duplus est: & angulus d l c, eius q sub f l c. Et quoniam circumferentia b c æqualis est circumferentiæ c d: æqualis est per 27 tertij/angulus b f c angulo c f d. & angulus quidem b f c, eius qui est sub k f c duplus est: & qui sub d f c, eius qui sub l f c. angulus igitur k f c: angulo l f c, est æqualis. Duo igitur iā triacula sunt f k c & f l c: duos angulos duobus angulis æquales habentia/ & vnum latus vni lateri æquale per 26 primi/ & eorum cōmune f c. & reliqua igitur latera/ reliquis lateribus æqualia habebunt: & reliquum angulum reliquo angulo. Aequalis igitur est k c recta linea ipsi c l: & angulus f k c, angulo f l c. Et quoniam æqualis est k c ipsi c l: dupla igitur est k l ipsius k c. & per hoc igitur ostendetur: q h k: ipsius b k, dupla est. Et quoniam ostensum est q b k ipsi k c est æqualis/ & k l ipsius k c dupla est/ & h k ipsius b k: igitur h k ipsi k l est æqualis. Similiter iam ostendetur: q vnaquæq; ipsarum g h, g m, & m l, vnicuiq; ipsarum h k & k l est æqualis. æquilaterū igitur est pentagonum g h k l m. Aio etiam q & æquiangulū. quoniam æqualis est angulus f k c angulo f l c, & ostensum est ipsius quidem anguli f k c duplum eum esse qui est sub h k l, eius autem qui est sub f l c duplū eum esse qui est sub k l m: angulus igitur qui est sub h k l, angulo qui est sub k l m est æqualis. Similiter iam ostendetur etiam: q vnicuiq; eorū qui sunt sub h g, & h g m, & g m l, vnicuiq; eorū qui sunt sub h k l, & k l m est æqualis. Quinq; igitur anguli qui sunt sub g h k, h k l, k l m, l m g, & m g h: sibi inuicem sunt æquales. Aequiangulum igitur est pentagonū g h k l m. ostensum autem est q & æquilaterum. et describitur circa circulum a b c d e. quod fecisse oportuit.

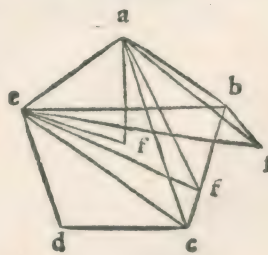
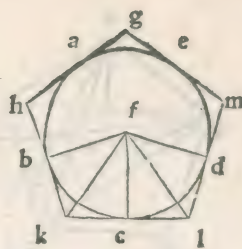
Eucl. ex Camp.

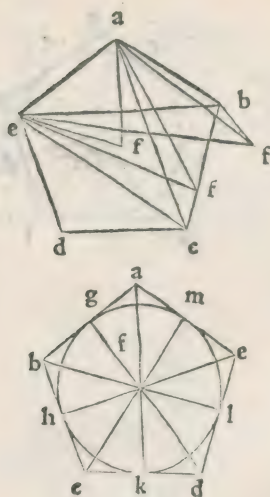
Propositio 13.

Ntra æquilaterum atq; æquiangulum pentagonum assignatum: circulum describere.

CAMPANVS. ¶ Sit assignatus pentagonus æquilaterus atq; æquiangulus/ quia de alijs non est necessarium hoc esse possibile/ a b c d e. Volo ei inscribere circulū. Hec est qua

si cōuersa 11. Duos eius propinquos āgulos qui sūt a & e diuido per æquas lineas: ductis lineis a f, & e f, donec concurrant in pūcto f intra ipsum pentagonum, quem dico esse centrū circuli. Concurrent enim: propter id q dimidium totalis anguli a & similiter totalis āguli e, minus est angulo recto. Si enim intra pentagonum non concurrant: aut extra ipsum pentagonum/ aut in latere pentagoni/ aut in eius angulo qui vtriq; angulorū diuersorū opponitur. Concurrent ergo primo extra in pūcto f: & ducatur linea b f. Et quia duo latera c a, & a f, trianguli e a f sunt æqualia duobus





GEO.

ELE.

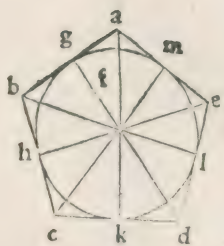
EV.

lateribus b a & a f triaguli b a f, & angulus a vnus angulo a alterius: erit per 4 primi/basis e f æqualis basi f b, & quia angulus a partialis est æqualis angulo e partiali, propter id quod a totalis e totali: erit per 6 primi/f a æqualis f e, quare f a: est æqualis f b, ergo per 5 primi/duo anguli b totalis & a partialis: sunt æquales. Quare a partialis est æqualis vel maior a totali, quod est impossibile. Concurrat ergo in puncto f super latus b c, eritq; arguendo per præmissas & præmissio modo/angulus a partialis: æqualis angulo a totali, quod est impossibile. Qz si forsan concurrant in angulo c: erit per eandem & eodem modo c b æqualis c a, & ideo adhuc vt prius angulus a partialis: æqualis angulo a totali. ¶ Quod quia esse non potest: sit ergo punctus concursus qui est f, infra pentagonum, a quo ducio quinq; perpendiculares ad eius quinq; latera quæ sint f g, f h, f k, f l, f m, & ad duos eius angulos propinquos altrinsecus ægulis per equalia diuisis/qui sunt b & d: ducio lineas f b, f d. Et quia duo anguli a & m, triaguli a f m sunt æquales duobus angulis a & g triaguli a f g, et latus a f cõmune: erit per 26 primi/f m æqualis f g. Per eandem quoq; probabis f l æqualem f m: sumptis duobus triangulis e f m & e f l. Quia iterum duo latera a f & a b triaguli a f b sunt æqualia duobus lateribus a f & a e triaguli a f e, et angulus a vnus angulo a alterius: erit per 4 primi/angulus b partialis: æqualis angulo e partiali, et quia b totalis æqualis est e totali: et e totalis diuisus est per æqualia: erit etiam b totalis diuisus per equalia. Eodem modo probabis d totalē diuisum per æqualia/propter æqualitatem d partialis et a partialis: sumptis triangulis e a f & e d f. Quia ergo duo anguli g et b triaguli g f b sunt æquales duobus angulis h et b triaguli h f b, et latus f b cõmune: erit per 26 primi/f h æqualis f g. Eodem modo probabis f k, æqualem f l: sumptis triangulis l f d, k f d. Quoniam igitur quinq; lineæ f g, f h, f k, f l, et f m sunt æquales: erit f, centrum circuli per 9 tertij. Quem circulum describemus secūdū quantitātē vnus earum, & tanget omnia latera pentagoni: propter æqualitatem linearum, et nullum eorum secabit; per primam partem 15 tertij, sicq; constat propositum.

Eudi. ex Zamb.

Problema 13. propositio 13.

¶ In dato pentagono æquilatere & æquiangolo: circulum describere.



¶ THEON ex Zamberto. ¶ Sit datum pentagonum æquilatere & æquiangulum a b c d e, oportet etiam in pentagono a b c d e: circulum describere. Secetur per 9 primi/vterq; eorum qui sunt sub b c d & c d e angulorum bifariam: sub rectis lineis c f & f d, et ab f signo in quo concurrunt adinuicem ipsæ rectæ lineæ c f & d f: coniungantur rectæ lineæ f b, f a, & f e. Et qm æqualis est b c ipsi c d, cõmunis autem c f: duc iam b c & c f, duabus d c & c f sunt æquales, et angulus b c f angulo d c f est æqualis, basis igitur b f: per 4 primi/basi d f est æqualis, & triangulum b c f: triangulo d c f æquale, & reliqui anguli reliquis angulis sunt æquales: sub quibus æqualia latera subtenduntur. Aequalis igitur est angulus c b f angulo c d f. Et quoniam angulus c d e, eius qui sub c d f est anguli duplus est æqualis autē est angulus c d e ei qui sub a b c est angulo: et angulus c d f angulo c b f: angulus igitur c b a, anguli c b f duplus est, æqualis igitur est angulus a b f: angulo f b c. Angulus igitur a b c: bifariam discinditur sub b f recta linea. Similiter quoq; ostendetur q; et vterq; eorum qui linearum f a et f e. Excitentur per 12 primi/ab f signo in a b, b c, c d, d e, & e a rectas lineas: perpendiculares f g, f h, f k, f l, & f m. Et quoniam angulo f k recto æqualis/duo autem sunt triagula f h c & f k c duos angulos duobus angulis æquales habentia alterum alteri/& vnum latus vni lateri æquum/cõmune enim eorum f c subtensum sub vno æqualium angulorum: et reliqua igitur latera reliquis lateribus per 26 primi/æqualia

habebunt. æqualis igitur est perpendicularis fh : ipsi f k perpendiculari. Similiter quoque ostendetur: quod & vnaquæque ipsarum fl , f m & f g , vnicuique ipsarum fh & fk est æqualis. Quinque igitur rectæ lineæ f g , f h , f k , f l , & f m : sibi inuicem sunt æquales. Centro igitur f , spatio vero aut f g aut fh aut fk aut fl aut fm , circulus descriptus: per reliqua quoque veniet signa. Et tanget rectas lineas a b , b c , c d , d e , & e a per correlarium 16 tertij: quoniam anguli qui sunt in g , h , k , l , m , signis/recti sunt. Si enim non tanget eas: sed secabit: continget quod a diametri circuli extremitate ad angulos rectos ducta intra ipsum circulum cadet. quod esse impossibile: ostensum est per 16 tertij. Igitur centro f , spatio vero vno ipsorum g , h , k , l , m , signorum descriptus circulus: rectas lineas a b , b c , c d , d e , & e a , minime secabit. tanget igitur eas per correlarium 16 tertij. describatur sicut ghk lm . In dato igitur pentagono æquilatere & æquiangolo: circulus descriptus est. quod facere oportebat.

Eucl. ex Camp.

Propositio 14.

14



Circa datum pentagonum quod sit æquilaterum atque æquiangulum: circulum describere.

CAMPANVS. Sit ut prius datus pentagonus: æquilaterus atque æquiangulus (quia de alijs non est necessarium hoc esse possibile) a b c d e . volo circa ipsum: describere circulum. Hec est quasi conuersa 12. Duos eius propinquos angulos qui sunt a & e , diuido per æqualia: ductis lineis a f & e f quousque concurrant intra ipsum pentagonum in puncto f . concurrent enim & intra pentagonum: ut probatum est in præmissa. Et a puncto concursus: duco ad reliquos angulos, lineas quæ sint fb , fc , fd . & quia duo latera a f & a b trianguli a fb sunt æqualia duobus lateribus a f & a e trianguli a fe , & angulus a vnius angulo a alterius: erit per 4 primi fa æqualis fe , & angulus b partialis angulo e partiali. Et quia b totalis est æqualis a totali / & e totalis diuisus est per æqualia: erit similiter b totalis diuisus per æqualia. Hoc quoque modo probabis vtrumque: angulorum c & d , diuisum esse per æqualia: & quinque lineas fa , fb , fc , fd , fe , esse æquales. quare per 9 tertij erit centrum circuli. Sicque patet propositum.

Eucl. ex Zamb.

Problema 14. propositio 14.

14 Circa datum pentagonum æquilaterum & æquiangulum: circulum describere

THEON ex Zamberto. Sit datum pentagonum æquilaterum & æquiangulum: a b c d e . oportet iam circa pentagonum a b c d e : circulum describere. Secetur iam per 9 primi / vterque eorum qui sunt sub b c d & c d e ægulum bifariam: sub vtraque ipsarum c f & df . Et ab f signo in quo concurrunt ipsæ rectæ lineæ: ad signa b , a , e , coniungantur rectæ lineæ fb , fa & fe . Similiter ex præcedente ostendetur: quod & vnusquisque eorum qui sunt sub cb a , b a e & a d angulorum / bifariam secatur sub vnaquaque ipsarum fb , fa , & fe rectis lineis. Et quoniam æqualis est angulus b c d angulo c d e , & anguli b c d dimidium est angulus fed , anguli autem c d e dimidium est angulus c df : & angulus fed igitur angulo fd c est æqualis. Quare & latus fc : lateri fd est æquale. Similiter iam ostendetur: quod & vnaquæque ipsarum fb , fa , & fe , vtrique ipsarum fc & fd est æqualis. Quinque igitur rectæ lineæ fa , fb , fc , fd & fe : sibi inuicem sunt æquales. Centro igitur f , & spatio aut fa aut fb aut fc aut fd aut fe , circulus descriptus: veniet per reliqua signa / & descriptus erit. Describatur & sit a b c d e . Circa datū igitur pentagonum quod est æquiangulum & æquilaterum: circulus descriptus est. quod facere oportebat.

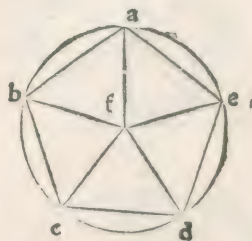
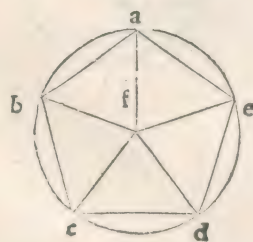
Eucl. ex Camp.

Propositio 15.

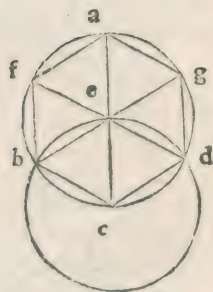
15



Circa propositum circulum: hexagonum æquilaterum atque æquiangulum describere.



¶ Ex hoc itaq; manifestum est q; latus hexagoni: æquū est dimidio diametri circuli cui inscribitur.



¶ CAMPANVS. ¶ Sit propositus circulus a b c d: cuius centrum e, vno sibi inscribere hexagonum æquilaterum atq; æquiangulum. Produco diametrum a e c, & secundum quantitatem semidiametri e c: facto centro pundo c, describo circulum e b d, secantem priorem in duobus pñtis b, d, a quibus produco duas diametros in circulo primo: quæ sint b e g, d e f. Trium ergo diametrorum extremitates coniungo sex lineis quæ sunt a f, f b, b c, c d, d g & g a: quas dico continere hexagonum quæ situm. Erit enim vt demonstrat prima primi/ vterq; triangulorum b e c, e d c: æquilaterus, quare et æquiangulus per 5 eiusdem, ergo per 32 primi/ duo anguli b e c & c e d cum vno æquali vni eorū/ sunt æquales duobus rectis: propter id q; quisq; eorū est tertia duorum rectorum. sed ip si per 13 eiusdem/ cum angulo d e g: sunt æquales duobus rectis, ergo angulus d e g: est æqualis vtriq; eorum, quare per 15 eiusdem/ sex anguli q sunt ad e: sunt adinuicē æquales, ergo per 25 terti/ arcus in quos cadū: sunt æquales, quare & eorum chordæ per 28 eiusdem: quæ sunt latera ipsius hexagoni. Aequilaterus igitur est. Sed & æquiangulus per 26 terti/ propter id quod sex arcus in quos angularia puncta hexagoni diuidūt circulū: binī & binī sumpti sunt adinuicem æquales, vt arcus a f b: arcui f b c: & ideo angulus f qui cōsistit in primo: est equalis angulo b qui cōsistit in secundo, idem in ceteris, quare constat propositum. ¶ Correlariū ex hoc patet: q; dimidium diametri & latus hexagoni/ sunt latera eiusdem trianguli æquilari, vt e c & c b & c d.

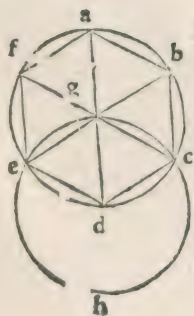
¶ CAMPANI additio. ¶ Et nota q; non proponitur circa propositum circulum/ hexagonum æquilaterum atq; æquiagulum designare. Nec intra talem hexagonum aut circa talem circulum describere quæadmodum fecit de triangulo/ quadrato/ & pentagono, non quia non sit necessarium hoc esse possibile: sed quia hæc tria per eadem præcepta sunt in pentagono æquilatero & æquiangulo/ & in omni figura æquilatera atq; æqui angula quæcūq; fuerit. Vnde quacūq; figuram æquilateram & æqui angulam scimus circulo inscribere: eandem circulo/ extra et circulum sibi intra & extra/ eisdem medijs/ per quæ hoc in pentagono fecimus, describemus. ¶ Nota etiā q; omnis figura æquilatera circulo inscripta aut circūscripta est etiam necessario æquiangula, de inscripta patet per 27 & 26 terti/ sumptis arcibus circuli/ quibus latera inscriptæ figuræ chordæ sunt/ binis & binis. In hos enim arcus/ ipsius figuræ anguli cadunt. De circūscripta autem ductis a circuli centro lineis ad omnes eius angulos, & ad loca contactus/ facile probabis: si plene intellectæ demonstratiōni 13 huius diligens intellectus accesserit, erit enim: vt omnes ipsius figuræ angulos/ lineæ a centro venientes per æqualia diuidant, sumptis itaq; quibuscūq; duobus eius pñtis lateribus cum lineā ad angulū ab eis contentum/ & cum duobus ad eorum extremitates a centro venientibus: duos triangulos ab eis contentos/ æquiangulos adinuicem per 4 primi esse probabis. Sicq; faciendo de omnibus: patebit eos esse æquiangulos per hanc communem scientiam/ quorum dimidia sunt æqualia tota quoq; esse æqualia.

Eucl. ex Zamb.

Problema. 15. Propositio 15.

¶ In dato circulo: hexagonum æquilaterum & æquiangulum describere.

¶ THEON ex Zamberto. ¶ Sit datus circulus a b c d e f. oportet iā in dato circulo a b c d e f: hexagonum æquilaterū æquiangulumq; describere. Excitei ipsius a b c d e f circuli dimetiens: sitq; illud i a d. Sumaturq; per 1 terti/ centrum circuli: sitq; illud d. & centro g, spacio vero d g: per tertium postulatū circulus describatur c g e h. & coniunctæ rectæ e g & c g extēdātur in b, f, signa: & cōnectātura a b, b c, c d, d e, e f, & f a. Dico q; a b c d e f: hexagonum æquilaterum est & æquiangulum. Quoniam



g signum/centrum est circuli a b c d e f: æqualis est per diffinitionē 15 primi g e ipsi g d. Rursus quoniā d signum/centrum est circuli c g e h: æqualis est per eandē d e ipsi d g. Sed g e ipsi g d ostēsum est qd est æqualis. Igitur g e: ipsi e d est æqualis/per primam communem sententiam. Aequilaterum igitur est e g d triagulum. & tres igitur eius anguli/e g d scilicet/g d e et d e g: sibi inuicem sunt æquales. Quoniā p 5 primi isoscelium triangulorum anguli quoad basin sibi inuicem sunt æquales/& triaguli tres anguli duobus rectis sunt æquales per 32 primi: angulus igitur e g d, duorum rectorum tertium est. Similiter quoq; ostēdemus: qd & angulus d g c, duorum rectorum tertium est. Et quoniā recta linea c g super b stās/p 13 primi utrobique: angulos e g c & c g b duobus rectis æquos efficit: & reliquus igitur angulus c g b, tertium est duorum rectorum, anguli igitur e g d, d g c & c g b: sibi inuicem sunt æquales. Quare anguli qui ad verticem/hoc est b g a, a g f & f g e: eisdē e g d, d g c & c g b sunt æquales per 15 primi. Sex igitur anguli e g d, d g c, c g b, b g a, a g f, & f g e: sibi inuicem sunt æquales. Aequales autem anguli: super æqualibus circumferentiis subtenduntur per 26 tertij. Sex igitur circumferentiæ a b, b c, c d, d e, e f, & f a: sibi inuicē sūt æquales. At sub æqualibus circumferentiis æquales rectæ lineæ subtenduntur per 29 eiusdem. Sex igitur rectæ lineæ a b, b c, c d, d e, e f, & f a: sibi inuicem sunt æquales, æquilaterum igitur est a b c d e f hexagonum. Aio quoq; qd & æquiangulum. Quoniam enim circumferentia a f æqualis est circumferentiæ e d: cōmunis apponatur circumferentiæ a b c d. Tota igitur f a b c d: toti e d c b a est æqualis. Et super circumferentiā f a b c d: subtenditur angulus f e d. super autem e d c b a circumferentiā: subtenditur angulus a f e. Aequalis igitur est angulus a f e: angulo d e f. Similiter quoq; ostendetur qd & reliqui anguli ipsius a b c d e f hexagoni/hoc est vnusquisq; eorum qui sūt sub f a b, a b c, b c d, & c d e, vnusquisq; eorum qui sūt sub a e f & f e d angulorum: sunt æquales. Aequiangulum igitur est hexagonum a b c d e f. Ostensum autē est qd & æquilaterū: & descriptū est in circulo a b c d e f. In dato circulo igitur a b c d e f: hexagonum æquilaterum & æquiangulum descriptum est: quod facere oportebat.

CORRELARIUM. Hic manifestū est qd hexagoni latus ei qd est ex centro circuli est æquale. et si per signa a, b, c, d, e, f, circulū tāgentes ducamus rectas lineas: describetur circa circulum/hexagonum æquilaterum & æquiangulum consequenter ex p̄dictis in p̄tagono. Et insuper p̄ ea quæ similiter in pentagono dicta sunt: in dato hexagono circulū describemus & circumscribemus. quod facere oportebat.

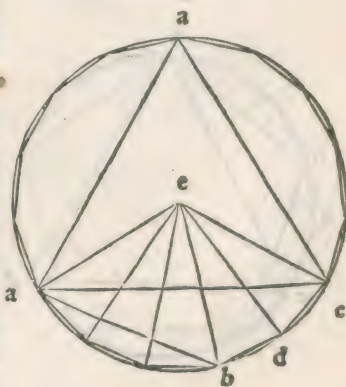
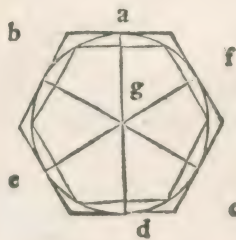
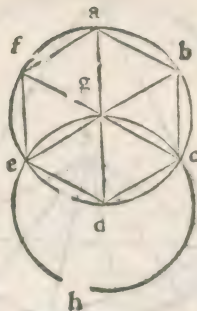
Eucl. ex Camp.

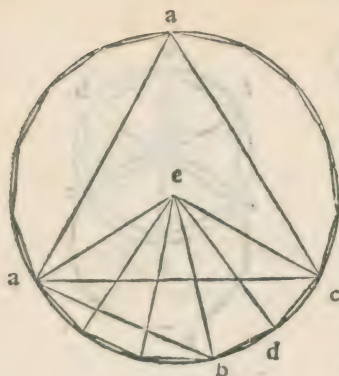
Propositio 16

Ntra datum circulum: quindecagonum æquilaterum atq; æquiangulum designare.

Deinde circa quēlibet circulum assignatum /qui decagonum æquilaterum atq; æquiangulum: atq; intra datum quindecagonum/circulum describere.

CAMPANVS. Sit datus circulus a b c. volo sibi inscribere quindecagonum æquilaterum & æquiangulum: deinde etiam circūscribere. atq; intra talem quindecagonum propositum: circulum describere. Non proponit autem/circa talem quindecagonum/circulum describere: quia hoc satis dat intelligere per alia quæ proponit. In dato circulo iuxta doctrinam secundæ huius/protraholatus triaguli æquilateri: quod sit a c. & iuxta doctrinam 11 huius latus p̄tagoni æquilateri atq; æquianguli: quod sit a b. Et quia arcus a c, est totius circumferentiæ tertia/cuius arcus a b est quinta: erit superfluum inter eos quod est arcus b c, duæ tertiæ arcus a b, vel duæ quintæ arcus a c, siue duæ quintæ decimæ totius circumferentiæ. Nam in omni toto excedit tertia quintā in duabus tertijs ipsius quintæ/vel induabus quintis ipsius tertiæ/siue in duabus quin-





GEO.

ELF.

EV.

tridecimis totius. Hoc enim patet in quinta & tertia primi numeri habentis quintam & tertiam qui est 15. eius enim tertia quæ est 5: excedit eius quintam quæ est 3 in duabus unitatibus quæ sunt duæ tertiæ ipsius ternarij qui est quinta/vel duæ quintæ ipsius quinarij qui est tertia /siue duæ quintadecimæ ipsius 15 q est totū. Diuiso igitur arcu b c per æquā hāc in d: patet vtrumq; duorum arcuum c d, & d b, esse tertiam arcus a b, vel quintam arcus a c, siue quintamdecimam totius circumferentiæ. Subtensis igitur eis / chordis c d, & d b, coaptatisq; continue intra datū circulum sibi æqualibus per primam huius: complebitur figura proposita. Cetera vero duo quæ proponit cum tertio quod dat intelligere/videlicet quindecagonum circulo circumscribere /ac circulum quindecagono inscribere /ac etiam circumscribere: ex 12, 13 & 14 huius plene intellectis facile perficies.

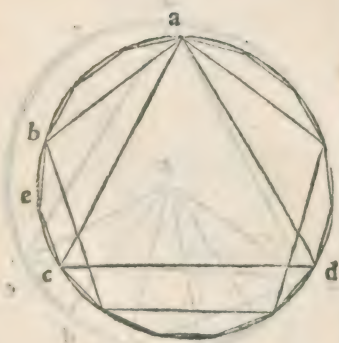
¶ CAMPANI additio. ¶ Et nota q; quamcunq; figuram æquilateram circulo scimus inscribere: duplo plurium laterum circulo scimus inscribere & circumscribere/ & ipsi circulum. Diuisis enim arcibus quibus latera eius quæ scitur inscribi subtenduntur/ per æqualia/ & a punctis medijs ad extremitates laterum ipsius figure ductis lineis: fiet intra circulum figura duplo plurium laterum quæ erit æquilatera per 28 tertij / erit ergo & æquiangula. Hoc enim demonstratum est/ supra 15 huius: q; omnis figura æquilatera circulo inscripta est etiam æquiangula. Et quia hanc circulo scimus inscribere: scimus cetera tria per 12, 13 & 14 huius.

¶ Quia igitur scimus inscribere triangulum æquilaterum: scimus per hoc & hexagonum/ & per hexagonum/ dodecagonum/ ac per dodecagonum figuram 24 laterum. & sic in infinitum duplando. Et licet per triangulum possit vt diximus inscribi hexagonus: posuit tamen huius propriam demonstrationem ex qua sequitur potissimū perutile. Et similiter quia scimus & inscribere quadratum scimus per hoc inscribere oēm figurā cuius laterū numerus ē piter par: p ptagonū quoq; scimus decagonū & figurā 20 laterū. sicq; cōtinue duplādo. Idē quoq; intellige de quidecagono. p ipm enī scienē figurę 30 & 60 & oīm cōtinue duplatorū laterū. ¶ Ceterarū autē figurarū de qbus ista nō docet/ vel q p has nō hñtur: difficilis ē scia & parū utilis. vt sūt heptagona/ennagona/hēdecagona. Qd si sciemus triangulū duū æqliū laterū designare cuius vterq; angulorū ad basin tripliciter ē ad reliquū: sciemus heptagonū vt supra ptagonū circulo inscribere. q; si vterq; quadrupliciter ē ad reliquū: sciemus nonagonū. & si quinquē multipliciter ē ad reliquū: sciemus hendecagonū. Idēq; in ceteris figuris imparium laterum: posito dietas maximi paris sub ipari numero laterum ipsius figure contenti.

Eucl. ex Zamb.

Problema 16. propositio 16.

In dato circulo: quindecagonū æquilaterum & æquiangulum describere.



¶ THEON ex Zamb. ¶ Sit datū circulus a b c d. oportet iā in a b c d, circulo: quindecagonū æquilaterū & æquiangulū describere. Describat i circulo a b c d, triangulū æqlaterū lat⁹ a c, ptagonū vero æqlaterū lat⁹ a b i arcu circuli i g i t ē circulus a b c d, æqualiū segmētorū quideci: taliū quidē a b, existēs quātū circuli: erit triū: reliq; i g i t b c: duorū æqliū. Secet p 30 mū erit ipius a b c d, circuli. Si i g i t cōiūgētes rectas lineas b e & e c, ipso descriptū quindecagonū æqlaterū & æquiangulū: qd facere oportebat. Similiter autē vt i ptagonō si p circuli diuisiones/ tãgētes circulū ducem⁹: describet circa circulū/ quindecagonū æqlaterū & æquiangulū. & p ostensioē similiter in ptagonis/ & in dato quindecagono æquilatero & æquiangulo: circulum describem⁹ & circumscribem⁹.

QUARTI

LIBRI

EINIS.

LIBER V. 73

EUCLIDIS MEGARENSIS CLARISSIMI
philosophi Mathematicorumq; facile principis: primū
ex Campano, deinde ex Theone Græco commenta-
tore, interprete Bartholomæo Zāberto Veneto, Geo-
metricorum elementorum Liber Quintus.
Euclides ex Campano. Diffinitiones.



Dicitur Ars: est quantitas quantitatis mi-
nor maioris / cum minor maiorem
numerat.

CAMPANVS. Pars: quādoq; sumitur
proprie. & hæc est quæ aliquoties sumpta/
suum totum præcise constituit: sine diminu-
tione vel augmento. & dicitur suum totum
numerare per illum numerū: secundū quem
sumitur ad ipsius totius constitutionē, talē
autem partem quā multiplicatiuā dicimus:
hic diffinit. Quandoq; sumitur cōmuniter,
& hæc est quālibet quantitas minor: quæ

quotiescunq; sumpta / suo toto minus aut maius constituit. quā aggrega-
tiuam dicimus: eo q; cum alia quantitate diuersa totum suum cōstituatur
per se autem quotiescunq; sumpta fuerit / non producat.

Multiplex: est maior minoris quādo eam minor metitur.

CAMPANVS. Pars: relatiue dicitur ad totū. & in istis duobus ex-
tremis: consistit eorum adinuicem relatio. & ideo diffinito minori extre-
mo: diffinit hic maius. vocat autē ipsum / multiplex: propter hoc q; mi-
nus aliquoties sumptum / ipsum constituat. erunt igitur relatiue dicta ad
inuicem: pars & multiplex. Nam omnis pars / submultiplex: vt patet per
eius diffinitionem.

Proportio: est duarum quantarū sint eiusdem gene-
ris quantitatum / certa alterius ad alteram habitudo.

CAMPANVS. Proportio: est habitudo duarum rerum eiusdem ge-
neris adinuicem / in eo q; earum altera maior aut minor est reliqua vel
sibi æqualis. Non enim solum in quantitatis reperitur proportio: sed
in ponderibus / potentijs & sonis. In ponderibus quidem & potentijs /
vult Plato in Timæo esse proportionem: vbi elementorū numerū ostē-
dit. In sonis autem esse proportionem: liquet ex musica. Nam (vt vult
Boetius in quarto) si quilibet neruus in duas inæquales partes diuida-
tur: erit ipsarum partium suorumq; sonorum / eadem conuerso modo pro-
portio. Sed in quibuscunq; proportio reperitur: ea participant naturam
proprietaemq; quantitatis. non enim reperitur in aliquibus rebus duas
bus: nisi in eo q; earum vna est reliqua maior / aut minor / aut ei æqualis.

Quantitatis autē proprium: est secundum ipsam æquale vel inæquale
dici / vt vult Aristoteles in predicamentis. vnde liquet pportionē primo i
quantitate reperiri / & per ipsam in omnibus alijs: nec esse in aliquibus
rebus proportionem / cui similis non sit in aliquibus quantitatis. pro-
pter quod bene dixit Euclides / proportionē simpliciter esse in quanti-
tate: cum eam diffiniuit per habitudinem duarum quantitatum eius-
de generis adinuicē. Cuius diffinitionis intellectus est: q; proportio
est habitudo duarum quantitatū adinuicem: quæ attēditur in eo q; vna
earū est maior aut minor alia / vel ei æqualis. per qd patet: q; oportet eas
esse eiusdem generis / vt duos numeros / aut duas lineas / aut duas superfi-
cies / aut duo corpora / aut duo loca / aut duo tempora. Nō enī potest dici
linea: maior aut minor superficie / aut corpore. nec tēpus: loco. sed linea:
h. j.

Plato.
Timæus
Boetius.

Aristoteles.

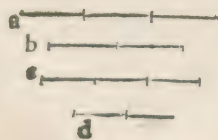
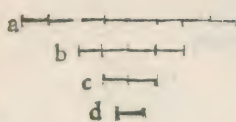
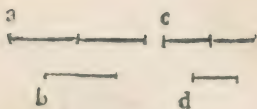
linea. & superficies: superficie. Sola enim vniuoca: comparabilia sunt. Quod autem dicit certa habitudo/non sic intelligas quasi nota vel scita: sed quasi determinata/vt sit sensus. Proportio: est determinata habitudo duarum quantitatum. ita inquā determinata: q̄ hæc & non alia. Non enim est necessarium: vt omnis habitudo duarum quantitatum sit scita a nobis/nec etiam a natura. Nam proportio quædā est discretorum vt numerorum: quædam autem continuorum. In numeris autem/minor: est pars aut partes maioris/vt demonstratur in septimo. quare & in eis omnibus est habitudo certa & nota. At vero in cōtinuis: est proportio magis larga. est enim in eis/vbi minor quāritas est pars aut partes maioris. & talium omniū: mediantibus numeris est proportio nota/quæ & rationalis dicitur. Dicunturq; omnes tales quantitates/cōmunicātes: quia eas vna & eadem necessario metitur. vnde & omnes numeri: sunt communicantes. omnes enim ipsos metitur vnitas. Est etiam: vbi minor non est pars aut partes maioris. & in talibus: nō est nota proportio nec nobis nec naturæ. Diciturq; hæc proportio / irrationalis: & hæc quantitates/incommunicantes. vnde fit vt quæcunq; proportio reperitur in numeris/reperitur in omni genere continuorum / vt in lineis/superficiebus/corporibus/& temporibus: non autem econuerso. infinitæ enim sunt proportionēs in cōtinuis repertæ: quas numerorum natura non sustinet. Sed quæcunq; proportio reperitur in vno genere continuo: eadem reperitur in omnibus alijs. Nam qualitercunq; se habet alia qua linea ad quamlibet aliam: sic se habet quælibet superficies ad aliquā aliam/& quodlibet corpus ad aliquod aliud/similiter & tempus. sed nō sic: quilibet numerus ad aliquem alium. vnde magis est larga proportio in cōtinuis: q̄ in discretis. Ex quo manifestum est proportionē geometricam esse maioris abstractionis: q̄ proportionem arithmetica. omnis enim proportio circa quam arithmetica versatur: rationalis est. geometria vero: rationales & irrationales æqualiter considerat.

Proportionalitas: est similitudo proportionum.

CAMPANVS. Cvt si dicamus q̄ quæ est proportio a ad b, ea est etiā c ad d: proportio quæ est inter a & b, similis est illi quæ est inter c & d. Hæc autem similitudo quæ ex istis proportionibus resultat: dicitur proportionalitas.

Quantitates autem quæ dicuntur continuam habere proportionalitatem: sunt quarum æque multiplicia aut æqua sunt/aut æque sibi sine interruptione addunt aut minuunt.

CAMPANVS. Supposita diuisione proportionalitatis per cōtinuā & discontinuā: diffinit membra diuidentia/& primo continuam. Immo (vt verius dicā) supposita diuisione proportionalitatis per cōtinuā & discontinuā: diffinit nō cōtinuā proportionalitatem nec cōtinuā sed cōtinuā proportionalitatem & incōtinuā. diffinitio autē cōtinuæ proportionalitatis & incōtinuæ: satis patet per diffinitionē cōtinuæ proportionalitatis & incōtinuæ. Continua autē proportionalitas: est cum quotuslibet quantitatum eiusdem generis in qua proportione prima antecedentem. vt cum dicimus/sicut se habet a ad b: ita b ad c, & c ad d. solum antecedens/& vltima quæ est tantum consequens. Et in hac quia propter continuationem proportionum: eo q̄ non sit proportio inter terminis constituta. Incōtinua autē proportionalitas: est cū quatuor & duæ postremæ alterius/in qua proportione prima antecedit secundam in eadem tertia antecedit quartam. vt cum dicimus/sicut se habet a ad b: ita c ad d, eritq; earum quælibet: aut tantū antecedit aut tantum

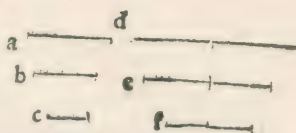


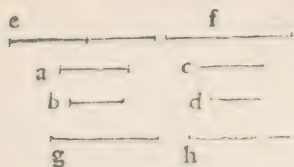
consequens. nec est necesse ut sint omnes quatuor eiusdem generis sicut erat in proportionalitate continua: eo quod consequens primæ proportionis non continuatur antecedenti secundæ. sed possibile est ut sint eiusdem generis: & possibile est ut sint diuersorum. Sicut enim contingit lineam repetiri duplicem ad lineam/aut triplicem: ita superficiem ad superficiem/ & corpus ad corpus/ & tempus ad tempus/ & numerum ad numerum. ¶ Viso quid sit continua proportionalitas/ & quid incontinua: explanemus diffinitionem continue proportionalium præmissam. Quantitates (inquit) proportionales continue: sunt quarum æque multiplicia aut sibi sunt equalia/ aut æque sibi sine interruptione addunt/ aut minuunt. verbi gratia. Sint tres quantitates eiusdem generis a, b, c : ad quas sumantur d, e, f , æque multiplicia. ut sicut d est multiplex ad a : ita e sit multiplex ad b , & f ad c . eruntque omnes in eodem genere. multiplicia enim & submultiplicia: in eodem sunt genere. sitque ut d, e, f aut sint equalia adinvicem: aut similiter se habeant in addendo aut minuendo. ita quod sicut d addit super e aut minuit ab ipso: ita e addat super f aut minuat ab ipso. Cum hæc inquam multiplicia sic se habuerint: erunt tres quantitates a, b, c , continue proportionales. Multiplicia autem non intelligas similiter sic se habere in addendo aut minuendo/ quantum ad quantitatem excessus: sed quantum ad proportionem. aliter enim diffinitio esset falsa. Nam quarumlibet quantitatum eiusdem generis æquis se differentiis excedentium: æque multiplicia accepta æquis etiam differentiis se excedunt. Vnde similiter se habent in addendo & minuendo quantum ad quantitatem excessus: nec tamen priores quantitates sunt continue proportionales. imo minorum est semper maior proportio. Hoc autem ideo evenit/ quoniam earum multiplicia non similiter se excedunt quantum ad proportionem: sed solum quantum ad quantitatem excessus. est enim & ibi in minoribus multiplicibus maior proportio. verbi gratia. sumantur tres numeri æquis differentiis se excedentes: in medietate videlicet arithmetica/ ut 2, 3, 4. horum trium omnes æque multiplices æqualiter se excedunt. duplici quidem binario: triplici ternario. & sic de cæteris. non tamen sunt 2, 3, 4 continue proportionales: imo minorum est maior propositio. est enim ipsorum proportio sesquialtera: & maiorum sesquitercia. quia ergo inter eos non est similitudo proportionum: non erit inter eos proportionalitas. & ideo neque continua neque incontinua. Patet ergo similitudinem illam additionis aut diminutionis/ non intelligi quantum ad quantitatem excessus: sed quantum ad proportionem. erit itaque sensus diffinitionis præmissæ. Continue proportionales: sunt quorum omnia multiplicia equalia/ sunt continue proportionalia. Sed noluit ipsam diffinitionem proponere sub hac forma: quia tunc diffiniret idem per idem. apertæ tamen rei est istud cum sua diffinitione convertibile. Tres autem quantitates a, b, c oportet esse eiusdem generis: ad hoc ut earum multiplicia sibi inuicem equalia sint/ aut similiter se habeant in addendo aut minuendo. Si enim a , & b essent diuersorum generum: essent etiam d & e ipsarum a & b multiplicia/ eorundem diuersorum generum/ propter hoc quod multiplicia & submultiplicia eiusdem sunt generis. quare d non esset æqualis: nec ea maior aut minor. nam quantitates diuersorum generum: non sunt adinvicem comparabiles.

¶ Quantitates quæ dicuntur esse secundum proportionem unam/ prima ad secundam & tertia ad quartam: sunt quarum primæ & tertiæ multiplices æquales/ multiplicibus secundæ & quartæ æqualibus fuerint similes vel additione vel diminutione vel æqualitate eodem ordine sumptæ.

¶ CAMPANVS. ¶ Posita superius diffinitione quantitatum continue proportionalium: hic ponit diffinitionem incontinue proportionalium. & est quod quarumlibet 4 quantitarum quarum primæ & tertiæ æque multiplicia sumpta fuerint/ itemque secundæ & quartæ æque multiplicia/ fuerintque multiplex primæ sic se habens ad multiplex secundæ quantum ad additio-

hij





GEO.

ELE

EV.

nem aut diminutionem aut æqualitatem sicut multiplex tertiæ admul-
tiplex quartæ: erit proportio primæ earum ad secundam: sicut tertiæ
ad quartam. verbi gratia. Sint quatuor quantitates a, b, c, d. sumanturq;
ad primam & ad tertiam quæ sunt a & c: æque multiplicia vtpote dupla
quæ sint e & f. Itemq; ad secundam & quartam quæ sunt b & d: sumantur
alia æque multiplicia vtpote tripla/quæ sint g & h. sitq; vt hæc 4 multi-
plicia sic sumpta comparata adinuicem secundum ordinem primarum
quatuor quantitarum/ita videlicet q; e comparetur ad g & f ad h/nō au-
tem e ad f aut g ad h: sint similia in additione/diminutione & æqualita-
te. videlicet q; si e addit supra g & similiter f addat supra h, aut si e mi-
nuat g & f similiter minuat ab h, aut si e est æqualis g & similiter f sit
æqualis h: tunc proportio a ad b est sicut c ad d/ similitudo autem in addē-
do aut diminuendo: intelligatur hic sicut in diffinitione continue pro-
portionalium/ videlicet non quantum ad quantitatem excessus/ sed quā-
tum ad proportionem. Qd̄ autem dicit eodem ordine sumptæ: intelligat-
ur sicut expositum est. videlicet vt multiplicia non referantur adinuicē se-
cundū ordinem earum quantitarū: quibus æque multiplicia assumuntur.
vt multiplex primæ non referatur ad multiplex tertiæ/ aut multiplex se-
cundæ ad multiplex quartæ: sed referatur secundū primum ordinem ipsa-
rum 4 quantitarum/ videlicet multiplex primæ ad multiplex secundæ/ &
multiplex tertiæ ad multiplex quartæ. Erit itaq; sensus istius diffinitionis.
Incontinue proportionales: sunt quatuor quantitates. & proportio primæ
ad secundam est sicut tertiæ ad quartam: cum sumptis æque multiplicibus
ad primam & tertiam/ itemq; æque multiplicibus ad secundā & quartam/
erit proportio multiplicis primæ ad multiplex secundæ: sicut multiplicis
tertiæ ad multiplex quartæ. Sed nō diffiniuit sub hac forma: propter cau-
sam prædictam. licet a parte rei idem sit. Non est autē necessarium vt qua-
tuor quantitates a, b, c, d sint eiusdem generis / eo q; b non continuatur
in proportionem cum c: sed possunt esse duæ primæ vnius generis/ & duæ
sequentes alterius. Per quod patet q; necesse est referri multiplex primæ
ad multiplex secundæ/ & multiplex tertiæ ad multiplex quartæ/ non au-
tem multiplex primæ ad multiplex tertiæ/ aut multiplex secundæ ad mul-
tiplex quartæ: quia non semper sunt eiusdem generis multiplex primæ
& tertiæ/ nec multiplex secundæ & quartæ. fuit autem necesse sumere æque
multiplices ad primam & tertiam/ itemq; æque multiplices ad secundam
& quartam/ & non æque multiplices ad primam & secundam/ & itē non
æque ad tertiam & quartam: quia nisi per multiplicium summationē con-
tinuentur termini primæ proportionis cum terminis secundæ/ non erit
per quid sit proportio a ad b sicut c ad d.

¶ Quantitates quarum proportio est vna: proportionales
nominantur.

¶ CAMPANVS. ¶ Postq̄ diffiniuit quantitates continue proportiona-
les & incontinue: diffinit quantitates proportionales simpliciter: & patet
diffinitio.

¶ Cū fuerint primæ & tertiæ æquemultiplices/ itemq; se-
cundæ & quartæ æque multiplices/ addetq; multiplex primæ
super multiplicē secundæ / non addet autē multiplex tertiæ
super multiplicem quartæ: dicetur prima maioris proportio-
nis ad secundam/ q̄ tertiā ad quartam.

¶ CAMPANVS. ¶ Diffinitis quantitatibus proportionalibus: diffinit
quantitates improporcionales. Sunt autem improporcionales: inter quas
non est similitudo proportionum. quod contingit dupliciter. aut quia ma-
ior ē proportio primæ ad secundā q̄ tertiæ ad quartam: aut quia minor.
& ideo eius sunt duæ species. Prima: quando maior est proportio primi
ad secundum/ q̄ tertiū ad quartum. & dicitur hoc: maior improporionalitas

LIBER V.

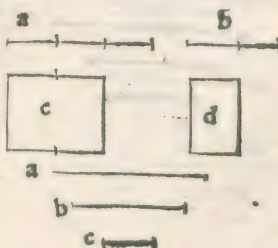
59

Secunda vero: quando minor est proportio primi ad secundum / q̄ tertię ad quartum. & dicitur minor impropportionalitas, diffinit ergo eas inter quas est maior proportio primę ad secundam q̄ tertię ad quartam: quę est maior impropportionalitas. diffinitionem autem earum inter quas est minor proportio primę ad secundam q̄ tertię ad quartam / non ponit: quia ipsa patet ex alia. Cum igitur fuerint quatuor quantitates ad quarum primam & tertiam sumpta sint æque multiplicia / & ad secundam & quartam æque multiplicia / & multiplicia primę & secundę relata adinuicē cē nō se habebūt similiter multiplicibus tertię & quartę relatis adinuicē in additione / diminutione & equalitate: illę 4 quantitates erūt iproportionales. Qd si ita fuerit q̄ multiplex primę sit equale multiplici secundę: multiplex vero tertię sit minus multiplici quartę: aut q̄ multiplex primę sit maius multiplici secundę: multiplex autem tertię sit equale aut minus multiplici quartę: aut q̄ multiplex primę sit maius multiplici secundę & similiter multiplex tertię multiplici quartę: veruntamen plus excedit quantum ad proportionem non quantum ad quantitatem excessus multiplex primę ad proportionem secundę q̄ multiplex tertię multiplex quartę: aut q̄ multiplex primę sit minus multiplici secundę & similiter multiplex tertię multiplici quartę: veruntamen minus minuit quantum ad proportionem non quantum ad quantitatem excessus / multiplex primę multiplici secundę: q̄ multiplex tertię a multiplici quartę: erit quolibet istorum 4 modorum maior proportio primę ad secundam q̄ tertię ad quartam. Quatuor autem modis istis oppositis erit minor proportio primę ad secundam: q̄ tertię ad quartam. Exempla autem istorum omnium euidenter fumentur ex numeris. Additio ergo illa multiplicis primę super multiplex secundę / non autem multiplicis tertię super multiplex quartę: de qua loquitur author in diffinitione: latitudinem habet ad istos 4 modos prædictos / & ipsos comprehendit. Vnde sensus istius diffinitionis est. cum sumpris sic multiplicibus vt proponit / fuerit maior proportio multiplicis primę ad multiplex secundę q̄ multiplicis tertię ad multiplex quartę: erit maior proportio primę ad secundam q̄ tertię ad quartam, non diffiniuit autem sub hac forma: propter communem causam prius dictam. Vel possumus dicere: q̄ additio multiplicis primę super multiplex secundę & non multiplicis tertię super multiplex quartę: de qua loquitur in præmissa diffinitione maioris impropportionalitatis / proprię accipitur prout verba diffinitionis sonant. & non se extendit nisi ad secundum quatuor prædictorum modorum: licet reuera quolibet illorū quatuor modorū sit maior proportio primę ad secundam q̄ tertię ad quartam, vnde sensus illius diffinitionis ē. cū sumptis sic multiplicibus vt proponit / si multiplici primę existente maiori multiplici secundę / nō sit necessariū q̄ multiplex tertię sit maius multiplici quartę: tūc erit maior proportio primę ad secundam q̄ tertię ad quartam, propter hoc autē non posuit reliquos tres additionis modos in prædicta diffinitione: quia iste est illis omnibus magis planus / & ad dictā diffinitionē sufficiens. Nusq̄ enī est maior proportio primę 4 quantitatū ad secundam q̄ tertię ad quartam: quin contingat aliqua æque multiplicia ad primā & tertiam reperiri. quę cum relata fuerint ad aliqua æque multiplicia secundę & quartę: inueniuntur multiplex primę addere super multiplex secundę / non autē multiplex tertię super multiplex quartę. Nec vsq̄ cōtingit hoc reperire: quin sit maior proportio primę ad secundam q̄ tertię ad quartam. vt demonstrabimus infra supra decimā huius. Possunt autē esse hæ quantitates iproportionales diuersorū generū / sicut & quantitates incōtinue proportionales: si iter eas fuerit incōtinua impropportionalitas. vt si dicatur maior est proportio a ad b, q̄ c ad d. Si autem fuerit continua iproportionalitas: erunt omnes eiusdem generis necessario sicut sunt in continua proportionalitate. vt si dicatur maior est proportio a ad b, q̄ b ad c.

9 ¶ Est autem proportionalitas: ad minus inter tres terminos constituta.

h iij.

	16	18
1	8	9
2	4	6
	16	24
	18	16
	18	16
2	2	3
	12	16
	10	14
1	5	7
3	2	3
	9	12
	16	14
+	1	5
	2	6
	18	15



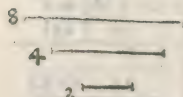
CAMPANVS. ¶ Postq̃ author diffiniuit proportionem / proportionem / proportionalitatem & quantitates proportionales & improporcionales: ostendit quis sit minimus numerus terminorum inter quos proportionalitas potest consistere. maximū autē non ponit: quia illū non cōtingit sumere. potest enī proportio quālibet cōtinuari in terminis infinitis / siue fuerit rationalis proportio siue irrationalis. Ad proportionalitatem autem exiguntur ad minus duæ proportionēs similes: eo q̃ proportionalitas sit similitudo proportionum. Quālibet autē proportio: habet antecedens & consequens. ergo quālibet proportionalitas: habet ad minus duo antecedentia & duo consequentia. hoc est impossibile fieri in paucioribus q̃ tribus terminis: in quibus mediū eorū / antecedens est & consequens. & ideo proportionalitas erit continua. quare in tribus terminis ad minus erit continua proportionalitas constituta. In continua autem non erit in paucioribus q̃ in 4: eo q̃ in ipsa quālibet terminus est tantum antecedens aut tantum consequens. idem intellige de minori numero terminorum improporCIONALITATIS. Si enim fuerit continua: erit ad minus inter tres terminos. Si in continua: ad minus inter quatuor.

¶ Si fuerint tres quantitates continue proportionales: dicetur proportio primæ ad tertiam / proportio primæ ad secundam duplicata.

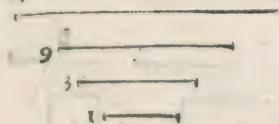
CAMPANVS. ¶ Diffinit proportionē quæ est inter extremos terminos cōtinuæ proportionalitatis in tribus terminis constitutæ. & dicit q̃ si fuerit proportio primi ad secundū sicut secundū ad tertium: erit proportio primi ad tertium sicut primi ad secundum duplicata: hoc est ex duabus talibus cōposita. siue (quod idem est) erit proportio primi ad tertium sicut primi ad secundum duplicata: hoc est in se multiplicata. Verbi gratia in numeris. Sint tres numeri continue proportionales: sintq; continue dupli / vt 2, 4, 8. proportio autem primi ad tertium: erit sicut proportio primi ad secundū in se multiplicata. proportio autē primi ad secundū: est dupla. dupla vero in se multiplicata: producit quadruplā. unde priorē expositionem / proportio extremorum est sicut proportio primi ad secundum duplicata: quia quadrupla constat ex duabus duplis.

¶ Cum fuerint quatuor quantitates continue proportionales: proportio primæ ad quartam / dicetur proportio primæ ad secundam triplicata.

CAMPANVS. ¶ Diffinit proportionem quæ est inter extremos continue proportionalitatis in quatuor terminis constitutæ. & dicit si fuerint quatuor quantitates continue proportionales: erit proportio primæ ad quartam sicut proportio primæ ad secundam triplicata. hoc est ex tribus talibus cōposita: quoniam tres tales inueniuntur in ea. siue (quod idem est) erit proportio primæ ad quartam sicut primæ ad secundam triplicata hoc est in se / postea in productū multiplicata. Verbi gratia in numeris. Sint quatuor numeri cōtinuæ proportionales: sintq; cōtinuæ tripli. vt sint 1, 3, 9, 27. proportio primi ad quartum erit sicut proportio primi ad secundū in se / postea in productū multiplicata. proportio autē primi ad secundū: est tripla. tripla vero in se multiplicata: producit nōcuplā. & triplā nōcuplā: producit vīgincuplā septuplā. erit itaq; proportio extremorum vt proportio extremorum est sicut proportio primi ad secundū triplicata: quia vīgincuplā septupla cōstat ex tribus triplis. Non diffinit autem proportionem extremorum continue proportionalitatis inter plures q̃ quatuor terminos constitutæ: propter id q̃ dimensiones in rebus naturalibus repetitæ non excedūt ternariū. Denominatio autem proportionis duarū quantitatū quibus nullum interponitur mediū: habet naturā lineæ. Earum vero quibus interponitur vnum medium in continua proportionalitate: ha-

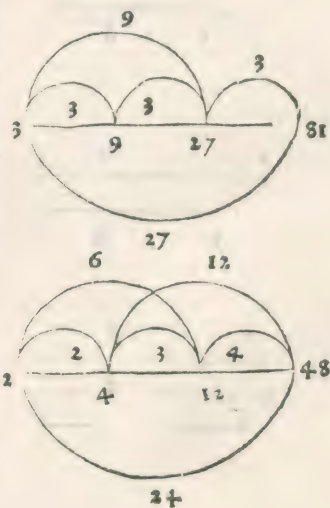


27



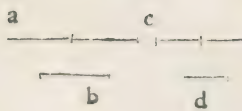
bet naturam superficiei/ eo quod fit ex multiplicatione denominationis
duarum primarum in se. Omne autem qd ex multiplicatione lineæ in
lineam producit: naturam habet superficiei. si in se quidem/ quadrati: si
vero in alteram/ parte altera longioris. Sed proportionis earum quantitas
naturam denominationis quibus in continua proportionem duo media inter-
ponuntur: naturam habet solidi. quia prouenit ex multiplicatione deno-
minationis duarum primarum primo in se/ ex qua multiplicatione pro-
ducitur superficies: deinde in productum/ ex qua multiplicatione proue-
nit solidum siue corpus. omne etenim quod ex multiplicatione lineæ
in superficiem producit: crescit in solidum. ¶ Est ergo ac si diceret/ pro-
portio duarum quantitatum: est simplex interuallum/ & habens natu-
ram simplicis dimensionis vt lineæ. proportionalitas autem trium: est
duplex interuallum/ & habens naturam duplicis dimensionis vt superfi-
ciei. proportionalitas autem quatuor: est triplex interuallum/ & habens
naturam trinæ dimensionis vt solidi. Et quia dimensiones viterius non
procedunt: ideo non diffiniuit proportionem contentam inter extremos
proportionalitatis in quinque terminis/ aut pluribus constitutæ. vel non
diffiniuit proportionem in his: quia earum proportio habetur ex prædi-
ctis diffinitionibus. Si enim in tribus terminis proportio extremorum
constat ex proportionem primorum duplicata/ & in quatuor terminis con-
stat ex eadem triplicata: in quinque terminis constat ex eadem quadrupli-
cata/ & in sex ex eadem quincuplata. vnde quemadmodum in tribus ter-
minis continue proportionalibus proportio extremorum continet pro-
portionem primorum bis/ & in 4 terminis ter: sic in quinque terminis conti-
nebit quater/ & in sex quinquies/ & ita deinceps. vt semper proportio
extremorum in terminis continue proportionalibus toties contineat
proportionem primorum: quot sunt omnes termini/ minus vno. Simili-
ter quoque si proportio extremorum continue proportionalitatis in tribus
terminis constitutæ/ est ea quæ producitur ex proportionem primorum in
se semel multiplicata/ & in quatuor in se bis multiplicata: in quinque ter-
minis ea quæ producitur ex proportionem primorum in se ter multiplica-
ta/ & in sex terminis quater/ & sic semper vt termini fuerint duobus plus
res multiplicationibus/ siue vt multiplicationes sint æquales medijs extre-
mis interpositis. Et nota quod etiam in proportionalitate continua extremo-
rum: proportio producitur ex omnibus proportionibus intermedijs: vt ex
prædictis apparet. & quod proportio extremorum continue proportionalitatis
in tribus terminis constitutæ denominatur a quadrato/ in quatuor vero
terminis constitutæ denominatur a cubo: quorum quidē quadrati & cu-
bi latera est denominatio proportionis primi ad secundum. verbi gratia
in numeris. Sint quatuor numeri continue proportionales qui sint con-
tinue tripli: 3, 9, 27, 81. proportio primi ad secundum: denominatur a ter-
nario. est enim tripla. primi vero ad tertium: a nouenario qui est quadra-
tus ternarij. nam ipsa est nōcupla. At vero proportio primi ad quartum:
denominatur a 27 qui est cubus denominationis proportionis primi ad
secundum videlicet ternarij. ipsa enī ē vigincupla septupla. Et proportio ex-
tremorum in proportionalitatis continue in tribus terminis constitutæ:
denominatur a superficiali non quadrato/ cuius latera sunt denomina-
tiones ipsarum proportionum. in quatuor vero terminis constitutæ: de-
nominatur a solido non cubo/ cuius tria latera sunt denominationes triū
proportionum. qd etiam patet in numeris. Sint quatuor numeri conti-
nue iproportionales/ qui sint 2, 4, 12, 48: in quibus proportio primi ad
secundum est dupla/ secundi ad tertium tripla/ & ideo primi ad tertium
sexcupla. tertij vero ad quartum qdrupla: & ideo primi ad quartum vigincu-
pla qdrupla. Senarius ergo qd est denominatio proportionis primi ad ter-
tium: est superficialis/ cuius latera sunt 2 & 3 quæ sunt denominationes
duarum primarum proportionū. 24 vero qui est denominatio propor-
tionis primi ad quartum: est solidus cuius latera sūt 2, 3, & 4, quæ sunt de-
nominationes triū proportionū inter illos quatuor terminos existentium.

h iij.

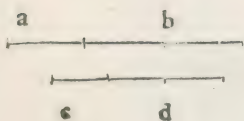


Quātitates quæ sunt in proportionē vna antecedens ad consequentem et antecedens ad consequentem: dicitur e contrario sicut consequens ad antecedentem: sic consequens ad antecedentem. Itemq; permutatim sicut antecedens ad antecedentem: sicut etiam consequens ad consequentem.

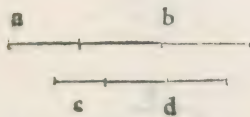
CAMPANVS. Diffinit species proportionalitatis: quæ sunt sex. videlicet conuersa/permutata/diuncta/euerfa/& æqua. Sunt autem hæ species: quasi quidam modi arguēdi. Diffinit ergo primo conuersam proportionalitatem & permutatam: in quibus manent antecedentia & consequentia eadem secundū substantiam (quod nō est in diuncta/cōiuncta aut euerfa) & in quibus nihil extra sumitur vt in æqua. Vocat autē antecedens: primum extremum proportionis. consequens vero: vocat secundum. Vult itaq; per hanc diffinitionem: q; si fuerit proportio a ad b sicut c ad d, & ex hoc ergo concludam ergo b ad a sicut d ad c, videlicet vt faciam de antecedentibus consequentia: & de consequentibus antecedentia: q; iste modus arguēdi vocetur proportionalitas e contrario siue cōuersa. Si autem sic arguam a ad b sicut c ad d: ergo a ad c sicut b ad d, videlicet vt ambo extrema primæ proportionis fiant antecedentia/ambo extrema secundæ/consequentia: vult q; iste modus arguēdi vocetur proportionalitas permutata. & in isto modo arguēdi fit antecedens secundæ proportionis/consequens primæ: & cōsequens primæ/antecedens secundæ.



Cōiuncta vero proportionalitas: dicitur quoties sicut antecedens cum consequente ad consequens, sic etiam antecedens cum consequente ad consequens.

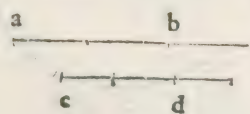


CAMPANVS. Diffinit coniuctam/diunctam/& euerfam: in quibus etiam nihil extra sumitur: sed termini nō manent in ipsis iisdem secundum substantiam. & vult q; si ita fuerit vt sit a ad b sicut c ad d: & ego ex hoc concludam ergo totius a b ad b sicut totius c d ad d: q; iste modus arguēdi dicatur proportionalitas coniucta.



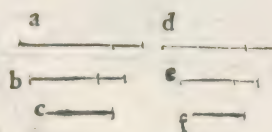
Diuncta vero proportionalitas: dicitur augmentorū antecedentium supra consequentia æqua comparatio.

CAMPANVS. Vult q; si fuerit proportio totius a b ad b sicut totius c d ad d, & ex hoc ergo concludam ergo a ad b sicut c ad d: q; iste modus arguēdi vocetur diiuncta proportionalitas.



Euerfa proportionalitas: dicitur quorumlibet antecedentium ad augmenta sui supra consequentia sua similitudo proportionum.

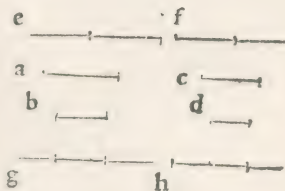
CAMPANVS. Vult q; si fuerit a b ad b sicut c d ad d: & ex hoc ergo concludam ergo a b ad a sicut c d ad c: q; iste modus arguēdi dicatur euerfa proportionalitas.



Æqua proportionalitas: dicitur quantitatibus plurimis propositis/alijsq; secundū eundē numerum in vna proportionē applicatis/mediorum æquali numero remoto/vtrorumq; summorum similitudo proportionum.

CAMPANVS. Diffinit æquam proportionalitatem: quæ ad probandum propositum ad extra sumitur. & vult q; si sumantur quotlibet quantitates vt a, b, c, iteq; totidē aliæ siue sint eiusdem generis cum primis siue alterius vt d, e, f, fuerintq; secundæ in proportionē primarū siue eodē ordine vt si dicat a ad b sicut d ad e & b ad c sicut e ad f, siue ordinē cōuerso vt si dicatur a ad b sicut e ad f & b ad c sicut d ad e, & ex hoc concludat ergo a ad c sicut d ad f: q; iste modus arguēdi vocet eq; proportionalitas.

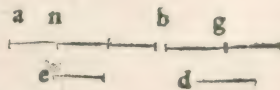
litas. ¶ Horū autem sex modorū arguēdi qui dicuntur species proportio-
 nalitatis: quatuor probat author in littera infra in isto quito. Permuta-
 tam quidem proportionalitatem: probat in 16 huius. diffunctam vero:
 in 17. coniunctam: in 18. æquam vero proportionalitatem: demonstrat in
 22 & 23. sed in 22: cum quantitates duorum ordinum eodem ordine sūt
 proportionales. in 23 vero: cū et sūt pportiones ordie cōuerso. Cōuersā
 vero pportionalitatē aut euersā non demonstrat: eo q̄ conuersa patet ex
 diffinitione quantitatū incontinue proportionalium. Euersa autē pa-
 tet ex permutata adiuuante 19 vt super eadē 19 sumus dicturi. ¶ Qua-
 liter autem conuersa proportionalitas ex diuisione quantitatū incon-
 tinue proportionalium manifesta sit: demonstremus nunc. Sit ergo pro-
 portio a ad b: sicut c ad d. volo ergo demonstrare q̄ erit b ad a: sicut
 d ad c. Sumant̄ e ad a, & f ad c, æque multiplicia: similiter quoq; g ad b,
 & h ad d, æque multiplicia. eritq; per conuersionem diffinitionis quan-
 titatū incontinue proportionalium: vt e & g itemq; f & h similiter se
 habeant in additione/ diminutione & æqualitate. intelligo tunc b pri-
 mum/ a secundum/ d tertium/ c quartum. sumptaq; sunt ad primū & ter-
 tium: g & h æque multiplicia. Itemq; ad secundum & quartum: e & f æq̄
 multiplicia. Et quia multiplicia primi & secundi quæ sunt g & e simili-
 ter se habent multiplicibus tertij & quarti quæ sunt h & f adinuicem in
 additione/ diminutione & æqualitate: erit per dictam diffinitionē/ pro-
 portio b primi ad a secundum sicut c tertij ad d quartum. quod est pro-
 positum. Cōstat itaq; modus arguendi qui dicitur conuersa proportionalis-
 tas. ¶ Huius autē quinti libri principia plurimis difficillima esse viden-
 tur: & quibusdam conclusionibus quas ex ipsis demonstrat/ magis ab in-
 tellectu distantia. Nihil enim videtur intellectui imediatius adherere: q̄
 q̄ duarum quarūlibet quantitatū æqualiū sit ad tertiam quālibet vna
 proportio: q̄ tamen huius quinti septima demonstrat/ ex diffinitione in-
 continue proportionalitatis/ quæ ab intellectu primo videtur q̄ plurimū
 esse remota. quis enim non facilius duarum quantitatū æqualium ad
 aliquā tertiam/ eandem esse proportionem concedat: q̄ q̄tuor quātitatū
 si multiplicia primæ & tertie æqualiter sumpta multiplicibus secundæ &
 quartæ æqualiter sumptis similiter se habuerint in additione/ diminitio-
 ne & æqualitate/ esse proportionem primæ ad secundam sicut tertie ad
 quartam? Verum si subtiliter intuemur/ liquido constabit non posse vni
 ri intellectui q̄ proportio duarum quantitatū æqualium ad tertiam sit
 vna: nisi per quid est esse proportionem vnā. si enim quis ignoret quid
 est esse proportionem vnā eandem proportionem alteri: quomodo co-
 gnoscet duarum quantitatū æqualium esse eandem proportionem ad
 tertiam? Indiget igitur proculdubio intellectus anteq̄ illam quæ videba-
 tur cōceptibilis propositio/ apprehendat: huius rei quæ p̄ ipius diffini-
 tionem habebitur cognitione. postmodum vtrum ea diffinitio duabus
 quantitatibus æqualibus ad tertiam comparatis cōueniat: pertractatio-
 ne. quod si diffinitio inuenta fuerit illis quantitatibus conuenire: cōdu-
 detur propositum. sin autem: oppositum. Non est igitur immediata pro-
 positio: quā superficialis apprehensio immediata iudicauit. ¶ Simili-
 ter quoq; immediatius iudicat prima apprehensio adherere intellectui
 q̄ duarum quantitatū inæqualium maior est proportio maioris earū
 ad aliam q̄ minoris ad eandem/ quam demonstrat 8 huius: q̄ 4. quā
 titatū sit maior proportio primæ ad secundam q̄ tertie ad quartā. cū
 multiplicibus ad primam & tertiam æqualiter sumptis/ itemq; alijs ad
 secundam & quartam æqualiter: multiplex primæ addit super multiplex
 secundæ/ & multiplex tertie non addit super multiplex quartæ. ex quo
 quæ prædicta est propositio demonstratur. sed similiter nec ipsa potest in-
 telligi: nisi per quid est esse proportionem maiorem. ¶ Igitur oportuit
 Euclidē: quæ quantitates dicūtur proportionales/ & quæ improporiona-
 les diffinire. Proportionales autem: sunt quarum proportio vna est. &
 improporionales: quarum proportionēs diuersæ. Itaq; diffiniuit quam



titates quarum proportio vna est. & eas in quibus conneſcuntur extremes non diſſociatis medijs/ quas vocauit continue proportionales. & dixit hanc proportionalem/ in tribus terminis ad minas exiſtere/ propter hoc qd vnum ſaltem bis ſumendum eſt medium. et eas in quibus accidit interruptio mediorum/ & hec ſunt incontinue proportionales. & hæc proportionalitas ad minus exigit quatuor terminos/ propter alterius medijs ſumptionem. Et diſſiniuit etiam quantitates quæ ſunt impropportionales: quarum eſt maior vna proportio q̄ ſit alia. Et ſi eſſet omnis proportio ſcita ſiue rationalis: tunc facile eſſet intellectui cognoscere q̄ proportionales eſſent vna & quæ diuerſæ. Quæ enim haberent vnā denominationem: eſſent vna. quæ autem diuerſas: diuerſæ. hæc autem facilitas manifeſta eſt ex arithmetica: quoniā omnium numerorū proportio ſcita & rationalis eſt. Vnde Iordanus in ſecūdo arithmetice ſuæ diſſiniens quæ proportionales ſunt egedem & quæ diuerſæ: dicit eaſdē eſſe quæ eandem denominationem recipiunt. Maiorem vero/ quæ maiorem: & minorem/ quæ minorem. Sed infinite ſunt proportionales irrationales: quarum denominatio ſcibilibus non eſt. quare cum Euclides cōſideret in hoc libro ſuo proportionalia communiter non contrahendo ad rationales vel irrationales quoniam conſiderat proportionem repertam in continuis quæ communis eſt ad iſtas: non potuit diſſiniere identitatē proportionum p̄ identitatem denominationū ſicut arithmeticus eo qd multarum proportionum (vt dictum eſt) ſunt denominationes ſimpliciter ignoret/ diſſinitionē autem oportet fieri ex notis. vnde malicia proportionum irrationalium: coegit Euclidem tales diſſinitiones ponere. Quia ergo non potuit (vt patet ex p̄miſſis) diſſiniere proportionalitatem ſiue identitatem proportionum p̄ identitatem habitudinū/ ſiue denominationum ipſorum terminorum propter irrationalitatem habitudinū & inconuenientiam terminorum: coactus eſt refugere ad terminorum multiplicia. vt ex illorum habitudinibus quantum ad exceſſum & æqualitatem conſideratis equis numeroſitatibus ſumptorū/ p̄ quod ad naturam irrationalitatis reducuntur: propositam diſſinitionē venetur. nihil enim in quocūq; inæqualitatis genere/ terminis magis idē: q̄ eorum multiplicia. nec terminorum habitudinibus: q̄ multiplicium habitudo. ¶ Et quia proportio eſt duarum quantitarum eiūſdē generis certata habitudo cōſiderata in eo qd ſūt æquales aut altera maior: ideo identitas proportionum exiſtētium iter primam + quātitatū ad ſecundam & tertiam ad quartam / eſt ſimilis æqualitas primæ ad ſecundam/ & tertie ad quartam / aut ſimilis maioritas / aut ſimilis minoritas. hæc autem ſimilis æqualitas / aut ſimilis maioritas/ aut ſimilis minoritas tūc eſt iter quatuor quaſlibet quantitates: cum eſt inter oēs earum æqualiter multiplices. ¶ Quod ergo dicit in quinta diſſinitione/ quantitates quæ dicunt cōtinuam proportionalitatem habere ſūt quarū æque multiplicia aut æqua ſunt aut æque ſibi ſine interruptione addūt aut minuunt: eſt ac ſi diceret / omnes illas quantitates voco continue proportionales (qd eſt eas ſimiliter eſſe æquales cōtinue/ & ſimiliter cōtinue eſſe maiores/ & ſimiliter cōtinue eſſe minores) quarum omnes æque multiplices/ aut ſibi inuicem ſūt/ ſimiliter cōtinue æquales/ vel ſimiliter continue maiores/ vel ſimiliter continue minores/ quod eſt etiam ipſas multiplices eſſe continue proportionales. quod ſi hoc alicubi in multiplicibus diſſonat: eas dico non eſſe continue proportionales. ¶ Quod autē dicit in ſexta diſſinitione. Quantitates quæ dicūt eſſe ſecūdam proportionem vnā primā ad ſecundā & tertiam ad quartā &c. eſt ac ſi diceret omnes + quātitates voco incontinue proportionales/ & ſe habere primā ad ſecundā ſicut tertiam ſe habet ad quartā/ quod eſt primā ad ſecundā/ & tertiam ad quartā ſimiliter ſe habere in æquatione aut addēdo aut minuēdo) quarū omnes æque multiplices primæ & tertie ad oēs æque multiplices ſecundæ & quartæ ſimiliter ſe habēt aut i æquādo aut addēdo aut minuēdo. quod eſt etiam multiplices primæ in

eadem proportionem se habere ad multiplices secundas: in qua multiplices tertiae se habent ad multiplices quartas. quod si hoc alicubi dissonat in multiplicibus: dico non esse proportionem primae ad secundam sicut tertiae ad quartam. Quod autem dicit in 8 diffinitione: est ac si diceret/ maiorem proportionem voco 4. quantitatum primae ad secundam quam tertiae ad quartam: quod est primam magis excedere secundam quam tertia excedat quartam: quarum aliqua ex multiplicibus primae addit super aliquam ex multiplicibus secundae/ aliqua ex multiplicibus tertiae sumpta secundum numerationem multiplicis primae/ non addente super aliquam ex multiplicibus quartae sumpta secundum numerationem multiplicis secundae. quod est esse maiorem proportionem multiplicis primae ad multiplicem secundae: quam multiplicis tertiae ad multiplicem quartam.

Diffinitiones autem istas nisi sunt aliqui demonstrare: quorum Ametus filius Ioseph tetauit eas demonstrare in epistola sua qua de proportione & proportionalitate composuit. & accepit tria per modum positionis tanquam principia: quae dicit esse per se nota & probatione non indigere. Quorum primum est quod si fuerint 4. quantitates/ quarum sit proportio primae ad secundam sicut tertiae ad quartam: erit e converso proportio secundae ad primam sicut quartae ad tertiam. & hic est modus arguendi: quem vocavit superior Euclides conversam proportionalitatem. Et erravit/ quoniam dixit propositionem esse per se notam: cuius tamen antecedens & consequens sunt ignota. Ignoratum est enim quid sit esse proportionem primae quantitates ad secundam sicut tertiae ad quartam. quare hoc ignoto positum: impossibile est intelligere quid ex ipso sequatur. Similiter quoque quia consequens est ignotum: impossibile est intelligere quid ad ipsam antecedit. Secundum principium eius fuit/ quod si fuerint 4. quantitates quarum sit proportio primae ad secundam sicut tertiae ad quartam: si prima sit maior secunda/ erit tertia maior quarta. & si minor/ minor. & si aequalis/ aequalis. Tertium fuit quod si fuerint 4. quantitates quarum sit proportio primae ad secundam sicut tertiae ad quartam: erit prima ad quodlibet multiplex secundae/ sicut tertia ad aequem multiplex ex multiplicibus quartae. Et accidit sibi in istis duobus principijs idem peccatum: quod accidebat in primo. accepit enim in omnibus ignota similiter/ tanquam nota. quare non demonstravit. peccavit etiam in secunda demonstratione & in tertia & in quinta. in quarum qualibet arguit ex 8 vel ex 10 huius quae probantur ex diffinitione incontinuae proportionalitatis. Arguit enim sic. si proportio a b ad e est maior quam g ad d: sit ergo ut n b partis a b ad e sicut g ad d. per quod apparet ipsum superponere quod duarum quantitatum a b & n b inaequalium relatarum ad e maiorem & minor minorem ad ipsam optinet proportionem. vel quod quantitas quae ad e habebit minorem proportionem quam habeat a b: erit minor a b. quorum primum demonstrat 8 huius. & secundum 10. Nam cum vult is sumere quantitatem quae se habeat ad e in proportionem g ad d: dabo tibi maiorem aut minorem aut aequalem a b indifferenter sicut volueris. quare aut non demonstrat/ aut accidit sibi circulus/ & principia esse ignota conclusionibus. Supponenda sunt igitur cum Euclide principia tanquam nota. & non ipsa ex conclusionibus: sed conclusiones ex ipsis demonstrandae sunt.



GEO. ELE. EV.
EUCLIDIS MEGARENSIS EX TRADI

tione Theonis Græci commentatoris, Bartho-
 lomæo Zamberto Veneto interprete geo-
 metricorum elementorum li-
 ber quintus.

Euclides ex Zamberto. Diffinitiones.



Ars: est magnitudo magnitudinis
 minor maioris/ quando minor me-
 titur maiorem.

¶ Multiplex autem: maior minore/
 quando eam metitur minor.

¶ Ratio: est duarum magnitudinū
 eiusdem generis aliquatenus ad-
 inuicem quædam habitudo.

¶ Proportio vero: est rationū iden-
 titas.

¶ Rationem habere adinuicem magnitudines dicuntur:
 quæ possunt multiplicatæ inuicem excedere.

¶ In eadem ratione magnitudines dicuntur esse/ prima ad
 secundam & tertia ad quartam: quādo primæ æque mul-
 tiplicia/ secundæ & quartæ æque multiplicia iuxta quāuis
 multiplicationem vtrāq; vtrāq; vel vna excedunt vel vna
 æquales vel vna deficiunt sumptæ adinuicem.

¶ Eandem autem habentes rationem magnitudines: pro-
 portionales vocentur.

¶ Quando vero æque multiplicium multiplex primi excels-
 serit multiplex secūdi/ multiplex autem tertij non excels-
 serit multiplex quartū: tūc primum ad secundum maiore
 rationem habere dicetur/ q̄ tertium ad quartum.

¶ Proportio autem in tribus terminis: minima est.

¶ Quando tres magnitudines proportionales fuerint: pri-
 ma ad tertiam duplicem rationem habere dicetur q̄ ad se-
 cundam. Quando autem quatuor magnitudines propor-
 tionales fuerint & semper ordinatim vna plus: prima ad
 quartam triplicem rationem habere dicetur q̄ ad secun-
 dam/ ex quo fuerit proportio extensa.

¶ Similis rationis magnitudines dicuntur: antecedentia
 antecedentibus & consequentia consequentibus.

¶ Conuersa ratio: est acceptio antecedentis ad antecedens:
 et consequentis ad consequens.

¶ Permutata ratio: est acceptio consequentis tanq̄ antecede-
 tis ad antecedens tanquam ad consequens.

¶ Composita ratio: est acceptio antecedentis cū consequen-

te sicut vnus: ad ipsum consequens.

15 **D**iuisa ratio: est acceptio excessus quo excedit anteceder
ipsum consequens: ad ipsum consequens.

16 **C**onuersio rationis: est acceptio antecederis ad excessum
quo excedit antecedens ipsum consequens.

17 **A**equa ratio: est pluribus existentibus magnitudinibus
& alijs eis æqualibus multitudine cum duabus sumptis
& in eadem ratione quando fuerit sicut in primis magni-
tudinibus primum ad vltimum: sic in secundis magnitu-
dinibus primum ad vltimum. Vel aliter. Acceptio extre-
morum per subtractionem mediorum.

18 **O**rdinata proportio: est cum fuerit antecedens ad conse-
quens & consequens ad rem aliam: sicut consequens ad
rem aliam.

19 **I**nordinata proportio: est cum fuerit antecedens ad conse-
quens sicut antecedens ad consequens / & consequens ad
rem aliam sicut res alia ad antecedens.

20 **E**xtenso proportio: est quando fuerit sicut antecedens ad
consequens sic antecedens ad consequens / fuerit autem &
sicut consequens ad rem aliam sic consequens ad rem aliam.

21 **P**erturbata autem proportio: est quando tribus existi-
bus magnitudinibus & alijs eis æqualibus multitudine /
fit sicut quidem in primis magnitudinibus anteceder
consequens sic in secundis magnitudinibus anteceder
consequens: sicut autem in primis magnitudinibus conse-
quens ad rem aliam: sic in secundis res alia ad anteceder

Eucl. ex Camp.

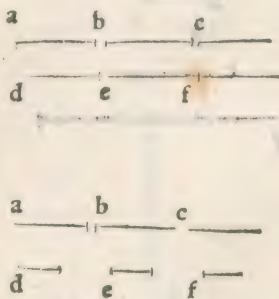
Propositio. 1

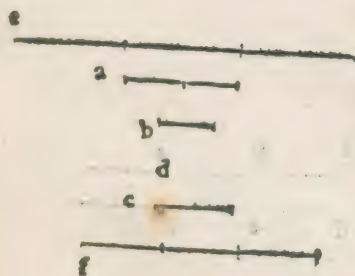
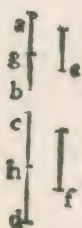
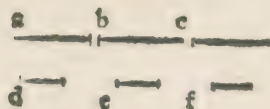


I fuerint quotlibet quantitates aliarum toti-
dem æque multiplices / aut singulæ singulis
æquales: necesse est quemadmodum vna illa-
rum ad sui comparem totum quoque ex his ag-
gregatum ad omnes illas pariter acceptas si-
militer se habere.

CAMPANVS. Sint quotlibet quantitates quæ sint a, b, c: aliarum toti-
dem quæ sint d, e, f, æque multiplices / vnaqueque ad sui comparem / aut sin-
gulæ sint singulis æquales. ita videlicet quod sicut a est multiplex d: ita b est
multiplex e, & c multiplex f. vel si a est æqualis d: quod similiter b sit æqua-
lis e, & c æqualis f, dico quod sicut se habet a ad d: ita se habet aggregatum ex
omnibus quæ sunt a, b, c. ad aggregatum ex omnibus quæ sunt, d, e, f.

Quod si singulæ singulis sint æquales: patet propositum per hanc com-
munem scientiam. si æqualibus æqualia addant / tota quoque erunt æqua-
lia. Si autem sint omnes suis comparibus æque multiplices: diuisis eis se-
cundum quantitatem suarum submultiplicium / erit aggregatum ex pri-
ma parte a & prima b, & prima c, æquale aggregato ex d, e, f, per prædi-
ctam communem scientiam adiuuante hac / quæ eidem sunt æqualia in
ter se sunt æqualia. Similiter quoque aggregatum ex secundis partibus quæ





GEO.

ELE.

EV.

titatum a, b, c: erit æquale aggregato ex d, e, f. sicq; de ceteris. & quia hoc poterit totiens fieri quotiens d continetur in a: erit ut æquale aggregatum ex d, e, f toties contineatur in aggregato ex a, b, c quoties d, continetur in a. Quia ergo quotiens d numerat a, totiens aggregatum ex d, e, f, numerat aggregatum ex a, b, c: patet q; sicut a est multiplex ad d, ita aggregatum ex a, b, c, aggregati ex d, e, f, quod est propositum.

Eucl. ex Zamb. Theorema. 1. Propositio. 1

¶ Si fuerint qualibet magnitudines quarūlibet magnitudinum æqualium numero singulæ singularum æque multiplices: quotuplex est vnus vna magnitudo totuplices erunt & omnes omnium.

¶ THEON ex Zamb. ¶ Sint quælibet magnitudines a, b, c, d: quarūlibet magnitudinum e, f, æqualium numero æque multiplices / singulæ singularū. Dico q; quotuplex est a b ipsius e: totuplices erunt a b & c d, ipsarum e, f. Quoniam enim æque multiplex est a b ipsius e, & c d ipsius f: quotuncq; igitur magnitudines sunt in a b æquales ipsi e, totidē & in c d sūt æquales ipsi f. Dirimatur quidē a b, in magnitudines æquales ipsi e, hoc est a g & g b: & c d in ipsi f æquales magnitudines / hoc est c h, & h d. Erit nimirum multitudo ipsarum c h & h d: multitudini ipsarū a g & g b æqualis. Et quoniā æqualis est a g ipsi e, & c h ipsi f: & a g & c h, ipsi e, f sūt æquales. & per hoc quoniā æq; is est g b ipsi e, et h d, ipsi f: & g b & h d ipsi e, f. Quotuncq; igitur sūt in a b æquales ipsi e: tot & in ipsis a b & c d, sunt æqualia ipsi e, f. Si fuerint igitur quælibet magnitudines quarūcunq; magnitudinum æqualium numero singulæ singularū æque multiplices: quotuplex est vna magnitudo vnus / totuplices erunt & omnes omnium. q; demonstrasse oportuit.

Eucl. ex Camp.

Propositio. 2

¶ Si fuerint sex quantitates quarum prima ad secundam atq; tertia ad quartam æque multiplices / quinta vero ad secundam atq; sexta ad quartam æque multiplices: totum primæ & quintæ ad secundam / totumq; tertiæ & sextæ ad quartam æque multiplicia esse conueniet.

¶ CAMPANVS. ¶ Sint sex quantitates: a prima / b secunda / c tertia / d quarta e quinta / f sexta. Sintq; a & c: æque multiplices ad b / & d. Itemq; e, & f: sint æque multiplices ad easdem. Dico q; sicut totum aggregatū ex a & e, est multiplex ad quantitatem b: ita totum aggregatum ex c & f, est multiplex ad quantitatem d. Nam quia numerus secundum quem b continetur in a, est æqualis numero secundum quem d continetur in c, similiter quoq; numerus secundum quem b continetur in e, est æqualis numero secundum quem d continetur in f: erit per communem scientiam quæ est si æqualibus æqualia addantur & tota quoq; erūt æqualia / numerus secundum quē b continetur in aggregato ex a & e, æqualis numero secundum quem d continetur in aggregato ex c & f. quare sicut aggregatum ex a & e: est multiplex ad b: ita aggregatum ex c & f, est multiplex ad d. quod est propositum.

Eucl. ex Zamb. Theorema. 2

Propositio. 2

¶ Si prima secundæ æque fuerit multiplex & tertia quartæ / fuerit autē & quinta secundæ æque multiplex & sexta quartæ: & composita prima & quinta, secundæ æque multiplex erit / & tertia & sexta quartæ.

THEON ex Zamberto. ¶ Prima inq̃ a b, secundæ c æque multiplex esto: & tertia d e, ipsius f quartæ, sit autem & quinta b g. secundæ c æque multiplex: & sexta e h, ipsius f quartæ. Dico q̃ composita prima & quinta a g, ipsius c secundæ æque multiplex erit: & tertia & sexta d h, ipsius f quartæ. Quoniam enim æque multiplex est a b ipsius c, & d e ipsius f quot magnitudines igitur sunt in a b, æquales ipsi c, totidem magnitudines sunt in d e, æquales ipsi f. ac per hoc & quot sunt in b g, æquales ipsi c: tot etiam sunt in e h, æquales ipsi f. Quot igitur sunt i tota a g, æquales ipsi c: tot sunt in tota d h, æquales ipsi f. Quotuplex igitur ē a g, ipsius c: p̃cedens totuplex est d h, ipsius f. Et composita igitur prima & quinta a g, ipsius c secundæ æque erit multiplex: & tertia & sexta d h, ipsius f quartæ. Si prima igitur secundæ æq̃ fuerit multiplex & tertia quartæ: fuerit autem & quinta secundæ æque multiplex & sexta quartæ: & composita prima & quinta secundæ æque multiplex erit: & tertia & sexta quartæ, quod demonstrasse oportuit.

Eucl. ex Camp.

Propositio 3.

I fuerint primum secundū & tertium quartū æque multiplicia: ad primum vero & tertium multiplicia sumantur æquales: erunt multiplex primi ad secundum: atq̃ multiplex tertij ad quartum æque multiplicia.

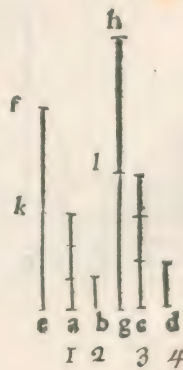
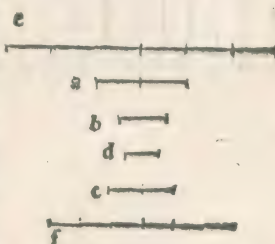
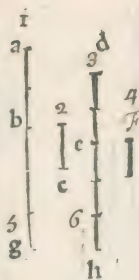
CAMPANVS. ¶ Sint sex quantitates: a prima / b secunda / c tertia / d quarta / e quinta / f sexta. sintq̃ a ad b & c ad d, itemq̃ e ad a & f ad c: æq̃ multiplices. Dico q̃ sicut e est multiplex ad b: ita f ad d. Diuidatur enim e secundum quantitatem a sui submultiplicis: & f secundum quantitatem c. eritq̃ propter æqualitatem partium e ad a, & partium f ad c, ut quælibet partium e sit ita multiplex ad b: sicut quælibet partium f ad d. Quia ergo sicut prima pars e est multiplex ad b ita prima pars f est multiplex ad d, itemq̃ sicut secunda pars e est multiplex ad b ita secunda f ad d: erit per præmissā ut aggregatū ex duabus primis partibus e sit ita multiplex ad b, sicut aggregatū ex duabus primis partibus f ad d. Et quia rursus tertia pars e (si sit aliqua tertia pars) est ita multiplex ad b sicut tertia f ad d: erit per eādem ut totum aggregatū ex tribus primis partibus e sit ita multiplex ad b, sicut totum aggregatū ex tribus primis partibus f ad d. Sicq̃ si plures fuerint partes e & f componendo semper sequentem cum aggregato ex prioribus: concludes q̃ sicut e est multiplex ad b, ita f ad d per præmissam totiens sumptam quot fuerint partes in e aut in f, minus vna, sicq̃ patet propositum.

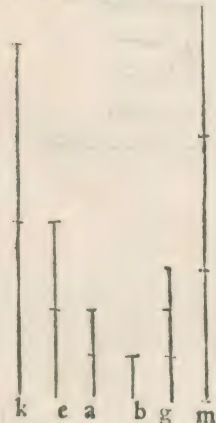
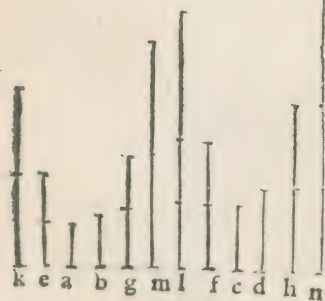
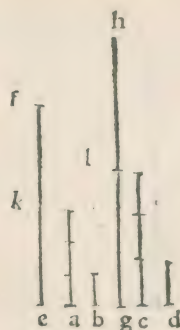
Eucl. ex Zamb. Theorema 3.

Propositio 3.

Si primum secundū æque fuerit multiplex & tertium quartū sumantur autem æque multiplicia primi & tertij: & æque sumptorum vtrumq̃ vtriusq̃ æque erit multiplex, alterum quidem secundū alterū autem quartū.

THEON ex Zamberto. ¶ Primū inq̃ a, secundū b, æque sit multiplex: & tertium c, ipsius d, quartū sumanturq̃ ipsorum a, c: æque multiplicia e f, & g h. Dico q̃ æque multiplex est e f, ipsius b: & g h, ipsius d. Quoniam enim æque multiplex est e f ipsius a, & g h ipsius c: quot igitur sunt magnitudines æquales in e f, ipsi a, tot etiā sunt magnitudines in g h, æquales ipsi c. Dirimatur quidem e f, in magnitudines æquales ipsi a: hoc est e k, & k f. & g h, i æquales ipsi c: hoc est g l, & l h. erit vtrq̃ æqualis multitudo ipsorum e k, & k f: multitudini ipsorum g l, & l h. Et quoniam e q̃ multiplex est a ipsius b, & c ipsius d, æqualis autem est e k ipsi a, & g l ipsi c: æque igitur est multiplex e k ipsius b, & g l ipsius d. Ac per hoc iam æque multiplex est k f, ipsius b: & l h, ipsius d. Quoniam igitur primum e k ipsius b secundū æque est multiplex & tertium g l ipsius d quarta





EV.

GEO.

ELE.

si/est autem & quintum k f ipsius b secundi æque multiplex & sextū l h ipsius d quarti: & compositum igitur per 2 quinti primum & quintū e f ipsius b secundi æque est multiplex/ & tertium & sextum g h ipsius d quarti. Si primum igitur secundi æque fuerit multiplex & tertū quarti sumanturq; primi & tertij æque multiplicia: & æque sumptorum vtrūq; vtriusq; æque erit multiplex/alterum secundi/ alterū autem quarti. quod oportebat demonstrare.

Eucl. ex Camp.

Propositio 4.

Si fuerit proportio primi ad secundum sicut tertij ad quartum/ ad primum autem et tertium æque multiplicia assignentur itemq; ad secundum & quartum multiplices æquales: erunt assignatæ multiplices eodem ordine proportionales.

CAMPANVS. Sit proportio a primi ad b secundū: sicut c tertij ad d quartū. sumanturq; e ad a, & f ad c, æque multiplicia: iteq; g ad b, & h ad d, æque multiplicia. Dico q; proportio e ad g: est sicut f ad h. Summam k ad e, & l ad f, æq; multiplicia: iteq; m ad g, & n ad h, æq; multiplicia. Et quia e et f sunt æque multiplicia ad a et c, itemq; k et l æque multiplicia ad e et f: erunt per præmissam k et l, æque multiplicia ad a et c, per eandem quoq; erunt m et n: æque multiplicia ad b et d. Quare per conuersionem diffinitionis incōtinuæ proportionalitatis/ k ad m, et l ad n: similiter se habebunt in addendo/ diminuendo et æquando. Quia ergo k et l sunt æque multiplicia ad e et f, itemq; m et n æque multiplicia ad g et h: erit per diffinitionem incōtinuæ proportionalitatis/ proportio e ad g sicut f ad h. quod est propositum.

Eucl. ex Zamb. Theorema 4.

Propositio 4.

Si primum ad secundum eandem habuerit rationem/ & tertium ad quartum: & æque multiplicia primi & tertij ad æque multiplicia secundi & quarti iuxta quamuis multiplicationem/ eandem habebunt rationem sumpta adinuicem.

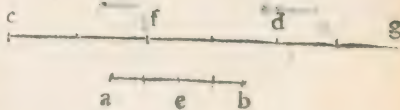
THEON ex Zamb. Primū enī a ad scdm b eadē habeat rōnē: quā tertij c ad quartū d. Et sumantur qdē ipsorū a, c: æque multiplicia, e, f: et ipsorū b, d, alia vtrūq; multiplicia, g, h. Dico q; sicut se habet e ad ipsū g: sic se habebit f ad ipsū h. Sumant enī ipsorū e, f, æq; multiplicia k et l: et ipsorū g, h, alia quæ vtrūq; sint æq; multiplicia/ hoc est m et n. Et quoniam æque multiplex est e ipsius a, et f ipsius c, suscipianturq; ipsorū e, f, æque multiplicia k et l: igitur k per 3 quinti æque multiplex est ipsius a, et l ipsius c. et propterea/ æque multiplex est quoq; m ipsius b: et n ipsius d. Et quoniam est vt a ad b sic c ad d, et sumantur ipsorum a, c, æque multiplicia k, l, ipsorum autem b, d, alia quæ vtrūq; sunt æque multiplicia/ hoc est m, n: (si enī excedit k ipsū m: excedit & l ipsū n, & si æquale: æquale. & si minus: minus) p 6 diffinitionem in eadē ratione magnitudines esse dicuntur. Sunt autem k, l, ipsorum e, f, æque multiplicia: & m, n, ipsorum g, h, alia quæ vtrūq; æque multiplicia sunt. Est igitur vt e ad g: sic f ad h. Si primum igitur ad secundum eandem habuerit rationem & tertij ad quartum: & æque multiplicia primi & tertij ad æque multiplicia secundi & quarti iuxta quamuis multiplicationem/ eandem rationem habebunt sumpta adinuicem/ per 6 diffinitionem quiti. Quod oportebat demonstrare.

LEMMA siue assumptio. Quoniam igitur demonstratum est q; si excedit k ipsum m excedit quoq; & l ipsum n, & si æquale æquale/ & si minus minus/ manifestū autē est q; si m ipsū k excedit & n excedit ipsū l, & si æquale æquale/ & si minus minus/ ac per hoc erit vt g ad e sic h ad f: (CORRELARIUM) hinc manifestum est q; si quattuor magnitudines proportionales fuerint: & econtra quoq; proportionales erunt.

Si fuerint duæ quantitates quarum vna sit pars alte-
rius/minuaturq; ab vtraq; ipsarū ipsa pars erit re-
liquum reliquo atq; totum toti æque multiplex.

¶ Vel sic. minuaturq; ab vtraq; ipsarum/ipsa pars aliquot a:
erit reliquum reliqui tota pars quota totum totius.

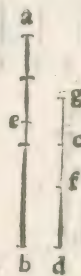
¶ CAMPANVS. ¶ Sit quantitas a b tota pars quantitatis c d, quota est
e b ipsius a b: minuaturq; a b ex quantitate c d, & sit residuū f c, eritq; f d
æqlis a b. similiter quoq; minuatur e b ex quantitate a b: sitq; residuū e
a. Dico q; quota pars est quantitas a b quantitatis c d: tota est quanti-
tas a e quantitatis c f. Cum enim f d sit æqualis a b: erit f d ita mul-
tiplex e b, sicut c d est multiplex a b. ponam itaq; d g ita multiplicem
a e: sicut f d est multiplex e b. eritq; ex prima huius/quantitas f g ita mul-
tiplex a b: sicut f d est multiplex e b. & quia sic fuit c d multiplex a b,
sicut f d fuit multiplex e b: erit vtraq; duarū quantitatum c d, f g, æque
multiplex quantitatis a b. quare per communem scientiam: c d & f g
sunt æquales adinuitem. dempta igitur ab vtraq; earum/quantitate f d:
erit c f æqualis d g. Et quia d g fuit ita multiplex a e sicut f d, e b, &
ideo sicut a b, e b, quare & sicut c d, a b: erit c f ita multiplex a e, sicut
tota c d totius a b. quod est propositum.



Eucl. ex Zamb. Theorema 5. Propositio 5.

Si magnitudo magnitudinis æque fuerit multiplex & ab-
lata ablata: & reliqua reliquæ erit multiplex quotuplex to-
ta totius est multiplex.

¶ THEON ex Zamb. ¶ Magnitudo in q̄ a b, magnitudinis c d æque
multiplex esto atq; & ablata e, ablata e f. Dico q; & reliqua e b, reliq̄
d f æq̄ erit multiplex: quotuplex tota a b totius c d est multiplex. Quo-
tuplex est æ ipsius c f: totuplex fiat e b ipsius c g. Et quoniam per pri-
mam huius/æque multiplex est a e ipsius c f, & a b ipsius c g: æque igitur est
multiplex a b, vtriusq; ipsorum g f & c d. æqualis igitur est g f ipsi c d.
Communis auferatur c f, reliqua igitur g c: reliquæ d f est æqualis. Et
quoniam æque multiplex est a e ipsius c f, & e b ipsius c g, æqualis
autem est g c ipsi d f: æque igitur est multiplex a e ipsius c f, & e b ip-
sius f d. Æque autem ponitur multiplex: a e ipsius c f & a b ipsius
c d. æque igitur est multiplex e b ipsius f d: & a b ipsius c d. Et reli-
qua igitur e b, reliquæ f d æque multiplex erit: quotuplex est tota a b
totius c d. Si magnitudo igitur magnitudinis æque fuerit multiplex
& ablata ablata: & reliqua reliquæ æque multiplex erit: quotuplex est to-
ta totius. Quod demonstrasse oportuit.

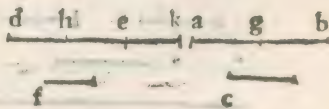


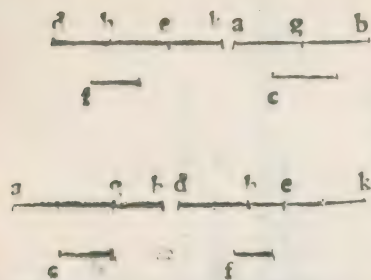
Eucl. ex Camp.

Propositio 6.

Si fuerint duæ quantitates ad alias duas æque multi-
plices/duæq; minores a duabus maioribus vtraq;
a sua multiplice subtrahantur: erunt duo reliqua
earundem partium æque multiplicia/aut eis æqualia.

¶ CAMPANVS. ¶ Sint quantitates a b ad c, & d e ad f: æque multipli-
ces. subtrahanturq; ex a b: & ex d e. & sint residua ex a b qd̄ a g: ex d e,
qd̄ h. eritq; g b æqlis c: & h e æqlis f. dico q; duo residua a g & d h erūt æq̄-
lia duabus quantitatibus c & f: aut eis æq̄ multiplicia. Sit ergo primo a g:
i. j.





GEO.

ELE.

EV.

æqualis c. dico qd d h est æqualis f. Sumā enī quātitatē e k æqualem f. eritq; per præmissas hypothesēs vt toties f sit in h k : quoties c in a b. quare sicut a b est multiplex c : ita h k est multiplex f. sed sic etiam d e erat multiplex eiusdem f. erit igitur per communem scientiam h k æqualis d e. depta igitur cōmuni earum quātitatē h e erit d h æqualis f. quod est propositum. ¶ Si autem a g sit multiplex c : ponam vt e k sit æque multiplex f. eritq; vt prius vt toties f sit in h k : quoties c in a b. sed toties erat etiam in d e. erit igitur vt prius d e æqualis h k : & d h, e k. quare sicut a g est multiplex c : ita d h est multiplex f. quod est propositum. ¶ Aliter idem. Cum secundū eundem numerum contineat quantitas a b quantitatē c secundū quem quantitas d e quantitatē f, demptaq; ab eo vnitate remaneat vnitas vel numerus secundum quē a g continet c, & secundum quē d h continet f : pater quantitates a g & d h, esse æquales aut æque multiplices quantitatibus c & f.

Eucl. ex Zamb.

Theorema 6. Propositio 6.

¶ Si duæ magnitudines duarum magnitudinum æque fuerint rē multīplices : & ablata aliquæ earum æque fuerint multīplices : & reliquæ eisdem vel æquales sunt / vel æque ipsarum multīplices.

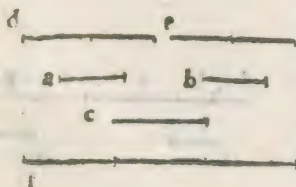
¶ THEON ex Zamberto. ¶ Duæ inq; magnitudines a b, c d : duarum magnitudinum e & f, æque sint multīplices. & ablata aliquæ a g, & c h : earundem e & f æque sint etiam multīplices. Dico qd & reliquæ g b & h d : eisdem e & f, aut sunt æquales / aut earum a que multīplices. Sit enim primum : g b ipsi e æquale. Dico qd & h d : ipsi f est æquale. Ponatur inq; ipsi f : æqualis c k. Quātam æque multiplex est a g ipsius e, & c h ipsius f, æqualis autem est g b ipsi e, & k c ipsi f : æque igitur est multiplex a b ipsius e, & k h ipsius f. Aque igitur ponitur multiplex a b ipsius e : & c d ipsius f. Aque igitur est multiplex k h ipsius f : & c d ipsius f. Quātiā igitur vtrāq; ipsarum k h & c d, ipsius f æque est multiplex : æqualis igitur per primam cōmūnem sententiā est k h ipsi c d. Communis auferatur c h. reliqua igitur k c : reliquæ h d & est æqualis. Sed si ipsi k c est æqualis. & ipsi h d igitur : f est æqualis. sicut igitur g b æqualis est ipsi e : & d h ipsi f erit æquale. Similiter quoq; ostendimus qd & si multiplex fuerit g b ipsius e : tam multiplex erit & h d ipsius f. Si duæ igitur magnitudines duarum magnitudinum æque fuerint multīplices : & ablata aliquæ earū dē æque fuerint multīplices : & reliquæ eisdem aut æquales / aut earum æque multīplices erunt. Quod demonstrare oportebat.

Eucl. ex Camp.

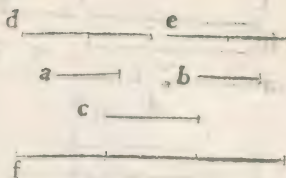
Propositio 7.

¶ Si duæ quantitates æquales ad quamlibet comparatur : earum ad illam erit vna proportio. itemq; ad illas proportio illius : vna est.

¶ CAMPANVS. ¶ Sint duæ quantitates a, b, æquales : quæ comparantur ad quamlibet tertiam vt ad c. dico qd eadē est proportio a ad c, & b ad c : itemq; eadem c ad a, & c ad b. Primum sic probatur. Cum enim c sit consequens ad a primam : & ad b tertiam : ipsa erit in ratione secundæ & quartæ. Sumam igitur d ad a primam : & e ad b tertiam : æque multīplices. & sumam f : quamlibet ex multīplicibus c, quæ est secunda & quarta. Et quia a & b quarū sunt æque multīplices d & e, posita sunt æquales : erit vt si d diuidatur scdm quantitatē a, & e secundū quantitatē b, q partes vtrōq; sūt numero & quātitate æqles. numero qdē : per hypothesin propter æq̄litatē multīplicatiōis vtrōq; quantitate autē : per hāc cōmūne sciētiā quoties oportuit repetitā / q̄ eidē sunt æq̄lia sibi inuicē



sunt æqualia. Quia igitur prima ex partibus d est æqualis primæ ex partibus e, & secunda secundæ / & cæteræ cæteris / suntq; tot partes in d quot sunt in e: erit per primam huius / d æqualis e. Quare per cōmunem sciētiā / si duæ quantitates æquales comparētur ad aliam tertiam: aut amba quantitates d & e sunt similiter maiores f, aut similiter minores / aut sibi æquales, igitur ex diffinitione continuæ proportionalitatis / quæ est proportio a primæ ad c secundam: eadem est b tertie ad c quartam, quod est propositum. ¶ Secundum eodem modo probabis ordine conuerso, ut c ponatur prima & tertia: a vero secunda / b quarta. Cum vero quantitas f, quæ est æque multiplex primæ & tertie / sit aut similiter maior quantitatibus d & e quæ sunt æque multiplices secundæ & quartæ / aut similiter minor / aut eis æqualis: erit per eandem diffinitionem / proportio c primæ ad a secundam sicut c tertie ad b quartam. Quod est propositum secundum.

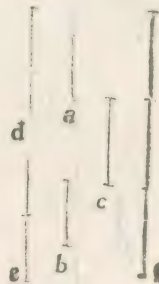


Eucl. ex Zamb.

Theorema 7. Propositio 7.

7 ¶ Aequales: ad eandem / eandem / habent rationem. & eadem: ad æquales.

¶ THEON ex Zamb. ¶ Sint æquales magnitudines a, b: alia autē utriusq; magnitudo c. Dico q; utraq; ipsarū a, b: ad ipsā c, eadē habet rationem. & c: ad utraq; ipsarū a, b. Sumatur per 3 quinti / ipsarū a, b, æq; multiplices: sintq; d, e. ipsius autem c, alia utcunq; multiplex: sitq; f. Quoniam igitur æque multiplex est d ipsius a, & e ipsius b, æqualis autem est a ipsi b: æqualis igitur est per primam cōmunem sententiam, & d ipsi e. Alia autem utcunq; f, si excedit autem d ipsum f: excedit & e ipsum f, & si æqualis: æqualis. & si minor: minor. Sunt quidem d, e, ipsarū a, b æque multiplices: & ipsius c alia utcunq; multiplex. Est igitur ut a ad c: sic b ad c. ¶ Dico itaq; & c: ad utraq; ipsarū a, b, eadē habet rationem. Eisdem namq; dispositis: similiter ostēdemus q; æqualis est d ipsi e, aliud autē quod est f. Si igitur excedit f, ipsum d: & excedit ipsū e, & si æqualis: æqualis. & si minor: minor. At f ipsius c multiplex est, & d, e, ipsarū a, b, alia quæ utcunq; sunt æque multiplices. Est igitur sicut c ad a: sic est c ad b. Aequales igitur ad eandem: eandem habent rationem. & eadem: ad æquales, quod fuerat demonstrandum.

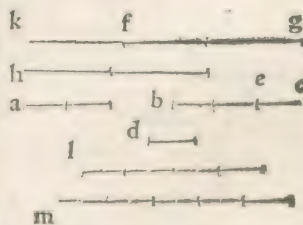


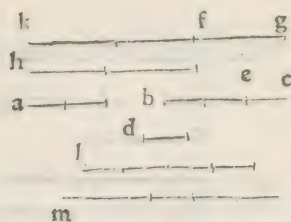
Eucl. ex Camp.

Propositio 8.

8 ¶ Si duæ quantitates inæquales ad vnam quantitatem proportionentur: maior quidem maiorem / minor vero minorem obtinebit proportionem. Illius autē ad illas / ad minorem quidem proportio maior: ad maiorem vero minor erit.

¶ CAMPANVS. ¶ Sint duæ quantitates inæquales a & b c: sitq; maior b c. & proportionentur ad eandē quantitatem quæ sit d. dico q; maior est proportio b c ad d: q; a ad d. & q; e contrario maior est d ad a: q; d ad b c. Primum sic probatur. Ponam c b æqualem a. & multiplicabo totiens e: q; proueniat quantitas maior d. sitq; f g. & sumam k f ita multiplicem b c, & similiter h ita multiplicem a: sicut f g est multiplex e c. eritq; per primam huius / h ita multiplex a: sicut k g est multiplex b c. erit etiam h æqualis k: propter hoc q; earum submultiplices q; sit a & b c, posite sūt æqles. Ponā quoq; q; h nō sit minor d: sed æqlis / aut maior, toties enī multiplicabo vnāquāq; triū quantitatū e c, b e, & a, æqliter: q; f g multiplex e c proueniat maior d, & q; h multiplex a nō proueniat minor eadē, deinde toties multiplicabo d: q; proueniat quantitas maior h. sitq; m prima quantitas multipliciū d q; sit maior h. sub q; sumā maximā i. ij.





GEO.

ELE.

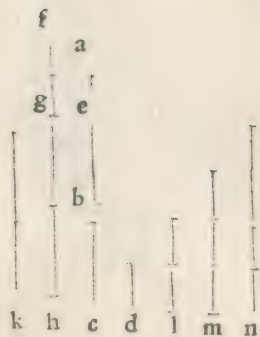
EV.

mam multiplicem d: aut sibi æqualem si m est prima in ordine multiplicium d, quæ sit l. eritq; vt l non sit maior h. & constabit m ex d & h: propter id q; omne multiplex constat ex proximo præcedenti multiplici & simplo/vt triplum ex duplo & simplo/excepto primo multiplici quod constat ex bis simplo. Quia ergo h est æqualis k si non erit k f minor l. itaq; k f & d: non efficient minus q; l & d. quare non efficient minus q; m. & quia f g est maior d: erit k g maior q; m. Intelligo igitur quantitatem b c primam/d secundam/a tertiam /d quartam. & quia ad primam & tertiam sumpta sunt æque multiplicia videlicet k g & h, similiter quoq; ad secundam & quartam æque multiplicia immo idem in ratione duorum quod est m, & addit k g multiplex primæ super m multiplex secundæ/nō addit autem b multiplex tertie super m multiplex quartæ: erit per diffinitionem maioris impropotionalitatis/ maior proportio b c primæ ad d secundam q; a tertie ad d quartam. quod est primum. ¶ Secundum probabis per eandem diffinitionem conuerso ordine. vt d sit prima & tertia: a secunda/ b c quarta. addit enim m multiplex primæ/ super b multiplicem secundæ: non addit autem m multiplex tertie super k g multiplicem quartæ. quare maior est proportio d ad a: q; d ad b c. quod est secundū. ¶ Ex huius autem demonstrationis modo/ patet sufficientia diffinitionis maioris impropotionalitatis: quam posuit author in principio huius quinti. Nūq; enim est maior proportio primæ quatuor quintarū ad secundam q; tertie ad quartam: quin contingat aliqua æque multiplicia ad primam & tertiam reperiri. quæ cum relata fuerit ad aliqua æque multiplicia secundæ & quartæ: inuenietur multiplex primæ addere super multiplex secundæ/ non autē multiplex tertie super multiplex quartæ. Hæc autem multiplicia sic reperiemus: sicut demonstrabimus infra supra 12 huius.

Eucl. ex Zamb.

Theorema s. Propositio s.

¶ In æqualium magnitudinum maior. ad eandem / maiorem rationem habet: q; minor. & eadem ad minorem/ maiorem rationem habet: q; ad maiorem.



¶ THEON ex Zambetto. ¶ Sint inæquales magnitudines/ a, b, & c: & sit maior a b, ipsa c. Alia autem vtcunq; sit vt d. Dico q; a b ad d, maiorem rationem habet: q; c ad d. & d ad c, maiorem rationem habet: q; ad a b. Quoniā enī maior est a b, ipsa c: ponatur c æqlis ipsi b e. minor iā ipsarū a e & e b multiplicata: maior fiat ipsa d. Sit primum a e minor ipsa e b. Et multiplicet a e: quoad qd fiet/ maius sit ipso d. & sit illius multiplex f g: quod maius est q; d. Et q; multiplex est f g ipsius a e: tam multiplex esto g h ipsius e b, & k ipsius c. & sumatur ipsius d duplum: sitq; illud l. triplum postmodum: sitq; illud m. & deinceps vno plus: quoad sumprum multiplicans fiat ipsius d primo maius q; k. sumaturq; & sit n quadruplum ipsius d primo maius q; k. Quoniam igitur k ipso n, primo est minor: k igitur ipso m nō est minor. Et quoniam æque multiplex est f g ipsius a b, atque eque multiplex est f g ipsius a e: & k ipsius c: æque igitur est multiplex/ per 1 quinti/ f h ipsius a b, & k ipsius c. Igitur f h & k, ipsarum a b & c, æque sunt multiplices/ per eandem. Rursus quoniā æque est multiplex g h, ipsius e b, & k ipsius c, æqualis autē est e b ipsi c: æqualis igitur est & g h ipsi k. At k ipsa m non est minor. neq; igitur h: ipsa m est minor. Maior autem est f g: ipsa d. tota igitur f h: simul ambabus d & m maior est. Sed ambæ d & m, ipsi n sunt æquales: quandoquidem m, ipsius d triplum est/ ambæ autem m & d/ ipsius d quadruplices sunt. est autem n: ipsius d quadruplum. ambæ igitur m & d: ipsi n sunt æquales. Sed f h: ipsi m & d maior est. igitur f h: ipsi n excedit. Sed k: ipse sum n non excedit. & f h & k: æque multiplices sunt ipsarum a b & c. & n: ipsius d aliud est vtcunq; multiplex. Igitur a b, ad d, maiorem

k excedit: & n ipsum f h non excedit, & est quidē n: ipsius d multiplex. Sunt autem f h & k: ipsarum a b & c, aliæ vtrūq; eque multiplices. Igitur d ad c, maiorem rationē habet: q̄ d ad a b. ¶ Sed iam a e: maior esto ipsa e b, iam minor e b multiplicata: maior fiat ipso d. Multiplicetur, & esto g h multiplex quidē ipsius e b: maior autem ipso d. Et q̄ multiplex est g h ipsius e b: tam multiplex fiat & f g ipsius a e, & k ipsius c, similiter ostendimus q̄ f h & k: ipsarum a b & c æque sunt multiplices. Sumaturq; similiter n multiplex quidem ipsius d: primo maior ipsa f g, quare rursus f g, ipsa m nō est minor: maior autem est g h, ipsa d. Tota igitur f h: ipsas d, m, hoc est ipsam n excedit, & k ipsum n nō excedit. Quoniā & f g maior existens ipsa g h, hoc est ipsum k ipsum n non excedit: pariterq; superiora cōsequenti demonstratōnem conficiemus. Inæqualium igitur magnitudinum maior ad eandem/maio rem rationem habet: q̄ minor, & eadem ad minorem/maio rem rationem habet: q̄ ad maiorem. Quod demonstrasse oportuit.

Eucl. ex Camp.

Propositio 9.

9 **S**i fuerit aliquarum quantitatū ad vnam quantitatem proportio vna: ipsas esse æquales. Si vero vnus ad eas proportio vna: ipsas æquales esse necesse est.

¶ CAMPANVS. ¶ Sit duarum quantitatū a & b: proportio vna ad c. dico eas esse æquales. & si e conuerso fuerit eadem proportio c ad vtrāq; earū: adhuc dico eas esse æquales, hæc est conuersa septimæ huius. Primum sic patet. Si enim non sunt æquales: sed altera earum maior/vt pote a: erit per primam partē præmissæ: maior proportio a ad c, q̄ b ad c, q̄d est contra hypothesin. Secundum quoq; patet, quia si a est maior b: erit per secundam partem præmissæ: maior proportio c ad b q̄ ad a, quod est etiam contra hypothesin.

Eucl. ex Zamb.

Theorema 9. Propositio 9.

9 **Q**uæ ad eandem/eandem habent rationem: æquales ad inuicem sunt, & ad quas eadem/eandem habet rationē: ipsæ sunt æquales.

¶ THEON ex Zamb. ¶ Habeat inq; vtrāq; ipsarum a, b: ad c, eandem rationem. Dico q̄ æqualis est a ipsi b. Si autem nō: vtrāq; ipsarum a, b, ad ipsam c, eandē non habet rationem/per 8 quinti, habet autē æqualis igitur est a: ipsi b. Habeat rursus c: ad vtrāq; ipsarum a, b, eandē rationem. Dico q̄ æqualis est a ipsi b, si autem non: ipsa c ad vtrāq; ipsarum a, b, nō habet eandē rationem, habet autem æqualis igitur est a ipsi b. Quæ ad eandem igitur/eandem habent rationem: ad inuicē sunt æquales, & ad quas eadem/eandem habet rationem: ipsæ sunt æquales. Quod demonstrandum fuerat.

Eucl. ex Camp.

Propositio 10.

10 **S**i fuerit vnus quantitatis ad quantitatem vnā proportio maior: quantitatem maiorem esse. Si vero vnus ad eandem proportio maior: minorem esse necesse est.

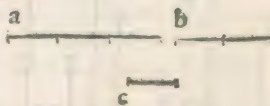
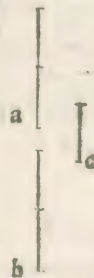
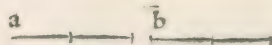
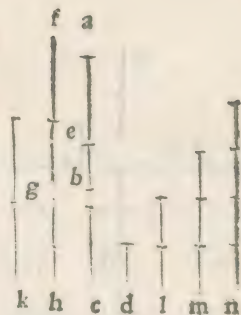
¶ CAMPANVS. ¶ Si fuerit maior proportio a ad c q̄ b ad c: dico a esse maiorem b, & si fuerit maior c ad b q̄ c ad a: adhuc dico a esse maiorem b. Hęc est conuersa 8. Primum: patet per primā partem 7 & per primam 8, nam per primam partem septimæ: non erit a æqualis b, nec etiā minor: per primā octauæ. Secūdu vero: patet ex secūdis partibus earūde.

Eucl. ex Zamb. Theorema 10.

Propositio 10.

10 **A**d eandē rōnē habētū/maiorē rationē habēs: illa maior est, ad quā autē eadē maiorē rationē habet: & illa minor est.

i. iij.



THEON ex Zamberto. **H**abeat enim a ad c , maiorem rationem: g b ad c . Dico q a : maior est ipsa b . Si autē non: aut est a ipsi b æqualis/ aut ea minor, æqualis autem minime est: a ipsi b , vtrāq; etenim ipsarū a, b : ad c , eādem rationem haberet/ per 9 quinti. non habet autem. igitur a : ipsi b , minime æqualis est. Neq; etiam minor est a : ipsa b , nam a ad ipsum c minorem rationem haberet: g b ad c , per 8 quinti. nō habet autem. igitur a : ipsa b minime minor est. Oñsum autem est: q neq; æqualis est. maior igitur est a : ipsa b . **H**abeat rursus c ad b maiorem rationem: g c ad a . Dico q minor est b ipsa a . Si autem non: aut est ei æqualis/ aut ea minor. æqualis quidem nō est: b ipsi a . Nā c ad vtrāq; ipsarū a, b , eandem haberet rationem/ per 6 quinti. non habet autem. Igitur a : ipsi b minime est æqualis. Neq; etiam maior est b ipsa a , nam c ad b minorem rationem haberet: g a ad a , per 8 quinti. non habet autem. Igitur maior non est b ipsa a . patuit autem q neq; æqualis est. minor igitur est b ipsa a . Ad eandem igitur rationem habentium/ maiorem rationem habens: maior est, & ad quam eandem maiorem rationē habet: ipsa minor est. Quod erat demonstrandum.

Eucl. ex Camp.

Propositio 11.



Ifuerint quantitatum proportionēs alicui vni æquales: ipsas quoq; proportionēs sibi inuicem æquales esse necesse est.

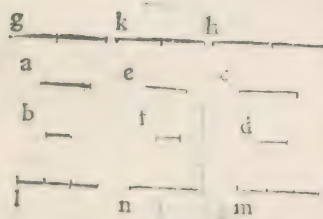
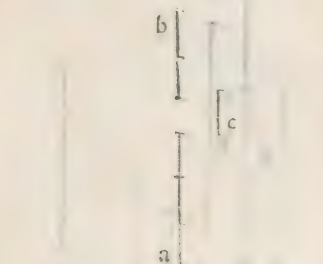
CAMPANVS. **P**ropositionem hanc quā Euclides in principio primi annuerat inter cōmunes animi conceptiones / quæ eidem sunt æqualia sibi quoq; sunt æqualia/ prout de quantitibus intelligitur: hic demonstrat prout proportionibus accommodatur. **S**it ergo vtrāq; duarum proportionum quæ sūt a ad b , & c ad d : æqualis proportioni quæ est e ad f . Dico proportionēs quæ sunt a ad b & c ad d : sibi inuicem esse æquales. Sumam enim g ad a , & h ad c , & k ad e , æque multiplices: itemq; l ad b , & m ad d , & n ad f , æque multiplices. Et quia per hypothēsī proportio c ad f est sicut a ad b , & similiter sicut e ad d : erit per conuersionē diffinitionis incontinuae proportionalitatis bis sumptā si k addit super n : g addat super l , & h super m . & si k minuit ab l , & h ab m . & si k est æqualis n : g sit æqualis l , & h æqualis m . Quia igitur g ad l , & h ad m similiter se habent in addendo/ diminuendo & æquando/ mediantibus k & n : erit per diffinitionem incontinuae proportionalitatis/ a ad b sicut c ad d . Quod est propositum.

Eucl. ex Zamb.

Theorema 11. Propositio 11.

Quæ eidem sunt eādem rationes: & adinuicem sunt eādem.

THEON ex Zamberto. **S**int enim sicut a ad b , sic c ad d : sicq; c ad d , sicut e ad f . Dico q est sicut a ad b sic e ad f . Sumantur inq; ipsarū a, c , & æque multiplices: sintq; g, h, k , ipsarū vero b, d, f , aliæ vtrūq; æque multiplices: sintq; l, m, n . Et quoniā est sicut a ad b sic c ad d , & sumuntur ipsarū a, c , æque multiplices g, h , ipsarū autē b, d , aliæ vtrūq; æque multiplices l, m : si igitur excedit g ipsū l , excedit & h ipsū m . & si æquale: æquale. & si deficit: deficit/ per cōuersionē 6 diffinitionis quinti. Rursus quoniā sicut est e ad f sic c ad d , & sumuntur ipsarū c, e , æque multiplices h, k , & ipsarū d, f , aliæ vtrūq; æque multiplices m & n : si igitur excedit h ipsū m , excedit quoq; k ipsū n . & si æquale: æquale. & si minus: minus/ per eandē. Sed si excedit h ipsū m : excedit quoq; & g ipsū l , & si æquale: æquale. & si minus: minus/ per eādem conuersionem. Quare si excedit g ipsū l : excedit & k ipsū n . & si æquale: æquale. & si minus: minus/ per eandē. Sunt autem g, k , ipsarū a, c , æque multiplices: & l, n , ipsarū b, f , aliæ quæ vtrūq; sūt æque multiplices. Est igitur sicut a ad b : sic est e ad f . Quæ igitur eidem eādem sūt rationes: &



ad inuicem sunt eadem per 6 diffinitionem, quod demonstrasse oportuit.
Eucl. ex Camp.

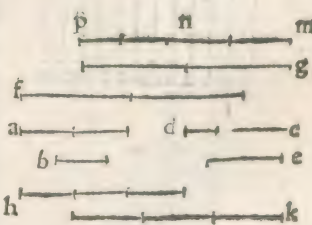
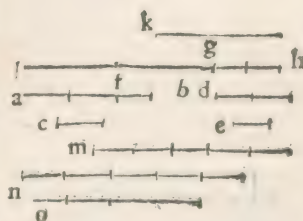
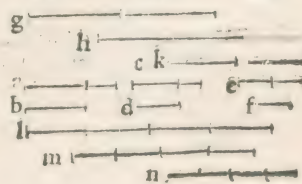
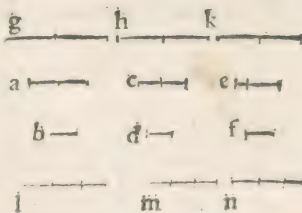
Propositio 12.

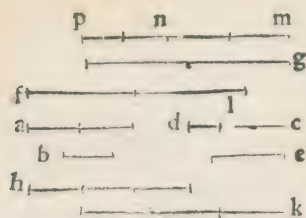
12 **S**i fuerit proportio primi ad secundum sicut tertij ad quartum tertij vero ad quartum maior q̄ quinti ad sextum: erit proportio primi ad secundum maior q̄ quinti ad sextum.

CAMPANVS. Sicut in precedenti quod hic demonstrat in proportionibus: cōceptibile est in quātitatibus. videlicet q̄ si duę quantitates fuerint sibi inuicem æquales: quæcunq; fuerit vna earum maior/eadem maior erit & reliqua. In proportionibus tamen hoc demonstratur. vt si sit proportio a ad b sicut c ad d, c vero ad d sit maior q̄ e ad f: erit quoq; a ad b, maior q̄ e ad f. Sumam enim g ad a, & h ad c, & k ad e: æque multiplices. Itemq; l ad b, & m ad d, & n ad f: æque multiplices. Et quia per hypothesin proportio c ad d est sicut a ad b, & maior q̄ e ad f: erit per conuersionem diffinitionis incontinuae proportionis: nalis si h addit super m, vt g addat super l, & per conuersionem diffinitionis maioris impropotionalitatis: q̄ non sit necesse k addere super n. Quia igitur mediantibus h & m si g addit super l, non est necesse k addere super n: erit per diffinitionem maioris impropotionalitatis: maior proportio a ad b q̄ e ad f. quod est propositum.

CAMPANI additio. Simili quoq; modo probabis: q̄ si sit a ad b sicut c ad d, & c ad d minor q̄ e ad f: erit a ad b minor q̄ e ad f. Cum enim sit c ad d minor q̄ e ad f: maior q̄ c ad d, per conuersionem igitur diffinitionis maioris impropotionalitatis: si k addit super n: non est necesse q̄ h addat super m. sed si h non addit super m: g non addit super l. ergo si k addit super n: non est necesse vt g addat super l. per diffinitionem igitur maioris impropotionalitatis: maior erit proportio e ad f q̄ a ad b. ergo e conuerso minor erit a ad b q̄ e ad f. quod est propositum. Ex modo autem demonstrationis octauae huius / & hac fiet manifestum: q̄ si fuerit primæ quatuor quantitatū ad secundam maior proportio q̄ tertiæ ad quartam: continget reperire aliqua æque multiplicia primæ & tertiæ: quæ cum comparabuntur ad aliqua æque multiplicia secundæ & quartæ: inuenietur multiplex primæ addere super multiplex secundæ: non autem multiplex tertiæ super multiplex quartæ. Quod sic patet. Sit enī maior proportio a ad b: c q̄ d ad e. Ponam ergo vt sit proportio a ad c: sicut d ad e. eritq; per hanc 12 & per 10: a f nūq; nor a b. & sit minor in quātitate f b. quam multiplicabo toties q̄ proueniat quantitas maior c, quæ sit g h: hac conditione vt d toties multiplicata producat quantitatem non minorem e, quæ sit k. tunc ponam vt l g sit ita multiplex a f: sicut g h est multiplex f b, aut k, d. eritq; per primam huius: l h ita multiplex a b: sicut k, d. Deinde ponam q̄ m sit prima quātitas multiplex e: quæ sit maior k. & ponam n ita multiplicem c: sicut m est multiplex e. eritq; per præmissas hypotheses & conuersionem diffinitionis incontinuae proportionalitatis: quantitas n prima multiplicium c, quæ erit maior l g: nec erit l g minor c. Sumā ergo sub n, maximam multiplicium c, aut sibi æqualem si forsan n sit prima multiplicium eius: quæ sit o. constabitq; n: ex o & c. quia ergo l g non est minor o, & g h est maior c: erit l h maior n. quare cum k sit minor m: patet propositum. Conuersam quoq; huius demonstrare possumus. videlicet q̄ si contingit reperire aliqua æque multiplicia primæ & tertiæ: quarum multiplex primæ addat super aliquod multiplex secundæ: & multiplex tertiæ non addat super multiplex quartæ: maior erit proportio primæ ad secundam q̄ tertiæ ad quartam. quod sic probatur. Sint quatuor quantitates: a prima / b secunda / c tertiæ / e quarta. sintq; f ad a, & g ad c d, æque multiplicia: similiter h ad b, & k ad e æque multiplicia: & addat f super b, non addat autem g super k. dico q̄ maior est

i.iiiij.





GEO.

ELE.

EV.

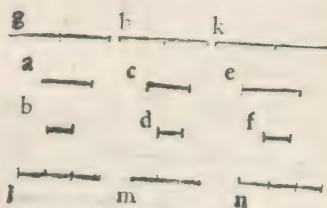
proportio a ad b q̄ c d ad e. Si enī equalis: per conuersionem diffinitionis incōtinuæ proportionalitatis/addet g super k. quod est cōtra hypothesin. Si autē minor: sit cl ad e sicut a ad b. eritq; per huius 10: c l minor c d. & sit minor in quantitate l d. Ponam igitur ut m n sit ita multiplex cl, & n p multiplex l d: sicut f est multiplex a. eritq; per primam huius, m p ita multiplex c d: sicut f est multiplex a. utraq; igitur duarum quantitatum m p & g: est æque multiplex quantitatis c d. ergo ipsæ sunt equalēs. nam hæc illatio: demonstrata est in 7 huius. Et quia g nō est maior k: non erit m p maior eadem. Sed per conuersionem diffinitionis incōtinuæ proportionalitatis m n est maior k: eo q; f est maior h. ergo m n est maior m p. quod est impossibile. Quare relinquitur propositum.

Eucl. ex Camp.

Propositio. 13.



Si fuerint quotlibet quantitatum ad totidem alias proportio vna: erit quoq; quæ proportio vnus ad vnā / eadem proportio harum omnium pariter acceptarum ad omnes illas pariter acceptas.

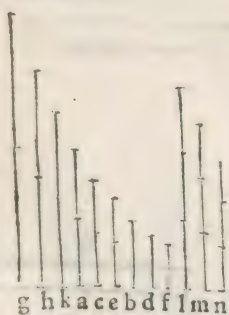


CAMPANVS. ¶ Qd̄ prima proposuit de multiplicibus: hæc propositio: de omnibus proportionibus. vnde hæc est cōmuniō illa: eo q; omnis multiplicitas est proportio / non autem econuerso. Sit igitur a ad b, & c ad d, & eadē vna proportio. dico q; quæ est proportio a ad b: eadem est compositi ex a, c, e, ad compositum ex b, d, f. Sumam g ad a, & h ad c, & k ad e, æque multiplicia: itemq; l ad b, & m ad d, & n ad f, æque multiplicia. eritq; per primam huius / compositū ex g, h, k, ita multiplex compositi ex a, c, e: sicut g est multiplex a. similiter per eandem / compositū ex l, m, n, erit ita multiplex compositi ex b, d, f: sicut l est multiplex b. & per conuersionē diffinitionis incōtinuæ proportionalitatis bis sumptā si g addit super l: & h addit super m, & k super n, & si minuit: minuit. & si æquat: æquat. ergo per communem scientiam / si g addit super l: compositum ex g, h, k, addit super compositum ex l, m, n. & si minuit: minuit. & si æquat: æquat. ergo per diffinitionem incōtinuæ proportionalitatis / proportio a ad b: est sicut compositi ex a, c, e, ad compositum ex b, d, f. quod est propositum.

¶ Hæc sequētes duę ppositiones / 12 sc; & 13 ex Zāberto: duabus pcedētibus ex Cāpano / ppositio postero ordine respōdēt. 12 vnus: 13 alterius.

Eucl. ex Zamb. Theorema 12. Propositio 12.

Si fuerint quolibet magnitudines proportionem habētes: erit sicut vna antecedentium ad vnā consequentiū / sic omnes antecedentes ad omnes consequentes.



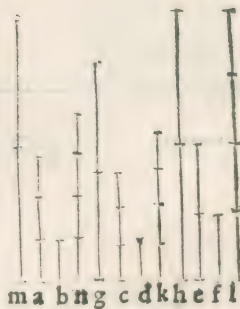
THEON ex Zāber. ¶ Sint quolibet magnitudines pportione habētes a, b, c, d, e, f: sicut a ad b, sic c ad d, & e ad f. Dico q; est sicut a ad b: sic est a, c, e, ad b, d, f. Sumātur itq; q̄q; multiplices ipsarū a, c, e, sintq; g, h, k: & ipsarū b, d, f, aliæ q̄ vtrūq; sint æq; multiplices / sintq; l, m, n. Et quoniam ē sicut a ad b sic c ad d & e ad f, & sumuntur ipsarū a, c, e, æque multiplices g, h, k, & ipsarū b, d, f, aliæ quæ vtrūq; æque multiplices sunt / hoc est l, m, n: si igitur excedit g ipsū l, excedit & h ipsū m, & k ipsū n. & si æquale: æquale. & si minus: minus / per cōuersionē 6 diffinitionis quinti. Quare & si excedit g ipsū l: excedūt & g, h, k, ipsas l, m, n. & si æq̄les: æq̄les. & si miores: miores p eadē. Et ē g qdē, & g, h, k: ipsius a, & ipsarū a, c, e, æq; multiplices. Quare per primā quinti / si fuerit quolibet magnitudines quarūlibet magnitudinū equaliū numero / singulæ singularū æque multiplices: q̄ multiplex est vna vnus magnitudinū: ita multiplices erunt & omnes omnium. Ac per hoc / ita & l, & l m n: ipsius b, & b d f, æque sūt multiplices. est igitur sicut a ad b: sic a c e ad b d f per 6 diffinitionē quinti.

Si fuerint igitur quælibet magnitudines proportionem habentes: erit si
cur una antecedentium ad unam consequentium/ sic omnes anteceden-
tes ad omnes consequentes. quod demonstrandum fuerat.

Eucl. ex Zamb. Theorema 13. Propositio 13.

- 13 ¶ Si prima ad secundam eandem habuerit rationem & ter-
tia ad quartam/tertia autem ad quartam maiorem rationē
habeat q̄ quinta ad sextam: prima quoq; ad secundam ma-
iorem rationem habebit q̄ quinta ad sextam.

¶ THEON ex Zamberto. ¶ Prima enim a ad secundam b, eandem ha-
beat rationem: & tertia c ad quartam d. tertia vero c ad quartam d maio-
rem habeat rationem: q̄ quinta e ad sextam f. Dico q̄ & prima a ad se-
cundam b, maiorem rationem habebit: q̄ quinta e ad sextam f. Quonia
c ad d maiorem rationem habet q̄ e ad f, sunt autem ipsarum c, e, quæ-
dam æque multiples/ & ipsarum d, f, aliæ quæ utrunq; sunt æque mul-
tiplices/ ac multiplex ipsius c excedit multiplicem ipsius d, multiplex au-
tem ipsius e non excedit multiplicem ipsius f: sumantur igitur. & sint ip-
sarum c, e: æque multiples g, h. ipsarum autē d, f: aliæ quæ sunt utrunq;
æque multiples k, l. Quoniam g excedit ipsum k, & h ipsum l non ex-
cedit: & q̄ multiplex quidem est g ipsius c, tam multiplex esto & m ip-
sius a. q̄ multiplex autem est k ipsius d: tam multiplex esto & n ipsius
b. & quonia est sicut a ad b sic c ad d, & sumuntur ipsarum a, c, æque mul-
tiplices m, g, ipsarum autem b, d, aliæ quæ utrunq; sunt æque multipli-
ces n, k: si excedit igitur m ipsam n, excedit & g ipsam k. & si æqualis:
æqualis. & si minor: minor/ per conuersionem sextæ diffinitionis quina-
ti. Excedit autem per constructionem/ g ipsam k. excedit igitur & m ip-
sam n. at h ipsam l non excedit. sunt autem m, h, æque multiples ipsa-
rum a, e: & n, l, ipsarum b, f, aliæ sunt utrunq; æque multiples. Igitur a
ad b, maiorem habet rationem: q̄ e ad f. Si prima igitur ad secundam
eandem habuerit rationem & tertia ad quartam/tertia autem ad quar-
tam maiorem rationem habeat q̄ quinta ad sextam: prima ad secundam
quoq; maiorem rationem habebit/ q̄ quinta ad sextam. quod demon-
strare oportebat.

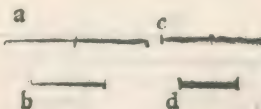


Eucl. ex Camp.

Propositio 14.

- 14 ¶ Si fuerint quatuor quantitates proportionales/ fue-
ritq; prima maior tertia: necesse est secundam quar-
ta esse maiorem. Q̄ si minor: & minorem. si vero
æqualis: & æqualem esse.

¶ CAMPANVS. ¶ Sit proportio a ad b: sicut c ad d. Dico q̄ si a est
maior c: b erit maior d. & si minor: minor. & si æqualis: æqualis. Si enī
a sit maior c: erit per primam partem 8 huius/ maior proportio a ad
d q̄ c ad d. Quare maior erit a ad d: q̄ ad b. ergo per secundam partem
10 huius: b erit maior d. quod est propositum. Q̄ si a sit minor c: erit
per primam partem 8 / minor proportio a ad d, q̄ c ad d. Quare ma-
ior erit a ad b: q̄ ad d. per secundam ergo partem 10: b erit minor d.
Si autem a sit æqualis c: erit per primam partem 7 / a ad d, sicut c ad d.
Quare a ad d: sicut ad b: itaq; per secundam partem 9: b erit æqualis
d. sicq; patet propositum.

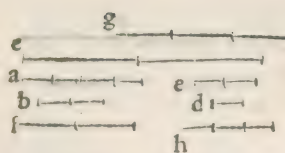
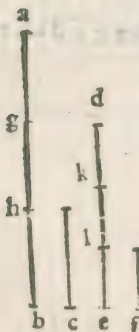
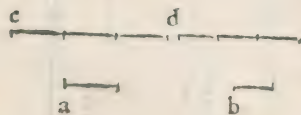


Eucl. ex Zamb. Theorema 14. Propositio 14.

- 14 ¶ Si prima ad secundam eandem habuerit rationem & ter-
tia ad quartam/ prima vero tertia maior fuerit: & secunda
quarta maior erit. & si æqualis: æqualis. & si minor: minor.
¶ THEON ex Zamberto. ¶ Primum inquam a ad secundam b eandē
habeat rationem: & tertium c ad d quartum. maius autem esto a ipso c.
Dico q̄ & b: ipso d maius est. Quoniam enim a ipsa c est maior: est autē



GEO. ELE. EV.



quæ utrunq; magnitudo b: igitur per 8 quinti/a ad b maiorem ratione habet q; c ad b. Sicutq; a ad b: sic c ad d. & c igitur ad d, maiorem rationem habet: q; c ad b. Ad quod autem idem maiorem rationem habet: illud minus est: per 10 quinti. minus igitur est d: ipso b. quare maior est b: ipso d. Similiter quoq; ostendemus q; & si æquale fuerit a ipsi c: æquale erit quoq; & b ipsi d. & si minus fuerit a ipso c: minus erit quoq; & b ipso d. Si prima igitur ad secundam eandem habuerit rationem & tertia ad quartam: prima autem tertia maior fuerit: & secunda quarta maior erit. & si æqualis: æqualis. & si minor: minor. quod demonstrare oportebat.

Eucl. ex Camp.

Propositio 15.

Si fuerint aliquibus quantitatibus æque multiplices assignata: erit ipsarum multiplicium atq; submultiplicium vna proportio.

CAMPANVS. ¶ Sint c ad a, & d ad b: æq; multiplices. Dico q; quæ est proportio a ad b: eadem est c ad d. Diuidatur c secundum quantitatem a: & d secundum quantitatem b. suntq; tot partes e: quot d. & quia quælibet pars c ad quælibet partem d se habet sicut a ad b: erit per 13 huius ius/c ad d sicut a ad b. quod est propositum.

Eucl. ex Zamb. Theorema 15.

Propositio 15.

¶ Partes eodem modo multiplicium: eandem rationem habent sumptæ adinuicem.

THEON ex Zamberto. ¶ Sit igitur æque multiplex a b ipsius c: & d e ipsius f. Dico q; est sicut c ad f: sic est a b ad d e. Quoniam enim æque est multiplex a b ipsius c, & d e ipsius f: quot igitur magnitudines sunt in a b ipsi c æquales/tot sunt in d e, æquales ipsi f. Diuidatur inquam a b in æquales ipsi c, hoc est a g, g h, h b: ipsum autem d e in magnitudines æquales ipsi f, hoc est d k, k l, l e. erit iam multitudo ipsorum a g, g h, & h b: æqualis multitudini ipsorum d k, k l, & l e. Et quoniam a g, g h, & h b, sibi inuicem sunt æquales: & d k, k l, & l e, quoq; sibi inuicem sunt æquales: est igitur sicut a g ad d k, sic est g h ad k l, & h b ad l e. erit igitur per 12 quinti/& sicut vnum antecedentium ad vnum consequentium: sic omnia antecedentia ad omnia consequentia. Est igitur sicut a g ad d k: sic est a b ad d e. æqualis autem est a g, ipsi c: ipsum autem d k, ipsi f. est igitur sicut c ad f: sic est a b ad d e. Partes igitur eodem modo multiplicium: eandem habent rationem sumptæ adinuicem: quod demonstrasse oportuit.

Eucl. ex Camp.

Propositio 16.

Si fuerint quatuor quantitates proportionales: permutatim quoq; proportionales erunt.

CAMPANVS. ¶ Sit proportio a ad b: sicut c ad d. Dico q; erit a ad c: sicut b ad d. Et iste est modus arguendi: qui dicitur proportionalitas permutata. cuius demonstratio sic patet. Summam e ad a, & f ad b, æque multiplices: itemq; g ad c, & h ad d, æque multiplices. eritq; pmissa e ad f: sicut g ad h. quare per 14 si e addit super g: & f addit super h. & si minuit: minuit. & si æquat: æquat. p diffinitione igitur incontinuae proportionalitatis erit a ad c: sicut b ad d. Qd est propositum. Necessè est autem: vt in permutata pportionalitate sint omnes quatuor quantitates/eiusdem generis.

Eucl. ex Zamb. Theorema 16.

Propositio 16.

¶ Si quatuor magnitudines proportionales fuerint: & vicissim proportionales erunt.

THEON ex Zamberto. ¶ Sint quatuor magnitudines proportionales a, b, c, d: sicut a ad b, sic c ad d. Dico q; & vicissim proportionales erunt: sicut a ad c, sic b ad d. Sumantur quidem ipsarum a, b, æq; mul

triplices e, f, & ipsarum c, d, alia quæ utrunque sint æque multiplices g, h, & quoniam æque multiplex est e ipsius a, & f ipsius b, partes autem eodem modo multiplicium eandem habent rationem sumptæ adinuicem per præcedentem: est igitur sicut a ad b, sic e ad f. Sicut autem a ad b, sic & c ad d, & sicut igitur c ad d, sic e ad f, per 11 quinti. Rursus quoniam g, h, ipsarum c, d, æque sunt multiplices partes autem eodem modo multiplicium eandem habent rationem sumptæ adinuicem per 15 quinti: est igitur sicut c ad d, sic est g ad h. Sicut autem c ad d, sic e ad f, & sicut igitur e ad f, sic g ad h per 11 quinti. Si quattuor autem magnitudines proportionales fuerint/ prima vero tertia maior sit: & secunda quarta maior erit. & si æqualis: æqualis, & si minor: minor/ per 14 quinti. Si igitur excedit e ipsum g: excedit & f ipsum h & si æquale: æquale, & si minus: minus per 6 diffinitionem quinti. Sunt autem e, f, ipsarum a, b, æque multiplices: & g, h, ipsarum c, d, alia sunt utrunque æque multiplices. Est igitur sicut a ad c: sic est b ad d. Si quattuor igitur magnitudines proportionales fuerint: & vicissim proportionales erunt, quod demonstrasse oportuit.

Eucl. ex Camp.

Propositio 17.

17 **S**i fuerint quantitates coniunctim proportionales: easdem disiunctim quoque proportionales esse.

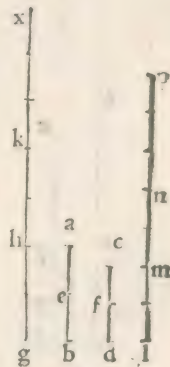
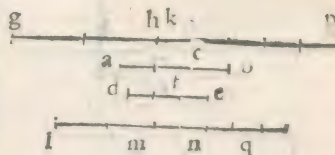
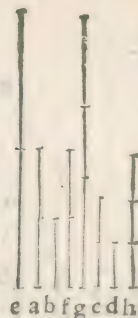
CAMPANVS. Demonstrato modo arguendi quod dicitur proportionalitas permutata: demonstrat illud quod dicitur proportionalitas disiuncta. Sit itaque proportio a ad b: sicut d e ad e f. Dico quod erit a c ad c b: sicut d f ad f e. Sumam enim g h ad a c, & h k ad c b, itemque l m ad d f, & m n ad f e: æque multiplices. Eritque per primam huius/g k ita multiplex a b: sicut g h est multiplex a c. & l n ita multiplex d e: sicut l m est multiplex d f. & ideo per præmissas hypothèses/g k est ita multiplex a b: sicut est l n, d e. Ponam iterum k p ad c b: & n q ad f e, æque multiplices, eruntque per secundam/h p ad c b, & m q ad f e: æque multiplices, per conuersionem igitur diffinitionis incontinuae proportionalitatis/si g k addit super h p: l n addit super m q, & si minuit: minuit, & si æquat: æquat, demptis itaque communibus h k & m n: erit per communem scientiam/ut si g h addit super k p, q l m addit super n q, & si minuit: minuit, & si æquat: æquat, ergo per diffinitionem incontinuae proportionalitatis/proportio a c ad c b: est sicut d f ad f e, quod est propositum.

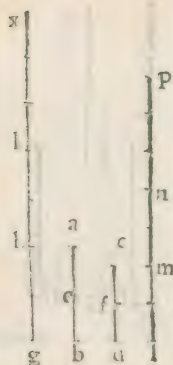
Eucl. ex Zamb. Theorema 17.

Propositio 17.

17 **S**i compositæ magnitudines proportionales fuerint: diuisæ quoque proportionales erunt.

THEON ex Zamberto. Sint compositæ magnitudines proportionales a b, b e: c d, d f: sicut a b ad b e: sic c d ad d f. Dico quod diuisæ proportionales erunt: sicut a e ad b e, sic e f ad d f. Sumantur inquam ipsarum a e, e b, c f, f d, æque multiplices g h, h k, l m & m n: ipsarum autem e b & f d, alia utrunque æque multiplices hoc est k x & n p. Et quoniam æque multiplex est g h ipsius a e, & h k ipsius e b: æque igitur est multiplex g h ipsius a e, & g k ipsius a b per primam quinti. Aque autem est multiplex g h ipsius a e: & l m ipsius e f, æque igitur est multiplex g k ipsius a b: & l m ipsius e f, per 11 eiusdem. Rursus quoniam æque est multiplex l m ipsius e f, et m n ipsius d f: æque igitur est multiplex l m ipsius c f, et l n ipsius c d, per primam eiusdem. æque autem erat multiplex l m ipsius c f: et g k ipsius a b. Aque igitur est multiplex g k ipsius a b: et l n ipsius c d. igitur g k et l n: ipsarum a b et c d æque sunt multiplices. Rursus quoniam æque multiplex est h k ipsius e b, et m n ipsius f d, est autem et k x ipsius e b æque multiplex, et n p ipsius f d: et compositæ

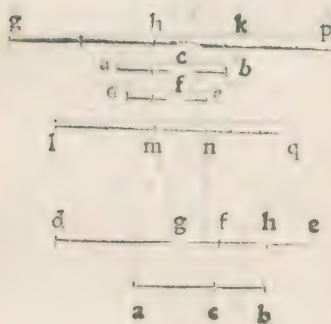




fitum igitur per 11 eiusdē h x ipsius e b æque multiplex est & m p ipso
us f d. Et quoniam est sicut a b ad b e sic est e d ad d f, & sumantur ipsarum
quidē a b & c d æque multiplices g k & l n, ipsarū autē e b & f d aliæ
quæ utcūq; sunt æque multiplices/hoc est h x & m p: si igitur excedit g
k ipsam h x, excedit & l n ipsam m p, & si æqualis: æqualis. & si minor:
minor/ per conuersionē 6 diffinitionis quinti. Excedat nepe g k: ipsam
h x. & igitur cōmuni ablata h k: excedit g h ipsam k x. Sed si excedit g k
ipsam h x: excedit & l n ipsam m p. excedat igitur l n: ipsam m p. & cō
muni ablata m n: excedit & l m ipsam n p. Quare si excedit g h ipsam k
x: excedit & l m ipsam n p. Similiter iā ostēdemus qd et si æqualis fuerit
g h ipsa k x: æqualis erit & l m ipsi n p. et si minor: minor, sunt autē g h
& l m: ipsarum a e & c f æque multiplices. & k x & n p: ipsarū e b & f d
aliæ quæ utcūq; æque multiplices sunt. est igitur sicut a e ad e b: sic est
c f ad f d, per 6 diffinitionem quinti. Si compositæ magnitudines igitur
pportionales fuerint: diuisæ quoq; proportionales erunt. quod demon
strasse oportuit.

Eucl. ex Camp. Propositio 18.

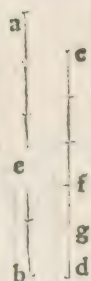
Si fuerint quantitates disiunctim proportionales: cō
iunctim quoq; proportionales erunt.



CAMPANVS. Demōstrat modū arguēdi qd dicitur pportionalitas
cōiuncta: & est modus cōuersus prioris. Ad cuius demōstrationē: resumat
dispositio præmissæ. & maneant oēs eius hypotheses: excepto qd ponat
esse proportio a c ad c b sicut d f ad f e. dico qd erit proportio a b ad b
e: sicut d e ad f e. sequitur enī ex hac hypothesi & alijs hypothesibus præ
missæ de multiplicibus æqualiter sumptis/ per conuersionē diffinitionis
incontinuz proportionalitatis/ si g h addit super k p: qd l m addat super
n q, et si minuit: minuat. & si æquat: æquet. ergo positis communibus h
k & m n: sequitur per communē scientiam/ si g k addit super h p, qd l m
addat super m q, & si minuit: minuat. & si æquat: æquet. quare per diffi
nitionem incōtinuz proportionalitatis/ erit proportio a b ad b e: sicut d
e ad e f, quod est propositū. **Aliter** idem indirecē sic. Cum sit propor
tio a c ad c b sicut d f ad f e, non est autem a b ad b e sicut d e ad e f: sit
ergo proportio d e ad aliquā aliam quantitātē/ sicut a b ad b e, quæ aut
erit maior e f: aut minor. si enim esset ei æqualis: constaret propositum.
Sit itaq; primo maior: & sit e g, eritq; per præmissam a c ad c b: sicut d
g ad e g. quare d g ad e g: est sicut d f ad f e. Sequitur igitur per 14/
qd cū d g prima sit minor d f tertia: erit g e secūda/ minor e f quarta. sed
erat positū: qd esset maior. Sit ergo proportio d e ad minorē e f, quæ sit
e h: sicut a b ad b e. eritq; per præmissam/ a c ad c b sicut d h ad h e.
quare per 11/ d h ad h e: sicut d f ad f e. & quia d h prima: est maior
d f tertia: erit per 14/ e h secūda/ maior e f quarta. qd quia est impossi
bile: sequitur propositum.

Eucl. ex Zāb. Theo 18. Propō 18. Cōuersa præcedētis

Si diuisæ magnitudines proportionales fuerint: compo
sitæ quoq; proportionales erunt.



THEON ex Zā. **S**i diuisæ magnitudines pportionales a e, e b,
c f, & f d: sicut a e ad e b, sic c f ad f d. Dico qd & cōpositæ pportiona
les erūt: sicut a b ad b e, sic c d ad d f. Si autē nō est sicut a b ad b e, sic
c d ad d f: erit sicut a b ad b e, sic c d ad minorē ipsa f d, aut ad maiorē.
Sit prius ad minorem d g. Et quoniam est sicut a b ad b e, sic c d ad d g:
compositæ magnitudines proportionales erunt per 17 quinti. Est igitur
sicut a e ad e b: sic c g ad g d. supponitū autem sicut a e ad e b: sic
c f ad f d. Et sicut igitur per 11 quinti/ c g ad g d: sic c f ad f d, maior au
tem est prima c g: tertia c f. maior igitur est per 14 quinti secūda g d:
ipsa f d quarta. Sed & minor, quod est impossibile. Igitur non est sicut
a b ad b e: sic c d ad minorem ipsa f d. Similiter quoq; ostendemus qd

neq; ad maiorem, ad eandem igitur. Si disiunctæ igitur magnitudines proportionales fuerint: & compositæ quoq; proportionales erunt. quod demonstrasse oportuit.

Euclidi ex Camp.

Propositio 19.

19 **S**i a duobus totis duæ portiones abscindantur/ fueritq; totum ad totum quantum abscisum ad abscisum: erit reliquū ad reliquū quātū totū ad totū.

CAMPANVS. Quod quinta pponit de multiplicib; hæc pponit vniuersaliter de omnibus proportionibus. vnde est illa tāto cōmunior: quanto multiplicitate proportio. Sint igitur duæ quantitates a b & c d: a quibus abscindantur duæ quæ sint b e & d f. sitq; proportio totius a b ad totam c d: sicut b e abscisæ ad d f abscisam. dico q; eadem erit a e residui ad c f residuum: quæ est totius a b ad totam c d. Cum enim sit a b ad c d sicut b e ad d f: erit permutatim a b ad b e sicut c d ad d f. & disiu dim a e ad e b: sicut c f ad f d. & iterū permutatim a e ad c f: sicut e b ad f d. & quia sic erat a b ad c d: patet propositū.

CAMPANI ADDITIO. Ex hac autem decimanona & permutata proportionalitate demonstratur modus arguendi: qui dicitur proportionalitas eversa. vt si sit a b ad b e sicut c d ad d f: dico q; erit b a ad a e sicut d c ad c f. quia cū sit a b ad b e sicut c d ad d f: erit permutatim a b ad c d sicut b e ad d f. quare per hanc 19/b a ad d c: sicut a e ad c f. igitur permutatim b a ad a e: sicut c d ad c f. quod est propositū. Conuersa quoq; proportionalitas/ quæ ex diffinitione incontinuae proportionalitatis demonstrauimus in exponēdis principijs huius quæ: potest hic quoq; demonstrari indirecte ex permutata proportionalitate & 9 huius. vt si sit proportio a ad b sicut c ad d: dico q; erit b ad a sicut d ad c. sin autē: sit d ad e, sicut b ad a. & quia a ad b est sicut c ad d: erit permutatim a ad c sicut b ad d. & quia iterū b ad a sicut d ad e: erit quoq; permutatim b ad d sicut a ad e. quare erit a ad e: sicut d ad c. si igitur e non sit æquale c: accidet impossibile & contrarium secundē partis 9. si autem æqualis: erit b ad a sicut d ad c. quod est propositum.

Euclidi ex Zamb. Theorema 19.

Propositio 19.

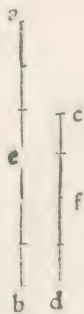
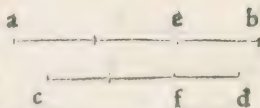
19 **S**i fuerit sicut totum ad totum sic ablatum ad ablatum: et reliquū ad reliquū erit sicut totum ad totum.

THEON ex Zāb. Cesto sicut totum a b ad totum c d: sic ablatum a e ad ablatum c f. Dico q; & reliquum e b ad reliquum f d: erit sicut totum a b ad totum c d. Quoniam enim est sicut totum a b ad totum c d sic a e ad c f, & vicissim quoq; per 16 quiti sicut a b ad a e sic & d e ad c f. Et quoniam cōpositæ magnitudines proportionales sunt per 17 & 18 quinti & disiunctæ proportionales sunt: sicut igitur b e ad e a, sic d f ad c f. et vicissim igitur per 16 quiti/ est sicut b e ad d f: sic e a ad f c. Sicut autē a e ad c f: sic supponit totū a b ad totū c d. & reliquū igit e b ad reliquū f d: erit sicut totū a b ad totū c d. Si fuerit igit sicut totū ad totū sic ablatū ad ablatū: & reliquū ad reliquum erit sicut totum ad totum. quod demonstrandum erat. Et quoniam ostensum est q; sicut est a b ad c d sic est e b ad f d, & vicissim sicut a b ad b e sic c d ad d f: cōpositæ igitur magnitudines proportionales sunt per 18 propositionem quiti. ostensum est autem q; sicut b a ad a e, sic d c ad c f: etiam & conuertendo.

Euclidi ex Camp.

Propositio 20.

20 **S**i fuerint quotlibet quantitates aliæq; secūdū earū numerum quarum quæq; duæ priorum secundū proportionem duarum postremarum: necesse est in proportionalitate quidē æqualitatis vt si fuerit prima priorum vltima maior: & posteriorum primam vltima esse ma-



iolem. Qz si minor: et minorē. Si vero equalis: et equalē.

CAMPANVS. ¶ Demonstraturus Euclides modum arguendi qui dicitur aqua proportionalitas: siue quantitates duorum ordinū directe siue peruersim proportionentur: pramittit duo antecedentia ad demonstrandum: ppositū necessaria. per quorū primū demonstratur aqua proportionalitas: cū quantitates duorum ordinū directe proportionantur. scdm autē: cū proportionant peruersim: proponit autē hāc duo antecedētia de quantitatibus duorum ordinū numero equalibus: quacūq; fuerint. Vniuersaliter enim sumē ptis vtrobiq; quantitatibus secundū quēcūq; numerū: veritatē habēt. non est autē necesse vt demonstremus ea: nisi solū in tribus. hoc enī omnino sufficiens est ad ppositū. de pluribus autē quibusq; valebit per equam proportionalitatem cum ipsa demonstrata fuerit. ¶ Sint igitur tres quantitates a, b, c: sumaturq; tres alię quę sint e, d, f. & sit proportio a ad b: sicut c ad d. & b ad e: sicut d ad f. dico q; si a est maior e: c erit maior f. & si minor: minor. & si equalis: equalis. Si enim est maior: erit per primā partē 8. maior proportio a ad b: q̄ e ad b. quare per 12. maior erit c ad d: q̄ e ad b. & quia per conuersam proportionalitatē e ad b est sicut f ad d: erit c ad d maior q̄ f ad d. itaq; per primā partē 10. c est maior f. quod est ppositū. Qz si a sit minor e: per easdē & eodē modo probabitur c esse minorē f. erit enī minor proportio a ad b: q̄ e ad b. per primā partē 8. & ideo per 12. & per conuersam proportionalitatē minor erit c ad d: q̄ f ad d. & ideo per primā partē 10. erit c minor f. quod est ppositū. Si autē a sit equalis e: erit per primā partē 7. proportio a ad b sicut e ad b. & ideo per secundā partē 11. & conuersam proportionalitatē erit c ad d: sicut f ad d. quare per primā partē 9. c est equalis f. quod est ppositū.

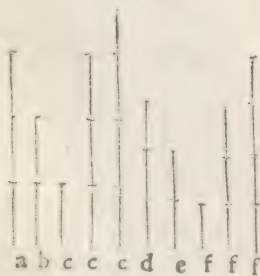
CAMP. additio. ¶ Quidā autē hāc cōclusionem demonstrauerūt per proportionalitatē: permutatim/ hoc modo. proportio a ad b: est sicut c ad d. ergo permutatim a ad c: sicut b ad d. & quia rursus b ad e sicut d ad f: erit permutatim b ad d sicut e ad f. sed erat b ad d: sicut a ad c. ergo per 11. erit a ad c sicut e ad f. itaq; per 14. si a prima est maior e tertia: erit c secūda maior f quarta. & si minor: minor. & si equalis: equalis. quod est ppositum. ¶ Isti autē errauerunt in sua demonstratiōe. quia si esset in cōclusionem pro antecedente ad equam proportionalitatē. si enim rursus fiat vna permutatio proportionalitatis ad quam deuentum est: quę est ef a ad c sicut e ad f: sequitur q; sit a ad e sicut c ad f. hoc est aqua proportionalitas. Præterea eorum conclusio non sequitur: nisi omnes quantitates amborum ordinum fuerint generis vnus. Si enim a, b, e, sint lineę/ & c, d, f, superficies/ aut corpora/ aut tempora: non erit tunc permutable demonstrantes.

Eucl. ex Zāb. Theorema 20.

Propositio 20.

¶ Si fuerint tres magnitudines et alię eisdem equalēs numero cum duabus sumptis & in eadem ratione/ ex equali autem prima tertia maior fuerit: & quarta sexta maior erit. & si equalis: equalis. & si minor: minor.

THEON ex Zāberto. ¶ Sint tres magnitudines a, b, c, & alię eisdē equalēs numero d, e, f, cum duabus sumptis & in eadem ratione: sicut quidem a ad b sic d ad e, sicutq; b ad c, sic e ad f. Ex equali autem sit maior a ipsa c. Dico q; & d ipsa f maior erit. & si equalis: equalis. & si minor: minor. Quoniam enim maior est a ipso c, alia autem quędā b, maior autem ad eandē per 8. quinti maiorē rationē habet q̄ minor: igitur a ad b maiorē rationē habet q̄ c ad b. Sed sicut est quidem a ad b: sic est d ad e. sicutq; c ad b: rursus sic f ad e. Et d igitur ad e maiorē rationē habet: q̄ f ad e, per correlarium 4. quinti. Ad eandē autē rationē ha-



bentū maiorē rationē habens: illud maius est: per 10 quinti. maior igitur est d: ipsa f. Similiter quoque ostendemus: quod et si æqualis est a ipsi c: æqualis erit & d ipsi f. & si minor: minor. Si fuerint igitur tres magnitudines: & aliæ eisdem æquales numero cum duabus sumptis & in eadem ratione: ex æquali autem prima tertia maior fuerit: & quarta sexta maior erit. & si æqualis: æqualis. & si minor: minor. quod oportebat demonstrare.

Euclidi ex Camp.

Propositio 21.

21. **S**i fuerint quotlibet quantitates aliæque secundum earum numerum: quarum quæque duæ ex prioribus quibusque duabus ex posterioribus peruersim comparatae secundum proportionem earum fuerint: necesse quoque est ut si fuerint in proportionalitate æqualitatis priorum prima ultima maior: & posteriorum prima ultima esse maiorem. si autem minor: & minorem. Si vero æqualis: & æqualem.

CAMPANVS. **C**onsequenter antecedens. sint tres quantitates a, b, e: sumanturque aliæ tres quæ sunt f, c, d. & sit proportio a ad b, sicut c ad d: & b ad e, sicut f ad c. dico quod si a est maior e: fuerit maior d. & si minor: minor. & si æqualis: æqualis. hoc autem probatur per eandem & eodem modo: quo præcedens. si enim a sit maior e: erit maior proportio a ad b quæ e ad b. quare maior c ad d: quæ e ad b. & ideo maior q ad f. maior igitur f q d: per secundam partem 10. quod est propositum. Quod si a sit minor e: erit tandem minor c ad d. q ad f. quare per eandem partem eiusdem: fuerit minor d. Si autem a sit æqualis e: sequitur ut sit proportio c ad d, sicut c ad f. igitur per secundam partem 9: erit f æqualis d. quod est propositum.

Euclidi ex Zamb. Theorema 21. Propositio 10.

21. **S**i fuerint tres magnitudines & aliæ eisdem æquales numero cum duabus sumptis & in eadem ratione: fuerit autem perturbata earum proportio ex æquali vero prima tertia maior fuerit: & quarta sexta maior erit. & si æqualis: æqualis. & si minor: minor.

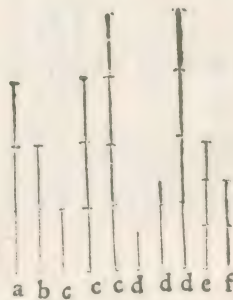
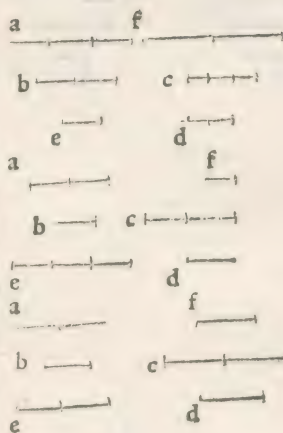
THEON ex Zamberto. **S**int tres magnitudines a, b, c: & aliæ eisdem numero æquales d, e, f, cum duabus sumptis: & in eadem ratione. sit autem earum proportio perturbata, sicut quidem a ad b, sic e ad f: sicutque b ad c, sic d ad e. ex æquali autem: a ipsa c sit maior. dico quod & d ipsa f maior erit. & si æqualis: æqualis. & si minor: minor. Quoniam enim maior est a ipsa c, aliæque b: igitur per 8 quinti a ad b maiorē habet rationem q ad b. Sed sicut quidem a ad b: sic e ad f. sicutque c ad b: rursus sic e ad d. & e igitur ad f maiorē rationem habet: q ad d, per correlarium quartæ quinti. Ad quā autem eadē maiorē rationem habet: illa minor est per 10 quinti. minor igitur est f ipsa d. maior igitur est d: ipsa f. Similiter quoque ostendemus: quod & si æqualis fuerit a ipsi c: æqualis erit & d ipsi f. & si minor: minor. Si fuerint igitur tres magnitudines & aliæ eisdem æquales numero cum duabus sumptis: & in eadem ratione: fueritque perturbata earum proportio: ex æquali autem prima tertia maior fuerit: & quarta sexta maior erit. & si æqualis: æqualis. & si minor: minor. quod demonstrare oportebat.

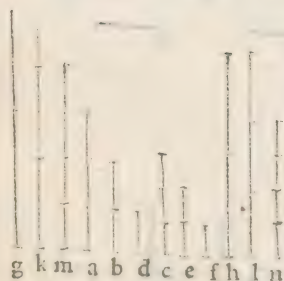
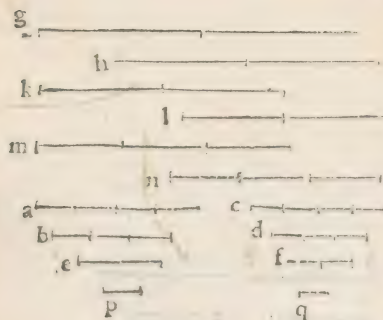
Euclidi ex Camp.

Propositio 22.

22. **S**i fuerint quotlibet quantitates aliæque secundum earum numerum: quarum quæque duæ secundum proportionem duarum ex primis in æquali proportionalitate: proportionales erunt.

CAMPANVS. **D**emonstratis antecedentibus ad æquam proporti-





onalitatē: hic demonstrat eā. & primo: cum quantitates duorum ordinū sunt directē proportionales. Non est autem necesse ut demonstraretur: nisi cum in utroq; duorum ordinum sunt tantum tres quantitates. Per hoc enim euidenter sequitur: cum in utroq; ordine fuerint quatuor quantitates/ & deinceps. & ideo etiam non oportuit eius antecedens demonstrari: nisi solum cum in utroq; ordine sunt etiā tres quantitates. ¶ Sint igitur tres quantitates a, b, e: sumanturq; tres aliæ quæ sunt c, d, f. & sit proportio a ad b, sicut c ad d: & b ad e, sicut d ad f. dico qd erit a ad e: sicut c ad f. Sumam enim g ad a, & h ad c, æque multiplicia. Itemq; k ad b, & l ad d: æque. & rursus m ad e, & n ad f: æque. eritq; p 4/g ad k, sicut h ad l: & k ad m, sicut l ad n. quare per 20/ si g est maior m: erit h maior n. & si minor: minor. & si æqualis: æqualis. igitur per diffinitionem incontinuae proportionalitatis/ proportio a ad e: est sicut c ad f. qd est p^o positum. ¶ Potest quoq; hoc demonstrari per 15 huius/ sumptis g, k, m, ad a, b, e: & h, l, n, ad c, d, f, æque multiplicibus. erit enim per 15/ g ad k, sicut h ad l: & k ad m, sicut l ad n. Cætera pertracta ut prius. ¶ Qd si fuerint quantitates plures tribus in utroq; ordine utpote quatuor: additis p & q, ita qd sit e ad p sicut f ad q, erit iterum a ad p, sicut c ad q. erit enim a ad e: sicut c ad f. hoc enim demonstratum est. sublati igitur b et d: erunt tres quantitates a, e, p, & aliæ tres c, f, q, ut proponitur. quare a ad p: sicut c ad q. Sicutq; demonstratur de quatuor per tres/ sublato v^o no medio: eodem modo demonstrabis de quinq; per quatuor: sublati duobus medijs/ & de sex per quinq; sublati tribus. & sic de cæteris.

Eucl. ex Zāb. Theorema 22.

Propositio 22.

¶ Si fuerint quælibet magnitudines & aliæ eisdem æquales numero cum duabus sumptis in eadem ratione: & ex æquali in eadem ratione erunt.

¶ THEON ex Zāberto. ¶ Sint quælibet magnitudines a, b, c: & aliæ eisdem æquales numero d, e, f, cum duabus sumptis in eadē ratione. sicut quidē a ad b, sic d ad e: sicutq; b ad c, sic e ad f. Dico qd & ex æquali in eadem ratione erunt: sicut a ad c, sic d ad f. Sumantur quidem ipsarū a, d: æque multiples g, h. ipsarum autem b, e: aliæ quæ utcunq; sint æque multiples k, l. & insuper ipsarum c, f: aliæ quæ utcunq; sint æque multiples m, n. Et quoniam est sicut a ad b sic d ad e, & sumuntur quidē ipsarum a, d, æque multiples g, h, ipsarum autem b, e, aliæ quæ utcunq; sunt æque multiples k, l: est igitur per 4 quinti/ sicut g ad k, sic h ad l. & per hoc/ sicut k ad ipsum m: sic l ad ipsum n. Quoniam igitur tres magnitudines sunt g, k, m, & aliæ eisdem æquales numero h, l, n, cū duabus sumptis & in eadem ratione: ex æquali igitur per 20 quinti/ si excedit n ipsum m, excedit & h ipsum g. & si æqualis: æqualis. & si minor: minor. Sūt autem g, h, ipsarum a, d, æque multiples: & m, n, ipsarum c, f, aliæ quæ utcunq; sunt æque multiples. est igitur per 6 diffinitionē quinti/ sicut a ad c: sic d ad f. Si fuerint igitur quælibet magnitudines & aliæ eisdem æquales numero cum duabus sumptis in eadem ratione: & ex æquali in eadē erunt ratione. quod demonstrasse oportuit.

Eucl. ex Camp.

Propositio 23.

¶ Si fuerint quotlibet quantitates aliq; secundū earū numerum/ quarum quæq; duæ secundum proportionem duarum ex prioribus indirecte proportionales: in æqua proportionalitate proportionales erunt.

¶ CAMPANVS. ¶ Demonstrat æquam proportionalitatem in q̄tibus duorum ordinum indirecte siue peruersim proportionatis. Nec est necesse qd demonstretur: nisi cum in utroq; duorum ordinum sunt tantum tres quantitates. per hoc enim euidenter sequitur quæcunq; ponantur in utroq; ordine: sicut in præmissa de directe proportionatis demon-

stratum est. Sint igitur tres quantitates a, b, e: sumanturque aliae tres quae sint f, c, d. & sit proportio a ad b, sicut c ad d: & b ad e, sicut f ad c. dico quod erit a ad e: sicut f ad d. Summa enim g ad a, & h ad c, & k ad f: aequae multiplicitia, itemque l ad b, & m ad e, & n ad d. aequae eruntque per 4. g ad l: sicut h ad n. & per 15. l ad m: sicut k ad h. quare per 21. si g addit super m: & k addit super n. & si minuitur: minuit, & si equat: aequat. ergo per diffinitionem incōtinuae proportionalitatis: proportio a ad e: est sicut f ad d. quod est propositum.

¶ Potest quoque & hoc demonstrari per decimamtertiam huius sumptis g, l, m, ad a, b, e, & k, h, n, ad f, c, d. aequae multiplicibus. erit enim per decimamquintam / g ad l: sicut h ad n. & l ad m: sicut k ad h. caetera pertracta ut prius. Convenientius tamen demonstrantur haec & praemissa: secundum primum modum.

¶ Quod si plures tribus fuerint quantitates in utroque ordine / utpote quatuor: additis p & q, ita quod sit a ad b sicut d ad q, & b ad e sicut c ad d, & e ad p sicut f ad c, erit iterum a ad p sicut f ad q. erit enim per praedemonstrata / a ad e: sicut c ad q. Sublatis igitur b & d: erunt tres quantitates a, e, p, & aliae tres f, c, q, ut proponitur. quare a ad p: sicut f ad q. Sic igitur demonstratur de quatuor partibus: sublato uno medio. Eodem modo demonstrabitur de quicunque per quatuor: sublatis duobus medijs. & de sex per quinque: sublatis tribus. & sic in caeteris.

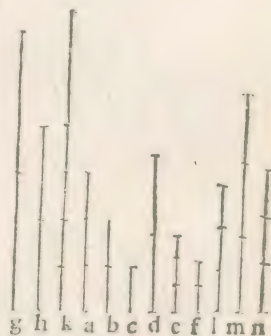
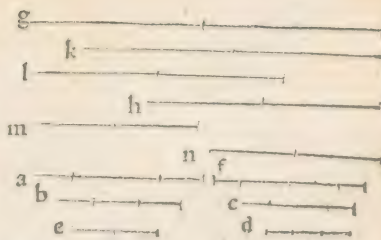
Eucl. ex Zamb. Theorema 23.

Propositio 23.

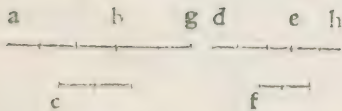
¶ Si fuerint tres magnitudines: aliaeque eisdem aequales numero cum duabus sumptis in eadem ratione: fuerit autem perturbata earum proportio. & ex aequali in eadem ratione erunt.

THEON ex Zāberto. ¶ Sint tres magnitudines a, b, c: & aliae eisdem aequales numero cum duabus sumptis in eadem ratione d, e, f. sit autem perturbata ipsarum proportio. sicut quidem a ad b, sic e ad f: sicutque b ad c, sic d ad e. Dico quod est sicut a ad c: sic est d ad f. Sumantur inquam ipsarum a, b, d, aequae multiplices g, h, k: ipsarum autem e, e, f, aliae quae utcumque aequae multiplices sint l, m, n. Et quoniam aequae sunt multiplices g, h, ipsarum a, b, partes autem eodem modo multiplicium eandem habent rationem per 15 quinti: est igitur sicut a ad b, sic g ad h. Ac per hoc / & sicut e ad f: sic m ad n. & est sicut a ad b: sic e ad f. & sicut igitur g ad h: sic m ad n per 11 quinti. Et quoniam est sicut b ad c sic est d ad e, & sumuntur ipsarum quidem b, d, aequae multiplices h, k, ipsarum autem e, e, aliae quae utcumque sunt aequae multiplices l, m: & igitur sicut h ad l sic k ad m. & vicissim per 16 quinti / sicut b ad d: sic e ad e. Et quoniam h, k, ipsarum b, d, aequae sunt multiplices / partes autem aequae multiplicium eandem habent rationem per 15 quinti: est igitur sicut b ad d sic h ad k. Sed sicut b ad d: sic e ad e. & sicut igitur h ad k: sic e ad e per 11 quinti. Rursus quoniam l, m, ipsarum e, e, aequae sunt multiplices: est igitur sicut e ad e, sic l ad m. Sed sicut e ad e, sic h ad k: & sicut h ad k, sic l ad m. & vicissim per 16 quinti / sicut h ad l: & k ad m. Ostensum autem est quod sicut g ad h: & sic m ad n. Quoniam igitur tres magnitudines sunt proportionales g, h, l, & aliae eisdem aequales numero k, m, n, cum duabus sumptis in eadem ratione / & est earum perturbata proportio: ex aequali igitur per 21 quinti / si excedit g ipsum l, & excedit k ipsum n. & si aequale: aequale. & si minus: minus. Sunt autem g, k, ipsarum a, d, aequae multiplices: & l, n, ipsarum e, f, aequae sunt multiplices. est igitur sicut a ad c: sic d ad f, per sextam diffinitionem quinti. Si fuerint igitur tres magnitudines: & aliae eisdem aequales numero cum duabus sumptis in eadem ratione: fuerit autem perturbata ipsarum proportio: & ex aequali in eadem ratione erunt. Quod demonstrasse oportuit.

k, f.



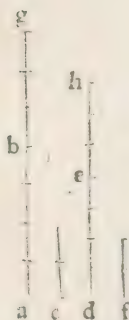
Si fuerit proportio primi ad secundum tanq̃ tertij ad quartum proportio vero quinti ad secundum tanq̃ sexti ad quartum: erit proportio primi & quinti pariter acceptorum ad secundum/ tanq̃ sexti & tertij pariter acceptorum ad quartum.



CAMPANVS. Quod secunda proposuit de multiplicibus: hæc proponit vniuersaliter de omnibus proportionibus. vnde hæc est illa tâto cõmunior: quâto multiplicitate proportio, & se habet ad illam: quemadmodum 13 ad primam. Sit igitur proportio a b ad c: sicut d e ad f. & item b g ad c: sicut e h ad f. dico q̃ proportio a g ad c: est sicut d h ad f. Erit enim per conuersam proportionalitatem/ c ad b g: sicut f ad e h. quare per 22/ erit in æqua proportionalitate a b ad b g: sicut e d ad e h. ergo coniunctim per 18 a g ad g b: sicut d h ad h e. itaq̃ per 22/ erit in æqua proportionalitate a g ad c: sicut d h ad f. quod est propositum.

Eucl. ex Camp. Theorema 24. Propositio 24.

Si primum ad secundum eandem habuerit rationem & tertium ad quartum/ habuerit autem & quintum ad secundum eandem rationem & sextum ad quartum: & composita primum & quintum ad secundum eandem habebunt rationem/ & tertium & sextum ad quartum.

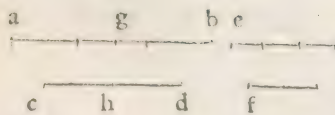


THEON ex Zamberto. Primum inq̃ a b, ad secundum c eandem habeat rationem: & tertium d e ad quartum f. habeat autem & quintum b g, ad secundum c: eandem rationem & sextum e h ad quartum f. Dico q̃ & composita primum & quintum a g ad secundum c eandem habebunt rationem: ac tertium & sextum d h ad ipsum f quartum. Quoniam eni est sicut b g ad c sic est e h ad f: conuersim quoq̃ sicut c ad b g, sic f ad e h. Quoniam igitur est sicut a b ad c sic d e ad f, sicut autem c ad b g sic f ad e h: ex æq̃li igitur per 22 quinti est sicut a b ad b g sic d e ad e h. Et quoniam disiunctæ magnitudines si proportionales sunt, compositæ quoq̃ proportionales erunt per decimã octauã quinti: sicut igitur a g ad g b, sic d h ad h e. est autem & sicut b g ad c: sic e h ad f. ex æq̃uali igitur per vicesimam secundam quinti/ est sicut a g ad c: sic d h ad f. Si primum igitur ad secundum eandem habuerit rationem & tertium ad quartum/ habuerit autem quintum ad secundum eandem rationem & sextum ad quartum: & composita primum & quintum ad secundum eandem habebunt rationem & tertium & sextum ad quartum. quod oportebat demonstrare.

Eucl. ex Camp.

Propositio 25

Si fuerint quatuor quantitates proportionales/ fuerintq̃ prima earum maxima/ & vltima minima: prima & vltima pariter acceptas ceteris duabus maius esse necessario comprobatur.



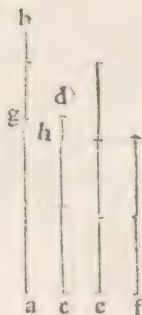
CAMP. Qd̃ hic proponitur/ nō habet locū: nisi cū õnes quatuor quantitates sūt eiusdẽ generis. Sit igitur quatuor quantitates eiusdẽ generis proportio a b ad c d: sicut e ad f. sitq̃ a b: maxima. Neq̃ oportet ponere q̃ f sit minima. q̃a ipsū ex hoc sequitur: q̃ a b posita est maxima. vnde nō posuit hoc author in cõclusionẽ: sed potius tãq̃ pcedẽtis positionis cõclusionẽ. Dicoq̃ cū ita fuerit: maius erit aggregatū ex a b & f, q̃ ex c d & e. Cū eni a b sit maior e: abscindā ex a b, g b æqualẽ e. similiter quoq̃ quia c d est maior f: abscidā ex c d, h d æqualem f. Eritq̃ per hypothesin a b ad c d: sicut g b ad h d. quare per 19/ a g residuū ad c h residuū: sicut totū a b ad totū c d. Cum ergo a g se habet ad c h sicut a b ad c d, sed a b est maior c d, quare a g maior est c h: additis igitur vtriq̃ duabus quib̃

titatibus g & h , erit per communem scientiam/aggregatum ex a & b & h d maius aggregato ex c & d & g b. & quia d h posita est æqualis f , & g , b e: maius erit aggregatum ex a & b & f , q̄ aggregatum ex c & d & e . Quod est propositum.

Eucl. ex Zamb. Theorema 25. Propositio 25.

25 ¶ Si quatuor magnitudines proportionales fuerint: maxima earum & minima reliquis maiores erunt.

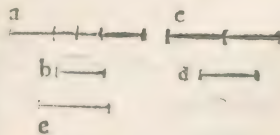
¶ THEON ex Zamberto. ¶ Sint quatuor magnitudines proportionales a b , c d , e , f : sicut a b ad c d , sic e ad f . Sit autem maxima earum a b : minima vero f . Dico q̄ ipsæ a & f ipsæ c & e maiores sunt. Ponatur inq̄ per tertiam primi ipsi e æqualis a g : & ipsi f æqualis c h . Quoniam igitur est sicut a b ad c d , sic e ad f , æqualis autem est e ipsi a g , & ipsi f æqualis c h : est igitur sicut a b ad c d , sic a g ad c h . & quoniam est sicut totum a b ad totum c d , sic ablatum a g ad ablatum c h : & reliquum igitur g b per decimam nonam quinti / ad reliquum h d , erit sicut totum a b ad totum c d . Maior autem est a b : ipsa c d . maior igitur est g b : ipsa h d . Et quoniam æqualis est a g ipsi e , & c h ipsi f : igitur a g & f sunt æquales ipsi c h , e . Et quoniam si inæqualibus æqualia addantur omnia inæqualia fient per quartam communem sententiam: cum igitur g b & h d sint inæquales / & g b maior sit / ipsi autem g b addantur c h & e , producentur a & f maiores ipsi c & d & e . Si quatuor igitur magnitudines proportionales fuerint: maxima & minima earum / reliquis maiores erunt. Quod demonstrare oportebat.



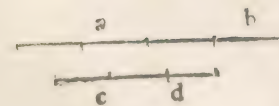
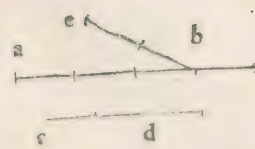
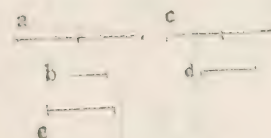
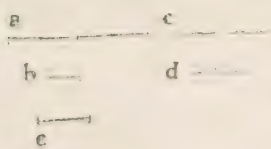
¶ Nouem sequentes propositiones quas ad 25 adiecit Campanus: nihil in Zamberto eis respondens habent. nec plures 25 in verustioribus Euclidis exemplaribus reperiuntur. quare ex additione Cāpani esse videtur.

26 ¶ Si fuerit quatuor quantitatum proportio primæ ad secundam maior q̄ tertiæ ad quartam: erit conuersim e contrario secundæ ad primam minor q̄ quartæ ad tertiam.

¶ CAMPANVS. ¶ Sit proportio a ad b , maior q̄ c ad d . dico q̄ erit e conuerso / modo contrario minor proportio b ad a : q̄ d ad c . Si enim est eadem b ad a quæ est d ad c : erit e conuerso a ad b vt c ad d . sed non est: immo maior. At vero si est b ad a maior q̄ d ad c : sit e ad a , vt d ad c . eritq̄ ex duodecima / e ad a minor q̄ b ad a . quare ex prima parte decime e est minor b . Ideoq̄ ex secunda parte 3 / maior erit proportio a ad e : q̄ a ad b . & quia per conuersam proportionalitatem / a ad e sicut c ad d : erit ex duodecima / proportio c ad d maior q̄ a ad b . sed erit minor, relinquitur ergo propositum. ¶ Possumus quoq̄ (si libet) astruere propositum ostensiuè. manifestum enim est ex prima parte decimæ / q̄ illa quantitas cuius ad b est eadem proportio quæ est c ad d , est minor a : eo q̄ ponitur maior proportio a ad b q̄ c ad d . illa ergo quantitas sit e . cum sit igitur



k. ij.



GEO. ELE. EV.

proportio e ad b vt c ad d: erit eaduerso b ad c, vt d ad c. Constat autem ex secunda parte octauae/q. proportio b ad a: minor est q. proportio b ad e. Itaq. per duodecimam/ proportio b ad a: est minor q. d ad c. Quod volumus.

¶ Si fuerit quatuor quantitatum maior proportio primae ad secundam q. tertiae ad quartam: erit permutatim maior proportio primae ad tertiam/q. secundae ad quartam.

¶ CAMPANVS. ¶ Sit hic quoq. proportio a ad b maior: q. c ad d. dico q. erit permutatim maior proportio a ad c: q. b ad d. Eadem enim non erit. quia tunc quoq. esset permutatim a ad b: sicut c ad d. Neq. minor. nam si hoc ponatur: sit itaq. e ad c, vt b ad d. eritq. ex duodecima/ maior proportio e ad c: q. a ad c. quare ex prima parte decimae/ e est maior a. Itaq. per primam partem octauae/ proportio e ad b: est maior q. a ad b. Et quia positum est vt sit e ad c, sicut b ad d: erit permutatim e ad b, sicut c ad d. ex duodecima igitur / maior erit proportio c ad d: q. a ad b. sed positum erat oppositum. verum est ergo propositum. ¶ Ostensue quoq. idem: quemadmodum in praemissa. Sumpta enim e ad b, vt c ad d: erit ex prima parte decimae / e minor a. quia ex prima parte octauae / maior erit a ad c: q. e ad c. Sed ex permutata proportionalitate/ est e ad c: vt b ad d. igitur ex duodecima/ a ad c: est maior q. b ad d. Quod est propositum.

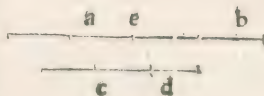
¶ Si fuerint quatuor quantitates quarum primae ad secundam sit maior proportio q. tertiae ad quartam: erit quoq. coniunctim maior proportio primae & secundae ad secundam q. tertiae & quartae ad quartam.

¶ CAMPANVS. ¶ Sit maior proportio a ad b: q. c ad d. dico q. maior erit totius a b ad b: q. totius c d ad d. quia ipsa neq. erit aequalis: neq. minor. Si enim aequalis: tunc erit disiunctim/ a ad b vt c ad d. Si autem est minor: sit e b ad b/ vt c d ad d. eritq. ex duodecima/ maior proportio e b ad b: q. a b ad b. itaq. ex prima parte decimae/ e b: est maior q. a b. & per conceptionem: e maior q. a. quare ex prima parte octauae/ maior est proportio e ad b: q. a ad b. sed e ad b: est vt c ad d per disiunctam proportionalitatem. eo q. erat e b ad b: vt c d ad d. ergo per duodecimam/ c ad d: est maior q. a ad b. hoc autem est contra hypothesin. ¶ Idem etiam ostensue. Cum enim propositum sit q. maior sit proportio a ad b, q. c ad d: sit proportio e ad b, vt c ad d. eritq. ex prima parte decimae: e minor a. Ideoq. ex communi sententia: e b erit minor q. a b. quare ex prima parte octauae / maior erit proportio a b ad b: q. e b ad b. At vero proportio e b ad b: est per coniunctam proportionalitatem/ sicut c d ad d. positum enim est: vt sit e ad b: tanq. c ad d. igitur ex duodecima/ maior est a b ad b: q. c d ad d. quod est propositum.

¶ Si fuerint quatuor quantitates quarum primae & secundae ad secundam sit maior proportio q. tertiae & quartae ad quartam: erit quoq. disiunctim proportio primae ad secundam maior q. tertiae ad quartam.

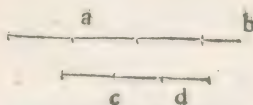
¶ CAMPANVS. ¶ Sit proportio a b ad b: maior q. c d ad d. dico q. erit disiunctim/ proportio a ad b: maior q. c ad d. alioqui erit aequalis vel minor. Q. si aequalis: erit per coniunctam proportionalitatem/ a b ad b, vt c d ad d. Si autem minor: erit maior c ad d, q. a ad b. ergo per

præmissam / maior erit c d ad d: q̄ a b ad b. quod est incōueniēs: quia positum est q̄ minor. verum est ergo qd̄ dicitur. ¶ Quod etiā ostensū est aſtruemus: hoc modo. Ponemus enim vt proportio e b ad b: sit tanq̄ proportio c d ad d. eritq̄ ex prima parte 10: e b minor q̄ a b. quare ex communi ſcientia / e est minor q̄ a. minor igitur est ex prima parte ſi proportio e ad b: q̄ sit a ad b. ſed proportio e ad b: est ſicut c ad d. ex diſiuncta proportionalitate. itaq̄ ex 12 / proportio a ad b: est maior q̄ sit c ad d. quod est propoſitum.



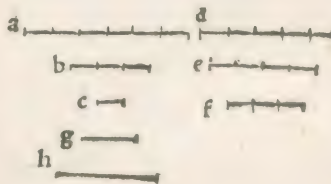
- 30 ¶ Si fuerint quatuor quantitates quarum primæ & ſecundæ ad ſecundam ſit maior proportio q̄ tertiæ & quartæ ad quartam: erit euerſim minor proportio primæ & ſecundæ ad primam q̄ tertiæ & quartæ ad tertiam.

¶ CAMPANVS. ¶ Sit maior proportio a b ad b: q̄ c d ad d. dico q̄ euerſim minor erit proportio a b ad a: q̄ c d ad d. erit enī diſiunctim ex præmiſſa / maior proportio a ad b: q̄ c ad d. Itaq̄ per 26 / erit econuerſo minor b ad a: q̄ d ad c. quare per ante præmiſſam / coniuſtim minor erit b a ad a: q̄ c d ad c. quod est propoſitum.



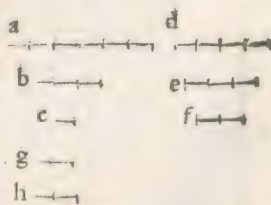
- 31 ¶ Si fuerint tres quantitates in vno ordine / itemq̄ tres in alio / fueritq̄ primæ priorum ad ſecundam maior proportio q̄ primæ poſteriorum ad ſecundam / itemq̄ ſecundæ priorū ad tertiam maior q̄ ſecundæ poſteriorum ad tertiam: erit quoq̄ primæ priorum ad tertiam maior proportio / q̄ primæ poſteriorum ad tertiam.

¶ CAMPANVS. ¶ Sint tres quantitates: a, b, c. itemq̄ alie tres: d, e, f. ſitq̄ maior proportio a ad b: q̄ d ad e. itemq̄ maior b ad c: q̄ e ad f. dico q̄ maior erit proportio a ad c: q̄ d ad f. Sit enī g ad c: vt e ad f. eritq̄ ex prima parte 10: g minor b. quare ex ſecunda parte 8 / proportio a ad g: est maior q̄ a ad b. multo maior ergo est proportio a ad g: q̄ d ad e. ſit itaq̄ h ad g: vt d ad e. eritq̄ ex prima parte 10: a maior h. quare ex prima parte 8 / proportio a ad c: maior est q̄ proportio h ad c. At vero proportio h ad c: est per æquam proportionalitatē / ſicut d ad f. est enim h ad g: vt d ad e. & g ad c: vt e ad f. igitur ex 12 / proportio a ad c: est maior q̄ d ad f. quare conſtat propoſitum.



- 32 ¶ Si fuerint tres quantitates in vno ordine / itemq̄ tres in alio / fueritq̄ proportio ſecundæ priorum ad tertiam maior q̄ primæ poſteriorum ad ſecundam / itemq̄ primæ priorum ad ſecundam maior q̄ ſecundæ poſteriorum ad tertiam: erit maior proportio primæ priorum ad tertiam / q̄ primæ poſteriorum ad tertiam.

¶ CAMPANVS. ¶ Sint enim tres quantitates in vno ordine: a, b, c. itemq̄ tres in alio: d, e, f. quemadmodum in præmiſſa. ſitq̄ maior proportio b ad c: q̄ d ad e. & maior a ad b: q̄ e ad f. dico q̄ maior erit a ad c: q̄ d ad f. Sit enim g ad c: vt d ad e. eritq̄ g minor b: per primam partem 10. quare maior erit proportio a ad g: q̄ a ad b. per ſecundam partem 8. igitur multo maior est a ad g: q̄ e ad f. Sit itaq̄ h ad g: vt e ad f. eritq̄ a maior h: ex prima parte 10. quare proportio a ad c: maior est q̄ h ad c. ex prima parte 8. At vero ex 23 / proportio h ad c. est tanq̄ d ad f. eo q̄ est g ad c. vt d ad e. & h ad g: vt e ad f. igitur ex 12 / maior est proportio a ad c: q̄ d ad f. quod est propoſitum.

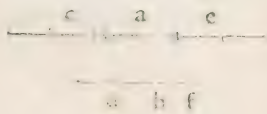


GEO.

ELE.

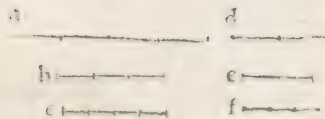
EV.

¶ Si fuerit proportio totius ad totum / maior q̄ abscisi ad ab-
scisum: erit residui ad residuum / maior proportio q̄ totius
ad totum.



¶ CAMPANVS. ¶ Sint duæ quantitates a, & b: a quibus abscindan-
tur c & d. & residua sunt e & f. sitq; maior proportio a ad b: q̄ c ad d. di-
co q; maior erit proportio e ad f: q̄ a ad b. erit enim ex 27 / permutatim
maior proportio a ad c: q̄ b ad d. quare ex 30 / erit euerſim minor propor-
tio a ad e: q̄ b ad f. igitur rursus ex 27 / permutatim minor erit a ad b: q̄
e ad f. quod est propositum.

¶ Si quotlibet quantitates ad totidem alias comparentur /
fueritq; cuiuslibet præcedentis ad suam relatiuā maior pro-
portio q̄ alicuius subsequētis ad suam: erit omnium harum
pariter acceptarum ad omnes illas pariter acceptas maior
proportio q̄ alicuius subsequētiū ad suam comparem /
aut etiam q̄ omnium pariter acceptarum ad omnes pariter
acceptas / minor autem q̄ primæ ad primam.



¶ CAMPANVS. ¶ Sint tres quantitates a, b, c. relatæ ad totidem alias
quæ sint d, e, f. sitq; maior proportio a ad d, q̄ b ad e, & b ad e sit ma-
ior q̄ c ad f. dico q; proportio a, b, c. pariter acceptarum / ad d, e, f. pari-
ter acceptas: est maior q̄ b ad e, vel maior q̄ c ad f, & etiam maior q̄ b
& c pariter acceptarum ad e & f pariter acceptas. & ipsa est minor: q̄ a
ad d. Cum sit enim a ad d maior q̄ b ad e: erit permutatim a ad b
maior q̄ d ad e. & coniunctim a b ad b: maior q̄ d e ad e, & iterum
permutatim a b ad d e: maior q̄ b ad e. quare per præmissam / a ad
d: est maior q̄ a b ad d e. Eodemq; modo probatur maiorem esse b ad
e: q̄ b c ad e. sitq; maior proportio est a ad d: q̄ b c ad e. quare
permutatim maior est a ad b c: q̄ d ad e. & coniunctim maior a b c
ad b c: q̄ d e ad e. & iterum permutatim maior a b c ad d e: q̄
q̄ c b ad e. quare per præmissam / maior est a ad d: q̄ a b c ad d
e. f. Quod est propositum.

EVCLIDIS NEGARENSIS

Geometricorum elementorum

Sexti Libri:

F I N I S.

EVCLIDIS MEGARENSIS CLARISSIMI
philosophi Mathematicorumq; facile principis, primū
ex Campano, deinde ex Theone Græco commenta-
tore, interprete Bartholomæo Zāberto Veneto: Geo-
metricorum elementorum Liber Sextus.

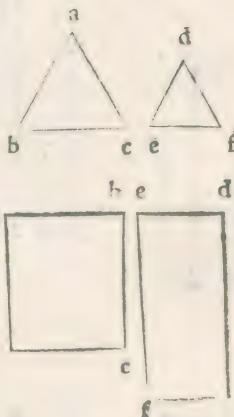
Euclides ex Campano.

Diffinitiones.



Superficies similes dicuntur: quarū
anguli vnus angulis alterius æqua-
les lateraq; æquos angulos conti-
nentia proportionalia.

CAMPANVS. ¶ Vt si trigonus a b c
fuerit æquiangulus trigono d e f, fueritq;
angulus a æqualis angulo d, & angulus
b æqualis angulo e, & proportio a b ad
d e sicut a c ad d f, & b c ad e f: ipsi
erunt similes.



**Superficies mutuum laterum: sunt inter quarum late-
ra/incontinua proportionalitas retransitiue habetur.**

CAMPANVS. ¶ Vt si duorum quadrilaterorum ab c d e f, proportio
a b lateris primi ad d e latus secundi fuerit sicut proportio e f lateris
secundi ad b c latus primi: illa duo quadrilatera dicuntur mutuum late-
rum siue mutuelesia.

**Linea dicitur diuidi secundum proportionem habentem
medium & duo extrema: quando eadem est proportio to-
tius ad maiorem sui sectionem quæ est maioris ad minorem.**

Euclides ex Zamberto.

Diffinitiones.



Similes figuræ rectilineæ: sunt quæ & angu-
les æquales habent ad vnum/ & quæ circa
angulos æquales sunt/ latera proportionalia.

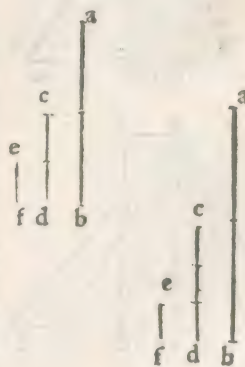
**Reciproce autem figuræ: sunt quando in
vtraq; figura antecessentes & consequentes
termini rationales fuerint.**

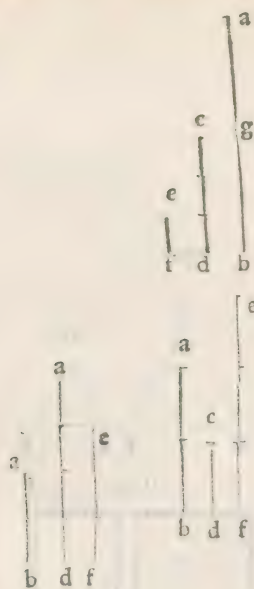
**Per extremam & mediam rationem/ recta linea diuidi di-
citur: quando fuerit sicut tota ad maius segmentum / sic ma-
ius ad minus.**

**Altitudo vniuscuiusq; figuræ: est a vertice ad basin per
pendicularis deducta.**

**Ratio ex duabus rationibus/ aut ex pluribus constare di-
citur: quando rationum quantitates multiplicatæ / aliquam
efficiunt quantitatem.**

THEON ex Zamberto. ¶ Sit enī a b ad c d rationem habēs datam:
veluti duplam aut triplam aut quālibet aliam. & c d ad e f: eandē quoq;
datam. Dico q; ipsius a b & e f ratio: constat ex a b ad c d & ex c d ad
e f. Vel q; ipsius a b ad c d rationis quantitas multiplicata in ipsius c d
ad e f rationis quantitatem: efficit ipsius a b ad e f rationem. Sit enim
primum a b ipsa c d maior: & c d ipsa e f. & sit quidem a b, ipsius c d
dupla: & c d ipsius e f tripla. quoniam igitur c d ipsius e f tripla est/ ip-
sius autem c d. dupla est a b: igitur a b ipsius e f sexcupla est. quoniam
si triplum alicuius duplicamus: fit sexcuplum. hoc inq; est proprie com-
k. iij.





positio. ¶ Vel sic. Quoniam a b dupla est ipsius c d: diuidatur a b in ip-
 si c d æqualia/hoc est a g, & g b. Et quoniam c d ipsius e f tripla est/a qua-
 lis autem est a g ipsi c d: & a g igitur ipsius e f tripla est. Id propterea: &
 g b ipsius e f tripla est. Tota igitur a b: ipsius a f sexcupla est. Ipsius igitur
 a b ad e f ratio: connectitur per c d medium limitem: composita ex
 ipsius a b ad c d & c d ad e f ratione. ¶ Similiter autem & si minor fue-
 rit c d, utraq; ipsarum a b & e f: id ipsum colligitur. ¶ Sit enim rursus
 a b ipsius c d tripla: at c d ipsius e f sit dimidia. & quoniam c d ipsius
 e f dimidia est: ipsius autem c d tripla est a b: igitur a b sesquialtera est
 ipsius e f. si enim alicuius dimidium triplicamus: habebit ipsum semel
 & dimidium. At quoniam a b ipsius c d tripla est, & c d ipsius e f dimidia
 est: qualium est a b æqualium ipsi c d trium: talium est e f duorum. Quare
 sesquialterum est a b ipsius e f. Igitur ratio ipsius a b ad e f, connectitur
 per c d medium limitem: composita ex ipsius a b ad c d & c d ad e f ratio-
 ne. ¶ Sed iam rursus sit c d utraq; ipsarum a b & e f maior. & sit quidē
 a b ipsius c d dimidium: & c d ipsius e f sesquitergium. Quoniam igitur
 qualium est a b duorum: talium est c d quatuor: qualium autem c d qua-
 tuor: talium e f trium: & qualium igitur a b duorum: talium e f trium. co-
 nectitur igitur rursus ratio ipsius a b ad e f, per c d medium limitem:
 quæ duorum est ad tria. similiter quoq; & in pluribus: & in reliquis casu-
 bus. Et manifestum est qd si a composita ratione: vnaquaq; composita-
 rum auferatur: vno extremorum eiccto/reliqua compositarum assumetur.

Eucl. ex Camp.

Propositio 1.



I duarum rectilinearum superficierum æqui-
 distantium laterum/sive triangulorum: fue-
 rit altitudo vna: tāta erit alterutra earum ad
 alteram/quantā sua basis ad basin alterius.

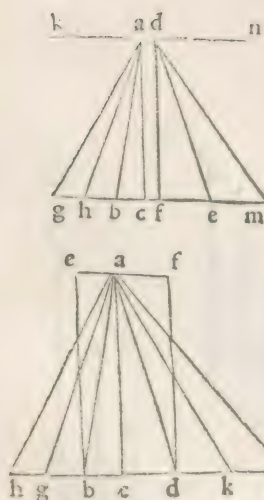
¶ CAMPANVS. ¶ Sint duo parallelogrāma a b c d
 e f æqualis altitudinis. dico esse proportionē eorū
 sicut b c ad e f. ponam illa duo parallelogrāma super lineam vnam: quæ
 sit g m. eruntq; propter hoc qd sunt æqualis altitudinis: inter lineas æqui-
 distantes: quarum sit altera k n. deinde ex linea g m: sumam g c multipli-
 cem secundum quēcunq; numerum voluero/ad b c. & diuidā eam in par-
 tes æquales b c: in punctis h & i. a quibus & pūcto g: ducam æquidistan-
 tes lineas a b, quæ sunt g k & h l. & complebo superficies æquidistantiū
 laterum: k h & l b. eritq; vnaquaq; earū per 36 primi: æqualis a c. quare
 sicut linea g c est multiplex lineæ b c: ita superficies e k, superficiē a c. Si
 militer quoq; ad lineam e f: sumam ex linea g m, lineam f m multipli-
 cem secundū quencunq; numerum voluero/ad e f. & complebo superfi-
 ciem æquidistantium laterum/ducta linea m n æquidistanter lineæ d e.
 eritq; superficies n f ita multiplex superficiē d f sicut linea m f lineæ e f.
 Et qd per 36 primi: si linea g c est maior linea f m, superficies k c est ma-
 ior superficie n f, et si minor/minor: et si æqualis/æqualis: erit per diffi-
 nitionem incontinuae proportionalitatis/eadem proportio basis b c ad
 basin e f, quæ est superficiē a c ad superficiē d f. qd est propositū. ¶ De
 triangulis vnus altitudinis idē pbabis & eodē modo per 38 primi: duo-
 bus lineis ab extremitatibus earum quas ad bases sumes multiplices/
 ad vertices triangulorum.

Eucl. ex Zamb.

Theorema 1. Propositio 1.

¶ Triangula & parallelogrāma/quæ sub eodem sunt verti-
 ce: ad se inuicem sunt vt bases.

¶ THEON ex Zamb. ¶ Sint triāgula quidē a b c & a c d, parallelogrā-
 ma vero e c & c f: sub eodē vertice existentia qd ab a in b d: per
 pēdiculārē deductā a c. Dico qd est sicut b c basis ad c d basin: sic est a b
 c triāgulū ad a c d triāgulū/& e c parallelogrāmū ad c f parallelogrāmū.



Producatur inq̃ per 2 postulatum / d b: ex vtraq̃ in h, l, signa. & ponantur per 2 primi ipsi quidem b c basi / æquales cuiusmodicunq̃ b g & g h: ipsi autem c d basi / æquales cuiusmodicunq̃ d k & k l. Connectanturq̃ a g, a h, a k, & a l. Et quoniam c b, b g, & g h sibi inuicem sunt æquales: & triangula quoq̃ a h g, a g b & a b c sibi inuicem sunt æqualia per 38 primi. Quia multiplex igitur est h c basis / ipsius b c basis: tam multiplex est et triangulum a h c, trianguli a b c. Id propterea q̃ multiplex est l c basis / ipsius d c basis: tam multiplex est & a l c triangulum / ipsius a d c trianguli. & si æqualis est h c basis / ipsi c l basi: æquum est per 38 primi / triangulum a h c triangulo a c l. & si basis h c excedit basim c l: excedit & triangulum a h c triangulum a c l. & si minor: minus / per 6 definitionem quinti. Quatuor iam existentibus magnitudinibus / duabus quidem basibus hoc est b c & c d, duobus autē triangulis hoc est a b c & a c d: sumuntur æque multiplices. ipsius quidem b c basis, & ipsius a b c trianguli: basis videlicet h c, & triangulum a h c. ipsorum autem c d basis & a d c trianguli: alia quæ vtrunq̃ sunt æque multiplicia / hoc est basis c l, & triangulum a l c. & demonstratum est q̃ si excedit basis h c basim c l: excedit quoq̃ & triangulū a h c, triangulū a l c. & si æqualis: æquale. & si minor: minus. Est igitur sicut basis b c ad basim c d: sic triangulum a b c ad triangulum a c d, per sextā definitionē quinti. Et quoniam per 41 primi ipsius quidem trianguli a b c duplum est parallelogrammū e c, ipsius autē a c d trianguli duplū est per eandē parallelogrammū f c, partes autē eodē modo multipliciū p 15 quinti eandē habent rationē: est igitur sicut triangulū a b c ad triangulū a c d, sic parallelogrammū e c ad parallelogrammū f c. Quoniam igitur patuit sicut quidē basis b c ad basim c d sic triangulū a b c ad triangulum a c d, sicutq̃ triangulū a b c ad triangulū a c d sic parallelogrammū e c ad parallelogrammū f c: & sicut igitur per 11 quinti / basis b c ad basim c d, sic parallelogrammū e c ad parallelogrammū f c. Triangula igitur & parallelogramma sub eodem vertice existentia: ad se inuicem sunt sicut bases, quod demonstrare oportebat.

Eucl. ex Camp.

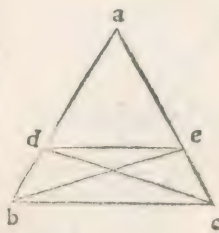
Propositio 2.

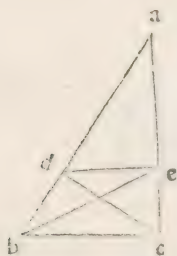
Si linea recta duo trianguli latera secans / reliquo fuerit æquidistans: eam duo illa latera proportionaliter secare. Si vero proportionaliter secet: eam reliquo lateri æquidistare necesse est.

CAMPANVS. Sit triangulus a b c: cuius duo latera a b & a c secet linea d e æquidistans tertio lateri quod est b c, dico q̃ erit proportio a d ad d b sicut a e ad e c. & e converso si fuerit proportio a d ad d b sicut a e ad e c: linea d e erit æque distans lineæ b c, protraham eni duas lineas e b & d c, eritq̃ per 37 primi / triangulus e d b, æqualis triangulo d e c: propter id quod ipsi sunt ambo super lineam d e, inter lineas æquidistantes, itaq̃ per secundā partē 7 quinti / proportio trianguli a d e ad vtrūq̃ illorū: erit vna, sed proportio eius / per præmissā ad triangulū e d b: est sicut lineæ a d ad lineā d b, & ad triangulū d e c: sicut lineæ a e ad lineā e c. Nam ipse cum vtroq̃ illorū est æqualis altitudinis, quare erit proportio a d ad d b: sicut a e ad e c, quod est primū. Et si hoc fuerit: erit per præmissam / ipsius a d e ad vtrumq̃ illorū proportio vna, quare per secundam partem 9 quinti: ipsi sunt adinuicē æquales, & quia ipsi sunt super eandem basim videlicet lineam d e, & ex eadem parte: erit per 39 primi / linea d e æquidistans lineæ b c, quod est secundum.

Eucl. ex Zamb. Theorema 2. Propositio 2.

Si triaguli ad vnū laterū acta fuerit aliqua recta linea parallelus: proportionaliter secat ipsius triaguli latera. & si triaguli latera proportionaliter secta fuerint: ad segmēta connexa recta linea / parallelus ad reliquū erit ipsius triaguli latus.





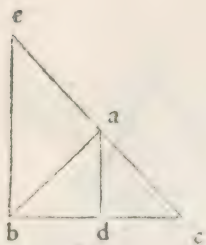
THEON ex Zamberto. ¶ Trianguli enī a b c parallelus ad latus b c agatur d e. Dico q̄ est sicut b d ad d a: sic est e ad e a. Cōnectantur inquam b e & c d. æquale igitur est per 37 primi/ triangulum b d e: triangulo c d e. in eadem enim sunt basi d e: & in eisdem parallelis d e & b c. Aliud autem quoddam triangulum a d e. æqualia autem per 7 quinti/ ad idem eandem habent rationem. Est igitur sicut triangulum b d e ad triangulum a d e: sic triangulum c d e ad triangulum a d e. Sicut quidem triangulum b d e ad triangulum a d e: sic est b d ad d a. sub eodem namq; vertice/ ab e in a b, perpendicularē actam habent. & proinde ad se invicē sunt sicut bases: per 1 sexti. Ac propterea sicut triangulum c d e ad triangulum a d e: sic e ad e a. & sicut igitur per 11 quinti/ b d ad d a: sic e ad e a. ¶ Sed iā ipsius a b c trianguli/ latera a b & a c in proportionē secantur: sicut b d ad d a, sic e ad e a. & connectatur d e. Dico q̄ parallelus est d e ipsi b c. Eisdem namq; dispositis/ quoniā est sicut b d ad d a sic e ad e a, sed sicut quidem b d ad d a sic triangulum b d e ad triangulum a d e per 1 sexti/ sicut autem e ad e a sic triangulum c d e ad triangulum a d e per eandem: & sicut igitur per 11 quinti/ triangulum b d e ad triangulum a d e, sic triangulum c d e ad triangulum a d e. Verūq; igitur ipsorum b d e & c d e triangulorum: ad a d e eandem habet rationem per 9 quinti. Aequale igitur per eandem est triangulum b d e & triangulo c d e in eadem sunt basi d e. æqualia autem triangula & in eadem basi existentia: & in eisdem sunt parallelis per 39 primi. parallelus igitur est d e ipsi b c. Si trianguli ad vnum latus igitur acta fuerit parallelus aliqua recta linea. proportionaliter secat trianguli latera. & si trianguli latera proportionaliter secta fuerint: ad segmenta coniuncta recta linea/ parallelus erit ad reliquū triāguli latus. Quod demonstrasse oportuit.

Euclī ex Camp.

Propositio 3.



¶ In aliquo angulorū trianguli linea recta ad basin ducta/ angulū illū per æqualia secet: duas partes ipsius basis reliquis eiusdē trianguli lateribus proportionales esse. Si vero due partes basis quas linea ab angulo ducta distinguit/ reliquis trianguli lateribus proportionales fuerint: lineam illā angulum per æqualia dividere necessario comprobatur.



CAMPANVS. ¶ Sit trigonus a b c: cuius angulum a dividat linea a d per æqualia. dico q̄ proportio b d ad d c: est sicut b a ad a c, & eōvertēso. protraham enim b e: æquidistantem a d. & producam c a: quousq; concurrat cum b e in puncto e. eritq; per primam partem 29 primi/ angulus e b a: æqualis angulo b a d. & per secundam partem eiusdem/ angulus c a d: quare angulus e: est æqualis angulo e b a. ergo per 6 primi/ e a: est æqualis a b. & ideo per primam partem 7 quinti/ proportio e a ad a c: est sicut b a ad a c. sed per præmissam/ e a ad a c: est sicut b d ad d c. ergo b a ad a c: sicut b d ad d c. quod est primum. ¶ Secundam partē quæ est conuersa primæ partis: probabitur conuerso modo. Manente enim eadem dispositione/ si fuerit proportio b a ad a c sicut b d ad d c, quia per præmissam e a ad a c est sicut b d ad d c: erit eadem proportio e a ad a c, quæ est b a ad a c. ergo per primam partem 9 quinti: e a & a b sunt æquales, quare per 5 primi/ duo anguli e & e b a: sunt æquales, igitur per primā & secundam partem 29 primi/ angulus b a d: est æqualis angulo d a c. quod est secundum.

Euclī. ex Zamb. Theorema 3. Propositio 3.

¶ Si trianguli angulus bisariam secetur/ dissecens autē angulum recta linea secuerit & basin: basis segmenta eandem habebunt rationem reliquis ipsius trianguli lateribus. & si basis segmenta eandem habuerint rationem reliquis ipsius

trianguli lateribus: a vertice ad basin coniuncta recta linea bifariam dissecit ipsius trianguli angulum.

THEON ex Zamberto. ¶ Sit triangulū a b c: seceturq; per 9 primi/ angulus b a c bifariam sub recta linea a d. Dico q; est sicut b d ad c d: sic est b a ad a c. Excitetur enī per 31 primi per c: ipsi d a parallelus e. & acta b a ei concurrat in e. & quoniam in parallelos a d & e c, recta linea a c cecidit: angulus igitur a c e per 29 primi æqualis est angulo c a d. Sed angulo c a d: is qui est sub b a d supponitur æqualis. & angulus igitur b a d: ei qui sub a c e est angulo/ est æqualis. Rursus quoniam in parallelos a d & e c, recta linea cecidit b a e: per 28 primi angulus exterior b a d æqualis est angulo interior i a e c. ostensum autem est q; angulus a c e angulo b a d est æqualis. & angulus a c e igitur: angulo a e c est æqualis. quare & latus a c: lateri a c per 6 primi/ est æquale. Et quoniam triaguli b c e ad vnum latus e c parallelus acta est a d: proportio nalis igitur per 2 sexti & per 11 quinti (& animaduerte quomodo) sicut b d ad d c, sic b a ad a c. Aequalis autem est a e ipsi a c. est igitur sicut b d ad d c: sic b a ad a c. ¶ Sed esto sicut b d ad d c: sic b a ad a c. & connectatur a d. Dico q; bifariam secatur angulus b a c: sub recta linea a d. Eif dē nāq; dispositis/ qm̄ est sicut b d ad d c sic est b a ad a c, sed sicut e d b ad d c sic b a ad a e per 2 sexti/ trianguli enim b c e ad vñū latuse c, acta est parallelus a d: & sicut igitur b a ad a c sic b a ad a e per 9 quinti. ¶ Qualis autem est a c ipsi a c, quare & angulus qui sub a e c: per 5 primi/ ei qui est sub a c e est æqualis. Sed qui est sub a e c per 29 primi/ exteriori qui est sub b a d est æqualis. angulus autem a c e: ei qui vicissim est sub c a d angulo est æqualis. Angulus igitur b a c bifariam disceditur sub a d recta linea. Si trianguli angulus igitur bifariam secetur/ eum autem dissecens recta linea secuerit & basin: basis segmenta eandem habebunt rationem reliquis trianguli lateribus. & si basis segmenta eandem habuerint rationem reliquis trianguli lateribus: a vertice ad basin coniuncta recta linea bifariam secat ipsius triaguli angulum, quod erat demonstrandum.

Euci ex Camp.

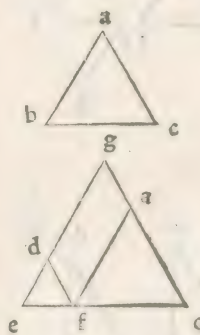
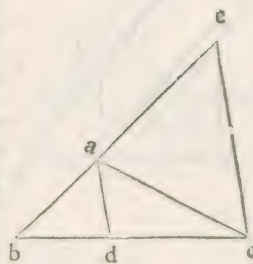
Propositio 4.

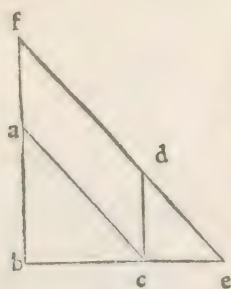
¶ Mnum duorum triagulorum quorum anguli vñi/ us angulis alterius sunt æquales: latera æquos angulos continentia sunt proportionalia.

CAMPANVS. ¶ Sint duo trianguli a b c, d e f: æquianguli. sitq; angulus a: æqualis angulo d, & angulus b: angulo e. & angulus c angulo f. dico q; proportio d e ad a b, & d f ad a c: est sicut e f ad b c. ponam enī ambos triangulos super lineam vñam quæ sit e c: ita q; duo anguli vñi/ qui erunt super hanc lineam: sint æquales duobus alterius qui erunt super eandem. non quidem medius medio aut extremus extremo: sed medius vnus/ extremo alterius. & ponam duos eorum medios angulos in eodem puncto coire, sitq; a f c: ipse idem triagulus qui erat a b c. & quia angulus a f c est æqualis angulo e, & angulus d f e angulo c per hypothesin: erit per primam partem 28 primi/ linea a f æquidistans d e, & d f æquidistans a c. complebo igitur superficiem æquidistantium laterum: quæ sit g f. eritq; per 34 primi/ g a: æqualis d f, & g d æqualis a f. Quia ergo per secundam huius g a ad a c sicut e f ad f c, & per eandem e f ad f c sicut e d ad d g: erit per 7 quinti d f ad a c & per eandem e d ad f a sicut e f ad f c, quod est propositum.

Euci. ex Zamb. Theorema 3. Propositio 4.

¶ Aequiangulorum triangulorum proportionalia sunt latera: quæ circum æquales angulos/ & similis sunt rationis quæ æqualibus angulis latera subtenduntur.





GEO.

ELE.

EV.

THEON ex Zamberto. **S**int triacula æquiangula abc & dce æquum habentia angulum qui sub a b c ei qui sub d c e est angulo & angulum qui sub b a c ei qui sub c d e , & in super angulum qui sub a b c ei qui sub d c e . Dico q̄ triangulorum abc & dce latera sunt proportionalia: quæ circum æquales sunt angulos, eiusdemq̄ rationis: quæ equalibus angulis latera subtenduntur. Ducatur enim in rectam lineam b c ipsi c e . Et quoniam anguli a b c & a c b duobus rectis sūt minores per decimamseptimam primi/ æqualis autē est angulus a c b ei qui est sub d c e angulo: anguli igitur a b c & d c e , duobus rectis sunt minores. Igitur b a & d productæ: in congressum veniant. Congrediantur conveniens anteq̄ in f . & quoniam per hypothesin angulus d c e angulo a b c est equalis: parallelus est per 28 primi/ b f ipsi c d . Rursus quoniam per hypothesin/ angulus a c b æqualis est angulo d c e : parallelus est per 28 primi/ a c ipsi f e . Parallelogrammū igitur est: f a d c . Aequalis igitur est f a , ipsi d c : & a c ipsi f e . Et qm̄ per 2 sexti/ triaguli b f e ad latum vnū f e parallelus acta est a c : est igitur sicut b a ad a f , sic b c ad a c . Aequalis autem est a f ipsi c d . Sicut igitur per 11 quinti/ b a ad a d c̄ sic b c ad c e . & vicissim per 16 quinti/ sicut a b ad b c sic d c ad c e . Rursus quoniam parallelus est c d ipsi b f : est igitur per 2 sexti/ sicut b c ad c e sic f d ad d e . Aequalis autem est f d ipsi a c . Sicut igitur b c ad c e sic a c ad d e . vicissim igitur per 16 quinti/ sicut b c ad c e sic c e ad d e . Quoniam igitur demonstratū est q̄ sicut a b ad b c sic d c ad c e , sicut autem b c ad c e sic e ad d e : ex æquali igitur per 22 quinti/ sicut b a ad a c sic c d ad d e . Proinde æquiangulorū triangulorū proportionalia sunt: quæ cum æquales angulos sunt latera, eiusdemq̄ rationis: quæ equalibus angulis latera subtenduntur. quod fuit demonstrandum.

Eucly ex Camp.

Propositio 5.



Mnium duorum triangulorum quorum cūctiorum laterum sese respicientium est proportio vna: anguli lateribus proportionalibus contenti: qui sibi inuicem esse probantur.

CAMPANVS. **H**æc est cōuersa prioris. Nec fecit ex ea & præmissa vnā conclusionē/ sicut fecit in secunda & tertia huius: quia nec eadem figuratione nec eisdē medijs demonstratur quibus præcedēs. Sint itaq̄ duo trianguli abc , dfe , sitq̄ proportio a b ad d e , & a c ad d f : sicut b c ad e f . dico q̄ angulus a : est æqualis angulo d , & angulus b : angulo e . et angulus c : angulo f . Cōstituam super lineā e f in opposita parte trianguli dfe , angulum f g : æqualem angulo b . & angulum e g : æqualem angulo c . eritq̄ per 32 primi/ angulus g : æqualis angulo a . ergo per præmissā proportio a b ad e g , & a c ad f g : sicut b c ad e f . quare a b ad d e : sicut a d ad e g . & a c ad d f : sicut a d ad f g . igitur per secundā partē 9 quinti/ d e est equalis e g . & per eādem d f : æqualis f g . quare per 8 primi/ duo trianguli dfe , & geg sunt æquianguli. quia ergo triangulus geg est etiam æquiangulus triangulo abc : constat propositum.

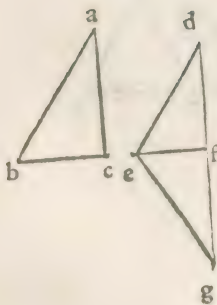
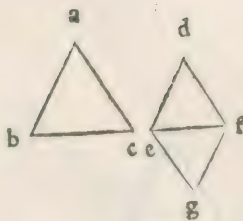
Eucly. ex Zamb.

Theorema 5.

Propositio 5.

Si duo triacula/ latera proportionalia habuerint: æquiangula erunt triacula/ & æquales habebunt angulos sub quibus eiusdem rationis latera subtenduntur.

THEON ex Zamberto. **S**int bina triacula abc & dfe : latera proportionalia habentia, sicut a b ad b c sic d e ad e f . sicutq̄ b c ad a : sic e f ad d f . Dico q̄ æquiangulum est abc triangulum: triangulo dfe . & æqualesq̄ habebunt angulos: sub quibus eiusdem rationis latera subtenduntur. hoc est angulum a b c angulo d e f : & angulum b c a angulo e f d . & in super angulum b a c : angulo e d f . Constituat per 23 primi/ inq̄ ad rectam lineam e f , ad signaq̄ in ea e , f angulo a b c æqualis angulos



f e g, angulo autem a c b æqualis qui est sub e f g. Reliquus igitur angulus qui sub b a c: reliquo qui sub e g f est æqualis. æqui angulum igitur est triangulum a b c: triangulo f e g. Triangulorum autem a b c & f e g proportionalia sunt latera/ quæ circum æquales sunt angulos per 4. sexti: eiusdemq; rationis/ quæ sub æqualibus angulis latera subtenduntur. Est igitur sicut a b ad b c: sic g e ad e f. Sed sicut a b ad b c: sic supponitur d e ad e f. Igitur sicut d e ad e f: sic g e ad e f. vtrumq; igitur ipsorum d e & g e: ad e f eandem habet rationem. Aequalis igitur per 9 quinti est d e: ipsi e g. Id propterea/ & d f ipsi f g est æqualis. Quoniam igitur æqualis est d e: ipsi e g, communis autem e f: duæ igitur d e & e f duæ g e & e f sunt æquales/ & b a f s d f b a f g est æqualis. Angulus igitur d e f: per 8 primi/ angulo g e f est æqualis/ et triangulum d e f per 4. primi triangulo g e f est æquale: et reliqui anguli reliquis angulis æquales erunt sub quibus æqualia latera subtenduntur. Aequalis igitur est angulus d f e angulo g f e: & angulus e d f angulo e g f. Et quoniam angulus f e d angulo f e g est æqualis/ sed angulus f e g angulo a b c: & angulus a b c igitur ei qui sub d e f est angulo est æqualis. Id propterea/ & angulus a c b: angulo d f e est æqualis. & insuper angulus qui ad a: ei qui ad d. Aequiangulum igitur est triangulum a b c: triangulo d e f. Si bina triangula igitur/ latera proportionalia habuerint: æquiangula erunt triangula. & æquales habebunt angulos: sub quibus eiusdem rationis latera subtenduntur. quod erat demonstrandum.

Eucl. ex Camp.

Propositio 6.

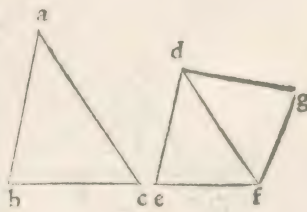
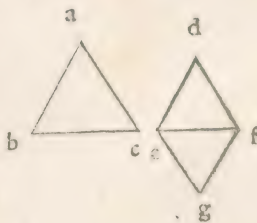
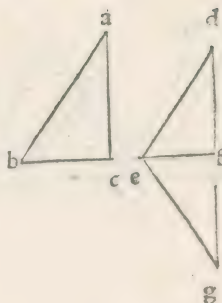
Q Mnes duo triânguli quorum vnus angulus vnus vni angulo alterius æqualis lateraq; illos duos quos angulos continentia proportionalia: sunt inter se inuicem æquianguli.

CAMPANVS. Maneat prior dispositio. & sit solum angulus b: æqualis angulo d e f. & proportio a b ad d e: sicut b c ad e f. dico adhuc duos triangulos a b c, d e f: esse æquiangulos. Cū enim sit per 4. huius propter hypotheses præmissæ conclusionis/ a b ad e g sicut b c ad e f: erit a b ad d e sicut a b ad e g. quare per secundam partem nonæ quinti d e: est æqualis e g. Quia ergo duo latera d e & e f trigoni d e f, sunt æqualia duobus lateribus e g & e f trigoni g e f, & angulus e vnus angulo e a lterius/ quia vterq; est æqualis angulo b: ipsi erunt per quartam primi/ æquianguli. & quia e g f est etiam æquiangulus a b c: patet propositum.

Eucl. ex Zamb. Theorema 6. Propositio 6.

Si bina triangula vnum angulum vni angulo æqualē habuerint/ & circum æquales angulos latera proportionalia: æquiangula erunt triângula/ & æquales habebunt angulos sub quibus eiusdem rationis latera subtenduntur.

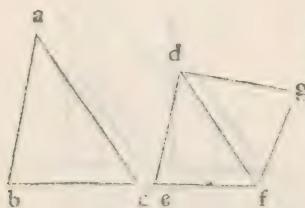
THEON ex Zamberto. Sint bina triangula a b c & d e f: vñ angulum qui sub b a c, vni angulo qui sub d e f æqualem habentia, & quæ circum æquales angulos latera proportionalia: sicut b a ad a c, sic e d ad d f. Dico qd triangulum a b c: æquiangulum est ipsi triangulo d e f. & æqualem habebit angulum a b c angulo d e f: & angulum a c b angulo d f e. Constatuatur inquam per 23. primi/ ad rectā lineam d f, ad signaq; in ea d f: vterq; ipsorum b a c & e d f æqualis angulus f d g, angulo autem a c b: æqualis angulus d f g, reliquus igitur angulus qui ad b: reliquo angulo qui ad g est æqualis. Aequiangulum igitur est triangulum a b c: triângulo d g f. Proportionale igitur est/ sicut b a ad a c: sic g d ad d f, per 4. sexti. Receptum autem est/ qd sicut b a ad a c: sic e d ad d f. & sicut igitur per 11. quinti e d ad d f: sic g d ad d f. Aequalis igitur est per 9. quinti e d: ipsi d g. Et communis d f. Duæ iam e d & d f: duabus g d & d f sunt æquales. & angulus e d f: per hypothesin angulo g d f est æqualis. Basis



GEO.

ELE.

EV.



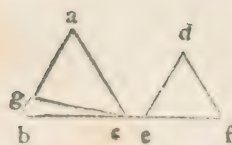
igitur e f per 4 primi/basi g f est æqualis. & triangulum d e f per eandem triangulo g d f est æquale: & reliqui anguli reliquis angulis æquales erunt alter alteri sub quibus æqualia latera subtenduntur. Aequalis igitur est angulus d f g angulo d f e: & qui ad g, ei qui ad e. Sed angulus qui sub d f g ei qui sub a c b est æqualis. & angulus a c b igitur ei qui sub d f e est æqualis. Receptum autem est / qd angulus b a c: ei qui sub e d f est angulo æqualis est. & reliquus igitur qui ad b: reliquo qui ad e est æqualis. æquiangulum igitur est triangulum a b c: triangulo d e f. Si bina tri- angula igitur vnum angulum vni angulo æqualem habuerint/ circum vero æquales angulos latera proportionalia: æquiangula erunt ipsa tri- angula/ & æquales habebunt angulos sub quibus eiusdem rationis late- ra subtenduntur. quod demonstrasse oportuit.

Eucl. ex Camp.

Propositio 7.



I fuerint duo trianguli quorū vnus angulus vnus
us vni angulo alterius æqualis/duoq; suorum re-
liquorum angulorū lateribus proportionalibus
cōtenti duorum vero demum reliquorum vterq;
aut neuter recto angulo minor: necesse est illos duos triangu-
los omnibus suis angulis inter se inuicem æquiangulos esse.
CAMPANVS. ¶ Sint duo triāguli a b c, d e f. sitq; angulus a: æqua-
lis angulo d. & proportio a c ad d f: sicut b c ad e f. & vterq; duorum an-
gulorum b & e, aut neuter: sit minor recto. dico eos esse æquiangulos. Si
enim angulus c vnus est æqualis angulo f alterius: pater propositū per
præmissam. Sin autem: sit c maior, fiatq; angulus a c g: æqualis eidem.
eritq; per 32 primi triangulus a g c: æquiangulus triangulo d e f. quare
per quartam huius/ proportio a c ad d f: sicut g c ad e f. sed sic fuit b c ad
e f. ergo per 9 quinti/ g c & b c: sunt æquales. ergo per quintam primi/
angulus b: est æqualis angulo b g c. Si ergo neuter duorum angulorum
b & e fuerit minor recto: accidet duos āgulos vnus trianguli nō esse mi-
nores duobus rectis, quod esse non potest/ per 17 primi. Qz si vterq; fue-
rit minor recto: erit angulus a g c maior recto per 13 primi. quare & an-
gulus e sibi æqualis: est etiam recto maior. quod est contra hypothesin.
quare destructo opposito: remanet propositū. ¶ Oportet autem vtrumq;
angulorum reliquorum/ aut neutrum: esse minorem recto. possibile eni
est in eodem triangulo vt in triangulo a b c: lineam g c esse æqualem b
c. & ideo erit a c ad vtramq; earum: vna proportio per 7 quinti. Nec ta-
men erunt triāguli a g c & a b c, æquianguli: quia vnus angulus vnus
sit æqualis vni angulo alterius/ immo idem vt angulus a. & proportio li-
near a c prout est latus magni ad a c prout est latus parui: sicut b c latus
magni ad g c latus parui. vtraq; enim æqualis. & hoc est/ propter hoc qd
angulus g minoris: est maior recto. & angulus b maioris: minor. Nam
in omni triangulo duum æqualium laterum/ vterq; angulorum qui sūt
ad basin: est minor recto.

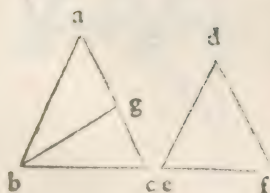


Eucl. ex Zamb.

Theorema 7.

Propositio 7.

¶ Si bina triāgula vnum angulum vni angulo æqualem
habuerint/ circum autem alios angulos latera proportiona-
lia/ reliquorum vero vtrūq; simul aut minorem aut non mi-
nores recto: æquiangula erunt triāgula/ & æquales habebunt
angulos circum quos proportionalia sunt latera.



¶ THEON ex Zamberto. ¶ Sint bina triāgula a b c & d e f: vnū an-
gulum vni angulo æqualem habentia/ eum scilicet qui sub b a c ei qui
est sub e d f. Circum autem alios angulos a b c & d e f, latera proportio-
nalia sicut a b ad b c: sic d e ad e f. Reliquorum vero qui ad c, f, primo al-
terum simul maiorem recto. Dico qd æquiangulum est a b c triangulum:

ipsi d e f triangulo. & æqualis erit angulus a b c: angulo d e f. & reliquus qui ad c: reliquo qui ad f. Si enim inæqualis est angulus a b c ei qui sub d e f est angulo: alter eorum maior est. sit maior angulus a b c. & consti-
tuatur per 23 primi/ ad a b recta lineam ad signūq; in ea b: ipsi d e f an-
gulo æqualis angulus a b g. Et quoniam æqualis est angulus qui ad a ei
qui est ad d, & angulus a b g ei qui sub d e f: reliquus igitur angulus a
g b reliquo angulo d e f est æqualis. Aequiangulum igitur est triangulū
a b g: triangulo d e f. Est igitur per 4 sexti/ sicut a b ad b g: sic d e ad e f.
Sicutq; d e ad e f recipitur sic a b ad b c. Et sicut igitur per 11 quiti/ a b
ad b c: sic a b ad b g. Igitur per 9 quinti/ a b ad vtrumq; ipsorum b c & b
g, eandem habet rationem. æqualis igitur est b c ipsi b g. Quare per qui-
tam primi/ & angulus qui ad c: angulo qui sub b g c est æqualis. sed mi-
nor recto subiicitur angulus qui ad c. minor igitur recto est angulus qui
sub b g c. Quare per 13 primi & altrinfecus ipse angulus a g b: maior est
recto. & ostensum est q; æqualis est ei qui ad f. & qui ad f igitur: maior
est recto. Subiicitur autem minor recto. quod est absurdum. Igitur inæ-
qualis minime est angulus a b c: angulo d e f. Aequalis autem est & qui
ad a signum ei qui ad d. & reliquus qui ad c igitur: reliquo qui ad f est
æqualis. Aequiangulum igitur est triangulū a b c: triangulo d e f. ¶ Sed
rursus supponatur vterq; eorum qui ad c: si non minor recto. Dico rur-
sus q; & sic esset aequiangulum triangulum a b c: triangulo d e f. Eisd-
dem nempe dispositis/ similiter demonstrabimus q; æqualis est b c: ipsi
b g. quare & angulus qui ad c: ei qui sub b g c est æqualis. At non mi-
nor recto est angulus qui ad c. neq; igitur minor recto est angulus qui est
sub b g c. Trianguli iā b g c per 17 primi duo anguli duobus rectis sūt
minores. quod est impossibile. Non igitur rursus inæqualis est angulus
a b c: angulo d e f. æqualis igitur. est autem angulus qui ad a: e i qui ad
d æqualis. Reliquus igitur qui ad c: reliquo qui ad f est æqualis. Aequi-
angulum igitur est triangulum a b c: triangulo d e f. Si bina igitur tri-
gula vnum angulum vni angulo æqualem habuerint/ circum autem ali-
os angulos latera proportionalia/ reliquorum vero vtrumq; simul vel mi-
norem vel non minorem recto: æquiangula erunt triangula/ & æquales
habebunt angulos circum quos proportionalia sunt latera. quod oport-
uit demonstrasse.

Eucl. ex Camp.

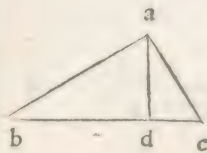
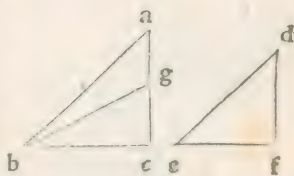
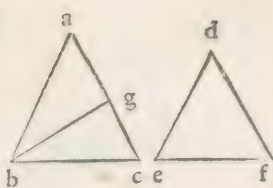
Propositio 8.

S I ab orthogonijs angulo recto ad basin linea per-
pendicularis ducatur: sient duo trianguli partia-
les/ toti triangulo & sibiinuicem similes.

CORRELARIUM.

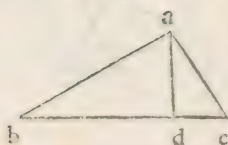
¶ Vnde etiā manifestū est: quia in omni triangulo rectan-
gulo/ si ab eius angulo recto ad basin perpendicularis duca-
tur: erit ipsa perpendicularis inter duas sectiones ipsius ba-
sis proportionalis. Itemq; vtrumq; latus inter totam basin
atq; sibi conterminalem basis portionem.

¶ CAMPANVS. ¶ Sit trigonus a b c, orthogonus: eiusq; angulus a, re-
ctus: a quo ducatur a d perpendicularis ad basin. dico q; vterq; duorum
triangulorum partialium qui sunt a b d, a d c: similis est totali triangulo
a b c, & vnus eorum alteri. est enī vterq; ipsorum æquiāgulus totali per
32 primi: eo q; vterq; est orthogonius & in vno angulo communicat cū
totali. quare & sibiinuicem sunt æquianguli. ita q; angulus b est æqua-
lis angulo d a c, & angulus b a d: angulo c. & duo anguli qui sunt ad d: si-
biinuicē & angulo a totali æquales. quare per 4 huius latera æquos eor-
um angulos respicientia: sunt proportionalia. ergo per diffinitionē sunt
similes. quod est propositum. Vtrumq; correlarium ex his euidenter ap-
paret.



Eucl. ex Zamb. Theorema 8. Propositio 8.

¶ Si in triangulo rectangulo ab angulo recto in basin perpendicularis agatur: quæ ad perpendicularem triangula similia sunt toti & adinuicem.

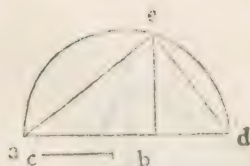


¶ THEON ex Zamberto. ¶ Sit triangulum rectangulum a b c: rectum habens eum qui sub b a c angulum. & excutetur per 12 primi/ ab a in b c perpendicularis a d. Dico qd simile est vtrumq; ipsorum a b d & a d c triangulorum: toti a b c, & insuper adinuicem. Quoniam inquam per 4 postulatu æqualis est angulus b a c angulo a d b, rectus enim vterq; est/ communis autē est ipsorum duorum triangulorum a b c & a b d angulus qui ad b: reliquus igitur ægulus a c b, reliquo b a d est æqualis per 32 primi. Aequiangulum igitur est triangulum a b c: triangulo a b d. Est igitur per 4 sexti sicut c b subtendens angulum rectum/ a b c trianguli ad b a subtendentem rectum angulum ipsius a b d triaguli: sic ipsa a b subtendens angulum qui ad c trianguli a b c, ad b d subtendentem æqualem angulum b a d ipsius a b d trianguli/ & insuper a c ad a d subtendentem angulum qui ad b communem duorum triangulorum. Triangulum igitur a b c: triangulo a b d æquiangulū est per 7 sexti/ & quæ, circū æquales angulos sunt/ latera proportionia habet. Simile igit est triangulū a b c: triangulo a b d, per 1 diffinitionē sexti. Similiter iam ostēdemus qd & triangulo a d c: simile est triangulum a b c. vtrumq; igitur ipsorum a b d & a d c triangulorum simile est toti a b c. Dico etiam qd & adinuicem sunt similia: triangula a b d & a d c. Quoniam enim rectus angulus b d a recto angulo a d c est æqualis per 4 postulatū/ sed & angulus b a d ei qui ad c ostensum est qd est æqualis: reliquus igitur qui ad b reliquo qui sub d a c est æqualis. Aequiangulum igitur est triangulum a b d: triangulo a d c. est igitur sicut b d ipsius a b d trianguli subtendens angulum qui sub b a d, ad d a ipsius a d c trianguli subtendentem angulum qui ad c æqualem ei qui sub b a d: sic ipsa a d ipsius trianguli a b d subtendens angulum qui ad b, ad d c subtendentem angulum qui sub d a c ipsius trianguli a d c æqualem ei qui ad b. & insuper b a ad a c subtendens rectos angulos. Simile igitur est triangulum a b d: triangulo a d c. Si in rectangulo triangulo igitur ab angulo recto in basin perpendicularis agatur: triangula quæ circum perpendicularē/ similia sunt toti & adinuicem. quod demonstrare oportuit.

¶ CORRELARIUM ¶ Ex hoc inquam manifestum est/ qd si in rectangulo triangulo ab angulo recto in basin perpendicularis agatur: acta/ ipsius basis segmentis media proportionalis est. Et insuper ipsius basis & vniuscuiusq; segmentorum/ latus quod ad segmentum: mediū proportionale est. quod erat demonstrandum.

Eucl. ex Camp.

Propositio 9.



¶ Vabus lineis propositis tertiam iter eas sub proportionalitate continua collocare.

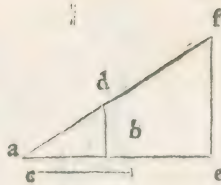
¶ CAMPANVS. ¶ Sint duæ lineæ propositæ a b & c. inter quas volo vnam lineam in proportionalitate continua collocare. Adiungam vnam earum alteri. sitq; tota ex eis composita: a d. ita qd b d sit æqualis c. & super totam describo semicirculum a e d. & produco b e vsq; ad circumferentiam: perpendicularē ad lineam a d. dico lineam b e: esse quam quærimus. produco enim lineas e a & e d. eritq; per 30 tertij/ angulus e totalis: rectus. quare per primam partem correlarij præmissæ/ proportio a b ad b e sicut b e ad b d. quod est propositum.

Eucl. ex Camp.

Propositio 10.

¶ Duabus lineis datis; tertiam eis in cōtinua proportionalitate subiungere.

CAMPANVS. ¶ Sit duæ lineæ propositæ a b & c: quibus volo tertiam in continua proportionalitate subiungere. Cōiungo lineam c angulariter vt contingit: cum linea a b. sitq; a d: ei æqualis. & produco lineam a b vsq; ad e: donec fiat b e æqualis a d. & protracta linea b d: a puncto e duco lineam sibi æquidistantem. quam & lineam a d: produco quousq; concurrant in puncto f. dico igitur lineam d f: esse quam quærimus, est enim per secundam huius/ proportio a b ad b e: sicut a d ad d f. sed a b ad b e: est sicut a b ad a d, per 2 partem 7 quinti. quare a b ad a d: sicut a d ad d f. quod est propositum.



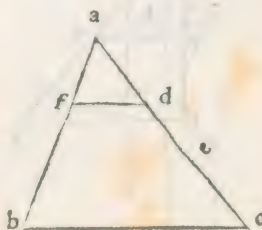
CAMPANI additio. ¶ Q; si propositis tribus lineis velimus inuenire quartam/ ad quam sit proportio tertiæ sicut primæ ad secundā: ex prima & secundā fiat linea vna/ & toti composita tertia angulariter adiungatur. & a communi termino primæ & secundæ ducatur linea ad extremitatem tertiæ. & ab altero termino secundæ ducatur huic lineæ æquidistans: quousq; concurrat cum tertia in cōtinuum rectūq; protracta. eritq; per secundam huius/ linea quam hæc æquidistans abscinder: quæ quæritur. quæadmodū si in hac figura fuerit: prima a b, secunda b e, tertia a d: erit quarta d f.

Eucl. ex Camp.

Propositio 11.

A assignata linea: quotamcumq; iubearis/ partem abscindere.

CAMPANVS. ¶ Sit a b linea assignata. ab eā volo aliquotam partem vtpote tertiam abscindere. coniungo ei angulariter vt contingit lineam indefinitæ quantitatē: quæ sit a c. a qua reseco tres æquas portiones: quæ sunt a d, d e, & e c. & produco lineas c b & d f: sibi æquidistantes. dico a f esse tertiam a b. est enim per secundā huius/ proportio c d ad d a: sicut b f ad f a. quare cōiunctim/ c a ad d a: sicut b a ad f a. Cum igitur c a sit tripla ad d a: patet a f esse tertiam a b. qd est propositum.

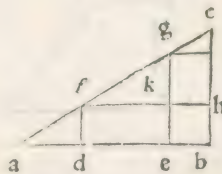


Eucl. ex Camp.

Propositio 12.

Duabus lineis propositis/ altera indiuisa/ altera per partes diuisa: indiuisam quidem ad modum diuise diuidere.

CAMPANVS. ¶ Sint duæ lineæ quas angulariter vt continget coniungam: a b & a c. sitq; a b diuisa in tres vel qualescūq; portiones: signatis in ea punctis d & e. volo secundum easdem portiones diuidere lineā a c. cum igitur ipsas angulariter cōiunxero: protraham lineam b c & e: quidistantes ei d f & e g. dico istas æquidistantes diuidere lineam a c in partes proportionales partibus a b. protraham enim f h æquidistantem a b: quæ secet e g in puncto k. eritq; per secundam huius/ proportio g f ad f a: sicut e d ad d a. & c g ad g f: sicut h k ad k f. quare & sicut b e ad e d per 34 primi/ & secundam partem 7 quinti. quod est propositum. Oportet autem secundam huius toties repetere: quot erunt partes lineæ a b, minus vna. At vero 34 primi & 7 quinti/ minus duabus.



¶ Quinq; sequentes ex Zamberto Euclidis propositiones: præpostero ordine quatuor ex Campano præcedentibus respondent. nona vndecimæ/ decima duodecimæ/ vndecima & duodecima decimæ cū additione decimæ/ tertia nona.

GEO.

ELE.

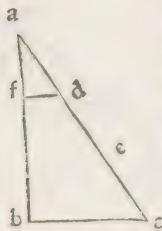
EV.

Eucl. ex Zamb.

Problema 1.

Propositio 9.

¶ Data recta linea: ordinatam partem abscindere.



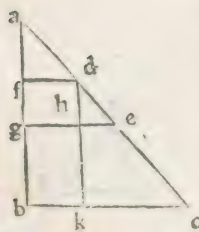
¶ THEON ex Zamberto. ¶ Sit data recta linea a b. oportet iā ex ipsa a b: ordinatam partē abscindere. Ordinetur inquā tertiū, & ducatur ab a recta linea a c: continens angulum compræhensum cū a b. & sumatur contingens signum super a c: sitq; illud d. & ponantur ipsi a d: per 2 primū æqualis d e & e c. & connectatur b c. & per d: ipsi b c, per 31 primū parallelus excitef d f. Qm̄ igit triāguli a b c ad vnū latūs b c acta est d f parallelus: proportionalis igitur est per 2 sexti sicut c d ad d a: sic b f ad f a. dupla autem est c d ipsius d a, dupla est igitur & b f ipsius f a. Tripla igitur est b a ipsius a f. Data igitur recta linea a b: ordinata tertia pars aufertur a f. quod fecisse oportuit.

Eucl. ex Zamb.

Problema 2.

Propositio 10.

¶ Datam rectam lineam non sectam: data recta linea secā cū similiter secare.



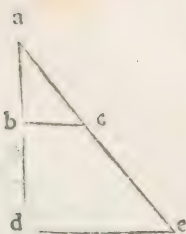
¶ THEON ex Zamberto. ¶ Sit quidem data recta linea non secta a b, secta vero sit a c: in signis quidem d, e. & ponantur: tanq̄ angulū cotinuentem compræhendant. & connectatur b c. & per d, e: ipsi b c parallelus excitef d f & e g per 31 primū. & per d: ipsi a b parallelus excitef d h k per eandē. parallelogrammū igitur est vtrūq; ipforū f h & h b. æqualis igitur est quidē d h ipsi f g: & h k ipsi g b. & quonā triāguli d k c, ad vnū laterū k c recta linea acta est h e: proportionē igitur habet per 2 sexti sicut c e ad e d sic k h ad h d. æqualis autē est k h ipsi b g: & h d ipsi g f. Est igitur per 2 quiri sicut c e ad e d: sic b g ad g f. Rursus quonā triāguli a g e ad vnū latūs g e acta est f d: proportionē habet per 2 sexti sicut e d ad d a sic g f ad f a. patuit autē q̄ sicut c e ad e d: sic b g ad g f. Est igitur sicut quidē c e ad e d: sic b g ad g f. sicut autem e d ad d a sic g f ad f a. Data igitur recta linea non secta a b: data recta lineæ secta a c similiter secatur. quod facere oportebat.

Eucl. ex Zamb.

Problema 3.

Propositio 11.

¶ Duabus datis rectis lineis: tertiā proportionālē inuenire.



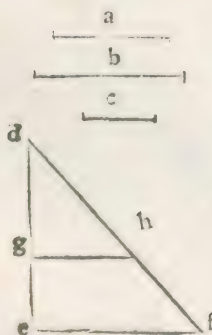
¶ THEON ex Zamberto. ¶ Sint duæ data rectæ lineæ: a b & a c. & ponatur angulū cōpræhēdentes contingētē. oportet ipsis b a & a c: tertiā proportionālē inuenire. Producatur enim a b & a c: ad signa d, e. & ponatur per 2 primū ipsi a c: æqualis b d. & cōnectatur b c. & per d: p 31 primū ipsi b c parallelus excitef d e. Qm̄ igitur triāguli a d e, ad vnū latūs d e acta est parallelus b c: proportionalis est per 2 sexti sicut a b ad b d sic a c ad c e. æqualis autem est b d: ipsi a c, est igitur sicut a b ad a c: sic a c ad c e. Duabus igitur datis rectis lineis a b & a c: tertiā proportionālē inuenitur c e. quod oportebat facere.

Eucl. ex Zamb.

Problema 4.

Propositio 12.

¶ Tribus datis rectis lineis: quartā proportionālē inuenire.



¶ THEON ex Zamberto. ¶ Sint datae tres rectæ lineæ a, b, c. oportet ipsis a, b, c: quartā proportionālē inuenire. Ponantur duæ rectæ lineæ d e & d f: angulū cōtingētē cōpræhēdentes eū qui est sub e d f. & ponatur p 2 primū ipsi quidē a: æqualis d g. ipsi autē b: æqualis g e. & insuper ipsi c: æqualis d h. & coniuncta g h, parallelus ei excitef per 31 primū per e: sitq; e f. Qm̄ igitur triāguli d e f, ad vnū latūs e facta est parallelus g h: igitur per 2 sexti est sicut d g ad g e sic d h ad h f. æqualis autē est d g ipsi a, & g e ipsi b & d, h ipsi c. est igitur sicut a ad b: sic c ad h f. Tribus igitur datis rectis lineis a, b, c: quarta proportionālē inuenta est h f. quod oportebat facere.

Eucl. ex Zamb.

Problema 5.

Propositio 13.

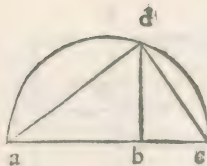
¶ Duabus datis rectis lineis: mediā proportionālē inuenire.

¶ THEON ex Zamberto. ¶ Sint duæ rectæ lineæ a b & b c. oportet iam

ipsarum ab & b c: mediam proportionalem inuenire. Disponantur per
 14 primi/in rectas lineas. describaturq; super a c: semicirculus a d c. &
 excitetur per 11 primi/a signob, ipsi a c: ad angulos rectos b d. & conne-
 ctantur a d & d c. Quoniam per 31 terij/in semicirculo angulus qui est
 sub a d c rectus est: & in rectangulo triangulo a d c recto angulo in ba-
 sin perpendicularis deducta est d b: igitur per correlarium octauæ sexti/
 d b: ipsius basis segmentis a b & b c media proportionalis est. Duabus
 igitur datis rectis lineis a b & b c: media proportionalis inuenta est d b.
 Quod fecisse oportuit.

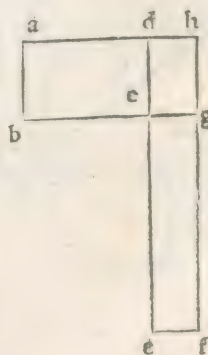
Eucl. ex Camp.

Propositio 13.



SI duæ superficies æquidistantium laterum quarum
 vnus angulus vnus vni angulo alterius æqualis/
 æquales fuerint: latera duos æquos angulos conti-
 nentia mutelesia esse. Si vero latera duos æquos angulos cō-
 tinentia/mutelesia fuerint: duas superficies æquales esse ne-
 cesse est.

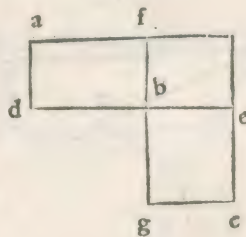
CAMPANVS. ¶ Sint duæ superficies a b c d & c e f g, æqui-
 stantium laterum & æquales: sitq; angulus c vnus/æqualis angulo c alte-
 rius. dico proportionem b c ad c g: esse sicut e c ad c d. & si proportio b c
 ad c g fuerit sicut e c ad c d, & prædicti anguli fuerint adhuc æquales: di-
 co illas duas superficies æquidistantium laterum/esse æquales. Cōiungā
 enim eas angulariter/videlicet angulum c vnus cum angulo c alteriust
 ita q; duo latera earum quæ sūt b c & c g siant linea vna erūtq; similiter
 duo reliqua latera d c & c e linea vna. alioqui sequeretur per præsentē hy-
 pothesin/quæ est angulum c vnus esse æqualem angulo c alterius/& per
 15 primi: partem esse æqualem toti. complebo itaq; superficiem æquidia-
 stantium laterum: productis lineis a d & f g, quousq; concurrant in h.
 eritq; per primā partem 7 quinti/vtriusq; superficiē a c & c f: ad super-
 ficiem c h proportio vna. & quia per primā huius/ proportio superficiē
 a c ad superficiem c h sicut linea b c ad lineam c g, & superficiē c f ad
 eandem superficiē c h: sicut e c ad c d: manifesta est prima pars propo-
 sitæ conclusionis. ¶ Secūda pars sic patet. per primā enim huius/ est pro-
 portio b c ad c g: sicut a c ad c h. & e c ad c d: sicut c f ad eandem c h.
 & quia positum est q; proportio b c est ad c g sicut e c ad c d: erit vtri-
 usq; duarum superficiērum a c & e g ad superficiem c h vna proportio.
 ergo per primā partē 9 quinti/a c: est æqualis c f: sicut patet secūda pars.

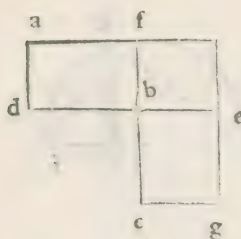


Eucl. ex Zamb. Theorema 8. Propositio 13.

14 ¶ Aequalium & vnum vni æqualem habentium angulum
 parallelogrammorum reciproca sunt latera: quæ circū æqua-
 les angulos. & quorum parallelogrammorum vnum angu-
 lum vni angulo æqualem habentium reciproca sunt latera
 quæ circum æquales angulos: ea quoq; sunt æqualia.

THEON ex Zamb. ¶ Sint æqualia parallelogramma a b & b c:
 æquales habentia angulos qui ad b. & constituentur per decimā quartam
 primi in rectas lineas: d. b & b e. in rectas lineas igitur sunt f b & b g.
 Dico q; ipsorum a b & b c reciproca sunt latera: quæ circum æquales an-
 gulos. hoc est q; sicut est b d ad b e: sic est g b ad b f. Compleatur namq;
 parallelogrammum f e. Quoniam igitur per hypothesin æquum est a b
 parallelogrammum ipsi b c parallelogrammo / aliud autem quoddam f e:
 est igitur per 7 quinti/sicut a b ad f e sic b c ad f e. Sed sicut quidem a b
 ad f e: sic d b ad b e. sicutq; b c ad f e. sic g b ad b f. & sicut igitur per 11
 quinti/d b ad b e: sic g b ad b f. Ipsorū igit a b & b c parallelogrammōrū reci-
 proca sūt latera: q; circū æqles āgulos ¶ Verū sint latera reciproca: q; circū
 æqles sūt āgulos. estq; sicut d b ad b e: sic g b ad b f. Dico q; æqle ē palle-
 l. ij.





GEO.

ELE.

EV.

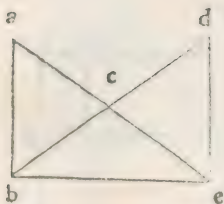
logrammū a b: ipsi b c parallelogramo. Quoniam enim est sicut d b ad b e sic g b ad b f, sed sicut quidem d b ad b e sic per 1 sexti a b parallelogrammum ad f e parallelogramum/sicut autem g b ad b f sic b c parallelogrammum ad f e: & ut igitur per 11 quinti a b ad f e, sic b c ad f e. æquū igitur est a b parallelogrammū: ipsi b c parallelogramo. Aequalium igitur & æquiangulorum parallelogrammorum reciproca sunt latera: quæ circum æquales angulos, & quorum æquiangulorum parallelogrammorum reciproca sunt latera/quæ circum æquales angulos: ea quoque sunt æqualia. quod demonstrasse oportuit.

Eucl. ex Camp.

Propositio 14.



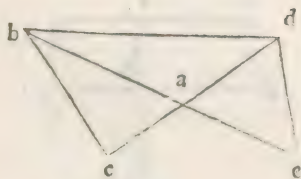
SI duo trianguli quorum vnus angulus vnus vnus angulo alterius æqualis/ æquales fuerint: latera duos angulos æquos continentia erunt mutekesia. Si vero latera duos æquos angulos continentia fuerint mutekesia: duo trianguli æquales esse comprobantur.



CAMPANVS. ¶ Sint duo trianguli a b c, c d e: æquales. sitq; angulus c vnus: æqualis angulo c alterius, dico proportionem a c ad c e: esse sicut d c ad c b, & si fuerit proportio a c ad c e sicut d c ad c b, & prædicti anguli fuerint adhuc æquales: dico illos duos triangulos esse æquales. Cōiungam enim eos angulariter ita q; latera a c & c e: fiant linea vna. eruntq; similiter b c & c d: linea vna. aliter sequeretur partem esse æqualem toti per 15 primi. & protraham lineam b e, eritq; per primam partem 7 quinti/ vtriusq; dictorum triangulorum ad triangulum c b e: proportio vna. & quia per primam huius/ primi eorū ad ipsum est sicut a c ad c e, & secundi eorū ad eundē sicut d c ad c b: manifesta est prima pars propositæ conclusionis. ¶ Secunda pars e conuerso probatur. quia a c ad c e est sicut primi trianguli ad triangulum b c e, & d c ad c b sicut secundi ad eundem per primam huius/ & quia positum est vt sit a c ad c e sicut d c ad c b: erit vtriusq; dictorum triangulorum ad triangulum b c e vna proportio, quare per primā partem 9 quinti/ ipsi sunt æquales, sicq; patet secunda pars.

Eucl. ex Zamb. Theorema 10. Propositio 15.

¶ Aequalium & vnum vni æqualem habentium angulorum triangulorum reciproca sunt latera: quæ circum æquales angulos. & quorum vnum vni angulū æqualem habentium triangulorum reciproca sunt latera/quæ circum æquales angulos: ea quoque sunt æqualia.



¶ **THEON** ex Zaniberto. ¶ Sint æqualia triangua a b c & a d e: vnū vnū æqualē habētia angulū/eū scilicet qui sub b a c et qui sub d a e. Dico q; ipsorū a b c & a d e triagulorū reciproca sunt latera: quæ circum æquales angulos. hoc est sicut c a ad a d: sic e a ad a b. Constituantur enim per 14 primi in rectas lineas: c a ipsi a d. In directū igitur est & e a ipsi a b, & connectatur b d. Quoniam igitur per hypothelin æquum est triangulum a b c triangulo a d e, aliud autem quoddam b a d: est igitur per 7 quinti/sicut triangulum b a c ad ipsum b a d triangulū sic triangulum e a d ad triangulū b a d. Sed sicut quidē c a bad b a d: sic e a ad a d. sicut autem per primā sexti/e a d ad b a d: sic e a ad a b. & sicut igitur per 11 quinti/c a ad a d: sic e a ad a b. Triangulorum igitur a b c & a d e, reciproca sūt latera: quæ circum æquales angulos. ¶ Verū reciproca sint latera ipsorū a b c & a d e triagulorū. estoq; sicut c a ad a d: sic e a ad a b. Dico q; æquū est triagulū a b c: triagulo a d e. Cōnexa enī rurū b d: quoniam est sicut c a ad a d sic e a ad a b, sed sicut quidem c a ad a d, sic triangulum a b c ad triangulum b a d, sicut autem e a ad a b sic tri-

angulum e a d ad triangulum b a d: sicut igitur triangulum a b c
tri ad angulum b a d: sic triangulum e a d ad triangulum b a d. V
trumq; igitur ipsorum a b c & e a d ad b a d: eandem habet rationem.
Aequum igitur est per nonam quinti/ triangulum a b c: triangulo e a d.
Aequalium igitur & vnum vni aequalem habentium angulum triangu
lorum reciproca sunt latera: quæ circum æquales angulos. Et quorum v
num vni aequalem habentium angulum triangulorum reciproca sunt la
tera: quæ circum æquales angulos: ea quoq; sunt æqualia, quod demon
strare oportuit.

Eucl. ex Camp.

Propositio 15.

Si fuerint quatuor lineæ proportionales: quod sub
prima & vltima rectangulum continetur/ æquum
erit ei quod sub duabus reliquis. Si vero qd sub
prima & vltima continetur/ æquum fuerit ei quod
sub duabus reliquis continetur rectangulum: quatuor lineæ
as proportionales esse conuenit.

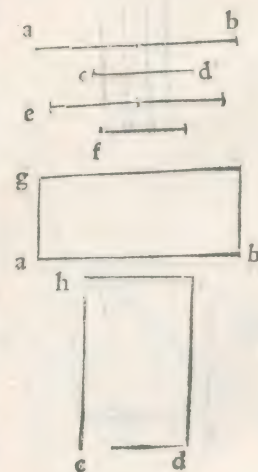
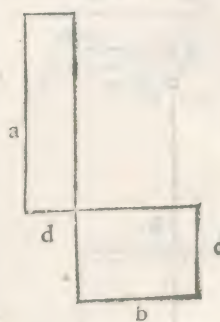
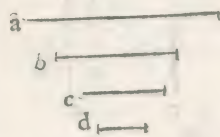
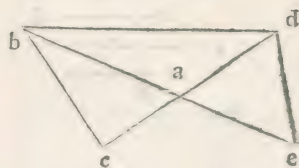
CAMPANVS. ¶ Sint quatuor lineæ a, b, c, d: proportionales. sitq;
proportio a ad b: sicut c ad d. dico q; superficies contenta sub a & d: æ
qualis est superficiei contentæ sub b & c. Et si superficies contenta sub a
& d est æqualis superficiei contentæ sub b & c: dico q; proportio a ad b
est sicut c ad d. Fiant enim superficies cõtenta sub a & d: & superficies cõt
enta sub b & c. Si ergo est proportio a ad b sicut c ad d: latera illarum su
perficierum erant murekesia. sed & anguli ab eis contenti æquales: quia
vtraq; est rectorum angulorum, quare per secundam partem 13 huius: ip
si sunt æquales, quod est primum. ¶ Secundum patet per primam par
tem eiusdem, si enim ipsæ sunt æquales: quia omnes anguli earum sūt
recti: latera earum erunt murekesia, quare proportio a ad b: sicut c ad d,
quod est secundum.

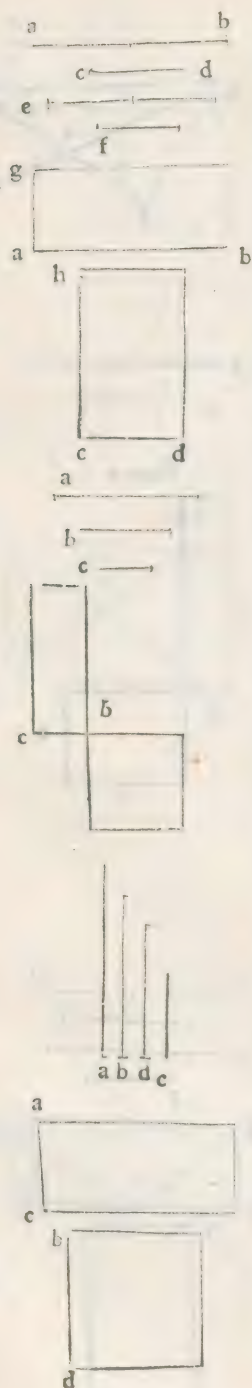
Eucl. ex Zamb.

Theorema 11. Propositio 16.

Si quatuor rectæ lineæ proportionales fuerint: quod sub
extremis compræhensum rectangulum/ æquum est ei quod
sub medijs continetur rectangulo. Et si sub extremis com
præhensum rectangulum æquum fuerit ei quod sub medijs
continetur rectangulo: quatuor rectæ lineæ proportiona
les erunt.

THEON ex Zamberto. ¶ Sint quatuor rectæ lineæ proportionales
a, b, c, d, e, f: sicut a b ad c d, sic e ad f. Dico q; sub ipsis a b & f compræh
sum rectangulum: æquum est ei quod sub c d & e continetur rectangulo.
Excitetur eni per 11 primi/ ab a, c, signis: ipsis a b & c d rectis lineis/ ad
angulos rectos a g & c h. & ponatur per secundam primi/ ipsi f: æqua
lis a g. ipsi autem e: æqualis c h. compleanturq; g b & h d parallelogra
ma. Et quoniam est sicut a b ad c d sic est e ad f, æqualis autem est e ip
si c h, & ipsi a g: est igitur sicut a b ad c d, sic c h ad a g. Igitur per 14
sextri b g & d h parallelogrammorum reciproca sunt latera: quæ circum
æquales angulos. Quorum autem parallelogrammorum æquiangulo
rum reciproca sunt latera quæ circum æquales angulos: ea quoq; sunt æ
qualia. Aequum igitur est parallelogrammū b g ipsi d h parallelogramo;
& est b g id quod sub a b & f. æqualis enim est a g ipsi f. At d h: id est
quod sub c d & e. æqualis enim est c h ipsi e. Igitur quod sub a b & f cõt
inetur rectangulum: æquum est ei quod sub c d & e continetur rectangu
lo. ¶ Sed iam quod sub a b & f compræhenditur rectangulum: æ
quum est ei quod sub c d & e continetur rectangulo. Dico q; quatuor
or rectæ lineæ proportionales erunt: sicut a b ad c d, sic e ad f. Eif
liiij.





dem namq; constructis/ quoniam quod sub a b & f æquum est ei quod sub c d & e, & est quidē qd sub a b & f id quod b g, æqualis enim est a g ipsi f, quod autem sub c d & e id est quod d h, æqualis enim est c h ipsi e: igitur b g æquum est ipsi d h, & æquiangula sunt. Aequalium autem & æquiangulorum parallelogrammorum per 14. sexti reciproca sunt latera: quæ circum æquales angulos. Est igitur per 10. quinti/ sicut a b ad c d: sic c h ad a g, æqualis autem est c h ipsi e: & a g ipsi f. est igitur sicut a b ad c d: sic e ad f. Si quatuor igitur rectæ lineæ proportionales fuerint: quod sub extremis compræhensum rectangulū/ æquum est ei quod sub medijs compræhenditur rectangulo. & si quod sub extremis compræhenditur rectangulum æquum fuerit ei quod sub medijs continetur rectangulo: ipsæ quatuor rectæ lineæ proportionales erunt, quod oportebat demonstrare.

Eucl. ex Camp.

Propositio 16.

Si fuerint tres lineæ proportionales: quod sub prima & tertia rectangulum continetur/ æquū erit ei qd a secunda quadrato describitur. Si vero qd sub prima & tertia cōtinetur æquum ei quadrato quod a secunda producitur: ipsæ tres lineæ proportionales erunt.

CAMPANVS. ¶ Sit proportio lineæ a ad lineam b: sicut lineæ b ad lineam c. dico q; superficies contenta sub a & c: æqualis est quadrato b, et si superficies contenta sub a & c est æqualis quadrato b: dico q; proportio a ad b est sicut b ad c. hoc autem est evidens per præcedentem: posita alia linea quæ sit æqualis b/ ita q; b sit in ratione secundæ & tertiæ.

Eucl. ex Zamb.

Theorema 12.

Propositio 17.

Si tres rectæ lineæ proportionales fuerint: quod sub extremis compræhensum rectangulum/ æquum est ei quod a media quadrato. Et si quod sub extremis continetur rectangulum/ æquū fuerit ei quod a media quadrato: ipsæ tres rectæ lineæ proportionales erunt.

THEONEX Zāberto. ¶ Sint tres rectæ lineæ proportionales a, b, c: sicut a ad b, sic b ad c. Dico q; sub a, c, compræhensum rectangulum: æquum est ei quod ex b quadrato. Ponatur per 2. primi/ ipsi b: æqualis d. Et quoniam est per hypothesin/ sicut a ad b sic b ad c, æqualis autem est b ipsi d: est igitur per 7. quinti/ sicut a ad b sic d ad c. Si quatuor autem rectæ lineæ proportionales fuerint: quod sub extremis cōpræhensum rectangulum, æquum est ei quod sub medijs continetur rectangulo per 16. sexti. Igitur quod sub a, c: æquum est ei quod sub b, d. Sed quod sub b, d: id est quod sit ex b. æqualis enim est b ipsi d. Igitur quod sub a, c, cōpræhenditur rectangulum: æquum est ei quod ex b quadrato. ¶ Sed ita quod sub a, c: esto æquale ei quod ex b. Dico q; est sicut a ad b: sic b ad c. Et idē namq; constructis/ quoniam quod sub a, c, æquum est ei quod ex b, sed quod ex b id est quod sub b, d, æqualis enim est b ipsi d: igitur quod sub a, c, æquum est ei quod sub b, d. Si autem quod sub extremis æquum fuerit ei quod sub medijs: quatuor rectæ lineæ proportionales sunt per 16. sexti. Est igitur sicut a ad b: sic d ad c. Aequalis autem est b ipsi d. sicut igitur a ad b: sic b ad c. Si tres igitur rectæ lineæ proportionales fuerint: quod sub extremis compræhenditur rectangulum/ æquum est ei quod a media quadrato. Et si quod sub extremis compræhenditur rectangulum/ æquum fuerit ei quod a media quadrato: tres rectæ lineæ proportionales erunt, quod oportebat demonstrare.

Eucl. ex Camp.

Propositio 17.

17

Si fuerint duo triaguli similes: proportio alterius ad alterum est tanq̃ proportio cuiuslibet sui lateris ad suum relatiuum latus alterius duplicata.

CORRELARIUM.

Manifestu etiam ex hoc/ quia oim trium linearu cotinue proportionalium quanta est prima ad tertiam: tanta erit superficies constituta super primam ad superficiem constituta super secundam/ cu fuerint similis in linatione & creatione.

CAMPANVS. Sint duo trianguli a b c & d e f similes. eruntq̃ per primam diffinitionem/ æquianguli: & laterum proportionalium. Sit ergo angulus a: æqualis angulo d. & angulus b: angulo e. & angulus c: angulo f. eritq̃ proportio a b ad d e. & a c ad d f sicut b c ad e f. dico q̃ proportio trianguli a b c ad triangulum d e f: est sicut proportio b c ad e f duplicata. Subiungatur enim secundum doctrinam 10 huius/ duabus lineis b c & e f: tertia in continua proportionalitate/ quæ sit c g, protrahatur ressecata c b, si c g fuerit ea maior aut minor, & producat lineam g a. eritq̃ per secundam partem 14 huius/ triangulus a g c æqualis triangulo d e f: propter id quod proportio a c ad d f est sicut e f ad c g, & angulus c æqualis angulo f. quare per secundam partem 7 quinti/ trianguli a b c ad utrumq̃ illorum: erit vna proportio. sed per primam huius/ proportio trianguli a b c ad triangulum a g c: est sicut b c ad g c. At vero proportio b c ad e f: sicut b c ad e f duplicata/ per 10 descriptionem quinti. ergo proportio trianguli a b c ad triangulum d e f: est sicut proportio b c ad d f duplicata. quod est propositum. Si autem c g sit æqualis b c: erit per secundam partem 14 huius/ triangulus a b c æqualis triangulo d e f. æqualis autem proportio componitur ex æquali duplicata vel triplicata vel quotienscunq̃ sumpta. Istam eandem passionem possemus eodem modo & per eadem media demonstrare de superficiebus æquidistantium laterum similibus: sumpta solum 13 presentis/ loco 14. Nō demonstrat autem eam: quia per sequentem demonstratur vniuersaliter de omnibus superficiebus similibus. Quare per correlariu quod vniuersaliter proponitur de omnibus superficiebus similibus: in dūm patet nisi de triangulis. sed demonstrata sequente: patens erit de omnibus. Posuit autem ipsum hic & non in sequente: quia est correlarium huius. nō autem sequentis. ex modo enim demonstrationis huius/ sua veritas manifesta est: non ex modo illius.

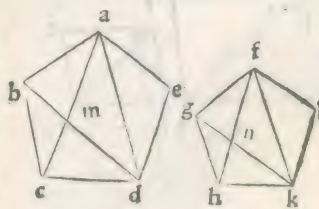
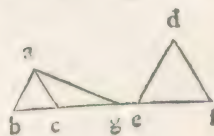
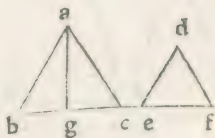
Eucl. ex Camp.

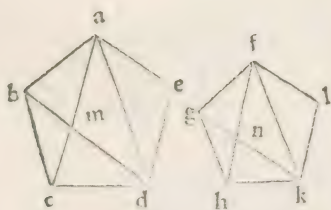
Propositio 18.

18

Mnes duæ superficies similes multiagulae: sunt diuisibiles in triangulos similes atq̃ numero æquales. estq̃ proportio alterius earum ad alteram: sicut cuiuslibet sui lateris ad suum relatiuum latus alterius/ proportio duplicata.

CAMPANVS. Sint gratia exēpli/ duo pētagoni a b c d e, f g h k l: similes. dico q̃ ipsi sunt diuisibiles in triangulos similes/ numero æquales. & q̃ proportio alterius eorū ad alterū: est sicut a b ad f g proportio duplicata. ducantur enim lineæ duæ a c & a d: itemq̃ f h & f k. eritq̃ per præsentem hypothesin & per 6 huius/ triangulus a b c æquiangulus triangulo f g h. & triangulus a e d: triangulo f l k. Similiter quoq̃ per hanc communē scientiam. Si ab æqualibus æqualia demas quæ relinquuntur æqua sunt/ erit triangulus a c d: æquiangulus triangulo f h k. Nam ipsi pentagoni: positi sunt æquianguli/ & laterum proportionalium. & quia trianguli in quos diuiduntur sunt adinuicem æquianguli/ vt probatum est: erunt etiam & similes per 4 huius/ & diffinitionem similibus super-

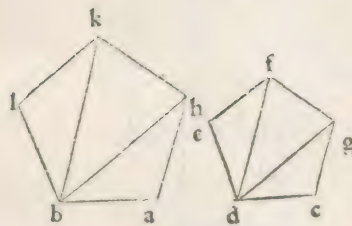




ficerum. quare cum ipsi sint numero æquales: patet primum. ¶ Secun-
dū sic. ptraheant b d q̄ secet a c in pūcto m: & g k q̄ secet f h in pūcto n.
eritq; triāgulus b c d: æquiāgulus triāgulo g h k p 6 huius & p̄sentē hypo-
thefin. quare & triāgulus a b m triāgulo f g n: & a m d, f n k. ergo p 4 hu-
ius. pportio b m ad g n, est sicut a m ad f n: & a m ad f n, sicut m d ad n
k. quare per 11 quinti b m ad g n: sicut m d ad n k. ergo pmutatim b m ad
m d, sicut g n ad n k. Sed per 1 huius. a b m ad a m d, & b c m ad c m
d: sicut b m ad m d. & per eandē f g n ad f n k, & g n h ad h n k: sicut g n
ad n k. ergo per 13 quinti a b c ad a c d: sicut f g h ad f h k. quare pmuta-
tim a b c ad f g h: sicut a c d ad f h k. Eadē rōne probabis q̄ & sicut a c d
ad f l k. ergo per 13 quinti totius pentagoni ad totum pentagonum: sicut
a b c ad f g h. p̄ p̄missā igit̄ est pportio pentagoni a c d ad pentagonū
f h k: sicut pportio a b ad a d f g duplicata. qd̄ ē ppositū. Ex quo rurſū pa-
ter correlariū p̄cedētis. ¶ Aliē p̄or demonstrari sed; cū enī triāguli i quos
pentagoni diuidunt̄ sint adinuicē similes: erit per p̄cedentē pportio a b
c ad f g h sicut b c ad g h duplicata. & a c d ad f h k: sicut c d ad h k dua-
plicata. & a e d ad f l k: sicut d e ad k l duplicata. quia igit̄ oēs hæ ppor-
tiones duplicatæ sunt æquales propter hoc q̄ positum est simplas ef-
se æquales: erit per 13 quinti totius pentagoni ad totum pentagonum
sicut lateris vnius ad suum relatiū latus alterius pportio duplicata.

Eucl. ex Camp.

Propositio 19.



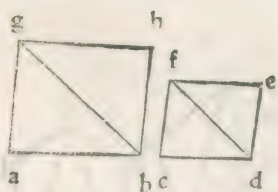
¶ Supra datā lineā: datę sup̄ficiē similit̄ sup̄ficiē describere. 19
¶ CAMPANVS. ¶ Sit data lineā a b: supra quā volo cōstituere superfi-
ciē similit̄ datę sup̄ficiē quæ sit pentagona. & sit c d e f g. diuido hūc pe-
tagonū in triāgulos: ductis lineis d f & d g. & sup̄ pūctū a cōstituto an-
gulus æqualē angulo c, ducta lineā a h. & super pūctū b cōstituto aliū āgu-
lū: qui sit a b h: æqualē angulo c d g, ptrahta lineā b h quousq; cōcurrat
cū a h in pūcto h. eritq; p 32 primi āgulus a h b: æqualis āgulo c d g. &
ideo p 4 huius latera duorū triāgolorū g c d & h a b: pportionalia. Fa-
cio quoq; āgulus h b k, ducta lineā b k: æqualē āgulo g d f. & angulus k b l,
ducta lineā b l: æqualē āgulo f d e. & angulus b h k, ducta lineā h k: æqua-
lē angulo d g f. & āgulus b k l ducta lineā k l, æqualē angulo d f e. eritq; p̄
fectus pentagonus qui cōstituendus erat super lineā a b. est enim æquis
angulus dato pentagono propter æqualitatē angulorū triāgolorū: in
quos est vterq; diuisus. sed & laterum proportionalia: propter proporti-
onalitatē laterū ipsorum triāgolorū: quæ ex 4 huius euidenter appa-
ret. quare per diffinitionem similium superficierum pentagonus cō-
stitutus super lineā a b: est similis pentagono dato. quod est ppositū.

¶ Tres ex Zāberto sequētes propositiones: tribus p̄cedētibus ex Cā-
pano/ conuerso ordine respondent. prima vltimæ: media primæ &
vltima mediæ.

Eucl. ex Zamb.

Problema 6. Propositio 18.

¶ A data recta lineā: dato rectilineo simile similiterq; pos-
tum rectilineum describere.



¶ THEON ex Zāberto. ¶ Sit data recta lineā a b: datū vero res-
tilineū c e. oportet iā a data a b recta lineā: ipsi c e rectilineo simile simi-
literq; positum rectilineum describere. Cōnectatur d f. & cōstituatur per
23 primi ad a b recta lineā/ ad signaq; in ea a, b: ei qui ad c est āgulus æ-
qualis āgulus g a b. ei autē q̄ est sub c d f: æqualis āgulus a b g. reliquus
igit̄ qui sub c d f: ei qui sub a g b est æqualis. equiāgulus igit̄ est f c d tri-
āgulus: ipsi g a b triāgulo p 4 sexti. proportionale igit̄ est sicut f d ad g
b: sic f c ad g a, & c d ad a b. Rurſus cōstituatur per 23 primi/ ad b g recta
lineā/ ad signaq; in ea b, g: ei qui sub d f e est āgulus/ æqualis angulus b g
h. ipsi autē f d e: qui est sub g b h. Reliquus igit̄ qui ad e: reliquo g ad h ē
æqualis. equiāgulus igit̄ est triāgulus f d e: triāgulo g b h. proportio-
nale igit̄ est p 4 sexti/ sicut f d ad g b: sic f e ad g h, & e d ad h b. ostēdū au-
tē est q̄ sicut f d ad g b: sic f c ad g a, & c d ad a b, & sicut igit̄ p 11 qu-

ti/cf ad a g: sic e d ad a b, & fe ad g h, & insuper e d ad h b. Et quoniam æqualis est ægulus cf d ægulo a g b, & ægulus d f e angulo b g h, totus igitur qui sub c fe tori qui sub a g h est æqlis. Id propterea & qui sub c d e: ei qui sub a b h est æqualis. Est autē & qui ad c: ei qui ad a æqualis. & qui ad e: ei qui ad h. æquiangulum igitur est a h ipsi c e: & ea quæ circum æquales ægulos sūt latera: ei proportionalia habet. Simile igitur est per primā diffinitionē sexti a h rectilineū: ipsi c e rectilineo. A data igitur recta linea a b: dato rectilineo c e simile/similiterq; positum recti- lineum descriptum est a b, quod facere oportebat.

Eucl. ex Zamb. Theorema 13. Propositio 19

19 ¶ Similia triangula: adinuicem in dupla sunt ratione late- rum similis rationis.

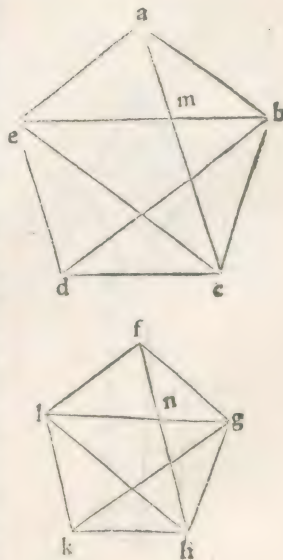
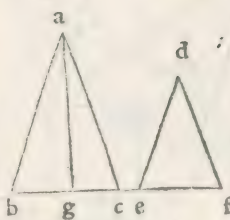
¶ THEON ex Zamberto. ¶ Sint similia trinnigula a b c & d e f: æqua- lem habentia eum qui ad b angulum ei qui ad e. sicutq; a b ad b c sic d e ad e f. Dico q; triangulum a b c ad triangulum d e f duplicem habet rationem: q; b c ad e f. Sumatur nāq; per 10 sexti/ipsorum b c & e f: late- rū proportionale b g. quoniam igitur est sicut b c ad e f sic e f ad b g: cō- neatur a g. Quoniam igitur est sicut a b ad b c sic d e ad e f: vicissim igitur per 16 quinti/sicut a b ad d e sic b c ad e f. Sed sicut b c ad e f: sic est e f ad b g. & sicut igitur per 11 quinti/a b ad d e: sic e f ad b g. Igitur per 15 sexti/a b g & d e f triagulorū reciproca sūt latera: quæ circū æquales an- gulos. Quorū autē vnū vni æquale habentiū angulū triangulorū recipro- ca sunt latera quæ circū æquales angulos/ea quoq; sunt æqualia per eā- dem. Aequale igitur est triagulū a b g: triangulo d e f. & quoniam est sicut b c ad e f sic e f ad b g, si autē tres rectæ lineæ proportionales fuerint/ pri- ma ad terciā duplicē habebit rationē q; ad secundā: igitur b c ad b g du- plicē rationē habet q; ad e f per 10 diffinitionē quinti. Sicut autē c b ad b g: sic per 1 sexti/a b c triagulū ad a b g triagulū. Triagulū igitur a b c ad a b g: per eādē diffinitionē/duplicē rationē habet q; b c ad e f. Aequa- le autem est triagulū a b g: triangulo d e f. Igitur & triagulū a b c: ad triagulū d e f duplicē rationē habet q; b c ad e f. Similia igitur triagula: adinuicē in duplici ratione sūt similis laterū. quod oportebat demonstrare.

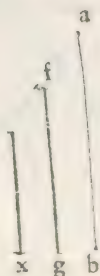
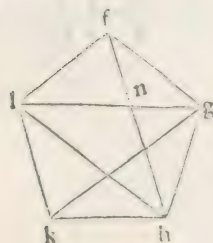
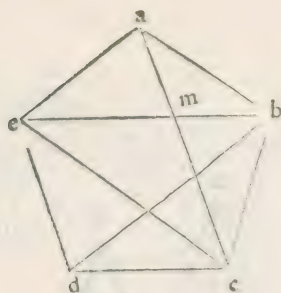
Eucl. ex Zamberto. Theorema 14. Propositio 20.

20 ¶ Similia polygona: in similia triangula diuiduntur / & in æqualia numero & æqua ratione totis. & polygonum ad polygonum duplicem rationem habet: q; similis rationis la- tus/ad similis rationis latus.

¶ THEON ex Zamberto. ¶ Sint similia polygona: a b c d e f g h k l. similis autē rationis: esto a b ipsi f g. Dico q; a b c d e f g h k l po- lygona: in similia triangula diuiduntur & in æqualia numero/ & æqua ratione totis. & polygonum a b c d e ad polygonum f g h k l, duplā rationem habet: q; a b ad f g. Connectantur b e, e c: g i, & i h. & quo- niam polygonum a b c d e per hypothesin simile est polygono f g h k l: æqualis est angulus b a e ei qui sub g f l est angulo. & est sicut b a ad a e: sic g f ad f l. Quoniam igitur duo triangula sunt a b e & f g l vnum angulum vni angulo æqualem habentia/ circum autem æquales angulos latera proportionalia: æquiangulum igitur est per sextam sexti/ triangulum a b e triangulo f g l.quare & simile. Aequalis autem est an- gulus a b e: angulo f g l. est autem & totus a b c, tori f g h æqualis: propter similitudinem polygonorum. Reliquus angulus e b c: reliquo an- gulo i g h est æqualis. & quoniam ob similitudinem ipsorum a b e & f g l

l. v.



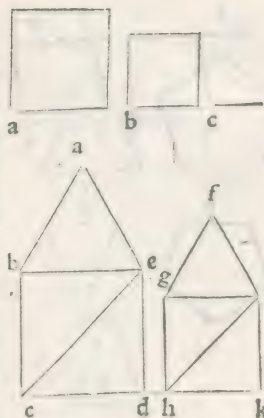


I triangulorū est sicut e b ad b a sic l g ad f g, sed & propter similitudinē polygonorū est sicut a b ad b c sic f g ad g h: ex æquali igitur per 12 quinti/est sicut e b ad b c sic l g ad g h. & circum æquales angulos e b c & l g h: latera proportionalia sunt. æquiangulum igitur est per 6 sexti/ triangulum e b c: triangulo l g h. Quare & triangulum e b c: iphi triangulo l g h est simile. Id propterea/ & per 1 sexti diffinitionem/ triangulū e c d: simile est triangulo l h k. Polygona igitur a b c d e & f g h k l: in similia trianguia diuiduntur/ & æqualia numero. ¶ Dico insuper q̄ simi lis rationis sunt totis. hoc est q̄ sunt proportionalia & quidē antecedens tia a b e, e b c & e c d: sequentia autem illorum f g l, l g h & l h k. & q̄ polygonum a b c d e, ad polygonum f g h k l, duplā rationem habet: quā similis rationis latus ad similis rationis latus hoc est a b ad f g. Cōnectantur enim a c & f h. & quoniam propter similitudinem polygo norum/ æqualis est angulus a b c angulo f g h, & est sicut a b ad b c sic f g ad g h: æquiangulum est igitur per 6 sexti/ triangulum a b c trian gulo f g h. æqualis igitur est angulus b a c angulo g f h. & qui sub b c a: ei qui sub g h f, & quoniam æqualis est angulus b a m angulo g f n, pa tuit autem q̄ angulus a b m angulo f g n est æqualis: & reliquus igitur angulus a m b, reliquo f n g est æqualis. Aequiangulum igitur est per 6 sexti/ triangulum a b m: triangulo f g n. Similiter quoq; ostendemus q̄ & triangulum b m c: æquiangulum est triangulo g n h. proportionale igitur est per 3 sexti/ sicut quidem a m ad m b: sic f n ad n g. Sicut autem b m ad m c: sic g n ad n h. Quare & æque per 22 quinti / sicut a m ad m c: sic f n ad n h. Sed sicut a m ad m c: sic triangulum a b m ad tria gulum m b c/ & a m e ad e m c. ad se inuicem enim sunt: sicut bases/ per 1 sexti. Et sicut vnum antecedentium ad vnum sequentium/ per 12 quina ti: si omnia antecedentia ad omnia sequentia. Sicut igitur per conuersio nem primæ diffinitionis sexti/ triangulum a m b ad triangulum b m c: sic a b e ad c b e. Sed sicut a m b ad b m c: sic a m ad m c. & sicut igitur per 11 quinti/ a m ad m c: sic triangulum a b e ad triangulum e b c. Id propterea/ & sicut f n ad n h: sic triangulum f g l ad triangulum g l h. Estq; sicut a m ad m c: sic f n ad n h. & sicut igitur per 11 quinti/ triangu lum a b e ad triangulum b e c: sic triangulum f g l ad triangulum g l h. & vicissim per 16 quinti/ sicut triangulum a b e ad triangulum f g l: sic triangulum b e c ad triangulū g l h. Similiter quoq; ostendemus/ cōne xis b d & g k, q̄ sicut triangulum e b c ad triangulum l g h: sic trian e c d ad triangulum l h k. Et quoniam est sicut triangulum a b e ad tria gulum f g l sic triangulum e b c ad triangulum l g h, & etiam triangu lum e c d ad triangulum l h k: & sicut igitur per 12 quinti/ vnū antecede tium ad vnum sequentium/ sic omnia antecedentia ad omnia sequentia. Est igitur sicut triangulum a b e ad triangulum f g l: sic polygonum a b c d e ad polygonum f g h k l. Sed triangulum a b e ad triangulum f g l, duplam rationē habet: quā a b similis rationis latus ad f g similis rationis latus. Similia enim trianguia in duplici sunt ratione similis: ra tionis laterum per 19 sexti. & polygonum igitur a b c d e ad polygo num f g h k l, duplam habet rationē: quā a b similis rationis latus ad f g similis rationis latus. Similia igitur polygona: in similia trianguia diui duntur/ & in æqualia numero/ & æqua ratione totis. & polygonum ad po lygonū duplam rationem habet: quam similis rationis latus ad similis rationis latus. quod demonstrare oportebat.

¶ PRIMVM CORRELARIVM. ¶ Proinde in vniuersum manifestū est/ q̄ similes rectilineæ figuræ adinuicem in dupla sunt ratione: similis rationis laterum. & si ipsorum a b & f g proportionalem accipiamus x: ipsa ab ad x duplam habet rationem q̄ a b ad f g. habet autem & poly gonū ad polygonū siue quadratum ad quadratum duplam rationē: quā similis rationis latus ad similis rationis latus. hoc est a b ad f g. patuit autem hoc etiam in triangulis,

SECUNDVM CORRELARIVM. Proinde etiam in vniuersum est manifestum / quod si tres recte lineae proportionales fuerint: erit sicut prima ad tertiam / sic quae a prima species ad eam quae a secunda similis & similiter descripta est.

CALITER. Demonstrabimus aliter & expeditius in quibus similis ratio- nis triangu- la. Instituantur enim rursus a b c d e & f g h k l polygona. & connectantur b e, e c: g l & l h. Dico quod est sicut triangulum a b e ad f g l: sic e b c ad l g h, & c d e ad h k l. Quoniam enim simile est triangulum a b e triangulo f g l: igitur per 19 sexti / triangulum a b e ad f g l duplam habet rationem quae b e ad g l. Id propterea / & triangulum b e c ad triangu- g l h duplam habet rationem: quae b e ad g l. Est igitur sicut triangulum a b e ad triangulum f g l: sic triangulum b e c ad g l h. Rursus quoniam triangu- g l h e b c, simile est triangulo l g h: igitur e b c ad l g h duplam habet ratio- nem quae e c ad h k l. Id propterea / & triangulum e c d duplam ra- tionem habet ad triangulum l h k: quae e c ad h k. Est igitur sicut triangu- lum b e c ad l g h: sic c d e ad l h k. Patuit autem & sicut e b c ad l g h: sic a b e ad f g l, & sicut igitur per 11 quinti / a b e ad f g l: sic b e c ad g l h, & e c d ad l h k, & sicut igitur per 12 quinti / vnum antecedentium ad vnum consequentium: sic omnia antecedentia ad omnia consequentia, & reliqua vt in priore demonstratione, quod oportebat demonstrare. Si- militer autem & in similibus quadratis ostendetur: quod in duplici ratione sunt similis rationis laterum, patuit autem & in triangulis.

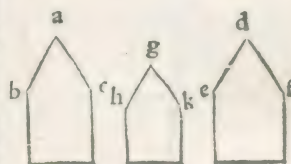


Eucl. ex Camp.

Propositio 20.

Si fuerint vni superficiei similes: quilibet superfici- es sibi inuicem similes esse est.

CAMPANVS. Sit vterque pentagonorum a b c, d e f: simili- lis pentagono g h k. dico eos esse similes sibi inuicem. Est enim vterque eorum aequiangularis pentagono g h k: per conuersionem definitionis simili- lium superficierum. quare sunt aequianguli ad inuicem. Similiter quoque per con- uersionem eiusdem definitionis / proportio a b ad g h: sicut a c ad g k, & g h ad d e: sicut g k ad d f. ergo per aequam proportionalitatem / a b ad d e: sicut a c ad d f. Eodem modo probabis reliqua latera pentagonorum a b c & d e f, continetur aequos angulos: esse proportionalia. Per definitionem itaque simili- lium superficierum: ipsi sunt similes ad inuicem, quod est propositum.

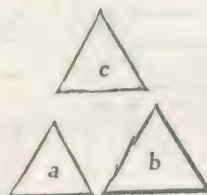


Eucl. ex Zamb. Theorema

15. Propositio 21.

Quod eadem rectilineo sunt similia: & ad inuicem sunt si- milia.

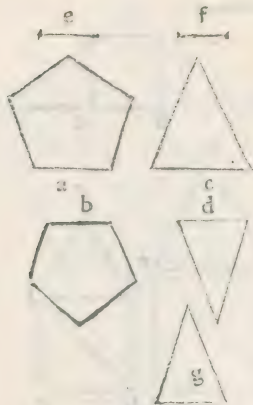
THEON ex Zamb. Sit vtriusque ipsorum a, b, rectilineorum: similis ip- si c. Dico quod a ipsi b est simile. Quoniam enim simile est a ipsi c: aequiang- lū est & ei per conuersionem primae definitionis sexti / & quae circum aequa- les angulos sunt latera / proportionalia habet. Rursus quoniam b simile est ipsi c: aequiangularum igitur est & ei per eandem / & quae circum aequales sunt angulos latera proportionalia habet. vtriusque igitur ipsorum a, b: ipsi c aequi- angulū est per 6 sexti: & quae circa aequales sunt angulos latera habet pro- portionalia. quare per eandem & a ipsi b: aequiangularum est, & quae circum aequales sunt angulos latera habet proportionalia. Simile igitur est b ip- si a, quod oportebat demonstrare.



Eucl. ex Camp.

Propositio 21.

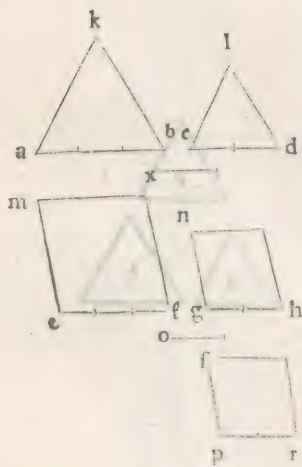
Si fuerint quotlibet lineae proportionales / atque super- binas & binas similes superficies designentur: ipsae quoque superficies erunt proportionales. Si vero su- per binas & binas similes superficies constitutae fuerint pro- portionales: ipsas quoque lineas proportionales esse necesse est.



CAMPANVS. Si quatuor lineæ proportionales: a, b, c, d , sitq; pro-
portio a ad b sicut c ad d , dico q; si superficies similes constituentur su-
per a & b utpote duo pentagoni similes & alia similes constituentur
super c & d utpote duo anguli similes: erit proportio pentagonorū sicut
triangulorum. Qz si fuerint pentagoni similes & similiter triaguli simi-
les fueritq; proportio pentagoni ad pentagonū sicut triaguli ad trian-
gulū: dico q; erit proportio a ad b sicut c ad d . Subiungantur enī li-
neis a & b , & lineis c & d : in continua proportionalitate: sicut docet
10 huius, eritq; per 22 quinti / & per æquā proportionalitatem a ad e sicut
 c ad f , quia ergo per correlariū 17 huius / proportio pentagonorū est sicut
 a ad e & triangulorum sicut c ad f erit proportio pentagonorū sicut tri-
gulorū, & hoc est primū. Secundū sic patet. Sit duo pentagoni similes
& duo triaguli similes, sitq; proportio pentagonorū: sit triagulorū, dico q;
proportio a ad b est sicut c ad d . Sit enī c ad g : sicut a ad b , hoc enī qua-
liter fiat: dictum est supra 10 huius, & super g fiat sicut docet 19 huius:
superficies similis illi quæ est constituta super lineam c , eritq; per præmis-
sam / similis ei quæ constituta est super lineam d , eritq; etiam per præ-
missam partē huius 21 / quæ proportio pentagoni a ad pentagonū b : eadē
triaguli c ad triagulum g , sed eadem erat etiam triaguli c ad triangu-
lum d , ergo per secundā partē 9 quinti / triagulus d est æqualis triangu-
lo g . Et quia sunt similes: erit linea g æqualis lineæ d , per primā partem
17 huius, cum super lineas c & d sint triaguli, vel secundam partē
18, cum fuerint quælibet alia figuræ multiangulæ: æqualitas enim non
producitur ex aliqua proportionē duplicata vel triplicata vel quocies
liber sumpta: nisi ex æquali, erit itaq; c ad d sicut a ad b . Quod est pro-
positum.

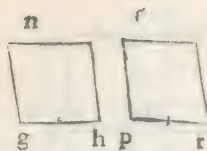
Eucl. ex Zamb. Theorema 15. Propositio 22.

Si quatuor rectæ lineæ proportionales fuerint: & ab eis
rectilinea similia similiterq; descripta proportionalia erūt.
Et si ab ipsis rectilinea / proportionalia fuerint: ipsæ quoq;
rectæ lineæ proportionales erunt.



THEON ex Zamberto. Sint quatuor rectæ lineæ a, b, c, d , & g, h :
sicut a ad b sic e ad g , & c ad d . Describanturq; per 18 sexti / a b ipsis a &
& c d: similia similiterq; posita rectilinea k a b & l c d. Ab ipsis autem e f
& g h: per eandem similia similiterq; posita rectilinea m f & n h. Dicoq;
est sicut k a b ad l c d: sic e f ad n h. Sumatur inq; per 11 sexti / ipsorū
 a b & c d: tertia proportionalis x , ipsarum autem e f & g h: tertia pro-
portionalis o . & quoniam est sicut a b ad c d sic e f ad g h, sicut autem
 c d ad x sic g h ad o : ex æquali igitur per 22 quinti / sicut a b ad x sic e f
ad o . Sed sicut quidem a b ad x : sic & k a b ad l c d per correlariū secū-
dum 20 sexti. Sicut autem e f ad o : sic m f ad n h. Sed iam est / sicut
 k a b ad l c d: sic m f ad n h. Dico q; est sicut a b ad c d: sic e f ad g h. Fi-
at inq; per 22 sexti / sicut a b ad c d: sic e f ad p r, & describatur per 8
sexti ex p r: utriq; ipsorū m f & n h simile / similiterq; posita s r. Quoniam
igitur est sicut a b ad c d sic e f ad p r, & describatur ab ipsis quidē a b &
 c d similia similiterq; posita k a b & l c d, ab ipsis autē e f & p r similia si-
militerq; posita m f & s r: est igitur sicut k a b ad l c d sic m f ad s r. pos-
itū autē est q; sicut k a b ad l c d: sic m f ad n h, & sicut igitur per 11 quinti
 m f ad s r: sic m f ad n h. Igitur per 9 quinti / m f ad n h & s r: eadē
eādē habet rationē, æquale igitur est n h: ipsi s r. Est autē ei & simile si-
militer posita, æqualis igitur est g h ipsi p r. Et quoniam est sicut a b ad c d
sic e f ad p r, æqualis autem est p r ipsi g h: est igitur sicut a b ad c d
sic e f ad g h. Si quatuor igitur rectæ lineæ proportionales fuerint: & quæ
ab ipsis rectilinea similia similiterq; descripta / proportionalia fuerint: &
ipsæ rectæ lineæ proportionales erunt, quod demonstrasse oportuit.

LEMMA. ¶ Si rectilinea equalia & similia fuerint / simi-
lis rationis latera ipsorum equalia inuicem sunt : sic demonstrabimus.
sint equalia & similia rectilinea $n h$ & r , sitq; sicut $h g$ ad $g n$: sic $r p$ ad
 $p f$. Dico q; equalis est $r p$: ipsi $h g$. Si autem inæquales sunt: earum al-
tera maior est, sit maior $r p$: ipsa $h g$. & quoniam est sicut $r p$ ad $p f$ sic h
 g ad $g n$: & vicissim quoq; per 16 quinti / sicut $r p$ ad $h g$, sic $p f$ ad $g n$,
maior autē est $r p$: ipsa $h g$, maior igit & $p f$: ipsa $g n$. Quare & r maius
est ipso $h n$, sed & æquale per hypothesin, quod est impossibile, inæqua-
lis igitur minime est $p r$: ipsi $h g$, equalis igitur. Quod demonstrasse
oportuit.

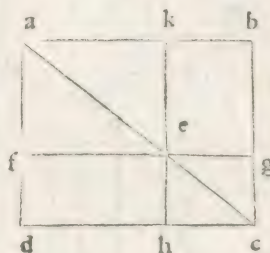


Eucl. ex Camp.

Propositio 22.

22. ¶ Vinctæ superficies æquidistantium laterum / quæ
circa diametrum consistunt: toti parallelogramo
atq; sibi inuicem sunt similes.

CAMPANVS. ¶ Sit vt in parallelogramo $b d$ cuius
diametrum $a c$: consistant superficies $g h$ & $f k$ æquidistantium laterum / cir-
ca diametrum. dico eas esse similes toti parallelogramo & sibi inuicem.
est enim per secundā huius / $b g$ ad $g c$ & $d h$ ad $h c$: sicut $a e$ ad $e c$. ergo
coniunctim $b c$ ad $e g$ & $d c$ ad $e h$: sicut $a c$ ad $e c$. quare per 11 quinti /
 $b c$ ad $e g$: sicut $d c$ ad $e h$. sed etiam sicut $a b$ ad $e g$ cum $a b$ sit æqualis
 $d c$, & $e g$, $h c$: eodem modo erit $a d$ ad $e h$ sicut $a b$ ad $e g$, & $d c$ ad $e h$.
quia ergo ista parallelogramata sunt æquiangulara: constat per diffinitionē
similium superficierū $g h$ esse simile $b d$. Simili quoq; modo probatur $f k$
esse simile eidē: propter hoc q; $b a$ ad $a k$ & $d a$ ad $a f$ est sicut $c a$ ad $a e$
per secundam huius & coniunctam proportionalitatem, quare per 20
huius $f k$ est etiam simile $g h$, sicq; patet totum.



Eucl. ex Camp.

Propositio 23.

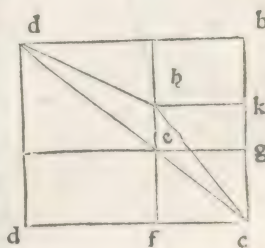
23. ¶ Si in suo spacio parallelogramum partiale distinctum to-
ti parallelogramo simile atq; secundum suum illius esse fue-
rit: circa eiusdem diametrum consistit.

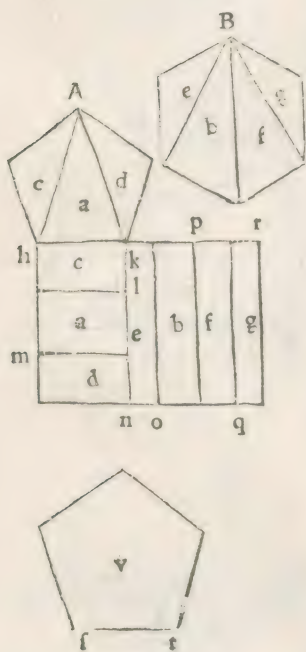
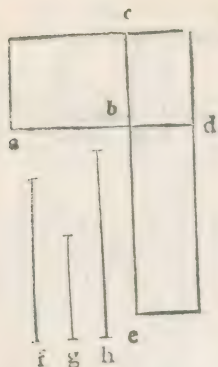
CAMPANVS. ¶ Sit vt in parallelogramo $b d$ sit distinctum par-
allelogramum $f g$, qd sit ei simile & secundum suū esse id est participans
cum eo in angulo c . dico q; parallelogramum $f g$ consistit circa diame-
trum parallelogrami $b d$. & est hæc conuersa præcedentis. producam enī
 $a e c$, quæ si fuerit diametrum parallelogrami $b d$: constat propositum. Sin
autem: sit $a h c$ diametrum eius. & ducatur $h k$: æquidistans $f c$. eritq; per
præmissam parallelogramum $f k$: simile parallelogramo $b d$. ergo per cō-
uersionem diffinitionis similium superficierum proportio $b c$ ad $k c$: est
sicut $d c$ ad $f c$. sed per eandem conuersionē dictæ diffinitionis / propor-
tio $b c$ ad $g c$ est sicut $d c$ ad $f c$: propter id q; parallelogramum $f g$ positi-
tum est simile parallelogramo $b d$. ergo per 11 quinti / proportio $b c$ ad $g c$
est sicut $b c$ ad $k c$. vtraq; enim est sicut $d c$ ad $f c$. quare per secundam
partem nonæ quinti / $g c$ est æqualis $k c$ pars videlicet toti, qd est impos-
sibile. Erit igitur $a e c$ diametrum parallelogrami $b d$, quod est propositū.

Eucl. ex Camp.

Propositio 24.

24. ¶ Omnium duarum superficierum æquidistantium late-
rum quarum vnus angulus vnus vni angulo alterius æqua-
lis / proportio alterius ad alterā: est quæ producitur ex dua-
bus proportionibus suorum laterum duos æquos angulos
continentium.





CAMPANVS. Sint duæ superficies æquidistantium laterum: a c & e d. sitq; angulus b vnus: æqualis angulo b alterius. dico q; proportio vnus ad alteram: producta est ex proportionē a b ad b d, & c b ad b e. disponam enim has duas superficies penitus sicut disposui eas in 13 huius: adiuncto ad vtramq; parallelogrammo c d. & ponam vt proportio lineæ f ad lineam g: sit sicut a b ad b d, & g ad h sicut c b ad b e. qualiter enim hoc fiat: dictum est supra 10 huius. eritq; per primam huius & 11 quinti: a c ad c d: sicut f ad g, & c d ad d e sicut g ad h. quare per 22 quinti erit in æqua proportionalitate a c ad d e: sicut f ad h. & quia f ad h producitur ex f ad g & g ad h, vt dictum est in fine expositionis 11 diffinitionis quinti: erit vt a c ad d e producatur ex eisdem. quare constat propositum.

Eucl. ex Camp.

Propositio 25.

Data superficie similem/ aliq; propositæ æqualem designare.

CAMPANVS. Sint propositæ duæ superficies rectilineæ. A: pentagona. B: hexagona. volo facere vnam superficiē similem A: & æquale B. vtramq; propositarum superficierum resoluo in triangulos. A quidem in triagulos a, c, d. B vero: in triagulos e, b, f, g, & super basin trianguli a, quæ sit h k: constituo secundum doctrinam 44 primi superficiē æquidistantium laterum rectangulam/ æqualem c, quæ sit h l. & l m æqualem a. & m n æqualem d. vt sit tota superficies: æquidistantium laterum h n, constituta super basin h k: æqualis pentagono A. Eodem modo super lineam k n quæ est secundum latus huius superficiē h n, constituo aliam superficiē rectangulam æqualem hexagono B. quia facio k o æquale e, & o p æquale b. & p q æquale f. & q r æquale g. vt sit tota rectangula superficies n r: æqualis hexagono B. & pono per 9 huius/ lineā f r: proportionale inter lineā h k & lineam k r. & super eā secundū doctrinā 19 huius: constituo superficiē v similem superficiē A. dico ipsā esse quā æqualem superficiē B. Cū enī tres lineæ h k, f r, & k r sint continue proportionales/ & super primā & secundā sint constitutæ superficies similes videlicet A & v: erit per correlariū 17 huius/ A ad v sicut h k ad k r. quare per primā huius sicut h n ad n r. & ideo per primā partem 7 quinti: sicut A ad n r. & propter hoc per secundā partem eiusdem: sicut A ad B. itaq; per secundā partem 9 quinti: v est æqualis B. qd est propositum.

Hoc etiam possumus ex permutata proportionalitate facile probare. quia cū sit A ad v sicut h n ad n r: erit permutatim A ad h n sicut v ad n r. & quia A est æqualis h n: erit v æqualis n r. quare v est etiā æqualis B per hanc cōmunem scientiam: quæcūq; vni & eidem sunt æqualia inter se sunt equalia. Non est autem necessarium vt superficies h l, l m, & m n æquidistantium laterum æquales triangulis c, a, d, aut superficies k o, o p, p q, & q r æquales triangulis e, b, f, h: sint rectangulæ. sed vt angulus extrinsecus superficiē l m: sit æqualis angulo intrinseco superficiē l h. & extrinsecus m n intrinseco m l. Similiter quoq; vt extrinsecus superficiē k o, sit æqualis intrinseco superficiē h n: & extrinsecus o p, intrinseco k o. sicq; de cæteris. Cum enim sic fuerit erit vnaquaq; linearum k n & sibi opposita h m, itemq; h r & sibi opposita n q: linea vna per vltimā partem 29 primi & per 14 eiusdem quoties oportuerit equaliter repetitas, propter id qd omnes superficies h l, l m, & m n, itemq; k o, o p, p q, & q r: sunt æquidistantium laterum: & angulus extrinsecus cuiusq; sequentis est æqualis intrinseco eam præcedentis: quare duæ superficies h n & n r: erunt æquidistantium laterum & inter lineas æquidistantes & æqualis altitudinis. Cætera ergo argue vt prius.

Quatuor ex Zāberto sequētes propositiones: præcedentibus quatuor ex Cāpano ordine peruerso respōdēt. prima tertiæ/ secunda primæ/ tertia quartæ/ quarta secundæ.

Eucl. ex Zamb. Theorema 17. Propositio 23.

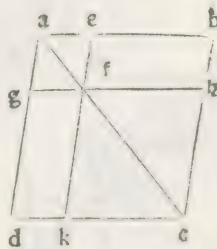
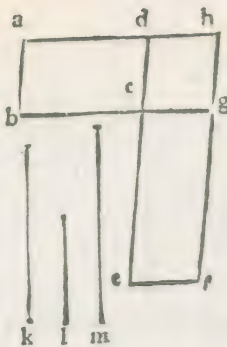
23. **¶** Aequiangula parallelogramma adinuicem habent compositam ex lateribus.

THEON ex Zamberto. **¶** Sint aequiangula parallelograma a c & c f: aequalem habentia angulum b c d angulo e c g. Dico qd parallelogrammum a c ad parallelogrammum c f rationem habet compositam ex lateribus. hoc est quam habet b c ad c g: & quam habet d c ad c e. Ponatur inquam per 14 primi / vt sit in rectas lineas b c ipsi c g. in rectas lineas igitur est per eandem d c ipsi c e. Compleaturq; parallelogrammum. & ponatur quedam recta linea: k. & fiat per 12 sexti / sicut quidem b c ad c g: sic k ad l. sicutq; d c ad c e: sic l ad m. proportionales iam ipsius k ad l & ipsius l ad m: eadem sunt ipsis rationibus laterum b c ad c g. & ipsius d c ad c e. Sed ipsius k ad m ratio: componitur ex ratione ipsius k ad l. & ipsius l ad m. Quare & k ad m: rationem habet compositam ex lateribus. Et quoniam est sicut b c ad c g: sic a c parallelogrammum ad c h per primam sexti / sed sicut b c ad c g: sic k ad l: & sicut igitur per vndecimam quinti / k ad l: sic a c ad c h. Rursum quoniam est sicut d c ad c e: sic c h parallelogrammum ad c f parallelogrammum, sed sicut d c ad c e: sic l ad m: & sicut igitur per eandem l ad m: sic c h parallelogrammum ad c f parallelogrammum. Quoniam igitur ostensum est qd sicut quidem k ad l: sic a c parallelogrammum ad c h parallelogrammum / sicut autem l ad m: sic c h parallelogrammum ad c f parallelogrammum: & aequae igitur per 22 quinti / sicut k ad m: sic a c parallelogrammum ad c f parallelogrammum. At k ad m: rationem habet compositam ex lateribus. & a c parallelogrammum igitur ad c f rationem habet compositam ex lateribus. Aequiangula igitur parallelogramma: adinuicem ratione habent compositam ex lateribus. quod demonstrare oportebat.

Eucl. ex Zamb. Theorema 18. Propositio 24.

24. **¶** Omnis parallelogrammi quæ circa dimetientem parallelogramma: similia sunt toti & adinuicem.

THEON ex Zamberto. **¶** Sit parallelogrammum a b c d: dimetiens vero illius a c. circum autem a c: parallelogramma sint e g & h k. Dico qd vtrūq; ipsorum e g & h k parallelogrammorum: simile est toti a b c d. & adinuicem. Quoniam enim trianguli a b c ad vnum latus b c acta est parallelus e f: proportionale est per 2 sexti / sicut b e ad e a. sic c f ad f a. Rursum per eandem / quoniam trianguli a d c ad vnum latus c d acta est parallelus f g: proportionale est per 2 sexti / sicut c f ad f a. sic d g ad g a. Sed sicut c f ad f a: sic ostensa est & b e ad e a. Et sicut igitur per 11 quinti / b e ad e a: sic d g ad g a. & compositae igitur per 18 quinti / sicut b a ad a e: sic d a ad a g. & permutati per 16 quinti / sicut b a ad a d: sic e a ad a g. parallelogrammorum igitur a b c d & e g: proportionalia sunt latera / quæ circum communem angulum b a d sunt. & quoniam parallelus est g f ipsi d c: æqualis est per 19 primi / angulus a g f angulo a d c. & qui sub g f a ei qui sub d c a. & communis duorum triangulorum a d c & a f g: angulus qui sub d a c. Aequiangulum igitur est triangulum d a c: triangulo a g f. Idq; propterea / & triangulum a b c: æquiangulum est triangulo a e f. & totum a b c d parallelogrammum ipsi e g parallelogrammo æquiangulum est. proportionale igitur est per 4 sexti / sicut a d ad d c: sic a g ad g f. sicutq; d c ad c a: sic g f ad f a. Sicut autem a c ad c b: sic a f ad f e. & insuper sicut c b ad b a: sic f e ad e a. & quoniam ostensum est sicut quidem d c ad c a: sic g f ad f a. sicut vero a c ad c b: sic a f ad f e: æque igitur est per 22 quinti / sicut d c ad c b: sic g f ad f e. Parallelogrammorum igitur a b c d & e g: proportionalia sunt latera: quæ circum æquales angulos. Simile igitur est per primam definitionem sexti / parallelogrammum a b c d: parallelogrammo e g. Id propterea / & parallelogrammum a b c d: parallelogrammo h k est simile. vtrūq; igitur ipsorum e g & h k parallelogrammorum: ipsi a b c d parallelogrammo simile est. Quæ autem eidem rectilineo simi



lia: & sibi inuicem sunt similia per 21 sexti. igitur & e g parallelogrammū ipsi h k parallelogrammo simile est. Omnis igitur parallelogrammū quæ circa dimetientem parallogramma: similia sunt toti & adinuicem. quod erat demonstrandum.

Eucl. ex Zamb. Problema 7.

Propositio 25.

CDato rectilineo simile: & alijs dato æquale: idem constituere.

CTHEON ex Zamber. **C**S it quidem datum rectilineum cui oportet simile constituere: a b c. cui autem oportet æquale: d. oportet iam ipsi a b c simile: ipsi autem d æquale: idem constituere. prætendatur per 4-4 primi igitur ad b c, ipsi triangulo a b c: æquale parallelogrammum b e. & ad c e, ipsi d æquale parallelogrammum c m, in angulo qui sub f c e: qui æqualis est ei qui sub c b l. In rectam lineam igitur est per 14 primi b c ipsi c f: & l e ipsi e m. Sumaturq; per 13 sexti ipsarum b c & c f: media proportionalis g h, describaturq; per 18 sexti/ex g h: ipsi a b c simile: similiterq; positum k g h. Et quoniam est sicut b c ad g h sic g h ad c f, si autem tres fuerint rectæ lineæ proportionales sicut prima ad tertiam sic quæ a prima est species ad eā quæ a secunda similis similiterq; descripra est: est igitur per correlatiū secundū 20 sexti/sicut b c ad c f sic triagulum a b c ad triagulum k g h. Sed sicut b c ad c f: sic b e parallelogrammum ad e f parallelogrammum. Et sicut igitur per primam sexti/triagulum a b c ad triagulum k g h: sic b e parallelogrammum ad e f parallelogrammum. vicissim quoq; igitur per 16 quinti/ sicut triagulum a b c ad b e parallelogrammum: sic triagulum k g h ad parallelogrammum e f. æquale autem est triagulum a b c: parallelogrammo b e. æquale igitur est & triagulum k g h: ipsi e f parallelogrammo: sed parallelogrammum e f ipsi d est æquale. & k g h igitur: ipsi d est æquale. est autem k g h ipsi a b c simile. Dato igitur rectilineo a b c simile/ & alijs dato d æquale: idem k g h constitutum est, quod facere oportebat.

Eucl. ex Zamb. Theorema 19. Propositio 26.

CSi a parallelogrammo parallelogrammum auferatur/ simile & toti & similiter positum/communem angulum habens ei: circum eundem dimetientem est toti.

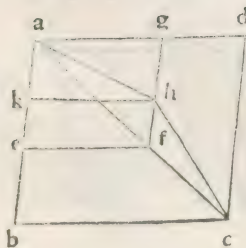
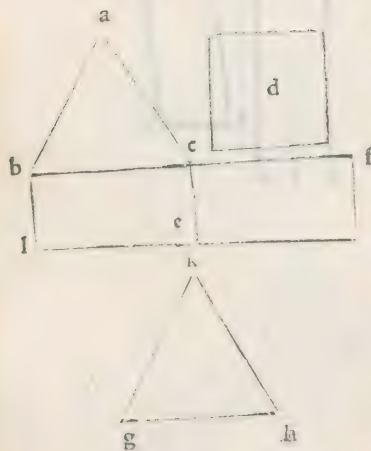
CTHEON ex Zamb. **C**A parallelogrammo inquā a b c d: parallelogrammum auferatur a f simile ipsi a b c d & similiter positum/communem angulum habens ei qui sub d a b. Dico qd circum eandem diametrum est a b c d: ipsi a f. Non enim: at si possibile est/ sit eorum dimetiens a h c. & exciter per 31 primi/ab h utriq; ipsarū a d & b c: parallelus h k. Quoniam igitur circum eundem dimetientem est a b c d ipsi k g: simile est per 24 sexti a b c d ipsi k g. est igitur sicut d a ad a b: sic g a ad a k per cōuersionē i diffinitionis sexti. Est autem propter similitudinem ipsorum a b c d & e g, sicut d a ad a b: sic g a ad a e. Igitur per 9 quinti/ g a ad utrumq; ipsarum a k & a e: eandem habet rationem. æqualis igitur est a k: ipsi a e minor maiori, qd absurdum est. Igitur a b c d: non est circa eundem dimetientem ipsi k g. Circa eundem igitur dimetientem est a b c d parallelogrammum: ipsi a f parallelogrammo. Si a parallelogrammo igitur parallelogrammum auferatur/ simile & toti & similiter positum/communem angulum habens ei: circa eundem dimetientem est toti. Quod ostendere oportebat.

Eucl. ex Camp.

Propositio 26.



SVper dimidium datæ lineæ parallelogrammū designatum: maius est eo parallelogrammo cui datæ lineæ applicato deest ad completionem lineæ simile & super diametrum consistens super dimidium collocati.



CAMPANVS. ¶ Sit data linea a b: sup cui⁹ dimidiū c b: cōstituat pa-
rallelogrāmū c d, cui⁹ diameter b e. & ad lineā a b applicet parallelogrā-
mū a f: cui⁹ vnū latus secet e c in pūcto g. ita q̄ ad cōplementū totius
lineæ a b: desit sup̄ficies f b q̄ sit similis: sup̄ficies c d. & cōsistēs circa dia-
metrū eius. dicotūc q̄ parallelogrāmū c d est maius parallelogrāmo a f.
Est enī per primā huius a g: equale g b. & per 4.3. primi c f æquale f d.
ergo p̄ hāc cōmunē sciētā si æq̄libus æq̄lia addas tota quoq̄ sient equa-
lia: erit gnomō cōstās ex tribus parallelogrāmis q̄ sūt c f, f b, & f d, æqua-
lis parallelogrāmo a f, quare parallelogrāmū c d: est maius parallelogrā-
mo a f: si parallelogrāmo e f. q̄d est propositū. ¶ Idē etiā esset si sup̄ficies
a f fieret altior sup̄ficies c d: vt videre potes in secunda figura i qua etiā
per primā huius a g est æq̄le g b. dēptis itaq̄ vtriq̄ duobus sup̄p̄mentis
sup̄ficies f b: excedet parallelogrāmū c d parallelogrāmū a f in parallelo-
grāmo f e.

Eucl. ex Zāb. Theorema 20. Propositio 27.

27 **OMNIŪ** parallelogrāmōrū circū eandē rectā lineā proie-
ctorū deficientiūq̄ specie parallelogrāmis similibus/ simili-
terq̄ positis ei q̄d a dimidia descriptū est: maximū est q̄d a
dimidia proiectū parallelogrāmū simile existēs sumpto.

THEON ex Zāb. ¶ Sit recta linea a b: & secetur p̄ 10. primi/ bisariā i
c. p̄tēdatur quoq̄ per 18. sexti ad a b rectā lineā/ parallelogrāmū a d defi-
ciēs specie parallelogrāmō d b simili/ similiterq̄ descripto q̄ a dimidia ip-
sius a b hoc est c b. Dico q̄ omniū circa a b cōparatorū parallelogrāmō-
rū & deficientiū specie parallelogrāmis similibus similiterq̄ positis ipsi d
b: maximū est a d. P̄tēdatur inq̄uā ad a b rectā lineā parallelogrāmū a
f: deficientiū specie parallelogrāmō f b simili similiterq̄ posito ipsi d b. Dico
q̄ maius est a d ipso a f. Quoniā enī simile est d b parallelogrāmū ipsi f b
parallelogrāmō: circū eundē igitur sunt dimetiētē per 26. sexti: excitetur
eorū dimetiēs d b: & describatur figura. Quoniā igitur per 4.2. primi/
æquū est f c ipsi f e: cōmune apponatur f b. totū igitur c h: toti k e est æq̄-
le. Sed c h ipsi c g est æquale per 36. primi: quoniā & a c ipsi c b. igitur
g c: ipsi e k est æquale. Cōmune apponatur c f. totum igitur a f: toti l m n
gnomoni est æquale. Quare parallelogrāmum d b hoc est a d: ipso a f pa-
rallelogrāmō maius est. omnium igitur circū eandē lineā consistē-
tium parallelogrāmōrū/ & deficientiū specie parallelogrāmis si-
milibus similiterq̄ positis ei quod a dimidia describitur: maximum est
quod a dimidia comparatum est. quod oportebat demonstrare.

ALITER. ¶ Sit inq̄ rursus a b: dissecta bisariā in c. & cōparatū a l des-
ficiēs specie ipso l b. Cōpareturq̄ rursus ad a b: parallelogrāmū d h: defi-
ciēs ab ipso e b & b simili similiterq̄ posito ei quod a dimidia sit l b. Dico q̄
maius est q̄d a dimidia cōparatū a l ipso a e. Quoniā enī simile est e b ip-
so l b: circū eundē dimetiētē sunt per 26. sexti. Sit eorū dimetiēs e b: descri-
baturq̄ figura. & quoniā æquū est l f ipsi l h, quoniā & f g ipsi g h: ma-
ius igitur est l f ipso k e. æquū autē est l f ipsi d l. maius igitur est & d l ip-
so k e. cōmune esto k d. totū igitur a l: toti a e mai⁹ est. quod demōstrare
oportebat.

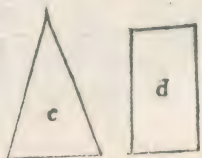
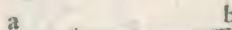
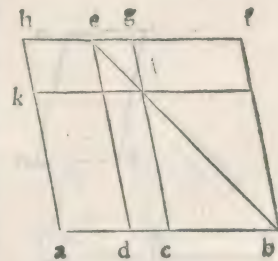
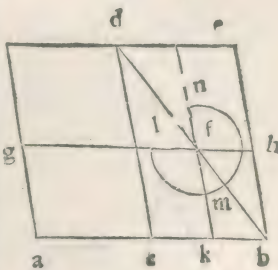
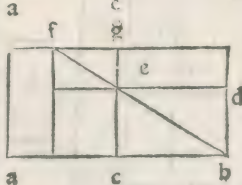
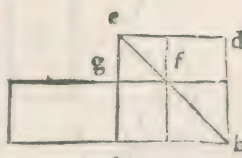
Eucl. ex Camp.

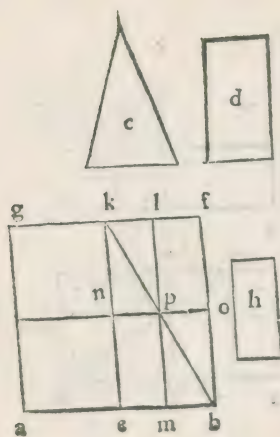
Propositio 27.

27 **R**elatera sup̄ficie p̄posita equū ei sup̄ quālibet assi-
gnatā lineā parallelogrāmū designare: cui desit ad
cōplēdā lineā alij sup̄ficies p̄posite simile parallelo-
grāmū q̄d secundū eiusdē suū esse parallelogrāmō super di-
midium datæ lineæ collatō minime maius existat.

CAMPANVS. ¶ Sit assignata linea a b. & propositus triangulus c.
propositumq̄ parallelogrāmum d. volo super lineam a b: designare pa-
rallelogrāmum æquale triangulo c. ita q̄ desit ad cōplēdā lineam
a b parallelogrāmum simile d. & sit ita conditionatumq̄ triangulus c:
non sit maior parallelogrāmō simili d, collato super dimidiū lineæ
a b. alioquin ad impossibile laboraretur: per p̄missam. Diuido igitur li-

m. j.





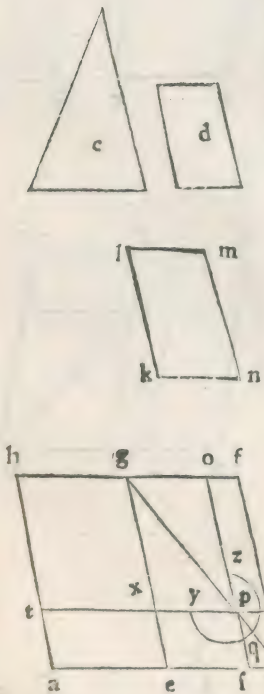
neā a b per æqualia in pūcto e. & secundū doctrinā 19 huius super eius medietatē b e cōstituo parallelogramū c f simile d. & cōplebo sup totā lineā a b: parallelogramū b g. Quia igitur c nō est maior parallelogramo e f, sed æqualis ei aut minor sicut positū est: si fuerit ei æqualis/erit parallelogramū e g quale intēditur per 36 primi coadiuuāte prima parte 9/ & per diffinitionē similiū superficierū & 20 huius. Si autē minor: sit minor in supficie aliqua/ cui æqlis & similis d fiat secūdū doctrinā 25 huius quæ sit h. eritq; h similis e f per 20 huius. quare per cōuersionē diffinitionis: æquiāgula sibi & proportionaliū laterū. protrahā igitur in parallelogramo e f diametrū b k. & resecabo latera k f, & e k supficie e f, ad mēsurā laterū superficiei h: protractis lineis l m & n o æquidistantibus lateribus superficiei e f, secātibus se in pūcto p. vt superficies k p sit æqualis & similis supficie h. eritq; per 23 huius pūctū p: in diametro k b. protracta itaq; o n vsq; ad a g: dico parallelogramū a p esse quale proportionatur. Deest enī sibi ad cōplemētū lineæ a b parallelogramū p b: qd per 22 & 20 huius est simile parallelogramo d. Sed ipsū etiā parallelogramū a p est æquale triāgulo c. Est enī per primā huius: a n æquale n b. ergo per 43 primi/ & hāc cōmunē sciētiā si æqlibus æqlia addas: tota quoq; fiet æqualia/ parallelogramū a p: est æquale gnomoni n b l. & qā iste gnomon est æqualis triāgulo c ppter id qd parallelogramū e f positū fuit esse maius triāgulo c i parallelogramo h. qd est æquale parallelogramū k p: patet propositū. Eucl. ex Zamb. Problema 8. **Propositio 28.**

¶ Ad datā rectā lineā dato rectilineo æquale parallelogramū cōparare: deficientes specie parallelogrammo simili dato.

Oportet iā datū rectilineū cui expedit æquū comparare: nō maius esse eo quod a dimidia cōparatū similibus existētibus

superioris & eius quod a dimidia & cui expedit simile deficere.

¶ THEON ex Zāb. **¶** Sit qdē data rectā lineā a b. datū vero rectilineū cui oportet æquū prēdere circū a b. sitq; illud c: nō maius existēs eo quod a dimidia cōparatū est similibus existētibus superioris, cui autē expedit simile deficere: d. oportet iā ad datā rectā lineā a b: dato rectilineo c æquale parallelogramū prēdere deficientes specie parallelogramo simili existēte ipsi d. Secetur per 10 primi/ a b bisariā i signo e. Describaturq; per 19 sexti/ ab e b: ipsi d simile similiterq; positū e b f g. Cōpleaturq; a g parallelogramū. Iam a g aut æquū est ipsi c: aut eo maius per determinationē. Si quidē igitur æquū est a g ipsi c: quod quærimus iā est. Cōparatū siquidē esset ad datam rectā lineā a b, dato rectilineo c æquū parallelogramum a g deficientes specie parallelogrammo g b simili ipsi d. Si autē nō: fuerit maius h e ipso c. æquale autē h e ipsi g b. maius igitur & g b ipso c. Quo autē maius est g b ipso c: tali excessui per 25 sexti æquale/ ipsi d simile similiterq; positū idē cōstitatur k l m n. Sed ipsi g b: ipsi d est simile. & k m igitur: ipsi g b est simile. Esto igitur similis rationis k l ipsi g e: & l m ipsi g f. Et quoniā æquū est g b ipsi c, k m: maius igitur est g b ipso k m. Maior igitur est g e ipsa k l: & g f ipsa l m. ponat p 11 primi ipsi qdē k l æqlis g x: ipsi autē l m æqlis g o. & cōpleat parallelogramū x g o p. æquū igitur est & simile g p ipsi k m. Sed k m: ipsi g b est simile. & g p igitur ipsi g b est simile. Circū eūdē dimetiētē p 26 sexti igitur: est g p ipsi g b. Sit eorū dimetiens g p b: & describas figuram. Quoniam igitur æquū est b g ipsi c, k l m, quorum g p ipsi k m est æquale: reliquus igitur y q z gnomon reliquo est æqualis. & quoniam æquum est o r ipsi x: commune apponatur p b. Totum igitur o b: toti x b est æquale. Sed x b ipsi t e est æquale: quoniam & latus a e lateri e b est æquale. & t e igitur: ipsi ob est æquale. Commune applicetur x f. totum igitur t f toti z q y gnomoni æquum est. Sed z q y gnomon ipsi c: ostensum est qd est æquale. & t f igitur: ipsi c æquum est. Ad datam rectā lineā igitur a b: dato rectilineo c æquum parallelogramum comparatum est i t deficiēs



LIBER VI.

90

dens specie parallelogrammo p b simili existēt ipsi d / quoniam p b ipsi
g p simile est. Quod erat agendum.

Eucl. ex Camp.

Propositio 18.

28 **S**uper datam lineā datā superficiē trilaterā æquū
parallelogrammum constituere: quod addat super
completionem datā lineā superficiem æquidistan-
tium laterum datā superficiē æquidistantium laterū similē.

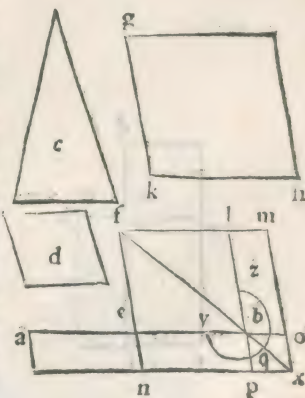
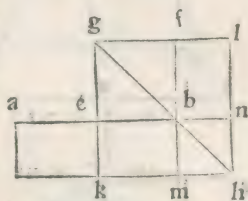
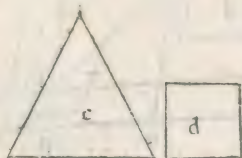
CAMPANVS. Sit vt prius data linea a b: & datus triangulus
c, datumq; parallelogrammum d. volo super lineā a b constituere paral-
logrammū æquale triāgulo c: quod addat super totā lineā a b, paral-
logrammū simile d. Diuidō lineā a b per æqualia in pūcto e. & super eius
medietatem e b: facio e f similem d, secundū quod docet 19 huius: & se-
cū dū doctrinā 25 huius: facio k l cuius diameter g h: simile d & æquale
duabus superficiebus e f & c. eritq; per 20 huius k l similis e f. Superposi-
ta igitur superficie k l superficie e f ita q; ambæ cōmunicēt in angulo g
erit per 23 huius superficies e f consistens circa diametrum superficiē k
l. quare punctū b est in diametro g h. cōplebo igitur parallelogrammū a
h: quod dico esse qualē proponitur. qđ cōstat protractis lineā f b vsq; ad
m. & lineā e b vsq; ad n. Est enim per primā partem huius: a k æquale k
b. & ideo per 43 primi est etiā æquale n f. addito ergo vtriq; e h: erit per
cōmunem scientiā a h æquale gnomoni ē h f. sed iste gnomō est æqua-
lis triāgulo c: quia parallelogrammū k l positū fuit æquale duabus su-
perficiebus c & e f, ergo parallelogrammū a h est æquale c. & addit ad cō-
plementū lineā a b parallelogrammū m n: quod per 22 & 20 huius est
simile parallelogrāmo d. quare cōstat perfectū esse quod volumus.

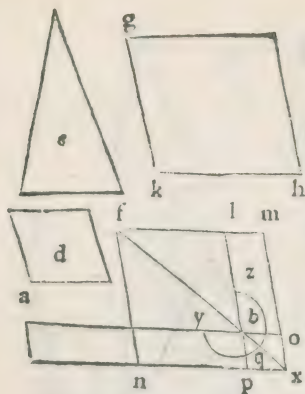
CAMPANI additio. Possumus autem ad lineam datam adiū-
gere parallelogrammum æquale non solum trilateræ superficiē posite /
sed & cuiuslibet rectilīnæ figuræ proposite: quæcūq; ipsa fuerit: cui
desit ad cōplēdā lineā datā sup̄ficies similis superficiē æquidistantiū laterū
propositæ: sicut docet præmissa. obseruata conditione eius ne laboreretur ad
impossibile per ante præmissam. vel q; addat super completionē lineæ
superficiem æquidistantium laterū similē superficiē proposite: sicut pro-
ponit cōclusio præsens. Proposita enī superficiē cui æquale parallelogrā-
mum debet ad lineam datam adiungi quod addat aut dimīnuat ad cō-
pletionē lineæ parallelogrammū simile parallelogrāmo dato: resolueimus
in triāgulos. & ipsis mediantibus / describemus superficiem æquidistan-
tium laterum: totali superficiē proposite æqualem. hoc autē qualiter fiat
& si scire volueris: requirē 25 huius. Dehinc super duplū basis eius æqua-
lis altitudinis triāgulū constituēmus. quē (si 44 primi diligenter inspe-
xeris) parallelogrammo prius designato inuenies esse æqualem. quare &
superficiē proposite. huic ergo triāgulo si æquale parallelogrāmū ad li-
neam datam adiūxeris quod addat ad complementū lineæ aut minuat
parallelogrammū simile parallelogrammo dato secundū quod docet hæc
& præmissa: quod propositum erat te perfecisse non dubites.

Eucl. ex Zamb. Problema 9. Propositio 29.

29 **C**Ad datā rectā lineā: dato rectilīneo equale parallelogrā-
mū prætere excedēs specie parallelogrāmū simile dato.

THEON ex Zamb. Sit quidem data recta linea a b, datum veto
rectilīneum cui expedit ad a b æquale parallelogrammum prætere: c.
Cui autem oportet simile prætere: d. oportet itā circum a b rectam li-
neam ipsi c rectilīneo æquū parallelogrammū prætere excedēs spe-
cie parallelogrammū simile ipsi d. Secetur per 10 primi / ab bifariam
in e. & describatur per 16 sexti / ex e b: ipsi d simile similiterq; positū pa-
rallelogrammū b f. & ambobus quidem b f, c, æquale / ipsi autem d simile
similiterq; positū: idem constituatur g h. Simile igitur est g h ipsi b f.
Similis autē rationis esto h ipsi f l, & k ipsi f e. Et quoniam maius est
m. l.





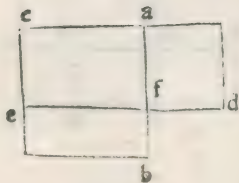
g h ipso f b: maius igitur est & quidē k h ipso f l, & k g ipso f e. Exter-
datur f l & f e, & ipsi quidē k h: æqualis esto f l m. ipsi autē k g: æqualis
esto f e n. Cōpleaturq; m n. Igitur m n: ipsi g h æquū est & simile. sed g
h ipsi e l est simile. Igitur per 26 sexti/ m n ipsi e l est simile. circū igitur
eundē diametrū consistūt e l & m n. Excitetur eorū dimetiēs f x: & desci-
batur figura, quoniā æquū est g h ipsi e l, c, sed g h ipsi m n est æquale
& m n igitur ipsi e l, c, est æquale. Cōmune auferatur e l. reliquis igitur
y q z gnomoni: ipsi c est æqualis. Et quoniā a e ipsi e b est æqualis: æquū
est per 36 primi & a n ipsi n b hoc est per 43 primi/ toti l o. cōmune ap-
ponatur e x. totū igitur a x: æquū est ipsi y q z gnomoni. Sed y q z gno-
mon æqualis est ipsi c. Igitur a x: ipsi c est æquale. Ad datā igitur rectā
lineam a b dato rectilineo c æquale parallelogrammū comparatum est
a x: excedens specie parallelogrammū p o simile existens ipsi d. Igitur d
simile est ipsi b f: & b f ipsi p o est simile. circum enim eundē dimetiē
tem consistunt. quod fecisse oportuit.


Eucl. ex Camp.

Propositio 29

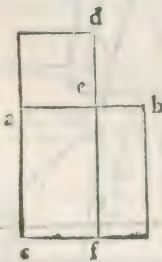


Vamlibet lineam propositam: secundū proportio-
nem habentem medium duosq; extrema secare.



 CAMPANVS. ¶ Sit pposita linea a b: quā ipso diuidere secundū proportionē habentē medium & duo extrema. Ex ipsa descripto quadratū b c. & ad eius latus a c adiungo secundū quod docet pmissa parallelogrammū c d æquale quadrato b c: quod addat ad cōplēmētum linēæ a c parallelogramū a d, quod sit simile b c. sitq; latus parallelogrāmi c d, quod æquidistat a c: d e. & fecit linēā a b in pūcto f. Dico linēā a b esse diuisā in pūcto f sicut proponitur. Est enī d quadratū: ppter id qd est simile b c. quare a f est æquale f d. sed & f e est æqualis a b: ppter id qd est æqualis a c per 34 primi. & quia c d æquale b c: demō pto ab vtroq; c f, erit a d æquale e b. & āgulus f vnus angulo f alterius. ergo per 13 huius latera sunt mutekesia. ergo e f ad f d: sicut a f ad f b. & quia e f est æqualis a b: & f d a f erit a b ad a f sicut a f ad f b. ergo per diffinitionē est diuisa vt proponitur. ¶ Dē etiā potest demonstrari ex 11 secūdi. Diuidatur enī a b in pūcto f: secundū quod docet 11 secūdi. sitq; e b qd cōtinetur sub tota a b & eius pte f b: ita qd f e sit æqlis a b & a d sit qdrato a. f est itaq; per p̄dictā 11 secūdi e b: æquale a d. Qd restat arguere vt prius p 13 huius: vel sic. cū a b sit diuisa in pūcto f secundū quod docet 11 secūdi: qd sit ex a b prima in f b tertiā est æquale quadrato a f secūdi. & æ. ergo per secundū partē 16 huius proportio a b primā ad a f secūda: est sicut a f secūda ad f b tertiā. per diffinitionē itaq; diuisa est a b vt proponitur. Euclī, ex Zanib. Problema 10. Propositio 30.

¶ Datam rectam lineam terminatam: per extremā ac me-
diam rationem dispartire.



¶ THEON ex Záb. ¶ Sit data recta línea terminata a b, oportet iā ipsā a b rectā lineā: per extremā & mediā rationē dispecere. Describatur inq̃ per 46 primi ex a b: quadratū b c. Cōpareturq̃ per 29 sexti: ad a c ipsi b c aequū parallelogramū c d excedēs ipsecie ipsum a d simile ipsi b c. Quādratū autē est b c, quadratū igitur est & a d, quoniā aequū est b c ipsi c d: cōmune auferatur c e, reliquū igitur b c fireliquo ad est æquale, est autē & æquiangulū. Igitur per diffinitionē secundā tertij & per 14 sexti: ipsorum b f & d a reciproca sunt latera: quæ circū æquales angulos. Est igitur sicut f e ad d sic a e ad b. Aequalis autē est f e ipsa c hoc est ipsa b. Ipsa autē e d ipsi a e. Est igitur sicut b a ad a e: sic a e ad e b, maior autē est per 34 primi a b ipsa a e, maior igitur est & a e ipsa e b. Igitur a b recta lineā per extremā & mediā rationem secatur in e, at maius segmentum ipsius est a e, quod fecisse oportuit.

CALITER. Sit data recta linea a b. oportet iam ipsam a b: per extr^{am} & mediam rationem secare, secetur enim a b in c per 11 secundi: &c

quod sub a a b & b c æquū sit ei qd ex c a quadrato. Quoniam igitur quodd sub a b & b c æquū est ei quod ex c a: est igitur per 17 huius sicut b a ad a c sic a c ad c b. Igitur a b: per mediam & extremam diuiditur ratio: nem in c quod oportebat facere.

Eucl. ex Camp.

Propositio 30.

Si fuerint duo anguli super vnum angulum constituti quorum duo latera angulum illum continentia duobus alijs eorum lateribus æquidistant: fuerintque illa quatuor latera secundū æquidistantiam relata, proportionalia: illos duos triangulos super vnam lineam rectam constitutos esse necesse est.

CAMPANVS. ¶ Sint duo anguli a b c & d e constituti super angulum a c d. sitque a c æquidistans d e & d c a b. & sit proportio a c ad d e sicut a b ad d c. dico quod duæ bases eorū b c & e c sunt linea vna. Est enī angulus a æqualis angulo d: quia vterque eorum est æqualis angulo a c d per primam partē 29 primi. igitur per præsentem hypothesin & 6 huius: ipsi trianguli sunt æquianguli. & angulus b est æqualis angulo d c e: & angulus a c b ægulo e c q. quare per 32 primi tres anguli qui sūt ad c sunt æquales duobus rectis. ipsi enī æquātur tribus angulis vtriuslibet duobus triangulorum. ergo per 14 primi b c est linea vna quod est propositū.

Eucl. ex Camp.

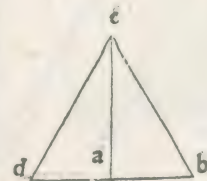
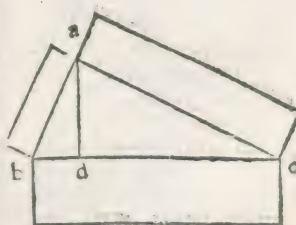
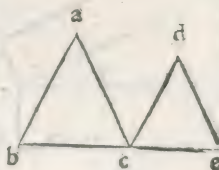
Propositio. 31

In omni triângulo rectângulo superficies lateris quod subtenditur angulo recto: æqualis est superficiebus duorum laterum angulum rectum continentium pariter acceptis: cū fuerint similes ei in lineatione & creatione.

CAMPANVS. ¶ Quod proponit penultima primi de superficiebus quadratis: proponit hic penultima sexti de omnibus superficiebus similibus. vnde hæc est illa tanto vniuersalior: quanto superficies latera quadrato. ¶ Sit itaque triângulus rectangulus a b c: cuius angulus a sit rectus. Dico quod superficies constituta super latus b c: est æqualis duabus superficiebus constitutis super a b & a c, cū omnes tres superficies fuerint similes in figura & situ. Ducam perpendicularē a d ad lineam b c. eritque per secundam partem correlarij 8 huius: proportio b c ad c a: sicut c a ad d c. & c b ad b a: sicut b a ad d b. Si itaque super quālibet trium linearum b c, c a & a b fiat superficies similis alijs in figura & situ: erit per correlariū 17 huius proportio superficiei constitutæ super b c primam ad constitutam super c a secundam: sicut b c primæ ad d c tertiam. & item eiusdem superficiei constitutæ super b c primam ad constitutam super a b secundam: sicut b c primæ ad d b tertiam per idem correlariū. Quare per conuersam proportionalitatem superficiei a c ad superficiem c b: sicut c d ad c b. & similiter superficiei a b ad superficiem b c: sicut b d ad superficiem b c. & ponatur a c prima & c b secunda & quarta & c d superficies tertia & a b superficies quinta. & b d superficies sexta. & arguatur per 24 quinti quod proportio superficiei constitutæ super b c ad duas superficies constitutas super c a & a b simul: est sicut b c ad c d & d b simul. quia igitur b c est æqualis duabus lineis c d & d b simul sumptis: erit superficies constituta super b c æqualis duabus superficiebus constitutis super c a & a b simul sumptis: quod est propositum.

CAMPANI additio. ¶ Conuersam quoque huius possumus facile demonstrare per modum demonstrationis ultimæ primi. sit enī triângulus a b c. sitque superficies constituta b c æqualis duabus superficiebus constitutis super duas lineas a b & a c sibi similibus. Dico quod angulus a est rectus. ponā enim angulū c a d rectum & lineam a d æquale a b. & claudo superficiē ducta linea d c. eritque per hanc 31 superficies constituta super

W. iij.

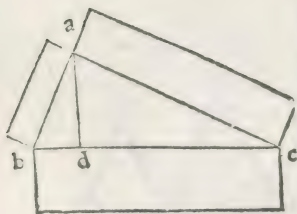


c d æqualis duabus constitutis super duas lineas c a & a d sibi similibus. quare etiam constitutæ super b c sibi simili. hæc enim posita est æqualis duabus constitutis super a b & a c sibi similibus. erit ergo linea b c æqualis c d. quare per 8 primi angulus a est rectus. Quod est propositum.

¶ Sequētes duæ ex Zamberto propositiones: duabus præcedētibz ex Cāpano p̄posito ordine respōdent.

Eucl. ex Zamb. Theorema 21. Propositio 31.

¶ In rectangulis triangulis quæ ab rectum angulum subtendente latere species: æqualis est eis quæ ab rectum angulum comprehendētibz lateribus speciebus similibus similiterq; descriptis.



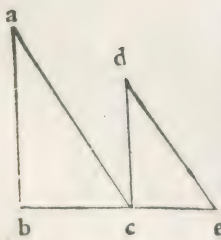
¶ THEON ex Zamberto. ¶ Sit triangulum a b c: rectum habens angulum qui sub b a c. Dico q̄ quæ ex b c species: æqualis est eis quæ ex b a & a c speciebus similibus similiterq; descriptis. Excitetur per 12 primi: perpendicularis a d. Quoniā igitur in triangulo rectangulo a b d & a d c quæ ad perpendicularē / similia sunt tota b c & sibi inuicē per 8 sexti. quoniā simile est a b c ipsi a b d: est igitur sicut c b ad b a sic a b ad b d. At quoniā tres rectæ lineæ proportionales sunt: est igitur per correlarium secundum 20 sexti sicut prima ad tertiam sic quæ a prima species ad eam quæ a secunda similis similiterq; descripta est. Sicut igitur c b ad b d: sic species quæ ex c b ad eam quæ ex b a similis similiterq; descripta est. Id propterea & sicut b c ad c d: sic species quæ ex b c ad eam quæ ex b a. Quare sicut b c ad b d & d c: sic quæ sub b c species ad eam quæ ex b a & a c similes similiterq; descriptæ sunt. Aequalis autem est b c ipsis b d & d c. æqualis igitur est species quæ ex b c eis quæ ex b a & a c sunt speciebus similibus similiterq; descriptis. In rectangulis igitur triangulis / quæ ab rectum angulū subtēdente species: æqualis est eis quæ ab rectum angulum comprehendētibz lateribus similibus similiterq; descriptis. quod demonstrasse oportuit.

¶ CALITER. ¶ Quoniā per correlariū primū 20 sexti / similes figuræ in dupla sunt ratione similis rationis laterū: igitur quæ ex b c est species ad eam quæ ex b a duplam rationem habet q̄ c b ad b a. habet autē & quod ex b c quadratum ad id quod ex b a quadratum duplam rationē q̄ c b ad b a. & sicut igitur quæ ex c b species ad eam quæ ex b a species: sic quadratum qd ex c b ad quadratum quod ex b a. Id propterea & sicut species quæ ex b c ad speciem quæ ex a c: sic quadratum qd ex b c ad quadratum quod ex a c. Quare & sicut species quæ ex b c ad species quæ ex b a & a c: sic quadratum quod ex b c ad quadrata quæ ex b a & a c. Quadratum autem quod ex b c æquum est eis quæ ex b a & a c quadratis per 47 primi. æqualis igitur est species quæ ex b c: eis quæ ex b a & a c speciebus similibus similiterq; descriptis.

Eucl. ex Zamb. Theorema 22.

Propositio 32.

¶ Si duo triangua componantur ad vnum angulū duo latera duobus lateribus proportionalia habentia / vt sint eundem rationis eorum latera & parallela: reliqua ipsorum triangulorum latera in rectam lineam erunt.



¶ THEON ex Zamberto. ¶ Sint binā triangua a b c & d c e: duo latera a b & a c, duobus lateribus d c & d e proportionalia habentia / sicut quidem a b ad a c, sic d c ad d e. parallelum autem ab ipsi d c: & a c ipsi d e. Dico q̄ in rectam lineam est b c ipsi c e. Quoniā enim parallelus est a b ipsi d e, & in eas incidit recta linea a c: anguli igitur per 29 primi utrobique qui sub b a c & a c d, sibi inuicem sunt æquales. Id propterea & angulus c d e: angulo a c d est æqualis. Quare angulus b a c: angulo c d e

LIBER VI.

92

est æqualis. & quoniam duo triangula sunt a b c & d c e, vñum angulũ qui ad a vñi angulo qui ad d æqualem habentia/ circum autẽm æqua- les angulos latera proportionalia sicut quidem b a ad a c sic c d ad d e: æquilangulum igitur est per sextam sexti triangulum a b c triangulo d c e. Æqualis igitur est angulus a b c: angulo d c e. patuit autẽm q̃ angulus a c d: æquus est per 29 primi angulo b a c. Totus igitur angulus a c e duobus a b c & b a c est æqualis. Communis apponatur angulus a c b. Igitur anguli a c e & a c b: eis qui sũt sub c a b, a c b, & c b a sunt aqua- les. Sed anguli b a c, c b a & a c b per 32 primi duobus rectis sunt æqua- les. & anguli igitur a c e & a c b duobus rectis sunt æquales. Ad aliquã autẽm rectam lineam a c ad signumq; in ea c, duc: rectã lineã b c & c e non ad easdem partes ductã: quos vtrobiq; sub a c e & a c b duobus re- ctis æquales efficiunt angulos. per 14 primi in rectam lineam igitur est b c ipsi c e. Si bina igitur triangula componantur ad vñum angulum/ duo latera duobus lateribus proportionalia habentia/ vt eorũ similis ra- tionis & parallela sint latera: reliqua ipsorum triangulorum latera in re- ctam lineam erunt. Quod demonstrasse oportuit.

Eucl. ex Camp.

Propositio 32.

SI in circulis æqualibus supra cẽtrum siue supra cir- cunferentiam anguli consistant: erit angulorũ pro- portio tanq̃ proportio arcuum illos angulos susci- pientium.

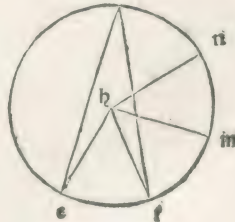
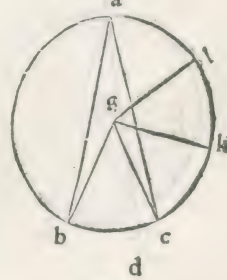
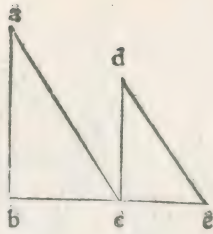
CAMPANVS. **S**int circuli a b c cuius cẽtrum d, & e f g cuius cẽtrum h: æquales. super quorum centra fiant duo anguli b d c & f h g: & super eorum circunferentias alij duo qui sint b a c & f e g. dico q̃ proportio angulorum tam eorum qui sunt super centra q̃ eorum qui su- per circunferentias: est sicut arcus b c ad arcum f g. Cõtinuabo enĩ illis duobus arcibus alios arcus æquales: siue secundũ eundẽ numerũ siue se- cundũ diuersos. sitq; arcus k b: æqualis b c. & vterq; duorum arcuum l m & f l: æqualis f g. & producam lineas k d, k a, m h, l h, m e & l e. eruntq; per 26 tertij/ anguli qui sunt ad d: adinuicem æquales. similiter quoq; & qui sunt ad h: adinuicem æquales. Idẽ: etiam de ijs qui sũt ad a & de ijs qui sunt ad e. sicut igitur arcus k c est multiplex arcus b c: ita angu- lus k d c anguli b d c, & angulus k a c anguli b a c. similiter sicut arcus m g est multiplex arcus f g: ita angulus m h g anguli f h g, & angulus m e g anguli f e g. sed si arcus k c est æqualis arcui m g: angulus k d c est æqualis angulo m h g, & angulus k a c angulo m e g. & si maior: maio- res, & si minor: minores per 26 tertij. per diffinitionẽ m itaq; incontinua- proportionalitatis proportio arcus b c ad arcum f g: est sicut anguli b d c ad angulum f h g, & sicut anguli b a c ad angulum f e g, quod est pro- positum. Idẽ intellige in eodem circulo.

Eucl. ex Zamb. Theorema 23.

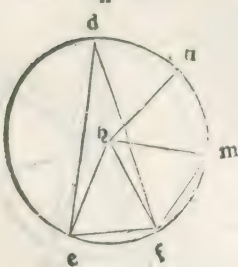
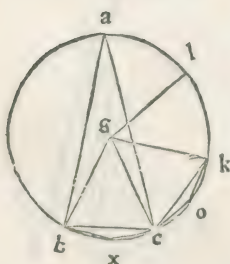
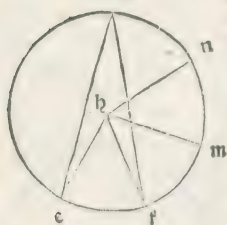
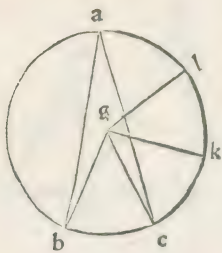
Propositio 33.

In æqualibus circulis anguli eandẽ habent rationẽ ipsi circunferentijs in quibus deducuntur: & si ad centra/ & si ad circunferentias fuerint deducti. tum etiam sectores ad centra constituti.

THEON ex Zãb. **S**int æquales circuli a b c & d e f. ad eorũq; centra g, h, anguli sint b g c & e h f: ad eorũ circunferentias vero/ anguli qui sub b a c & e d f. Dico q̃ est sicut circunferentia b c ad circunferentiã e f: sic est angulus b g c ad angulum e h f, & angulus b a c ad angulũ e d f, & insuper g b c sector ad h e f sectorem. Ponatur per 28 tertij/ ipsi quidem b c cir- cunferentię æquales quocunq; ordine hoc est c k & k l: ipsi autẽm e f, quocunq; æquales circunferentię f m & m n. Connẽctanturq; g k, g l: h m & h n. Quoniam igitur æquales sunt b c, c k & k l circunferentię ad m, n, n.



m, n, n.



innicē: æquales per 27 tertij/quoq; sunt anguli b g c, e g k & k g l. Quotuplex igitur est b l circumferentia ipsius b c circumferentia: totuplex est & angulus b g l ipsius anguli b g c. Id propterea iā & quotuplex est n e circumferentia ipsius e f circumferentia: totuplex est & angulus n h e ipsius e h f. Si igitur æqualis est circumferentia b l ipsi circumferentia e n: æqualis est & angulus b g l angulo e h n. & si maior est b l circumferentia ipsa n e circumferentia: maior est & angulus b g l angulo n h e. & si minor: minor. Quatuor iā existentibus magnitudinibus/duabus inquā circumferentijs b c & e f, binisq; angulis hoc est b g c & e h f: suscipiuntur quidem ipsius b c circumferentia atq; ipsius anguli b g c æque multiplicēs hoc est b l circumferentia & angulus b g l, ipsius autem e f circumferentia & anguli e h f circumferentia e n & angulus e h n. Ostensum autē est qd si circumferentia b l excedit circumferentiā e n: angulus quoq; b g l excedit angulū e h n, & si æqualis: æqualis, & si minor: minor. Est igitur p 6 diffinitionē quinti/ sicut b c circumferentia ad e f circumferentiā: sic angulus b g c ad angulū e h f. Sed sicut angulus b g c ad angulū e h f: sic angulus b a c ad angulū e d f. Duplus inquā est per 20 tertij: alter alterius. Et sicut igitur b c circumferentia ad e f circumferentiā: sic angulus b g c ad angulū e h f, & angulus b a c ad angulū e d f. In æqualibus igitur circulis anguli eandem habent rationem ipsi circumferentijs: & si ad centra & si ad circumferentias deducti fuerint, quod demonstrasse oportuit.

¶ Dico etiā qd & sicut b c circumferentia ad e f circumferentiā: sic g b c sector ad h e f sectorē. Cōnectantur inquā b c & c k, & assumptis super b c et c k circumferentijs x, o, signis: cōnectantur b x, x c, c o & o k. Et quoniā per 15 diffinitionē primi/duā b g & g c duabus c g & g k sunt æquales: æqualesq; angulos cōprehendunt/ & basis b c ipsi c k est æqualis: triangulum igitur g b c per 4 primi/ triangulo g c k est æquale. Et quoniā æqualis est b c circumferentia ipsi c k circumferentiā: & reliqua igitur quæ in toto circulo a b c circumferentia reliquæ quæ in eodē toto a b c circulo circumferentiæ. Quare & angulus b x c ipsi c o k est æqualis. Simile igitur per 10 diffinitionē tertij est b x c segmentum: ipsi c o k est segmento, & in æqualibus sūt rectis lineis b c & c k. Quæ autem super æqualibus rectis lineis similia circularū segmēta cōsistunt: ea adinuicē sunt æqualia per 24 tertij, segmētū igitur b x c ipsi c o k segmēto est æquale, est autē & triangulū g b c: triangulo g c k æqle. Totus igitur sector g b c: totus g c k sector est æqualis. Id propterea & g k l sector: vtriq; ipsorū g b c & g c k est æqualis. Tres igitur sectores g b c, g c k & g k l: sibi inuicē sūt æquales. Id propterea & h e f, h f m & h m n sectores: sibi inuicē sūt æqles. Quotuplex igitur est b l circumferentiā ipsius b c circumferentiā: totuplex est & l g b sector ipsius g b c sectoris. Id propterea & quotuplex est n e circumferentiā ipsius e f circumferentiā: totuplex est & h e n sector ipsius h e f sectoris. Si igitur æqualis est b l circumferentiā ipsi e n circumferentiā: æqualis est & b g l sector ipsi e h n sectori. Et si excedit b l circumferentiā ipsa e n circumferentiā: excedit quoq; & b g l sector ipsū h e n sectorē, & si deficit: deficit. Quatuor autē existentibus magnitudinibus/duabus inquā b c & e f circumferentijs/duobusq; g b c & e h f sectoribus: suscipiūtur æque multiplices ipsius quidē b c circumferentiæ & ipsius g b c sectoris, hoc est b l circumferentia & g b l sector, ipsius autē e f circumferentiæ & ipsius h e f sectoris: circumferentiā nēpe e n & sector h e n. Et ostensum est qd si circumferentia b l excedit ipsam circumferentiā e n: excedit quoq; et b g l sector ipsum e h n sectorē, & si æqles: æqualis & si deficit deficit. Est igitur per cōuersionē primæ diffinitionis sexti/ sicut circumferentiā b c ad e f: sic g b c sector ad h e f sectorē.

¶ CORRELARIUM. ¶ Et manifestum est qd sicut sector ad sectorē: sic angulus ad angulū.

EVCLIDIS MEGARENSIS
Geometricorum elementorum
sexti libri Finis.

EVCLIDIS MEGARENSIS CLARISSIMI
philosophi Mathematicorūq; facile principis: primum ex
Cāpano, deinde ex Theone Græco commētatore, inter-
prete Bartholomæo Zāberto Veneto, Arithmetica ele-
menta.

Liber septimus.

Ex Campano triplex principiorum genus.

Primum.

Diffinitiones.



1 **V**nitās: est qua vnaquęq; res/vnā di-
citur.

2 **N**umerus: est multitudo ex vnita-
tibus composita.

3 **N**aturalis series numerorū: di-
citur in qua secūdm vnitatis ad-
ditionē fit ipsorum computatio.

4 **D**ifferentia numerorū: appel-
latur numerus quo maior abun-

dat a minore.

5 **N**umerus primus dicitur: quī sola vnitate metitur.

6 **N**umerus cōpositus dicitur quē alius numerus metitur.

7 **N**umeri contra se primī dicuntur: quī nullo numero exce-
pta sola vnitate numerantur.

8 **N**umeri adinuicem compositi siue communicantes dicū-
tur: quos alius numerus q̄ vnitas metitur/ nullusq; eorū
est ad aliū primus.

9 **N**umerus per aliū multiplicari dicitur: quī toties sibi co-
aceruatur/quoties in multiplicante est vnitas.

10 **P**roductus vero dicitur: quī ex eorū multiplicatiōe crescit.

11 **N**umerus alium numerare dicitur: quī secūdm aliquem
multiplicatus illum producit.

12 **P**ars: est numerus numeri minor maioris/ cum minor ma-
iorem numerat. Et quī numeratur: numerantis multiplex
appellatur.

13 **D**enominans: est numerus secundum quem pars sumitur
in suo toto.

14 **S**imiles dicūtur partes: quæ ab eodē numero denoīantur.

15 **P**rima simpla numeri pars: est vnitas.

16 **Q**uando duo numeri partem habuerint communem: tot
partes maioris dicitur esse minor/quoties eadem pars fu-
erit in minore. tota vero: quoties ipsa fuerit in maiore.

17 **N**umeri ad numerum dicitur proportio minoris quidē
ad maiorem: in eo q̄ est maioris pars vel partes. Maioris
vero ad minorem: secundum q̄ eum continet & eius partē
vel partes.

18 **C**um fuerint quotlibet numeri continue proportionales:
dicitur proportio primi ad tertiu sicut primi ad secūdu

duplicata. ad quartum vero: triplicata.

¶ Cum continuatae fuerint eadem vel diuersae proportionales: dicitur proportio primi ad ultimum/ ex omnibus composita.

¶ Denominatio dicitur proportionis minoris quidem numeri ad maiorem: pars/ vel partes ipsius minoris quae in maiore sunt. Maioris autem ad minorem: totum/ vel totum & pars vel partes/ prout maior superfluit.

¶ Similes siue una alij eadem dicuntur proportionales: quae eandem denominationem recipiunt. Maior vero: quae maiorem. Minor autem: quae minorem.

¶ Numeri vero quorum proportio una: proportionales appellantur.

¶ Termini siue radices dicuntur: quibus in eadem proportionem minores sumi impossibile est.

¶ Petitiones.

¶ Cuilibet numero: quotlibet posse sumi aequales prout libet/ vel multiplices.

¶ Quolibet numero: aliquem quantūlibet sumere posse maiorem.

¶ Seriem numerorum: in infinitum posse procedere.

¶ Nullum numerum in infinitum posse diminui.

¶ Communes animi conceptiones.

¶ Omnis pars: minor est suo toto.

¶ Quicumque eiusdem siue aequalium fuerint aequae multiplices: ipsi quoque erunt aequales.

¶ Quibus idem numerus aequae multiplex fuerit siue quorum aequae multiplices fuerint aequales: & ipsi etiam erunt aequales.

¶ Omnis numeri pars est unitas: ab ipso denominata.

¶ Omnis pars est minor: quae maiorem habet denominationem. maior vero: quae minorem.

¶ Quilibet numerus totus est ab unitate: quota pars ipsius est unitas.

¶ Quicumque numerus in unitatem ducitur: seipsum producit. Unitas quoque in quicumque ducta: producit eundem.

¶ Quicumque numerus numerat duos: numerat quoque compositum ex illis.

¶ Quicumque numerus numerat aliquem: numerat omnem numeratum ab illo.

¶ Quicumque numerus numerat totum & detractum: numerat residuum.

EUCLIDIS MEGARENSIS GRAECI PHI-
losophi Mathematicorumq; facile principis: ex Theone
Graeco commentatore, Bartholomæo Zamberto Veneto
interprete, Arithmetica elementa. Liber septimus.
Euclidis ex Zamb. Diffinitiones.



Vnitates: est qua vnumquodq; existens vnum
dicitur.

Numerus autem: ex vnitatibus compo-
ta multitudo.

Pars: est numerus numeri minor maioris/
quando dimetitur maiorem.

Partes autem: quando non metitur.

Multiplex vero: maior minore/ quando eū metitur minor.

Par numerus: est qui bifariam diuiditur.

Impar vero: qui bifariam non diuiditur/ vel qui vnitatem dif-
fert a pari.

Pariter par numerus: est quē par numerus metitur per
numerus parem.

Pariter autem impar: est quem par numerus metitur per
imparem numerum.

Impariter vero par: est quem impar numerus dimetitur
per numerum parem.

Impariter vero impar numerus est/ quem impar nume-
rus metitur per imparem numerum.

Primus numerus: est quem vnitates sola metitur.

Primi adinuicem sūt numeri: quos vnitates sola dimetitur
communi mensura.

Compositus numerus: est quē numerus aliquis metitur.

Compositi autem adinuicē numeri: sunt quos numerus
aliquis communi dimensione metitur.

Numerus numerum multiplicare dicitur: quando quotae
sunt in ipso vnitates toties componitur multiplicatus/ & ge-
gnitur aliquis.

Quando autem bini numeri sese adinuicem multiplican-
tes/ aliquem fecerint: factus planus appellatur. Latera ve-
ro illius: multiplicantes sese inuicem numeri.

Quando vero tres numeri sese multiplicantes adinuicem
fecerint aliquem: factus solidus appellatur. latera vero il-
lius: multiplicantes sese inuicem numeri.

Quadratus numerus: est qui æque æqualis/ vel qui sub
duobus æqualibus numeris continetur.

Cubus vero: qui æque æqualis æque. vel qui sub tribus
æqualibus numeris continetur.

Numeri proportionales: sunt quando primus secundus/ &
tertius quartus æque fuerit multiplex/ vel eadem pars vel

eadem partes.

¶ Similes plani et solidi numeri: sunt qui proportionalia habent latera.

¶ Perfectus numerus: est qui sui ipsius partibus est equalis. Eucl. ex Camp. **Propositio 1.**



In maiore duorum numerorum minor detrahatur donec minus eo supersit: ac deinde de minore ipsum reliquum donec minus eo relinquatur: itemque a reliquo primo reliquum secundum quousque minus eo supersit: atque in huiusmodi continua detractioe nullus fuerit reliquus qui ante relictum numeret usque ad unitatem: eos duos numeros contra se primos esse necesse est.

a e g . b

c f d

h . .

a e g . b

c f d

a

h

.

f

.

.

.

b

c

.

g

.

.

d

.

.

.

.

e

¶ CAMPANVS. ¶ Sint duo numeri a b & c d: c d minor. detrahatur c d ex a b quoties potest: & sit residuum e b. qui erit minor c d: alioquin posset ex ipso adhuc detrahi c d. detrahatur & ipse e b ex c d, quoties potest: sitque residuum f d. sed & f d detrahatur ex e b, quoties potest: & sit residuum g b, quod sit unitas. dico tunc numeros a b & c d: esse contra se primos. Si enim sunt compositi: numerabit eos communiter per diffinitionem aliquis numerus præter unitatem: qui sit h. & quia h numerat c d: numerabit a e per penultimam conceptionem. & quia idem numerat a b: numerabit etiam e b per ultimam conceptionem. ergo & c f per penultimam. quare & f d per ultimam. ergo & g e per penultimam. ergo & g b per ultimam. & quia g b est unitas: sequitur numerum esse partem unitatis vel sibi æqualem. quod est impossibile. Erunt igitur a b & c d: contra se primi. quod est propositum.

¶ CAMPANI additio. ¶ Quod si duo numeri a b & c d sint contra se primi: non erit in hac mutua detractioe status antequam ad unitatem perveniat. Et est istud conuersum eius quod author proponit. Si autem in hac mutua detractioe fuerit status antequam perveniat ad unitatem: sit ut g b sit numerus qui detrahatur ab f d. & nichil sit residuum. igitur g b numerat f d. ergo per penultimam conceptionem: numerat & e g. & quia etiam numerat se ipsum: numerabit per antepenultimam conceptionem totum e b. ergo per penultimam numerat c f. Sed ostensum est prius quod numerat f d. ergo per antepenultimam numerat totum c d. quare per penultimam numerat a e. & quia ostensum est prius quod etiam numerat e b: sequitur per antepenultimam ut etiam numeret a b. quia igitur numerus g b numerat utrumque duorum a b & c d: numeri a b & c d sunt compositi. non igitur contra se primi. quod est contra hypothesin. ¶ Per hæc ergo viam: propositis quibusque duobus numeris: investigamus utrum ipsi sint contra se primi. si enim tali facta mutua detractioe perveniat ad unitatem: ipsi sunt contra se primi. Si autem sit status antequam perveniat ad unitatem: ipsi sunt compositi.

Eucl. ex Zamb.

Theorema 1.

Propositio 1.

¶ Si duobus numeris inæqualibus expositis: sublato semper minore a maiore reliquus minime metiatur præcedentem quoad assumpta fuerit unitas: qui a principio numeri primi ad invicem erunt.

¶ THEON ex Zamberto. ¶ Duobus namque inæqualibus numeris propositis a & c d, sublato semper minore a maiore: reliquus minime metiatur præcedentem quoad sumpta fuerit unitas. Dico quod ipsi a b & c d, primi ad invicem sunt: hoc est quod ipsos a b & c d unitas sola dimetitur. Si autem a b & c d non sunt primi ad invicem: eos aliquis numerus metietur.

tur. metiatur: estoq; e. & c d ipsum b f metiens: relinquat eo minorem f a. at a f ipsum d g metiens: relinquat eo minorem g c. & g c ipsum f h metiens: relinquat unitatem h a. Quoniam igitur e ipsum d c metitur: & c d ipsum b f metitur: igitur & e ipsum b f metitur. metitur autem & totum b a. & reliquum igitur a f metietur. At a f ipsum d g metitur. & e igitur ipsum d g metietur. metitur autem & totum d c. & reliquum igitur c g metietur. At c g ipsum f h metitur. & e igitur ipsum f h metietur. metitur autem & totum f a. & reliquum igitur a h metietur unitatem: numerus exiit. quod est impossibile. Igitur ipsos a b & c d: nullus numerus metietur. Igitur a b & c d: primi adinuicem sunt. quod demonstrare oportebat.

Eucl. ex Camp.

Propositio 2.

Ropositis duobus numeris adinuicem compositis: maximum numerum communem eos numerantem inuenire.

CORRELARIUM. Vnde manifestum est quia omnis numerus duos numeros numerans: numerat numerum maximum ambos numerantem.

CAMPANVS. Sint duo numeri compositi a b & c d. minor: c d. quia ergo numerat eos communiter aliquis numerus per definitionem: volo inuenire maximum numerum eos communiter numerantem. Secundum modum & similitudinem prioris: minuo minorem de maiori quoad possum. videlicet c d de a b. & sit residuum e b. iteq; e b de c d quoad possum: & sit residuum f d. & quia huius diminutio non potest fieri infinities per ultimam petitionem: nec potest etiam ad unitatem peruenire in proposito per precedentem: quia tunc essent numeri compositi contra se primi: quod est contra hypothesin: sit vt cu detrahero f d ex e b. quoad potero: nichil sit residuum. dico tunc f d esse maximum numerum numerantem a b & c d. Quia enim numeret eos: patet per penultimam & antepenultimam conceptionem: alternatim quoties oportuerit repetitas: sicut in demonstratione conuersae precedentis. Numerat enim f d: e b. quia cu ab ipso detrahitur quoad potest: nichil sit residuum. ergo & c f per penultimam conceptionem. ergo & c d per antepenultimam. quare & a e per penultimam. igitur & a b per antepenultimam. Quia autem nullus maior f d. numeret a b et c d: sic patet. Si eni fieri potest: sit numerus g maior f d. numerans utrumq; duorum numerorum a b et c d. quia igitur g numerat c d: numerabit per penultimam conceptionem a e. et quia numerat a b: numerabit per ultimam e b. ergo per penultimam numerat c f. et quia etiam numerat c d: numerabit per ultimam f d. maior videlicet minorem. quod est impossibile. Ex hoc secundo processu liquet correlariu.

Eucl. ex Zamb. Problema 1. Propositio. 2.

Duobus numeris datis non primis adinuicem: maximam eorum communem dimensionem inuenire.

THEON ex Zamberto. Sint dati bini numeri non primi adinuicem: a b et c d. oportet iam ipsorum a b et c d: maximam dimensionem inuenire. Si quidem c d ipsum a b metitur: metitur & seipsum. Igitur c d: ipsum a b & a b communis dimensio est. & manifestum est q maxima. nullus autem maior ipso c d: ipsum c d metietur. Si autem c d non metitur ipsum a b: ipsum a b & c d sublato per primam septimi semper minorem a maiorem sumetur numerus aliquis qui metietur precedentem: unitas quidem non sumetur. Si autem non erunt a b & c d primi adinuicem. quod non supponitur. Sumetur aliquis numerus igitur qui metietur precedentem. & c d quidem ipsum e b metiens: per primam septimi relinquat eo minorem a e. a e autem ipsum d f metiens: relinquat eo minorem c f. & c f ipsum a e metiatur. Quoniam igitur c f ipsum a e metitur: & a e ipsum d f

a
h
c
f
g
b
d
e

a e b
c f d
g

a
c
e
f
b
d
b
d

ARITH.

ELE.

EV.

a
.....
b
c
.....
d
e
.....
f
.....
g

metitur: igitur c f ipsum d f metietur, metitur & seipsum. & totum igitur c d metietur. At c d ipsum b e metitur, & c f igitur ipsū b e metitur, metitur autē & e a, igit & totū b a metiet, metitur & c d, igitur c f ipsos a b & c d metitur. Igitur c f ipsorum a b et c d communis dimensio est. ¶ Di co q̄ et maxima, si c f ipsorum a b et c d non est maxima cōmunis mē sura: metietur ipsos a b et c d numeros aliquis numerus maior existēs ipso c f, metiatur: estoq; g. Et quoniam g ipsum c d, et c d ipsum b e ne titur: & g igitur ipsum b e metitur. Metitur autē et totum a b, et reliquū igitur a e metietur. at a e ipsum d f metitur, et g igitur ipsum d f metietur. metitur autem et totū c d: et reliquū igitur c f metietur: maior mē norem, quod est impossibile. Igitur ipsos a b et c d numeros numerus non metietur: maior existens ipso c f. Igitur c f ipsorum a b et c d maxi ma est communis mensura, quod oportebat facere.

¶ CORRELARIUM. ¶ Ex hoc manifestū est q̄ si numerus binos nu meros metitur: et maximā communem eorum dimensionem metietur.

Eucl. ex Camp.

Propositio 3.



Propositio 3. Ropositis tribus numeris adinuicem compositis: maximum numerorum eos communiter numeran tium inuenire.

a.....
b.....
c...
a..... d....
b..... e..
c....
c.....
c.....
a..... d....
b..... e..
c.... f...
c.....

¶ CAMPANVS. ¶ Priusq; hanc tertiam conclusionem demonstremus: demonstrandum arbitramur ipsius antecedens, videlicet propositis tri bus numeris: qualiter poterimus certificare an ipsi sint adinuicem com positi. ¶ Sint itaq; tres numeri a, b, c: de quibus volo videre utrū ipsi sint adinuicē cōpositi. per primā igitur inquirō an duo primi qui sunt a & b sint adinuicē primi. q̄ si sic: nō erūt a, b, c, adinuicem cōpositi per diffinitionem. ¶ Si autē a & b sunt adinuicem compositi: sit per præce dentem d maximus numerus eos numerans, qui si numerat c: erunt per diffinitionem a, b, c adinuicem compositi. Si autem non numerat ip sum: sed ipsi c & d quidem sunt contra se primi: non erunt a, b, c adinuicem compositi, nam quicumq; numeraret eos: numeraret etiā d per cor relarium præcedentis: sicq; essent d & c compositi, quod est contra hypo thesin. Si autem c & d sunt compositi: erunt etiam a, b, c adinuicem cō positi. Sit enim per præmissam e: maximus numerans c & d, qui etiam per penultimam conceptionem numerabit a & b, quare per diffinitionē a, b, c, sunt adinuicem compositi. Simili quoq; modo sciatur/propositis quotlibet pluribus q̄ tribus: an omnes sint adinuicem compositi. ¶ Pro positis itaq; tribus qui sunt adinuicem compositi/qui etiam sint a, b, c, volo inuenire maximum numerum numerantem omnes. Sumo secon dum doctrinam præmissæ: d maximum numerantē a & b, qui si nume rat c: ipse est quem quærimus, alioqui per correlariū præcedentis sequeretur maiore numerare minore. Si autē non numerat c: erunt tamen c & d adinuicem compositi per hypothesin & correlariū præcedentis & dif finitionem. sit igitur maximus eos numerans: e, dico e esse maximū nu merantē a, b, c. ¶ Quia enim eos numeret: patet per hanc ultimā hypothe sin quæ est ipsum esse maximum numerantē c & d, et per penultimā cō ceptionem. Et q̄ nullus eo maior numeret eos: sic patet, sit enim si po test fieri/ maior e: qui numeret a, b, c, qui cū numeret a & b: numerabit per correlariū præmissæ d, & quia etiā numerat c: numerabit per idē cor relarium c, maior videlicet minorem, quod est impossibile. Non erit igo tur numerus aliquis maior e: numerans a, b, c, quod est propositum. ¶ CAMPANI additio. ¶ Simili quoq; modo inuenietur maximum nu merus: numerans quotlibet plures tribus adinuicem compositos. Vnde non oportuit Euclidem de pluribus tribus hoc docere: quia idem est mo dus & ars in tribus & pluribus. ¶ Ex ultimo autem huius demonstrati onis processu: possumus etiam istud correlarium huic tertiæ conclusioni adicere.

¶ CORRELARIUM. ¶ Vnde manifestū est q̄ omnis numerus numer

trans quolibet adinuicem compositos: numerat maximum numerantē
eos omnes. & etiam maximos numerantes binos & binos eorum.

Euli. ex Zamb. Problema 2. Propositio. 3

¶ Tribus numeris datis nō primis adinuicem: maximam
eorum communem mensuram inuenire.

¶ THEON ex Zāberto. ¶ Sit dati tres numeri nō primi adinuicē a, b, c. oportet iam ipsorum a, b, c: maximam communē dimensionem inuenire. Sumatur ipsorum a, b: maxima communis mensura d, per secundā septimi. Iā ipse d: ipsum c aut metitur aut nō metitur. metiatur primū: metietur autem & a, b. Igitur d metitur ipsos a, b, c. Igitur d: ipsorum a, b, c communis dimensio est. Dico iam q: & maxima. Si autem d ipsos a, b, c non est maxima communis mensura: metietur ipsos a, b, c, numeros aliquis numerus maior ipso d. Metiatur: & esto e. Quoniam e metitur ipsos a, b, c: metietur igitur & ipsos a, b. Igitur & ipsorum a, b, c: maximam communem mensuram metietur per correlarium secundæ septimi. Ipsorum autem a, b: maxima cōmunis mensura est d. Igitur e ipsum d metitur: maior minorem. quod est impossibile per constructiōnem. Ipsos igitur a, b, c, numeros: numerus aliquis non metietur maior existēs ipso d. Igitur d: ipsorum a, b, c, maxima communis dimensio est.

¶ Non metiatur iam d ipsum c. Dico q: primum d & c: non sunt primi adinuicem. Quoniam enim a, b, c, per hypothesin non sunt primi adinuicem: metietur eos aliquis numerus. At ipsos a, b, c, metiens metietur & ipsos a, b: & ipsorum a, b, maximam mensuram d, metietur per correlarium secundæ septimi. Metitur autem & c. Ipsos igitur d, c, numeros: numerus aliquis metietur. Igitur d & c: non sunt primi adinuicem. Sumatur per 1 septimi igitur ipsorum ipsorum d, c, maxima cōmunis mensura e. & quoniam e ipsum d metitur: at d ipsos a, b, metitur: & e igitur ipsos a, b, metit. metitur autē & c. Igitur e ipsos a, b, c, metitur. Igitur e ipsos a, b, c, cōmunis dimensio est. ¶ Dico autē q: & maxima. Si autē e ipsos a, b, c, nō est maxima mēsurā: ipsos a, b, c, numeros metietur aliquis numerus maior existēs ipso e. metiatur: & esto f. Et quoniam f ipsos a, b, c, metitur: & ipsos a, b, metitur: & ipsorum a, b, igitur communē maximam mensuram metietur per correlarium secundæ septimi. Ipsorū autem a, b: maxima cōmunis mensura est d. Igitur f ipsum d metitur: metitur autem & c. Igitur f ipsos d, c, metitur. & ipsorum d, c, maximā cōmunem mensuram metietur per idem. At ipsorum d, c, maximā cōmunis mensura est e. Igitur f ipsum e metitur: maior minorem. quod est impossibile. Ipsos igitur a, b, c, numeros: numerus aliquis nō metitur maior existēs ipso e. Igitur e ipsorum a, b, c, maxima cōmunis dimensio est. quod fecisse oportuit.

¶ CORRELARIUM. ¶ Proinde manifestum est q: si numerus aliquis tres numeros metitur: & maximam eorum communem dimensionē metitur. Similiter autem & pluribus numeris datis non primis adinuicē: maxima communis dimensio inuenietur: & correlarium succedet.

Euli. ex Camp.

Propositio 4.

¶ Mnum duorum numerorum inaequalium: minor
maioris aut pars est aut partes.

¶ CAMPANVS. ¶ Sint duo numeri a & b. b: minor. dico q: b est pars vel partes a. Aut eni b numerat a: aut non. si numerat: pars eius est per diffinitionem. Si nō numerat ipsum: aut ergo sūt adinuicem primi: aut non: si non sunt adinuicem primi: habebunt per diffinitionem partem communem / quæ quoties fuerit in b tot partes a dicetur esse b per diffinitionem. si autem sint adinuicem primi: quia ratio men omnis numeri pars est unitas ab ipso denominata / patet idem per unitates.

ARITH.

ELE.

EV.

Eucl. ex Zamb.

Theorema 2. Propositio 4.

¶ Omnis numerus: omnis numeri minor maioris aut pars est aut partes.

¶ THEON ex Zamberto. ¶ Sit bini numeri a, b c: & sit minor b c. Dico qd b c ipsius a aut pars est aut partes. Ipsi enim a, b c, aut primi adinuicem sunt; aut non. Sint primum a, b c: primi adinuicem. Diuiso etenim b c in eas quæ in ipso sunt unitates: erit unaquæq; unitas earum quæ in b c, pars aliqua ipsius a. proinde partes sunt b c: ipsius a. ¶ Nō sint autem ipsi a, b c: primi adinuicem. Iam b c ipsum a aut metitur: aut non metitur. Si quidem igitur b c ipsum a metitur: pars est b c ipsius a. Si autem non: sumatur per secundam septimi ipsorum a, b c, maxima communis mensura. sitq; d. Diuidatur b c in æquales ipsi d: hoc est b, e f & f c. Quoniam d ipsum a metitur: pars est d ipsius a, æqualis autē est d unicuique ipsorum b e, e f & f c. & unusquisque igitur ipsorum b e, e f & f c: ipsius a est pars. Quare partes est b c ipsius a. Omnis igitur numerus: omnis numeri minor maioris aut pars est aut partes, quod demonstrare oportebat.

Eucl. ex Camp.

Propositio 5.

¶ Si fuerint quatuor numeri quorum primus tota pars secundi quota tertius quarti: erunt primus & tertius pariter accepti tota pars secundi & quarti pariter acceptorum: quota primus secundi.

¶ CAMPANVS. ¶ Volēs Euclides hos libros de numeris aliquo precedentium non indigere: sed per seipsum stare: partem eius quod proposuit per primā quinti de quantitibus in genere: proponit per hanc quintā huius septimi de numeris. Sint igitur quatuor numeri a, b, c, d. sitq; b tota pars a: quota d, c. dico qd b & d pariter accepti sunt tota pars a & c pariter acceptorum: quota b est a. diuisis enim a & c secundum quantitatem b & d: argumentare sicut in prima quinti, erit enim ut totidem sint partes a: quot c per positionem, & ut aggregatum ex prima parte a & prima c: sit æquale aggregato ex b & d. similiter quoq; & aggregatum ex secunda parte a & secunda c. & quia hæc aggregatio toties potest fieri quoties continetur b in a: sequitur ut numerus æqualis aggregato ex b & d toties contineatur in aggregato ex a & c quoties b continetur in a, quare constat propositum.

Eucl. ex Zamb.

Theorema 3. Propositio 5.

¶ Si numerus numeri pars fuerit: & alter alterius eadem pars: & uterque utriusque eadem pars erit: quæ vnus vnus.

¶ THEON ex Zamberto. ¶ Numerus enim a, numeri b c esto pars: & alter d alterius e f eadem pars: quæ est a ipsius b c. Dico qd uterque a, d, utriusque b c & e f eadem pars est: quæ & a ipsius b c. Quoniam enim a pars est ipsius b c, ea demq; pars est d ipsius e f: quor igitur sunt in ipso b c numero æquales ipsi a, tot sunt & in ipso e f numero æquales ipsi d. Diuidatur inquam b c in æquales ipsi a, hoc est b g & g c: & e f in æquales ipsi d, hoc est e h, h f. erit iam æqualis multitudo ipsorum b g & g c: multitudini ipsorum e h & h f. Et quoniam æqualis est b g ipsi a, & e h ipsi d: igitur b g ipsi a est æqualis: & b g & e h ipsi a, d. Id propter ea iam & g c ipsi a est æqualis: & g c & f h ipsi a, d. Quot enim sunt in ipso b c numeri æquales ipsi a: tot sunt & in b c & e f æquales ipsi a, d. Quotplex igitur est b c ipsius a: totplex est & uterque b c & e f, utriusque a, d. Quæ igitur pars est a ipsius b c: eadē pars est: & uterque a, d, utriusque b c & e f, quod oportebat demonstrare.

a c
b f
b g
b h
d e

a c

b d

a c
b f
d g
e h



a 6

b...d.....

e. . f. . . .

h..

k. 2.

CAMP
proponit
bet numer
singulorum

¶ Si nu
partes: 8
¶ THE

¶ Si nu
partes: 8
¶ THEO
ter d e al

THEO
ter d e alt
d e, vtriuf
quales pa
ia

ter de alt
de, vtriuf
quales pa
igitur par
datur qui

quales pa
igitur par
datur qui
partes ipfi
lis m

igitur par
datur qui
partes ipsi
lis multiti
pars est &

partes ipsi
lis multiti
pars est &
terq; a g &
ps est &

pars est &
terq a g &
ps est & v
tales par

terp ag &
ps est & v
tales parr

tales part



Copyright © 2012 ProGen
courtesy of The Wellcome

Copyright © 2012 ProQuest
courtesy of The Wellcome

Copyright © 2012 ProQuest
courtesy of The Wellcome

10

b . e
g . h
a . d
c . f

tota pars reliqui/quota totus totius.

tota pars reliqui/quotā totus totius.

¶ CAMPANVS. ¶ Quod proponit hic Euclides de numeris: ppositū
superius in quinta quinti de quātibz in genere. Sit ita vt quā pars
est totus a totius b: totus sit c detractus ab a, d detracti a b. dico q̄ tota
erit e residuū a f residuū b: quā est totus a totius b. & hæc est quā cō
uersa quintæ. Sit enī per petitionē e tota pars g: quā c est d. eritq̄ per
5/ tota pars a compositi ex g & d: quā est c, d. quare & quā est a, b.
igitur per secundam conceptionē compositi ex g & d est e equalis b. de
pro itaq̄ ab vtroq̄ numero/ d: erit g equalis f. quare erit e tota pars f:
quā est a, b. tota enim erat e, g. quod est propositum.

Eucl. ex Zamb. Theorema 5. Propositio 7.

CSi numerus numeri pars fuerit qualis ablatuſ ablati: & reliquuſ reliqui pars erit qualis totuſ totiuſ.

reliquus reliqui pars erit qualis totus totius.

¶ THEON ex Zāberto. ¶ Numerus enī a b numeri c d pars esto: qualis ablatu s a ablati c f. Dico q̄ & reliquus e b reliqui f d eadē est pars: qualis est a b ipsius c d. Qualis enī pars est a e ipsius c f: talis pars esto & e b ipsius c g. Et quoniam qualis pars est a e ipsius c f talis pars est & e b ipsius c g: qualis igitur pars est a e ipsius c f, talis est per 5 septimi & a b ipsius f g. Qualis autem pars est a e ipsius c f talis pars supponitur a b ipsius c d. Qualis pars igitur est a b ipsius f g talis pars est a b ipsius c d. igitur a b vtriusq; ipsorum g f & c d eadem pars est. æqualis igitur est f g ipsi c d. Communis auferatur c f. Reliquus igitur g c: reliquo f d est æqualis. Et quoniam qualis pars est a e ipsius c f, talis pars est e b ipsius g c, æqualis autem est g c ipsi f d: qualis igitur pars est a e ipsius c f, talis pars est & e b ipsius f d. Sed qualis pars est a e ipsius c f talis pars est & a b ipsius c d. qualis igitur pars est e b ipsius f d: talis pars est & a b ipsius c d. Et reliquus igitur e b, reliqui f d talis est pars: qualis totus a b totius c d. quod oportebat demonstrare.

Eucl. ex Camp. Propositio 2.

Eucl. ex Camp. Propositio 2.
Ia duobus numeris (quorum alter alterius par-
tes) propositis partes illæ subtrahantur: erit reli-
quus reliqui eadem partes quæ est totus totius.

CAMPANVS. Hæc est quasi conuersa sextæ. vñ si sit quot & quoræ partes est totus a totius b, tot & totæ c detractus a, b ad detracti a b: erit e residuus a, tot & totæ partes residui b, quot & quoræ est a, b. Sit eni g vna partium a: & h vna partium c. eritq; propter hypothesin / g tota pars a: quoræ h, c, & tota b: quoræ h, d, detrahatur igitur h de g: & remaneat k, eritq; k per præmissam / tota pars e: quoræ g, a, & tota f per eandem: quoræ g, b, quia igitur e & f habent partem communem quæ est k: erit per 16 diffinitionem / e partes f tot quidem quoræ pars est k, e, & totæ: quoræ est k, f. & quia tot & totæ erat a, b: patet propositum.

Eucl. ex Zamb. Theorema 6. Propositio 8.

Eucl. ex Zamb. Theorema 6. Propositione 6.
C Si numerus numeri partes fuerit quæ ablatas ablati: &
 reliquis reliqui eadem partes erit quæ totus totius.

reliquis reliqui eadem partes erit quæ totus totius.
¶ THEON ex Zaberto. ¶ Numerus enī a b, numeri c d partes esto: que
 ablatus a e, ablati c f. Dico q̄ reliquis e b, reliqui f d eadem partes est:
 quæ totus a b totius c d. Ponatur inquā ipsi a b æqualis g h, quæ igitur
 partes est g h ipsius c d: eadē partes est a e ipsius c f. Diuidatur qui
 dem g h in ipsius c d partes: hoc est g k & k h & a e in ipsius c f par
 tes: hoc est l & l e. erit autem æqualis multitudo ipsorū g k & k h mul
 titudini ipsorum l & l e. & quoniam qualis pars est g k ipsius c d tæ
 lis pars est a l ipsius c f, maior autē est c d ipso c f maior igitur est &
 g k ipso a l. ponatur ipsi a l æqualis m g. Igitur qualis pars est g k ipso

b . . . a
d . . . c

f...d.....^b
e...c.....^a
g..k.
h..

b	d
:	:
:	f
:	:
l	:
:	:
:	:
a	c

g . . m . k . . . n . b

us c d: talis pars est & g m ipsius c f. & reliquus igitur m k per 7 septimi reliqui f d eadem pars est: sicut totus g k totius c d. Rursus quoniam qualis pars est k h ipsius c d talis pars est & e l ipsius c f, maior autem est c d ipso c f: maior igitur est & h k ipso e l, ponatur ipsi e l æqualis k n. Qualis igitur pars est k h ipsius c d: talis pars est & k n ipsius c f. & reliquus igitur n h per 7 septimi reliqui f d eadem pars est: quæ totus k h totius c d. patuit autem qd & reliquus m k reliqui f d eadem pars est: quæ totus g k totius d c. & vterq; igitur m k & n h per 5 septimi ipsius d f eadem partes est: quæ totus h g totius c d. Aequalis autem est vterq; ipforum m k & n h ipsi e b. At h g ipsi b a. & reliquus igitur e b, reliqui f d eadem partes est: quæ totus a b totius c d, quod oportebat demonstrare.

Eucl. ex Camp.

Propositio 9.

g . . . m . k . . . n . h

Si fuerint quatuor numeri quorum primus secundi tota pars quota tertius quarti: erit permutatim tota pars aut partes primus tertij/ quota pars aut partes secundus quarti.

CAMPANVS. Sit a primus tota pars b secundus: quota c tertius d quarti. sintq; a & b minores c & d. aliter enim: esset econuerso ei qd proponit. dico qd quota pars vel partes est a, c: tota vel totæ est b, d. diuidatur enim b quidem secundum quantitatem a: d vero secundum c. eruntq; per præsentem hypothesin/ tot partes b: quot d. & quia vnaquæq; partium b est æqualis a, & vnaquæq; d, c: est autem a, c, pars aut partes per præsentem hypothesin & per quartam huius: erit vnaquæq; partium b suæ comparis ex partibus d vt prima primæ secunda secundæ sicq; de cæteris: tota pars aut partes quota vel quotæ est a, c: per 5 igitur vel 6 sub disiunctione quoties oportuerit repetitis/ erit tota pars aut partes b, d: quota vel quotæ est a, c. quod est propositum.

Eucl. ex Zamb.

Theorema 7. Propositio 9.

Si numerus numeri pars fuerit/ & alter alteri9 eadē pars: & vicissim qualis pars est vel partes prim9 tertij/ eadē pars erit vel partes secundus quarti.

THEON ex Zamberto. Numerus inquam a numeri b c esto pars: & alter d alterius e f eadem pars, qualis est a ipsius b c minor autem esto a ipso d. Dico qd & vicissim qualis pars est a ipsius d vel partes: eadē pars est vel partes b c ipsius e f. Quoniam enim qualis pars est a ipsius b c talis pars est & d ipsius e f: quot igitur sunt in b c numeri æquales ipsi a: tot sunt & in e f æquales ipsi d. Dirimatur quidem b c in ipsi a æquales: hoc est b g & g c. & e f in ipsi d æquales: hoc est e h & h f. est itaq; æqualis multitudo ipforum b g et g c: multitudini ipforum e h et h f. Quare et qualis pars est b g ipsius e h vel partes: eadē est pars. et vterq; b c vtriusq; ipforum e f vel eadem partes. & quoniam æquales sunt b g et g c numeri adinuicem, et e h et h f numeri/ sibi inuicem sunt æquales/ et æqualis est multitudo ipforum b g et g c multitudini ipforum e h et h f: qualis igitur pars est b g ipsius e h vel partes/ eadem pars est per 2 quinti et 5 septimi et vterq; b c vtriusq; e f vel eadē partes. æqualis autem est g b ipsi a: et e h ipsi d. Qualis igitur pars est a ipsius d vel partes: eadem pars est et b c ipsius e f vel eadē partes: quod oportebat demonstrare.

Eucl. ex Camp.

Propositio 10.

Si fuerint quatuor numeri quorum primus totæ partes secundi quotæ tertius quarti: erit permutatim primus tota pars aut partes tertij/ quota vel quotæ secundus quarti.

n. ij.

b . . . d
: . . .
e . . . f
: . . .
l . . .
: . . .
: . . .
: . . .
a . . . c

b d
a c

f . . .
: . . .
h . . .
: . . .
e . . .
: . . .
g . . .
: . . .
b . . .
: . . .
a . . .

a.... b.....
c.....d.....

CAMPANVS. ¶ Sint quatuor numeri vt prius: quorū similiter minores sint a & b. sitq; a tota pars b: quora c est d. dico q; quora pars aut partes est a, c: tota vel tota est b, d. Diuidantur enim minores in partes illas qui sunt a & c. eruntq; per præsentem hypothesin tota pars a: quora c. & quia vnaquæq; ex partibus a est tota pars b, quora quælibet ex partibus c est d (hoc enim habemus ex nostra hypothesi) erit permutatim per præmissam vt quora pars aut partes est b, d, tota vel tota sit vnaquæq; ex partibus a suæ comparis ex partibus c. per quita igitur vel 6 sub disunctione quoties oportuerit repetitas erit tota pars aut partes b, d: quora vel quora est a, c. quod est propositum.

Eudi. ex Zamb.

Theorema 5. Propositio. 10.

¶ Si numerus numeri partes fuerit & alter alterius eadem partes: & vicissim quæ partes est primus tertij vel pars eadem partes erit & secundus quarti vel eadem partes.

THEON ex Zamberto. ¶ Numerus enim a b: numeri c partes esto. & alter d e: alterius f eadem esto partes. sit autem a b: ipso c d minor. Dico q; & vicissim quales partes est a b ipsius d e vel partes: eadem partes est & c ipsius f vel eadem partes. Quoniam enim quales partes est a b ipsius c, eadē partes est & d e ipsius f: quot igitur sunt in ipso a b partes ipsius c, tot & in d e sunt partes ipsius f. Diuidatur quidem a b in ipsius c partes æquales: hoc est a g & g b. Itemq; d e in ipsius f partes æquales: hoc est d h & h e. erit iam æqualis multitudo ipsorum a g & g b: multitudini ipsorum d h & h e. Et quoniam qualis pars est a g ipsius c eadem pars est & d h ipsius f: vicissim quoq; per præcedentē quales pars est a g ipsius d h vel partes: eadem pars est & c ipsius f vel eadem partes. Quare qualis pars est a g ipsius d h vel partes: eadē partes est & a b ipsius d e vel eadem partes per diffinitionē. Sed per 6 septimi quales pars est a g ipsius d h vel partes: talis pars ostensus est & c ipsius f vel eadem partes. & per 11 quinti quales igitur partes est & a b ipsius d e vel partes: eadem partes est & c ipsius f vel eadē partes. quod oportebat demonstrare.

¶ Hac vndecima: in Zamberto nullam habet respondentem.

Eudi. ex Camp.

Propositio 11.



¶ Si fuerint quatuor numeri proportionales quorū primus secundo & tertius quarto sit maior: erit secundus tota pars aut partes primi quora vel quora quartus tertij. ¶ Si secundus fuerit tota pars aut partes primi quora vel quora quartus tertij: quatuor numeros proportionales esse conueniet.

CAMPANVS. ¶ Sit proportio a ad b: sicut c ad d. sintq; a & c maiores. dico q; quora pars aut partes est b, a: tota vel tota est d, c. & eadē partes. Erat enim per conuersionem diffinitionis similium proportionū vt quoties b in a: toties sit d in c. & si qua pars aut partes b superfluit in a: tota pars aut partes d superfluit in c. si itaq; contineatur b in a sine superfluitate partis: quia toties sine superfluitate continetur d in c, erit per diffinitionē similium partiū quora pars b a, tota d c. ¶ Si quotieslibet contineat b a cum superfluitate partis toties continetur d in c cum superfluitate similis partis: distincto a secundū b vt superfluitate, atq; e secundū d vt superfluitat f, erit tota pars e, b quora f, d. At quia toties continetur b in differētia a ad e, quoties d in differētia c ad f: erit per comunem scientiam toties e in a quoties f in c. cum igitur a & b habeant e partem communem: similiter c & d, f: sit itaq; e in b quoties f in d, itemq; e in a quoties f in c. erit per 16 diffinitionem b tot & tota partes a: quora & quora

a..... c.....
b... d...

a..... c.....
b..... d.....
..... f.....

d c. Si autem quotieslibet b continetur in a cum superfluitate quotieslibet partium/ toties continetur d in c cum superfluitate totidem & si milium partium: distincto a secundum b ut superfluat e, similiter c secundum d ut superfluat f, erit e tot & totae partes b, quot & quotae f, d. Supra itaq; una ex ipsis: argumentandum ut prius. licq; patet primum. ¶ Secundum sic. Sit b, a, tota pars aut partes: quota vel quotae d, c. dico q; erit proportio a ad b: sicut c ad d. si enim est tota pars: constat propositum. Si autem totae partes: diuisis eis secundum partes illas/ patebit toties esse b in a quoties d in c. & totam partem aut partes b, superfluere in a: quota an quotae d superfluant in c. per diffinitionem itaq; est proportio a ad b: sicut c ad d. licq; liquet totum.

Eucl. ex Camp.

Propositio 12.

Si a duobus numeris secundum suas proportionales duo numeri detrahantur: erit proportio reliqui ad reliquum tanquam proportio totius ad totum.

¶ CAMPANVS. ¶ Quod proposuit Euclides in 19 quinti de quantitatibus in genere: proponit hic de numeris. Ut si sit proportio totius a ad totum b sicut c detracti ab a ad d detractum a b: erit e residui a ad f residuum b, sicut a ad b. Si enim a sit minor b: erit per praesentem hypotheseosin & per conuersionem diffinitionis/ c tota pars aut partes d, quota vel quotae est a, b. per 7 igitur vel 8/ erit e tota pars aut partes f: quota vel quotae est a, b. per diffinitionem igitur erit proportio una. quod est propositum. ¶ Q; si a sit maior b: erit per primam parte praemissae quota pars aut partes b, a, tota vel totae d, c. quare per 7 vel 8/ tota vel totae erit f, e. itaq; per secundam partem praemissae erit e ad f: sicut a ad b. quare constat propositum.

¶ CAMPANI annotatio. ¶ Cedunt autem huic: 7 & 8. haec enim sola quae ambae illae/ continet. Volunt autem quidam secundam partem huius probare per 19 quinti. sed si hoc intenderet Euclides: cum ista proponat particulariter quod illa vniuersaliter/ vane (illa demonstrata in quinto) proposuisset hanc hic in septimo. & quia iterum non demonstrant eam simpliciter per 19 quinti. At vero nec modum demonstrationis illius possunt affirmare ad demonstrationem huius: cum illa demonstraretur in quantitatibus in genere per proportionalitatem permutatae quae infra demonstratur in numeris. Existimo autem/ & rationabiliter conuincitur videtur Euclidem (quem vultum demonstratoris arithmetici/ gratia decimus in quo sine numerorum aliqua praecognitione transire non poterat constat assuere) idcirco plurima eorum quae in quinto de quantitatibus in genere demonstrauit/ hic repetere demonstranda de numeris: quoniam per alia principia propria videlicet numerorum/ quae magis nota sunt intellectui q; ea per quae processit in quinto/ ipsa demonstrare intendit. principia enim quae propter malitiam quantitatium incommunicatum difficilia sunt. principia vero numerorum: magis vltro se intellectui applicant faciliusq; illa. Egent enim illa intellectu magis disposito.

¶ Haec sequens vndecima Euclidis ex Zamberto propositio: duodecimae praecedenti ex Campano respondet.

Eucl. ex Zamb.

Theorema 9.

Propositio 11

¶ Si fuerit sicut totus ad totum sic ablatum ad ablatum: & reliquus ad reliquum erit sicut totus ad totum.

¶ THEON ex Zamberto. ¶ Esto sicut totus a b ad totum c d: sic ablatum a e ad ablatum c f. Dico q; & reliquum b ad reliquum d: est sicut totus a b ad totum c d. Quoniam est sicut a b ad c d sic a e ad c f si qualis igitur pars n. iij.

a	c
.....e.....	...f..
b	d
.....	..

b
d...f...
a
c...e...
b
d...f...
a
c...e...

b	d
.....
e	f
.....
a	c

EV.

Euclid ex Camp.

Propositio 13.

Propositio 13.
 Si fuerint quotlibet numeri proportionales: quantus erit vnus antecedens ad suum cōsequentem: tanti erūt omnes antecedentes pariter accepti ad omnes consequentes pariter acceptos.

CAMPANVS. ¶ Qd proponit Euclides per 13 quinti de q̄ritatibus in genere: proponit per hāc de numeris. Vt si sint a, b & c, d & e, f proportionales: dico q̄ quæ est p̄portio a ad b ea est quæ a, c, e, pariter acceptorum ad b, d, f pariter acceptos. Si enim a, c, e sunt minores b, d, f, erit per conuerſionem diffinitionis quota pars aut partes a, b, tota vel totæ c, d, & e, p̄ 5 ergo vel per 6 quoties oportuerit repetitas/ erit quota pars vel partes a, b: tota vel totæ c, e pariter accepti b, d, f pariter acceptorū. quare per diffinitionē/ p̄portio vna. Si autem a, c, e, sunt maiores b, d, f, erit per primam partem 11/ quota pars vel partes b, a, tota vel totæ d, c & f, e, p̄ 5 ergo vel 6 quoties oportuerit repetitas/ erit quota pars vel partes, b, a: tota vel totæ b, d, f, pariter accepti/ a, c, e pariter acceptorum. itaq̄ per ſecūdā partē 11/ proportio a ad b ſicut a, c, e pariter acceptorum/ ad b, d, f pariter acceptos. quod est propoſitum.

Eucl. ex Zamb.

Theorema 10.

Propositio 12

CSi fuerint quotcunq; numeri proportionales: erit sicut vnus antecedentium ad vnū sequentiū sic omnes antecedentes ad omnes consequentes.

tes ad omnes conlequentes.

¶ THEON ex Zamibero. ¶ Sint quilibet numeri proportionales a, b, c, d. Dico q^d est sicut a ad b: sic sit a & cad b & d. Quoniam per hypothesin est sicut a ad b sic c ad d: qualis igitur pars est a ipsius b vel partes: eadem pars est & c ipsius d vel partes. & per 5 septimi uterq^e igitur a, c, viriut^q b, d, eadem pars est vel eadem partes: quæ a ipsius b. est igitur per 11 quinti sicut a ad b: sic a cad b d, quod erat demonstrandum.

Eucli.ex Camp.

Propositio 14.

I fuerint quatuor numeri proportionales: permu-
tatum quoque proportionales erunt.

CAMPANVS. ¶ Modum arguendi qui dicitur proportio-
 nes permutatas quam demonstrat Euclides per 16 quinti in-
 proponit hic demonstrat in numeris. Vt si sit proportio a ad
 b: d: erit permutata a ad c sicut b ad d. erit eni a maior b aut
 similiter quoque b maior c aut minor. ¶ Sit itaque primo minor
 erit ergo per presentem hypothesein & conversionem definitionis
 a partes b: quota vel quotæ c, d. per 9 itaque vel 10: erit per
 a tota pars aut partes c: quota vel quotæ b, d. quare per diffin-
 itioem proportionis vna. ¶ Sit secundo a maior vtroque. erit per primam partem
 ut quota pars aut partes est b, a: tota vel totæ sit d, c. quare per
 tota pars aut partes erit b, d: quota vel quotæ c, a. igitur per
 item 11 erit a ad c sicut b ad d. ¶ Sit tertio a maior b: & minor
 per primam partem 11 tota pars aut partes b, a: quota vel quotæ
 c, quare per 9 vel 10 tota vel quotæ est a, c: tota vel totæ erit
 definitionem itaque proportio vna. ¶ Vltimo quoque sit a minor b
 c, eritque ut tota pars aut partes sit c, d: quota vel quotæ est a, b:
 vel 10 erit tota vel totæ d, b: quota vel quotæ c, a. quare per secun-
 dam vndecimæ b ad d: sicut a ad c. sicque constat propositum. Huius
 cedunt 9 vel 10: quia hæc sola quod ambæ ille proponit.

Eucl. ex Zamb.

Theorema 11.

Propositio 13

13 **C** Si quatuor numeri proportionales fuerint: & vicissim proportionales erunt.

THEON ex Zamberto. **C** Sint quatuor numeri proportionales: a, b, c, d. sicut a ad b: sic c ad d. Dico qd & vicissim proportionales erunt. sicut a ad c: sic b ad d. Quoniam enim per hypothesin est sicut a ad b sic c ad d: qualis igitur pars est a ipsius b vel partes/eadem pars est & c ipsius d vel partes/per 6 septimi. Vicissim igitur qualis pars est a ipsius c vel partes: eadem pars est & b ipsius d vel partes/per 9 septimi & 10 eiusdem. Sicut igitur a ad c: sic b ad d per vndecimam quinti. Quod erat demonstrandum.

.	.	.	.
.	.	.	.
.	.	.	.
.	.	.	.
.	.	.	.
.	.	.	.
.	.	.	.
a	b	c	d

Eucl. ex Camp.

Propositio 15.

15 **S** I fuerint quotlibet numeri alijq; secundum eorum numerum/omnesq; duo ex prioribus secundum proportionem omnium duorum ex posterioribus: in proportionem aequalitatis proportionales erunt.

CAMPANVS. **C** Modum arguendi qui dicitur aequa proportionalitas quam demonstravit Euclides per 22 quinti de quantitativibus in genere: proponit hic demonstrandum in numeris directae proportionalitatis. aequam autem proportionalitatem quam demonstravit per 23 quinti de quantitativibus indirectae proportionalitatis: non proponit demonstrandum in numeris. sed eam demonstrabimus infra super 19 huius. nec est necessarium vt praedemonstremus in numeris: quod demonstratum est per 11 quinti de quantitativibus in genere. videlicet si quotlibet proportionales in numeris fuerint vni aequales vel eadem: ipsas esse sibi aequales vel eadem. hoc enim manifestum est per definitionem. Vt si a ad c & e ad f, sit sicut b ad d: erit tam a, c q; e, f tota pars aut partes/ quota vel quotae b, d. aut toties continebit a, c, & e, f quoties b, d. & tota pars aut partes superfluet in a, & fin e: quota vel quotae d in b. quia ergo quotae p, r s aut partes est a, c, tota vel totae est e, f, aut quoties a continet e toties e, f, & quota pars aut partes c superfluit in a tota vel totae f in e: erit per definitionem a ad c sicut e ad f. **C** Sint igitur vt proponitur numeri a, b, e & alij totidem c, d, f. sitq; a ad b: sicut c ad d. & b ad e: sicut d ad f. dico qd erit in aequa proportionalitate a ad e: sicut c ad f. erit enim per praemissam a ad c sicut b ad d. sed & b ad d: sicut e ad f. quare a ad e: sicut e ad f. igitur per eandem a ad e: sicut c ad f. idem erit sumptis pluribus. sicq; constat propositum.

a c e

b b f

a c

b d

c f

CAMPANI additio. **C** Quoniam autem Euclides caeteras quatuor species proportionalitatis quae sunt conuersa: coniuncta/ disiuncta/ euerfa/ proponit demonstrandas in numeris: conueniens arbitramur eas quas non author tanq; facile demonstrabiles praetermisit/ demonstrare. **C** Primum itaq; demonstrabimus conuersam. vt si sit a ad b sicut c ad d: dico qd erit econuerso b ad a sicut d ad c. si enim fuerit a minor b: tunc quoq; erit c minor d. & tota pars aut partes a, b: quota vel quotae c, d. quare per secundam partem 11/ erit b ad a: sicut d ad c. si autem fuerit a maior b: erit quoq; & c maior d. & per primam partem 11 b tota pars aut partes a: quota vel quotae d, c. per definitionem igitur b ad a: sicut d ad c.

a c

b d

C Disiunctam proportionalitatem ostendere.

C Vt si sit a ad b sicut c ad d: erit a ad b sicut c ad d. erit enim permutatim a ad c d sicut b ad d. & per 12 sicut a ad c. quia ergo a ad c sit c ut b ad d: erit permutatim a ad b sicut c ad d.

a b

c d

C Coniunctae proportionalitati demonstrationem afferre.

n. iij.

ARITH.

ELE.

EV.

a.....b...

c....d..

a.....b...

c....d..

a.....c.... c.....f....

b.... d...

a b c d e f

vnitas

a....

b..

c.....

¶ Ut si sit a ad b sicut c ad d: erit a b ad b sicut c d ad d. erit enim permutatum a ad c sicut b ad d. quare per 13 a b ad c d sicut b ad d: permutatum igitur erit a b ad b: sicut c d ad d.

¶ Euerfam proportionalitatem restat in numeris stabilire. ¶ Ut si sit a b ad b, sicut c d ad d: erit a b ad a, sicut c d ad c. erit enim permutatum a b ad c d: sicut b ad d. quare per 12 sicut a ad c. permutatum igitur erit a b ad a: sicut c d ad c. patet itaq; totum. ¶ Ex his quoq; leue est demonstrare in numeris: quod Euclides proponit per penultimam quinti de quantitibus in genere. videlicet.

¶ Si proportio primi ad secundū fuerit sicut tertij ad quartum quinti quoq; ad secundum sicut sexti ad quartum: erit proportio primi & quinti pariter acceptorum ad secundum sicut tertij et sexti pariter acceptorum ad quartum.

¶ Ut si sit a ad b sicut c ad d, itemq; e ad b sicut f ad d: erunt a & e pariter accepti ad b, sicut c & f pariter accepti ad d. erit enim per conuersam proportionalitatem b ad e: sicut d ad f. quare per æquam proportionalitatem a ad e: sicut c ad f. ergo coniunctim a & e ad e: sicut c & f ad d. quod est propositum. ¶ Eodemq; modo probabis e conuerso. si sit b ad a sicut d ad c, itemq; b ad e sicut d ad f: erit b ad a & e sicut d ad c & f. erit enim per conuersam proportionalitatem a ad b: sicut c ad d. quare per æquam ad e: sicut c ad f. & coniunctim a & e ad e: sicut c & f ad f. igitur e conuerso e ad a & e: sicut f ad c & f. per æquam itaq; proportionalitatem erit b ad a & e: sicut d ad c & f. quod erat propositum. ¶ Ex hoc quoq; manifestum est q; si fuerit proportio quolibet numerorum ad primū sicut totidem aliorū ad secundum: erit aggregari ex oibus antecedentibus ad primū ad secundum: sicut aggregari ex oibus antecedentibus ad secundum ad secundum. Itemq; e conuerso si fuerit proportio primi ad quolibet numeros sicut secundi ad totidem alios: erit primi ad aggregatum ex omnibus consequentibus ad ipsum: sicut secundi ad aggregatum ex omnibus consequentibus ad ipsum.

Eucl. ex Zamb. Theorema 12. Propositio. 14.

¶ Si fuerint quilibet numeri & alij eisdem æquales numero cum duobus sumptis & in eadem ratione: & ex æquali in eadem ratione erunt.

¶ THEON ex Zamberto. ¶ Sint quilibet numeri a, b, c & alij eisdem æquales numero cum duobus sumptis in eadē ratione d, e, f: sicut quidem a ad b sic d ad e, sicutq; b ad c sic e ad f. Dico q; & ex æquali est sicut a ad c: sic d ad f. Quoniam enim per hypothesin est sicut a ad b sic d ad e: & vicissim quoq; igitur per 13 septimi est sicut a ad d sic b ad e. Rursus quoniam est sicut b ad c sic e ad f: vicissim igitur per eandem est sicut b ad e sic c ad f. sicut autem b ad e: sic a ad d. & sicut igitur per 11 quinti a ad d: sic c ad f. Vicissim igitur per 13 septimi est sicut a ad c: sic d ad f. quod oportuit demonstrasse.

Eucl. ex Camp.

Propositio 16.

¶ Si numeret vnitas aliquē numerum quoties quilibet tertius aliquem quartum: erit quoq; permutatum vt quoties vnitas numerat tertium: toties secundus numeret quartum.

¶ CAMPANVS. ¶ Ut si sit vnitas ad a sicut b ad c: erit permutatum vnitas ad b sicut a ad c. Non superfluit autem hæc demonstrata permutata proportione: non enim ex illa potest concludi quod hic proponitur. Nam illa demonstrata est de quatuor numeris proportionalibus: vnitas vero non est numerus per diffinitionē. Hoc ergo modo pateat propositio.

Dividatur a per unitates: & c, secundum quantitatem b, eruntque per præsentem hypothesin tot partes atque c. & quia unaquæque partium a est unitas, & unaquæque partium c est æqualis b: erit ut quoties unitas in b, toties unaquæque partium a in sua compari ex partibus c, per modum itaque demonstrationis quintæ/sequetur toties esse a in c: quoties unitas in b, quod est propositum.

Eucl. ex Zamb.

Theorema 13. Propositio 15.

¶ Si unitas numerum aliquem metiatur: pariter autem alter numerus alium quempiam numerum metiatur: & vicissim pariter unitas tertium numerum metietur: & secundus quartum.

¶ THEON ex Zamberto. ¶ Unitas inquit a numerum aliquem b c metiatur: pariter autem alius numerus d, alium quempiam numerum e f metiatur. Dico quod & vicissim pariter a ipsi d numerum metietur: & b c ipsum e f. Quoniam enim æque a unitas ipsum b c numerum metietur, & d ipsum e f: quot igitur sunt in b c unitates: tot sunt in e f numeri æquales ipsi d. Dividatur inquit b c in eas quæ in eo sunt unitates: hoc est b g, g h & h c. Ipse vero e f in ipsi d æquales: hoc est e k, k l & l f: est iam æqualis multitudo ipsorum b g, g h & h c: multitudinibus ipsorum e k, k l & l f. & quoniam b g, g h & h c unitates sibi invicem sunt æquales: & e k, k l & l f numeri sibi invicem sunt æquales: est æqualis multitudo ipsarum b g, g h & h c unitatum multitudinibus ipsorum e k, k l & l f numerorum: est igitur sicut b g unitas ad e k numerum: sic est g h unitas ad k l numerum: & h c unitas ad l f numerum. erit igitur per 12 septimi: & sicut unus antecedentium ad unum consequentium: sic omnes antecedentes ad omnes consequentes. I si igitur sicut b g unitas ad e k numerum: sic b c ad e f. æqualis autem est b g unitas ipsi a unitati: & e k numerus ipsi d numero. est igitur per 11 quinti: sicut a unitas ad d numerum: sic b c ad e f. pariter igitur a unitas ipsum d numerum metitur: & b c ipsum e f, quod oportuit demonstrasse.

Eucl. ex Camp.

Propositio 17.

¶ Si duorum numerorum uterque ducatur in alterum: qui inde producentur erunt æquales.

¶ CAMPANVS. ¶ Si ut si ex a in b proveniat c b: & ex b in a proveniat d: erunt c & d æquales. Cum enim b multiplicatus per a producat c: erit per conversionem diffinitionis b in c: quoties unitas in a, ergo per præmissam/erit a in c: quoties unitas in b. Et quia toties est a etiam in d, quia ex b in a fit d: sequitur ut toties sit a in c quoties in d, per conceptionem igitur c & d sunt æquales.

¶ CAMPANI añotatio. ¶ Possumus quoque hanc conclusionem alio modo proponere. Si duorum numerorum uterque ducatur in alterum idem numerus utrobique proveniat. ut si ex a in b proveniat c: idem etiam ex b in a proveniat. Quia enim ex a in b fit c: erit prius per conversionem diffinitionis b in c quoties unitas in a. Et permutatim per præmissam a in c: quoties unitas in b, quia igitur a toties sibi coaceruatur in c, quoties in b est unitas: sequitur per diffinitionem quod ex b in a fit c.

Eucl. ex Zamb.

Theorema 14. Propositio 16.

¶ Si bini numeri multiplicantes se adinvicem fecerint alios quos: geniti ex eis æquales adinvicem erunt.

¶ THEON ex Zamberto. ¶ Sint bini numeri a, b, & a quidem ipsum b multiplicans/efficiat c: & b ipsum a multiplicans/efficiat d. Dico quod æqualis est c ipsi d. Quoniam enim a ipsum b multiplicans/c fecit: & b igitur ipsum c metitur per eas quæ in a sunt unitates. metitur autem & e unitas ipsum a numerum per eas quæ in eo sunt unitates. pariter igitur per 11 quinti/e unitas ipsum a numerum metitur & b ipsum c. Vicissim igitur per 15 septimi pariter e unitas ipsum b numerum metitur: & a ipsum d. Rursum quoniam b ipsum a multiplicans/fecit ipsum d: igitur a

n. y.

Unitas

b..

a.... c.....

		f
		:
		l
		:
		k
		:
		e
a	b	d

unitas

a... b....

c....

d... ..

a	b	c	d	

ipsum d metitur per eas quæ in ipso b sunt vnitates. Metitur autem & e vnitates: ipsū b per eas quæ in eo sunt vnitates. pariter igitur per 11: quoniam e vnitates ipsum b numerū metitur: & a ipsum d. pariter autem e vnitates ipsum b numerū metitur: & a ipsum c. Pariter igitur a: vtrunq; c, d, metitur. æqualis igitur est c ipsi d. quod erat demonstrandum.

Eucl. ex Camp.

Propositio 18.



I vnus numerus in duos ducatur: tantus erit duorum inde productorum alter ad alterum: quantus duorum multiplicatorum alter ad alterum.

CAMPANVS. Multiplicet a vtrunq; duorum numerorū b & c: & proueniant d & e. Dico qd erit proportio d ad e: sicut b ad c. sequitur enī per conuersionem diffinitionis eius qd est multiplicari/ vt b in d, & c in e sit: quoties vnitates in a. quare per diffinitionem/ proportio d ad b: est sic cut e ad c. æqualiter enim eos continent. quia quoties a vnitatem, ergo permutatim d ad e: sicut b ad c. quod est propositum.

Eucl. ex Zamb. Theorema 15. Propositio 17.

Si numerus duos numeros multiplicans/ fecerit aliquos: geniti ex eis eandem rationem habebunt quā multiplicati.

THEON ex Zamberto. Numerus enim a duos numeros b, c. multiplicans: efficiat d, e. Dico qd est sicut b ad c sic est d ad e. Quoniam enī a ipsum b multiplicans/ ipsum d fecit: & b igitur ipsum d metitur per eas quæ in a sūt vnitates. Metitur autē & f vnitates/ ipsum a numerū: per eas quæ in eo sunt vnitates. Pariter igitur f vnitates ipsū a numerū metitur: & b ipsum d. est igitur sicut f vnitates ad a numerū: sic est b ad d. Propterea iam et sicut f vnitates ad a numerū: sic c ad e. & sicut igitur per 11: quinti b ad d: sic c ad e. Vicissim igitur per 15: septimi/ est sicut b ad c: sic est d ad e. Si igitur numerus duos: & reliqua quæ sequuntur. quod oportebat demonstrare.

Eucl. ex Camp.

Propositio 19.

I duo numeri vnum multiplicent: erit proportio duorum inde productorum tanq; duorum multiplicantium.

CAMPANVS. Ex conuersione antecedentis præmissæ: conclusatur hæc eadē passio quæ in præmissa. vt si vterq; duorū numerorū b & c multiplicet a, & proueniat d & e: erit d ad e sicut b ad c. erit enī per antecedentem præmissam vt ex a in b & c fiant d & e. quare per præmissam d ad e: sicut b ad c. quod est propositum.

CAMPANI annotatio. Potes autē quod proponit per hanc & præmissam de duobus numeris: ad quotlibet numeros ampliare. qd si vnus multiplicet quotlibet: erit productorū & multiplicatorū vna proportio. Similiter quoq; si quotlibet multiplicent vnū: erit productorū & multiplicantium vna proportio. quod per hanc & præmissā quoties oportuerit repetitas: facile probabis. Hic autē (vt supra polliciti sumus) demonstrare volumus æquam proportionalitatem in quotlibet numeris duorum ordinū indirectæ proportionalitatis: quam demonstrat Euclides per 23 quinti/ in quantitatibus in genere. Dicimus igitur

Si quotlibet numeri totidē alijs fuerint indirecte proportionales: extremi quoq; in eadem proportionē proportionales erunt.

Vt si sit a ad b sicut d ad f, & b ad e sicut c ad d: erit a ad e sicut c ad f. ducatur enī c in d & f: & proueniant g & h. eritq; per præmissam g ad h, sicut d ad f: quare & sicut a ad b. ducatur itē fin d: & proueniat k. eritq; per hanc 19 g ad k: sicut c ad f. & quia ex f in d fit k: fiet idem econuerso per 10 ex d in f. quia igitur ex c & d in f fiunt h & k: erit per hanc 19/ h

e
a
b
c
d

d e

b c

a

Vnitates

f
a
b
c
d
e

d e

a

b c

g

h

a c

b d

c f

k

Eucl. ex Zamb. Theorema 16. Propositio 186

THEON ex Zamberto, ¶ Duo inq̃ numeri a, b, numerum aliquem c multiplicantes efficiat d, e. Dico q̃ est sicut a ad b: sic est d ad e. Quoniam a multiplicans ipsum c, facit ipsum d: & c igitur ipsum a multiplicans facit ipsum d. Id propterea c ipsum b multiplicans ipsum e facit. Numerus iam e duos numeros a, b, multiplicans facit ipsos d, e. Est igitur per 17 septimi: sicut a ad b: sic est d ad e, quod oportuit demonstrare.

Propositio 20.

¶ CAMPANVS. ¶ Quod proposuit Euclides per 15 sexti/ de quatuor
lineis proportionalibus: proponit hic de quatuor numeris proportiona-
libus, verbi gratia. Sit proportio a ad b sicut c ad d. fiatq; ex a in d. e. &
in c. f. dico q; e & f sunt æquales, & e converso. Ducatur enim a in b: & fiat
g. eritq; per 18 g ad e: sicut b ad d. & quia per 17 ex bi a fit g, & ex eodẽ
b in c, fiet per 18 g ad f sicut a ad c. æq̃les igitur sũt f & e. qd est primũ
Nec oportet prædemonstrare si vnus numeri ad duos sit vna proportio:
q; sunt æquales, aut si ipsi sunt æquales: q; vnus ad ipsos sit vna pro-
portio. Si eni est vna proportio g ad e & ad f: aut ipse erit tota pars vel
partes e quota vel quotẽ idem est f, & tunc per conceptionem patet e & f
esse æquales, aut toties g continebit e quoties f: & superfluent in eo tota
pars vel partes e quota vel quotẽ in eodem superfluent f. & tunc etiã per
conceptionem patet eos esse æquales. Qz si ipsi fuerint æquales patet per
conceptionẽ p; aut g erit tota pars vel partes e quota vel quotẽ f. & tũc
per diffinitionem erit ipsius g ad vtrumq; eorũ proportio vna, aut æqua
liter continebit vtrũq; cum superfluitate similibus & tot numero partiũ:
& tunc etiã per diffinitionem erit eius ad vtrumq; proportio vna.

¶ Secundū sic patet. Sit e productus ex a in d. equalis f producto ex b in c. dico proportio a ad b est sicut c ad d. est hæc cōuerſa primæ partis. Sit enim vt prius g qui fit ex a in b. & quia e & f sunt æquales: erit g ad vtrumq; eorum proportio vna. & quia vt prius per 18 g ad f sicut a ad c. & ad e sicut b ad e: erit a ad c sicut b ad d. quare permutatim a ad b: sicut c ad d.

¶ CAMPANI annotatio. ¶ Nō proponit autem Euclides de tribus nu-
meris continue proportionalibus q̄ ille qui ex ductu primi in tertiu pro-
ducitur sit æqualis quadrato medij & si ille qui ex primo in tertium pro-
ducitur fuerit æqualis quadrato medij q̄ illi tres numeri sint continue
proportionales: sicut proponit in 16 sexti de tribus lineis. hoc enim faci-
le demonstratur per hanc 20: medio illorum trium numerorum / æquali
assumpto. quædammodum in sexto de tribus lineis probatur per quatuor
assumpta quarta æquali mediz.

Eucl. ex Zamb. Theorema 17. Propositio 19.

19. Si quatuor numeri proportionales fuerint: qui ex primo

Figure 1 consists of five vertical dot plots labeled a, b, c, d, and e. Each plot shows the distribution of the number of eggs per plant for a specific treatment. The y-axis represents the number of eggs per plant, ranging from 0 to 10. The x-axis represents the number of plants, ranging from 0 to 10. The distributions are as follows:

- a)** 0-4 eggs: 1 plant with 0 eggs, 1 plant with 1 egg, 1 plant with 2 eggs, 1 plant with 3 eggs, 1 plant with 4 eggs.
- b)** 0-6 eggs: 1 plant with 0 eggs, 1 plant with 1 egg, 1 plant with 2 eggs, 1 plant with 3 eggs, 1 plant with 4 eggs, 1 plant with 5 eggs, 1 plant with 6 eggs.
- c)** 0-4 eggs: 1 plant with 0 eggs, 1 plant with 1 egg, 1 plant with 2 eggs, 1 plant with 3 eggs, 1 plant with 4 eggs.
- d)** 0-10 eggs: 1 plant with 0 eggs, 1 plant with 1 egg, 1 plant with 2 eggs, 1 plant with 3 eggs, 1 plant with 4 eggs, 1 plant with 5 eggs, 1 plant with 6 eggs, 1 plant with 7 eggs, 1 plant with 8 eggs, 1 plant with 9 eggs, 1 plant with 10 eggs.
- e)** 0-10 eggs: 1 plant with 0 eggs, 1 plant with 1 egg, 1 plant with 2 eggs, 1 plant with 3 eggs, 1 plant with 4 eggs, 1 plant with 5 eggs, 1 plant with 6 eggs, 1 plant with 7 eggs, 1 plant with 8 eggs, 1 plant with 9 eggs, 1 plant with 10 eggs.

e.....
g.....
f.....
a..... c...
b... d..

ARITH.

ELE.

EV.

& quarto fit: æquus est ei qui ex secundo & tertio. Et si qui ex primo & quarto fit numerus æqualis fuerit ei qui ex secundo & tertio: ipsi quatuor numeri proportionales erunt.

THEON ex Zamberto. **S**int quatuor numeri proportionales a, b, c, d: sicut a ad b, sic c ad d. & a quidem ipsum d multiplicans: efficiat ipsum e. & b ipsum c multiplicans: efficiat ipsum f. Ipse autem a ipsum c multiplicans: efficiat ipsum g. Quoniam igitur a ipsum c multiplicans: efficiat ipsum g: multiplicans autem ipsum d, ipsum e fecit: numerus autem a duos numeros c, d, multiplicans: ipsos g, e, fecit: & igitur per 17 septimi: sicut c ad d, sic est g ad e. Sicut autem c ad d: sic a ad b, & sicut igitur per 11 quinti: a ad b: sic g ad e. Rursus quoniam a ipsum c multiplicans: ipsum g fecit: sed b ipsum c multiplicans: ipsum f fecit: duo numeri a, b, numerum aliquem c multiplicantes: ipsos fecerunt g, f, est igitur per 18 septimi: sicut a ad b: sic g ad f, sed & sicut a ad b: sic g ad e, & sicut igitur per 11 quinti: g ad e: sic g ad f. Igitur g ad utrumque ipsorum e, f, eadem habet rationem, æqualis igitur est e ipsi f per 7 quinti. **S**it vero rursus æqualis e ipsi f. Dico quod est sicut a ad b: sic est c ad d. Eisdem namque dispositis: quoniam a ipsos c, d, multiplicans: ipsos g, e fecit: est igitur per 17 septimi: sicut c ad d sic g ad e, æqualis autem est e ipsi f, est igitur sicut g ad e: sic g ad f per secundam partem septime quinti. Sed sicut quidem g ad e: sic c ad d, sicut autem g ad f: sic a ad b, per 18 septimi. sicut igitur per 11 quinti: a ad b: sic c ad d. Quod oportebat demonstrare.

Eucl. ex Zamb. Theorema 18. Propositio 20.

Si tres numeri proportionales fuerint: qui sub extremis æqualis est ei qui a medio. Et si qui sub extremis æqualis fuerit ei qui a medio: ipsi tres numeri proportionales erunt.

THEON ex Zamberto. **S**int tres numeri proportionales a, b, c: sicut a ad b: sic b ad c. Dico quod qui ex a, c: æquus est ei qui ex b. Ponatur enim ipsi b æqualis d, est igitur sicut a ad b: sic d ad c. Igitur qui ex a, c: æquus est ei qui ex b, d. at qui ex b, d: æquus est ei qui ex b, æqualis enim est b ipsi d. Qui igitur ex a, c: æquus est ei qui ex b. **S**ed qui ex a, c: æquus esto ei qui ex b. Dico quod sicut a ad b: sic est b ad c. Quoniam enim qui ex a, c, æquus est ei qui ex b: qui vero ex b, æquus est ei qui ex b, d: est igitur per undecimam quinti: sicut a ad b sic d ad c, æquus autem est b ipsi d, est igitur sicut a ad b: sic b ad c, quod erat demonstrandum.

Eucl. ex Camp.

Propositio 21.

Minimi: numerant quoslibet in eadem proportionem minor minorem & maior maiorem æqualiter.

CAMPANVS. **S**it a & b: minimi numeri in sua proportionem. sitq; c ad d: sicut a ad b. dico quod a numerat c, & b, d: æqualiter. Cum sit enim a ad b sicut c ad d: erit permutatim a ad c sicut b ad d. erit igitur a, c tota pars vel partes: quota vel quota b, d, si itaq; fuerit pars: constat propositum. At si partes: sit e vna partium a, & f vna partium b, & quia tota pars est e, c per hypothesin quota f, d: erit per diffinitionem proportio e ad c sicut f ad d, quare permutatim e ad f: sicut c ad d, quare etiam sicut a ad b, non sunt itaq; a & b: minimi sue proportionis. quod est contrarium positum. Similiter quoque

Quoslibet numeri: siue in eadem proportionem siue in diuersis minimi: numerant omnes in eadem proportionem quilibet suum correlatiuum æqualiter.

a b c d e f g

a b c
d.....

c d ..
a .. b .
c d ...
a b ..
e .. f .

d e f
a b c

d e e

a... b... c...

g... h... k...

Eucl. ex Zamb. Theorema 19. Propositio 21.
 21 **M**inimi numeri eandem rationem habentium eîs: metiū-
 tur eandem rationem habentes æqualiter/ maior maiorem/
 minor minorem.

¶ THEON ex Zamberto. ¶ Sint enim minimi numeri eandem ratio-
nem habentium ipsis a, b; ipsi c d & e f. Dico q̄ æqualiter c d ipsum a
metitur; & e f ipsum b. Ipse c d: ipsius a non est partes. Si enim possibi-
le: esto c d ipsius a partes, & h igitur ipsius b eadem partes est: quæ & c
d ipsius a. Igitur quot sūt in c d, partes ipsius a: tot sunt & in e f, partes
ipsius b. Diuidatur quidem c d in ipsius a partes: hoc est c g & g d. Sicq̄
e f in ipsius b partes: hoc est e h & h f. erit iam æqualis multitudo ipso-
rum c g & g d: multitudini ipsorum e h & h f. & quoniam æquales sūt
c g & g d numeri adinuicem / sunt autem & e h, h f numeri inuicem
æquales: estoq̄ multitudo ipsorum c g & g d æqualis multitudni ipso-
rum e h & h f: igitur p 7 quiti: sicut c g ad e h, sic g d ad h f. Erit igitur
per 12 septimi: & sicut vnus antecedentiū ad vnum sequentiū: sic
omnes antecedentes ad omnes sequentes. Est igitur sicut c g ad e h: sic
c d ad e f. Igitur c g & e h: ipsi c d & e f in eadem ratione sunt: mino-
res existentes eis, quod est impossibile. Supponuntur enim ipsi c d & e
f minimi: eandem rationem habentium eis. Igitur c d minime partes est
ipsius a. pars igitur, & e f igitur ipsius b eadem pars est quæ & c d ip-
sius a. pariter igitur c d ipsum a metitur: & e f ipsum b. quod oportet
demonstrare.

d f . .
g h . .
c e a b

¶ Huic ex Zamberto propositioni respondet id quod supra ad 19 addidit Campanus.

Eucl. ex Zamb. Theorema 20. Propositio 22.

Eucl. ex Zamb. Theorema 20. Propositio 22.
 Si fuerint tres numeri & alij eiusdem aequales numero/
 cum duobus sumptis & in eadem ratione fuerit autem per/
 turbata eorū proportio: & ex æquali in eadē ratione erūt.

¶ THEON ex Zamberto. ¶ Sint numeri a, b, c , & alij eiusdem æquales numero d, e, f , cū duobus sumptis / & in eadem ratione. sit autem perturbata eorum proportio. sicut quidē a ad b , sic e ad f ; & sicut a ad c , sic d ad e . Dico q & ex æquali est sicut a ad c , sic est d ad f . Quoniam enim est sicut a ad b , sic e ad f ; qui igitur ex a, f , per 20 septimi æqualis est ei qui ex b, e . Rursum quoniam est sicut b ad c , sic est d ad e ; qui igitur ex d, c , æqualis est ei qui ex b, e , ostensum autem est q qui ex a, f , æquus est ei qui ex b, e ; qui ex a, f , igitur: per 20 septimi / æquus est ei qui ex d, c . Est igitur per 11 quinti / sicut a ad c , sic d ad f , quod oportebat demonstrare.

Treatment	Number of eggs
a	4
b	3
c	2
d	10
e	8
f	6

Eucl. ex Camp.

Propositio 22.

Si fuerint duo numeri secundum suam proportionē
minimi, ipsi erunt adinuicem primi.

Sequens ex Campano 23: præcedenti 23; ex Zam-
berto respondet, præcedens autem ex Campano 22:
sequenti ex Zamberto 24.

Propositio 23.

a b
c e
d

24. **¶** Minimi numeri eandem rationem habentium eis: primi adinuicem sunt.

24. **S**I fuerint duo numeri contra se primi: si quis vnum eorum numeret/ ad alterum esse primus necessario comprobatur.

a b
c d

Si bini numeri/primi adinuicem fuerint: vnum eorū me-
tens ad reliquum primus erit.

Figure 1 shows four vertical columns of dots, labeled a, b, c, and d from left to right. Column a contains 5 dots, column b contains 7 dots, column c contains 3 dots, and column d contains 4 dots.

ARITH.

ELE.

EV.

Eucl. ex Camp.

Propositio 25



I fuerint duo numeri ad aliū quemlibet primi: qui ex ductu vnius in alterū producat: ad eundem erit primus.

CAMPANVS. Si vterq; duorum numerorum a & b, primus ad c & ex a in b sit d. Dico q; d est primus ad c. aliter enim numeret eos e, d, quidem secundum f, eritq; per secundam partem 20a ad e: sicut f ad b, & quia a & c sunt primi & e numerat c: ipse erit per 24 primus ad a, quare per 23 a & e: sunt secundum suam proportionem minimi, sequitur ergo per 21 vt e numeret b, & quia positum est q; ipse numeret c: non erunt b & c contra se primi, quod est contra hypothesin.

Eucl. ex Zamb. Theorema 29. Propositio 26

Si bini numeri ad aliquem numerum primi fuerint: & ex eis genitus ad eundem primus erit.

THEON ex Zamberto. Bini numeri in a, b, ad aliquem numerū c, primi sunt: & a ipsum b multiplicans ipsum d efficiat. Dico q; ipsi c, d: primi sunt adinuicem. Si autem c, d, non sunt primi adinuicem: metietur eos aliquis numerus, metiatur: & esto e. Et quoniam c, a, primi adinuicem sunt: ipsum autem c metitur aliquis numerus e: igitur e, a, per 25 septimi/primi sunt adinuicem. Quoties iam e metitur ipsum d: tot vnitates sint in f, & f igitur ipsum d metitur: per eas quæ in e sunt vnitates. Igitur e ipsum f multiplicans: ipsum d facit. Sed & a ipsum b multiplicans: ipsum d facit. æqualis igitur est qui ex e, f: ei qui ex a, b. Si autem qui sub extremis æquus fuerit ei qui sub medijs: quatuor numeri proportionales sunt per 19 septimi. Est igitur per 11 quinti: sicut e ad a: sic est b ad f. Ipsi autem a, e, primi, ipsi autem primi: & minimi. minini autem numeri per 21 septimi eandem rationem habentium eis: metiuntur eadēdem rationem habētes pariter maior maiorem minor minorem, hoc est antecedens antecedentem: & consequens consequentem. Igitur e ipsum b metitur, metitur autem & c, igitur e ipsos c, b, metitur primos existentes adinuicem, quod est impossibile per 13 diffinitionem septimi. Ipsos igitur c, d, numeros: numerus aliquis nō metietur. Ipsi igitur c, d: primi adinuicem sunt. Quod oportebat demonstrare.

Eucl. ex Camp.

Propositio 26



I fuerint duo numeri cōtra se primi: qui ex vno eorum in se ipsum producat: ad reliquū est primus.

CAMPANVS. Sint contra se primi a & b, & ex a in se fiat c. Dico q; c primus est ad b. sit enim d: æqualis a, eritq; d primus ad b, & ex a in d: fiet c, per præmissam igitur patet c primum esse ad b, quod proposuimus.

Eucl. ex Zamb.

Theorema 25.

Propositio 27

Si duo numeri primi adinuicem fuerint: qui ex vno eorum fit: ad reliquum primus erit.

THEON ex Zamberto. Sint bini numeri primi adinuicem a, b, et a seipsum multiplicans ipsum c efficiat. Dico q; ipsi b, c: primi adinuicem sunt. Ponatur enim ipsi a: æqualis d. Quoniam a, b, primi adinuicem sunt: æqualis autem est a ipsi d: & d, b, igitur primi adinuicem sunt, vterq; igitur ipsorum d, a, ad b primus est, & qui ex d, a, igitur fit: ad b primus est per 26 septimi. Qui autem ex d, a, fit numerus: est c. Igitur c, b: primi adinuicem sunt, quod erat demonstrandum.

Eucl. ex Camp.

Propositio 27

I duobus numeris ad alios duos comparatis: vterq; ad vtrumq; fuerit primus: qui ex duobus

a... b...
c...
d...
e... f...

b
a c d e f

a... b...
c...
d...

b
a c d

prioribus ad eum qui ex duobus posterioribus producat
erit primus.

CAMPANVS. ¶ Sint a & b , priores: c & d , posteriores. sitq; uterq;
duorū a & b : primus ad utrūq; duorū c & d . & ex a in b sit e : & ex c in d ,
f. dico q; e primus est ad f . Hoc autem 25 ter assumpta euidenter con-
cludit. Cum enim fiat e ex a in b , quorum uterq; primus est ad c & ad
 d : erit per ipsam e primus ad c , & item per ipsam primus ad d . Quia
item f sit ex c in d , quorū uterq; primus est ad e : erit rursus per ipsam
 f primus ad e , quod est propositum.

Eucl. ex Zamb.

Theorema 26, Propositio 28.

28 ¶ Si bini numeri ad binos numeros uterq; ad utrūq; primi
fuerint: & qui ex eis fient/primi adinuicem erunt.

THEON ex Zamb. ¶ Bini inq; numeri a, b : ad binos numeros c, d ,
uterq; ad utrūq; primi sint. & a quidē ipsum b multiplicans/efficiat
ipsū e : & c ipsū d multiplicans/efficiat ipsū f . Dico q; e, f : primi sūt ad in-
uicē. Quoniam enī uterq; ipsorū a, b , ad ipsū c primus est: & q ex a, b , igitur
tur sit/ p 26 septimi/ad c primus est. qui autē sit ex a, b : est e . igitur e, c :
primi sunt adinuicē. Id propterea & ipsi e, d : primi sunt adinuicem. &
uterq; igitur ipsorum c, d : ad e primus est. & qui ex c, d , igitur: ad e pri-
mus est/per eandem. Qui autem sit ex c, d : est f . igitur e, f : primi sūt ad-
inuicem. Quod erat demonstrandum.

Eucl. ex Camp.

Propositio 28.

28 ¶ Si fuerint duo numeri contra se primi/ducaturq; eo-
rum uterq; in seipsum: erunt inde producti contra
se primi. Itemq; si in utrūq; productorum suum
ducatur principium: erunt quoq; producti contra se primi.

CAMPANVS. ¶ Sint a & b : contra se primi. ducaturq; uterq; in se:
& proueniant ex a quidem c , ex b vero d . itemq; ducatur a in c , & pro-
ueniat e : & b in d , & proueniat f . dico c & d esse contra se primos: itemq;
 e & f , contra se primos. Est enim per 26/c primus ad b , per eādem igitur
erit d primus ad a & ad c . sicq; constat primum: quod est c & d esse con-
tra se primos. ¶ Reliquū sic. est enim uterq; duorū numerorū a & c : pri-
mus ad utrūq; duorū b & d . itaq; per 27/ erit e primus ad f , quod
est reliquum. Non solum autem erit e primus ad f : sed etiam per 25/ad b
& ad d . itemq; per eandem f ad a & c . Sicq; si infinites duceretur utrūq;
productorum in suum principium: essent omnes producti contra se pri-
mi. & non solum: sed quilibet eductus ab a , ad quemlibet eductum a b .

Eucl. ex Zamb. Theorema 27, Propositio 29.

29 ¶ Si bini numeri primi adinuicem fuerint/ & multiplicans
uterq; seipsum fecerit aliquos: qui ex eis fient/primi adinuicem
erunt. Et si qui in principio genitos multiplicantes fece-
rint aliquos: & illi quoq; primi adinuicem erunt. & semper
circa extremos hoc continget.

THEON ex Zamberto. ¶ Sint bini numeri primi adinuicem a, b .
& a seipsum multiplicans/efficiat c : ipsum vero c multiplicans/efficiat e .
At b seipsum multiplicans/efficiat d : ipsum autem d multiplicans/effi-
ciat f . Dico q; c, d , & e, f : primi sūt adinuicē. Quoniam enī a, b , primi ad in-
uicē sūt: & a seipsum multiplicans fecit ipsū c : igitur c, b , primi sūt adinuicē
p 27 septimi. Quoniam igitur c, b , primi sūt adinuicem/per eandē. Et b seip-
sum multiplicans fecit: igitur c, d , primi sunt adinuicem/per eandē.
sum multiplicans: ipsū d fecit. igitur a, d : primi sunt adinuicē/per eandē.
o. j.

a b
e
c d
f

a b c d f

a c e b d f

a c e b d f

ARITH.

ELB

EV.

Quoniam igitur bini numeri a, c, ad binos numeros b, d, uterque ad utrumque primi sunt: per 27 septimi & qui ex a, c, ad eum qui ex b, d, primus est: qui autem ex a, c, est e: qui ex d, b, vero est f. igitur e, f, primi sunt adinuicem. Quod oportuit demonstrasse.

Eucl. ex Camp.

Propositio 29.



Si fuerint duo numeri contra se primi: qui ex am-
bibus coaceruatur / ad utrumque eorum erit pri-
mus. Si vero ex ambobus coaceruatus ad utrumque
eorum fuerit primus: duo quoque numeri adinuicem
erunt primi.

CAMPANVS. ¶ Sint a & b: contra se primi. dico qd ex eis composi-
tus a b: ad utrumque eorum erit primus. & e conuerso. nam si d numerat
totum a b, & alterum eorum: numerabit per communem scientiam & reli-
quum. quare non erunt contra se primi. sed hoc positum fuerat. pater ere-
go primum. ¶ Secundum sic. Sit a b primus ad utrumque suorum come-
ponentium qui sunt a & b. dico qd a & b: sunt contra se primi. Posito eni-
m qd d numeret utrumque duorum numerorum a & b: sequitur per commu-
nem scientiam qd etiam numeret a b ex eis compositum. quare ad neu-
trum duorum numerorum a & b: erit a b primus. sed positum erat qd esset
ad utrumque. accidit igitur impossibile.

CAMPANI a notatio. ¶ Eodem quoque modo si coaceruatus ex duo-
bus / primus fuerit ad alterum: primus quoque erit ad reliquum. ideoque
coaceruati inter se. Sit eni compositus ex a, b: primus ad a. dico qd erit
etiam primus ad b. alioqui: numeret eos d. qui per conceptionem nume-
rabit & a: cum numeret totum & detractum. hoc autem inconueniens.
erat enim compositus ex a & b: primus ad a.

Eucl. ex Zamb.

Theorema 28. Propositio 30.

Si bini numeri: primi adinuicem fuerint: & uterque ad utrumque
ipsorum primus erit. Et si uterque ad vnum aliquem eorum
primus fuerit: & qui in principio numeri / primi adinuicem
erunt.

THEON ex Zamberto. ¶ Componatur enim bini numeri primi ad-
inuicem: a b & b c. Dico qd & uterque a b c: ad utrumque ipsorum a b, b c, pri-
mus est. Si autem c a & a b primi adinuicem non sunt: metietur eos
aliquis numerus. metietur: & esto d. Quoniam igitur d ipsos c a & a b
metietur: & reliquum igitur b c metietur. Metietur autem & b a. Igitur d
ipsos a b & b c metietur / primos existentes adinuicem. quod est impos-
sibile per 13 diffinitionem septimi. ipsos igitur c a & a b numeros: non
metietur aliquis non metietur. Igitur c a & a b: primi adinuicem sunt. Id
propterea iam & ipsi c a & b c: primi sunt adinuicem. Igitur a c: ad
utrumque ipsorum a b & b c primus est. ¶ Sint rursus c a & a b: primi
adinuicem. Dico qd ipsi a b & b c primi adinuicem sunt. Si enim ip-
si a b, b c, primi non sunt adinuicem: metietur ipsos a b & b c, numerus
aliquis. metietur: & esto d. & quoniam d utrumque ipsorum a b & b c me-
tietur: & totum igitur c a, metietur. metietur autem & ipsum a b. Igitur d: ipsos c a
& a b primos adinuicem existentes metietur. quod per 13 diffinitionem se-
ptimi est impossibile. Ipsos igitur a b & b c numeros: numerus aliquis
non metietur. Ipsi igitur a b & b c: primi adinuicem sunt. Quod oportuit
demonstrasse.

Eucl. ex Camp.

Propositio 30.

Zamb. 33.



Mnis numerus compositus: ab alio primo nu-
meratur.

CAMPANVS. ¶ Sit a quilibet numerus compositus. Do-
co qd aliquis primus numerat ipsum. quia enim est composi-
tus: numerabitur ab aliquo numero qui sit b, qui si fuerit

a . . . b . . .
d . .

a b
d

a
b
c
d

primus: verum erit quod dicitur. si autē compositus: sit c qui numerat eū/ qui etiam per communem scientiam numerabit a. si ergo ipse fuerit primus: constat quod dicitur. At si cōpositus: necessario numerabit eum alius/ qui sit d. qui etiam per communem scientiam numerabit a. de quo ratiocinare vt prius. Quia ergo quoties occurrit compositus: necesse est minorem assumere qui compositum occurrentem numeret: sequitur vt tandem deueniatur ad aliquem primum. alioquin accideret impossibile & contrarium petitioni: numerum in infinitum decrescere.

Eucl. ex Camp.

Propositio 31.

31 **O**mnis numerus: aut est primus: aut a primo numeratur.

CAMPANVS. **S**it a quilibet numerus. dico ipsum esse primum/ vel numerari a primo. quia si non est primus: erit cōpositus. quilibet autē talis: ab aliquo primo numeratur per præmissam. a igitur: vel primus est vel a primo numeratur. quod proponitur.

Eucl. ex Camp.

Propositio 32.

32 **O**mnis numerus primus: ad omnem quem non numeratur est primus.

CAMPANVS. **S**it a numerus primus non numerans b. dico qd a & b: sunt contra se primi. si enim c numerat eos: non est verum qd a sit primus.

Eucl. ex Camp.

Propositio 33.

33 **S**i numerus ex duobus productus/ ab aliquo primo numeratur: necesse est eundem primum alterum illorum duorum numerare.

CAMPANVS. **S**it c productus ex a in b: & sit d numerus primus qui ponatur numerare c. dico qd d numerat a vel b. numeret enim c: secundum e. si ergo non numerat a: erit primus ad ipsum per præmissam. & ideo erunt secundum suam proportionem minimi per 23. & quia a ad d sicut e ad b. per secundam partem 20: sequitur vt d numeret b per vigesimam primam. quod est propositum.

CORRELARIUM. **V**nde manifestū est / qd si aliquis numerus numerat productum ex duobus/ vel si eidem fuerit cōmenturabilis: cōmenturabilis quoq; erit alteri eorum.

Quatuor præcedentes ex Campano Euclidis propositiones: quatuor sequentibus ex Zamberto propositionibus hoc præpoltero ordine respondent.

Eucl. ex Zamb. Theorema 29. Propositio 31

31 **O**mnis primus numerus: ad omnem numerum quem non metitur primus est.

THEON ex Zāb. **S**it primus numerus a: & ipsū b nō metiatur. Dico qd ipsi b, a: primi adinuicē sūt. Si autē ipsi a, b, nō sūt adinuicē primi: aliq; numerus eos metietur. metiatur c. ipse c: nō est vnitas. Quoniam igit c ipsū b metitur/ & a nō metitur ipsū b: igitur c ipsi a nō est idē. Et quoniam c ipsos a, b, metitur: & a igitur metitur primū existētē/ nō existens ei idē. qd est impossibile per 13 definitionē septimi. Ipsos igitur a, b: numerus aliq; non metietur. Igitur ipsi a, b: primi adinuicē sunt. quod oportuit demonstrasse.

Eucl. ex Zamb. Theorema 30. Propositio 32.

32 **S**i bini numeri multiplicantes se adinuicē fecerint aliquem/ factum autē ex eis metitur aliquis primus numerus: & vnus eorum qui in principio metietur.

o. ij.

a

b

c

d ...

Zamb. 34.

a
b
c
d
e
f
g
h
i
k
l
m
n
o
p
q
r
s
t
u
v
x
y
z

Zamb. 31.

a

Zamb. 32.

a b

c

d e

Campanus.

30 31 32 33

33 34 35 36

Zambertus.

a

b

c

ARITH.

ELE

EV.

a b c d e

THEON ex Zāb. **C** Bini inq numeri a, b, multiplicātes se adinuicē: ipsum efficiāt c. ipsum autem c: metiatur aliquis numerus primus d. Dico q: d: vnū ipsorum a, b, metitur. Ipsum a nō metiatur: estq primus d. Igitur a, d, primi adinuicem sunt per præcedentem. Et quoties d ipsum c metitur: tot vnitates sint in e. Quoniam igitur d ipsum c metitur per eas quæ in e sunt vnitates: igitur d ipsum e multiplicans/ ipsum c efficit. Atq & a ipsum b multiplicans: ipsum efficit c. æqualis igitur est qui ex d, e: ei q ex a, b. Est igitur per 19 septimi/ sicut a ad d: sic b ad e. Ipsi autem d, a, primi sunt. primi autem & minimi. minimi vero metiuntur eandem rationem habentes æqualiter: maior maiorem/ & minor minorem/ per 21 septimi. hoc est antecedens antecedentem: sequens sequentem. Igitur d ipsum b metitur. Similiter quoq ostendemus q & si d ipsum b non metiatur: metietur & a. Igitur d: vnum ipsorum a, b metitur. Quod erat demonstrandum.

Eucl. ex Zamb. Theorema 31. Proppositio 33.

Omnis compositus numerus: sub alicuius primi numeri dimensionem cadit.

a b c

THEON ex Zamberto. **S**it compositus numerus a. Dico q a sub alicuius primi numeri dimensionem cadit. Quoniam a compositus est: metietur eum aliquis numerus per 14 diffinitionem septimi. metiatur: & esto b. & si b primus est: manifestum iam est quod querimus per eandem. Si autem compositus: metietur eum aliquis numerus per eandem. metiatur: & esto c. Et quoniam c ipsum b metitur/ & b ipsum a metitur: & c igitur ipsum a metitur: & si c quidem primus est: manifestum iā est id quod queritur. Si autem compositus: eū aliquis numerus metietur. talis vero factus: sumetur aliquis numerus primus qui metietur præcedentē/ qui & ipsum a metietur. Si autem nō sumetur: metietur ipsum a numerum infiniti numeri/ quorum alter altero minor est. quod est impossibile in numeris. Sumetur igitur aliquis primus numerus qui metietur præcedentem: qui & ipsum a metietur. Omnem igitur compositum numerū: primus aliquis numerus dimetitur, quod oportuit demonstrasse.

a b c

CALITER. **S**it compositus numerus a. Dico q eum aliquis primus numerus metitur. Quoniam cōpositus est ipse a: metietur eū aliquis numerus per 14 diffinitionem septimi. & sit minimus metientium eum: b. Dico q b primus est. Si autem b primus non est: metietur igitur eum aliquis numerus. Cadat sub dimensionē ipsius c. Igitur c ipso b minor est. & quoniam c ipsum b metitur/ & b ipsum a metitur: & c igitur ipsum a metitur minor existens ipso b ipsum a metientiu minimo. quod absurdum est. Igitur b non est compositus: sed primus.

Eucl. ex Zamb. Theorema 32. Propositio 34.

Omnis numerus: aut primus est: aut eum aliquis primus metitur.

a a

THEON ex Zamberto. **S**it numerus a. Dico q a: aut est primus/ aut eum aliquis numerus metitur. Si autem primus est a: factum iam est id quod queritur. Si autem cōpositus: eum aliquis numerus primus metietur per 33 septimi. Omnis igitur numerus: aut primus est: aut eum aliquis primus numerus metitur, quod oportuit demonstrasse.

Eucl. ex Camp. Propositio 34.



Vmeros secundum proportionem numerorum assignatorum minimos: inuenire.

CORRELARIUM. **V**nde manifestum est/ maximum numerum duos communiter numeratē: secundū minimos illius proportionis eos numerare.

CAMPANVS. **C**Sint a & b numeri propositi: secundū quorum proportionem volumus inuenire minimos, si ergo fuerint contra se primi: sunt quales inquirimus/per 23. si autem compositi: sumatur (vt docet secunda) maximus eos cōmuniter numerās qui sit c. numeretq; eos secundū d & e. eruntq; in eadē proportionē per 18: quos dico esse quales quærimus. Sin autem: sint f & g. qui per 21/numerabūt a & b æqualiter. sit igitur vt secundū h. eritq; per secundam partem 20/c ad h sicut f ad d, vel sicut g ad e. quare c est minor h. itaq; cum h numeret a & b: non fuit c maximus eos numerās. sed erat positum q; sic. ergo contra hypothesin.

CAMPANI additio. **C**Numeros secundū continuitatē proportionum numerorum assignatorum minimos/reperire.

CORRELARIVM. **C**Vnde etiam manifestū est maximum numerum quotlibet cōmuniter numerantem: secundū minimos proportionum eorum eos numerare.

CVt si sint a, b, c. secundū quorū proportionē volumus minimos inuenire: siue fuerit in eadē proportionē siue in diuersis. si nullus numerus numerat eos omnes: ipsi sunt quos quærimus/per 23. hoc enī ibi demonstratū est. Si autem vnus numerat omnes: sumatur vt docet tertia maximus eos cōmuniter numerās qui sit d. numeretq; eos secundū e, f, g. qui erunt in eadē proportionē per 18. dico eos esse quos quærimus. alioqui sint h, k, l: q; per 21/numerabunt a, b, c. æqualiter. sit vt secundū m. eritq; per secundā partē 20/d ad m: vt h ad e, vel k ad f, vel l ad g. Minor est igitur d q; m. quare cū m numeret a, b, c: non fuit d maximus eos numerans. quare sequitur impossibile. fuit enim d: maximus numerās a, b, c.

Eucl. ex Zamb. Problema 3. Propositio 35.

CNumeris datis quibuscūq; inuenire minimos easdem rationes habentium eis.

THEON ex Zāb. **C**Sint dati quilibet numeri a, b, c. Oportet ita inuenire minimos easdē rationes habentū eisdē a, b, c. ipsi in q; a, b, c: aut primi adinuicē sūt/aut nō. Si qdē ipsi a, b, c. primi sunt adinuicē: minimi sūt eandē rationē habentū eis per 23 septimi. Si autē non: sumatur per 3 septimi/ipsorū a, b, c. maxima cōmunis dimēsiō d. & quoties d vnūquēq; ipsorū a, b, c. metitur: tot vnitates sint in vnoquoq; ipsorū e, f, g. & vnusquisq; igitur ipsorū e, f, g: vnūquēq; ipsorū a, b, c. metitur per eas quæ in ipso d sunt vnitates. Igitur ipsi e, f, g: ipsos a, b, c. æque metiūtur. Igitur per 18 septimi/ipsi e, f, g. ipsos a, b, c. in eadē sunt ratione. Dico iam q; & minimi. Si autē ipsi e, f, g. non sunt minimi eandē rationē habentū eisdē a, b, c. erunt aliqui numeri ipsos e, f, g. minores in eadē rationē existentes ipsos a, b, c. Sint h, k, l. æque igitur h metitur ipsū a: & vterq; ipsorū k, l. vtrūq; ipsorū b, c. Quoties autē h ipsū a metitur: tot vnitates sint in ipso m. & vterq; igitur per 21 septimi/ipsorū k, l. vtrūq; ipsorū b, c. metitur per eas quæ in m sūt vnitates. & m igitur ipsū a metitur per eas quæ in vtroq; ipsorū k, l. sunt vnitates. Igitur m ipsos a, b, c. metitur. Et quoniā h ipsū a metitur per eas quæ in m sunt vnitates: igitur h ipsū m multiplicās: ipsū a facit. Id propterea & ipsū d multiplicās: ipsū efficit a. Aequalis igitur est qui ex e, d: ei qui ex h, m. per 16 septimi. Est igitur p 19 septimi/sicut e ad h, sic est m ad d. maior autē est e ipso h. maior igitur est & m ipso d. & metitur ipsos a, b, c. qd est impossibile. Supponitur nāq; d: ipsorū a, b, c. maxima cōmunis dimēsiō. Igitur non erūt aliq; numeri: minores ipsos e, f, g: in eadē existentes rationē ipsos a, b, c. Igitur e, f, g. minimi sunt eandē rationē habentū ipsos a, b, c. qd fecisse oportuit.

Eucl. ex Camp.

Propositio 35.



Quiliber duo numeri minimos numeros suę proportionis maior minorē & minor maiorē multiplicātes: minimum ab ipsis numeratum producant.

o. liij.

a..... b.....
c.....
d..... e.....
f..... g.....
h.....

a..... b..... c.....
d.....
e..... f..... g.....
h..... k..... l.....

a b c d e f g h k l m

Zamb. 37.

a... b.....
c... d....
e.....
f.....
g... h.....

Zamb. 36. 28

a b c d e f g h
Zamb. 36.

a... b....
c.....
d.....
e... f....

Zamb. 37

a... b...
c... d...
e.....f...
g... h...

CCORRELARIVM. ¶ Vnde manifestū est minimū quē duo numerāt: quēlibet ab eis numeratū numerare. **CCAMPANVS.** ¶ Sint duo numeri a & b; minimūq; in eorum proportione c & d. eritq; per primam partem 20/vt ex a in d, & b in c: fiat idē numerus qui sit e. quem dico esse minimum numeratum ab a & b. aliter enim: sit f. quem numerēt a & b secundū g & h. eritq; per secundam partem 20/h ad g: sicut a ad b, & sicut c ad d. & per 18 erit c ad h: sicut e ad f. cum itaq; per 21 c numeret h: e numerabit f. maior minore. quia ergo hoc est impossibile: constat verum esse quod dicitur

Eucl. ex Camp.

Propositio 36.



Ropositis quotlibet numeris minimum ab eis numeratum reperire.

CCORRELARIVM. ¶ Manifestum etiā ex hoc est/minimum numerum quem quotlibet numerant: quemlibet ab eis numeratum numerare.

CCAMPANVS. ¶ Sint propositi numeri a, b, c, d. Volo inuenire minimum numerum numeratum ab eis. Inuenio itaq; primo minimum numeratum ab a & b. q; si a numerat b: non erit alius q; b. si autem non numerat eum nec econuerso/ si ipsi sunt contra se primi: qui ex vno in alterum prouenit/ erit minimus per 23/ & præmissam. Q; si sunt cōmunicantes: sumantur minimi in eorū proportionē/ vt docet 34. & maiore in minorem eorum multiplicato: proueniat e. qui erit/ minimum numeratus ab eis per præmissam. Simili quoq; modo inueniatur minimus numeratus ab e & c: qui sit f. eritq; f minimus numeratus ab a, b, c. sed & minimus quem numerant f & d: sit g. eritq; g minimus: quem numerant numeri propositi. q; enim omnes ipsum numerent: patet per conceptionem. sed si non est minimus: ponatur ergo h. quem quia numerant a & b: numerabit etiam ipsum/ e per correlarium præmissæ. per idem quoq; correlariū: nūerabit ipsū f. sed & g. maior itaq; nūerat minore: qd ē impossibile. **CCAMPANI additio.** ¶ Hæc & præmissa proponitur in alio loco sub tribus conclusionibus: quatum prima æquiualeat præmissæ. secunda componitur ex correlarijs ambobus. tertia proponit de tribus: quod hæc de quotlibet numeris. Est itaq; prima.

CDatis duobus numeris: minimū ab eis numeratū inuenire ¶ Datis numeri sint a & b. quorū minor si numerat maiore: est maior quē querimus. alioq; maior eorū numeraret minore se. Si autē neuter neutrum numeret/ si ipsi sūt cōtra se primi: erit qui ex a in b puenit (qui sit c) minimus omnium quē numerāt a & b. Nā si minore eo numerauerit: esto d, quē numerēt secundū e & f. eritq; per secundā partē 20/a ad b: sicut f ad e. & quia a & b sūt suæ proportionis minimi per 23: numerabit a, f. per 21. & quia per 18 est c ad d sicut a ad f, nā ex b in a & f sūt c & d: sequitur c numerare d. sed erat d minor c. quare impossibile. ¶ Si autē a & b sint cōmunicantes: negociare propositum vt in 35.

¶ Secunda trium conclusionū ex ambobus correlarijs est confecta.

CSi plures numeri numerum vnum numerēt: necesse est vt minimus quem numerant eundem numerum numeret.

¶ Vt si sit qlibet nūerus quē numerat a & b, d: minimusq; ab eis dē nūeratus: erit vt c nūeret d. cū enī sit d maior c, si c nō numerat ipsū: numerabit tñ aliqd eius. sitq; plurimū q; numerat e. & residuū sit f. eritq; f minimus c. q; igitur a & b numerāt c: numerabūt p cōem sciētā & e. sed nūmerabūt d. itaq; per aliā cōmunē sciētā numerabūt f. incōueniēs ergo sequitur q; c nō fuit minim⁹ quē numerāt a & b. ¶ Idē q; cōuincēs & eodē mō de quolibet nūerato a quolibet pluribus: scz q; minim⁹ ab illis quotlibet pluribus numeratus eundē numeret. ¶ Vltima triū conclusionū est.

Propositis tribus numeris: minimum numerorum ab eis ZAMB. 38.

numeratorum inuenire.

Tres numeri propositi sint a, b, c . minimumque quem numerant a & b , sit d : qui sumetur ut prima trium conclusionum docet. Si igitur c numerat d : scito d esse quæ quærimus. Si enī a, b, c , minorem eo numerant: sit e . quæ per præmissam conclusionem numerabit d . quod est impossibile. Si autem c non numerat d : sumatur e minimus numeratus ab eis. Quæ autem e numeretur ab a, b, c : patet. quia c numerat ipsum: & d similiter. et g & a, b : qui numerant d . quare e numerabitur ab a, b, c . Erigatur e minimus quem numerant a, b, c . Sin autem: sit f . quem per præmissam conclusionem numerabit d . sed c numerat f : quia a, b, c numerant eum. quare c, d numerabit eum. quare per præmissam e numerabit eum: maior minorem. quod esse non potest. Idem inuenies & eodem modo: quotlibet propositis.

Duæ præcedentes ex Campano propositiones: 35 scilicet & 36 tribus ex Zamberto sequentibus Euclidis propositionibus sic respondet: ut correlariū 35 ex Campano / 37 ex Zamberto respondeat: 36 autem ex Campano: sit ad 36 & 38 ex Zamberto propositiones vniuersalis.

Eucl. ex Zamb. Problema 4. Propositio 36.

36 Duobus numeris datis: inuenire quem minimum metiuntur numerum.

THEON ex Zamberto. Sint dati bini numeri a, b . oportet iam inuenire quem minimum numerum metiuntur. Ipsi a, b : certe aut primi sunt adinuicem / aut non. Sin prius a, b : primi adinuicem. & a ipsum b multiplicans: efficiat ipsum c . & b igitur ipsum a multiplicans: ipsum efficiat e per 16 septimi. Igitur ipsi a, b : ipsum c metiuntur. Dico iam q & minimum. Si autem non: ipsi numeri a, b metiuntur aliquem numerum minorem existentem ipso c . metiantur: & esto d . & quoties a ipsum d metitur: tot unitates sint in e . quoties autem b ipsum c metitur: tot unitates sint in f . Igitur a ipsum e multiplicans: efficiat ipsum d . & b multiplicans ipsum f efficiat ipsum d : equalis igitur est qui ex a, e . et qui ex b, f . est igitur per 19 septimi / sicut a ad b : sic est f ad e . ipsi autem a, b : sunt primi. primi autem per 23 septimi: & minimi. minimi verò metiuntur eandem rationem habentes æqualiter: maior maiorem / & minor minorem. Igitur per 21 septimi / b metitur ipsum e : sicut sequens sequens tem. Et quantam a ipsos b, e multiplicans ipsos c, d fecit: est igitur per 17 septimi: sicut b ad e , sic est c ad d . At b : ipsum e metitur. metitur ergo & c ipsum d : maior minorem. quod est impossibile. Igitur ipsi a, b non metiuntur aliquem numerum minorem existentem ipso c : quando ipsi a, b primi adinuicem fuerint. Igitur e minimus existens: sub ipso c a, b , dimensionē cadit. Non sint primi ipsi a, b adinuicem. & sumantur per 35 septimi / minimi numeri eandem rationem habentium ipsi a, b sint f, e . æqualis igitur est qui ex a, f et qui ex b, e , per decimam nonā septimi. & a ipsum e multiplicans: efficiat ipsum c . & b igitur ipsum f multiplicans: efficiat ipsum c . Igitur a, b : ipsum c metiuntur. Dico iam q & minimum. si autem non: metiantur ipsi numeri a, b aliquem numerum minorem existentem ipso c . metiantur: & esto d . & quoties quidē a ipsum d metitur: tot unitates sint in g . Quoties autem b ipsum d metitur: tot unitates sint in h . A igitur g multiplicans: efficiat ipsum d . ipse b vero ipsum h multiplicans: efficiat ipsum d . equalis igitur est qui ex a, g : et qui ex b, h . Est igitur per 19 septimi / sicut a ad b : sic est h ad g . Sicut autē a ad b : sic est f ad e . & per yndecimā quiti: igitur sicut f ad e : sic h ad g . o. iiii.

a... b... c... d... e...

d... e...

e...

a... b... c... d... e...

d... e...

e...

f...

a b c d e f

a b c d e f g h

$\begin{array}{ccccccc} & & & & & & \\ & & & & & & \\ & & & & & & \\ & & & & & & \\ & & & & & & \\ a & b & & & & & \\ & & & & & & \\ & & & & & & \\ & & & & & & \\ f & e & c & d & g & h \end{array}$

Ipsi autem f, e: minimi. minimi vero eandem rationem habentes æque metiuntur: maior maiorem & minor minorem per 21 septimi. Igitur e ipso sum g metitur. & quoniam a ipsos e, g, multiplicans / ipsos fecit c, d: est igitur per 17 septimi: sicut e ad g sic est c ad d. At e ipsum g metitur. & c igitur ipsum d metitur / maior minorem. quod est impossibile. Ipsi igitur a, b: non metiuntur aliquem numerum minorem existentem ipso c. Igitur c minimus existens: sub ipso a, b, dimensionem cadit. quod oportuit facere.

Eucl. ex Zamb. Theorema 33. Propositio 37.

CSi bini numeri aliquem mensi fuerint: & minimus qui sub eorum dimensionem cadit / eundem metietur.

THEON ex Zamberto. **C**Bini inq numeri a, b: numerum aliquem c d metiantur. minimus vero sit e. Dico q e quoq ipsum c d metitur. Si autem e ipsum c d non metitur: ipsum d f metiens ipse e, relinquat ipso minorem hoc est c f. & quoniam ipsi a, b, ipsum e metiuntur: at e ipsum d f: & ipsi a, b, igitur ipsum d f metiuntur. metiuntur autem & totum c d. & reliquum igitur c f metiuntur minorem existentem ipso e. quod est impossibile. Igitur e ipsum c d metitur. quod erat demonstrandum.

Eucl. ex Zamb. Problema. 5. Propositio 38.

Tribus numeris datis: inuenire quem minimū numerū metiuntur.

THEON ex Zamberto. **C**Sint dati numeri a, b, c. oportet iam inuenire: quem minimum numerum metiuntur. Suscipiatur enim per 36 septimi / minimus numerus d: qui sub ipso a, b, dimensionem cadit. Iam e ipsum d aut metitur: aut non metitur. metiatur prius. metiuntur autem & ipsi a, b: ipsum d. Igitur ipsi a, b, c: ipsum d metiuntur. Dico q e & minimum. Si autem non: ipsi a, b, c, numeri metiuntur numerum minorem ipso d, metiantur e. Quoniam ipsi a, b, c, ipsum e metiuntur: igitur & a, b, ipsum e metiuntur. & minimus igitur quem ipsi a, b, metiuntur: metietur ipsum e per 37 septimi. At minimus quem ipsi a, b, metiuntur: est d. Igitur d ipsum e metietur / maior minorem. quod est impossibile. Ipsi a, b, c, igitur: non metiuntur numerum aliquem minorem existentem ipso d. Igitur ipsi a, b, c: minimum d metiuntur. **C**Non metiatur rursus e ipsum d: & suscipiatur per 36 septimi minimus numerus e quem metiantur ipsi c, d. Quoniam a, b, ipsum d metiuntur / at d ipsum e metitur: & a, b, ipsum e igitur metiuntur. metitur autem & c ipsum e. igitur ipsi a, b, c: ipsum e metiuntur. Dico q e & minimum. si autem non: ipsi a, b, c, metiuntur aliquem numerum minorem existentem ipso e. metiantur f. Quoniam ipsi a, b, c, ipsum f metiuntur: & ipsi a, b, igitur ipsum f metiuntur. & minimus igitur quem a, b, metiuntur: ipsum f metietur per 37 septimi. minimus autem quem ipsi a, b, metiuntur: est d. Igitur d ipsum f metitur. metitur autem & c ipsum f. Igitur ipsi d, c, ipsum d metiuntur. quare per eandem & minimus igitur quem ipsi c, d, metiuntur: ipsum f metietur. At minimus quem ipsi c, d, metiuntur: est e. Igitur e ipsum f metitur: maior minorem. qd est impossibile. Ipsi a, b, c, igitur: non metiuntur aliquem numerum minorem existentem ipso e. Igitur e minimus est: quem ipsi a, b, c, metiuntur. quod oportebat facere.

Eucl. ex Camp.

Propositio 37.



I numerus aliquis alium numerum numeret: erit in numerato pars a numerante denominata.

CCAMPANVS. **C**Huius sensus est: qd ois numerus numeratus a ternario: habet tertiam, & numeratus a quinario: habet quintam. sicq de ceteris. vt si b numeret a: erit i a pars denotata a b. numeret enim ipsū: quoties ynitas i c. eritq per 16 vt c quoq toties numeret a: quoties

ynitas
 b . . . c . .
 a

vnitas in b. quare tota pars est c, a: quota vnitas, b. & quia vnitas est pars omnis numeri ab ipso denominata per communem scientiam: erit c pars a, denominata a b, quod est propositum.

Eucly. ex Zamb.

Theorema 34. Propositio 39.

- 39 **S**i numerum aliquis numerus metiatur: mensus cognominatam partem habebit metienti.

THEON ex Zamb. Numerum enim a: numerus aliquis b metitur. Dico qd a: cognominatam partem habet ipsi b. Quoties enim b ipsum a metitur: tot vnitates sint in c. Quoniam b ipsum a metitur per eas quæ in c sunt vnitates: metitur autem & d vnitas ipsum c per eas quæ in eo sunt vnitates: æque igitur per 15 septimi d vnitas ipsum c numerum metitur: & b ipsum a. Vicissim igitur per eandem æque d vnitas ipsum b metitur numerum: metitur vero & c ipsum a. Qualis igitur pars est d vnitas ipsius b numeri: talis pars est & c ipsius a. At d vnitas: pars est ipsius b ei cognominata: & c igitur ipsius a pars est cognominata ipsi b. Quare a partem habet c cognominatam ipsi b, quod erat demonstrandum.

Eucly. ex Camp.

Propositio 38.

- 38 **S**i numerus aliquis partem quotamcunq; habeat: numerabit ipsum numerus ad illam partem dictus

CAMPANVS. Hæc est conuersa præmissæ: cuius est intentio/ qd omnis numerus habens tertiam: numeratur a ternario. & habens quintam: a quinario. sicq; de cæteris. vt si b sit pars a denominata a c: sequitur vt c numeret a. quia eni b est pars a denominata a c, sed & vnitas est pars c denominata ab ipso c per cõceptionem: sequitur vt quoties vnitas numerat c, toties b numeret a. itaq; per 16 quoties vnitas b: toties c numerat a, quare constat propositum. **Aliter idem.** Cũ sit b pars a: sit tota vnitas c. eritq; per hanc communem scientiam vnitatem esse partem omnis numeri ab ipso denominatam: c denominans b in a. & quia est b in a quoties vnitas in c: euidenter sequitur propositum per 16.

Eucly. ex Zamb.

Theorema 35. Propositio 40.

- 40 **S**i numerus partem habuerit quamlibet: eum cognominati numeri metietur pars.

THEON ex Zamberto. Numerus inquam a, partem habeat qualem b: & ipsi b parti cognominatus sit numerus c. Dico qd c ipsum a metitur. Quoniam enim b ipsius a pars est cognominata ipsi c, est autem & d vnitas ipsius c pars cognominata ei: qualis igitur pars est d vnitas ipsius c numeri: talis pars est & b ipsius a. æque igitur d vnitas ipsum c numerum metitur: & b ipsum a. Vicissim igitur per 15 septimi æque d vnitas ipsum b numerum metitur: & c ipsum a. & c igitur ipsum a metitur, quod erat demonstrandum.

Eucly. ex Camp.

Propositio 39.

- 39 **V**num minimum/propositarum denominatorum habentem partes: inuenire.

CORRELARIUM. Ex quo manifestum est/ qd minimus numerus numeratus a quotlibet: est minimus habens partes denominatas ipsis.

CAMPANVS. Sint a, b, c, d denominantes partes propositas: & e minimus numeratus ab eis sumptus secundum 36. Ipsum e dico esse quæ querimus. Sint enim secundum quos numerant ipsum: f, g, h, k. eritq; per 16 & hanc communem scientiam vnitas est pars omnis numeri ab ipso dicta: vt viceuersa f, g, h, k, numerent e secundum a, b, c, d, quare

.	.	.	.
.	.	.	.
.	.	.	.
.	.	.	.
.	.	.	.
.	.	.	.
a	b	c	d

vnitas

b.	c...
a.....	

.	.	.	.
.	.	.	.
.	.	.	.
.	.	.	.
.	.	.	.
a	b	c	d

e.....	f.....
a..	g....
b..	h...
c...	k..
d.....	

l
m
n
p
q

EV.

minimus quem numerat a, b, c, d, quod est inconueniens.

CAMPANI annotatio. **C** habito minimo/ si cura est habere secun-
dum/ aut quotum cunctilibet/ si secundum quidem: sume duplum mini-
mi. si tertium: triplum. & ad hunc modum in alijs. Cum enim ois mul-
tiplex ipsius e numeretur ab a, b, c, d, per hanc communē scientiā/ om-
nis numerus numerans alium numerat omnem numeratū ab illo: ne-
cesse est per 37 vt omnis multiplex e habeat partes denominatas ab a,
b, c, d. si itaq; duplex e, nō fuerit secundum habens partes propositarum
denominatiōnū: erit alius, quem sicut sequitur esse maiorem e: sic sequi-
tur esse minorem duplo. & quia illum numerant a, b, c, d, per 38: sequi-
tur per correlariū 36 q e numeret eundem, quod est impossibile. cū enī
numeret se: numeraret per hanc communē scientiam, omnis numerus
numerans totum & deductum: numerat residuum/ differentiam illius
ad se, quæ cum sit minor eo: maior numerus numeraret minorem, qd
esse nō potest. Sequitur itaq; duplum e: esse secundum numerum habē-
tem propositarum denominatum partes. Similiter quoq; argues tri-
plum e esse tertium: probato duplo esse secundum, alioqui quia esset tri-
plo minor & duplo maior: sequeretur e numerare aliquem inter ipsius
duplum & triplum, quod vt prius patet: est impossibile. probato autē tri-
plo esse tertium: ad huius similitudinem probabis quadruplū esse quatuor-
tum, & sic in cæteris.

¶ CAMPANI additiones.
¶ Minimum numerum habentem partes propositarū de
nominationum sumptarum continue reperire.

¶ Propositis partibus quotiscunquelibet: minimum nume-
rum eas continētium inuenire.

¶ **U**t si partes propositæ sint a, b, c, sintq; eas denominâtes d, e, f, & sumatur minimus quæ numerant d, e, f, qui sit g: hûc dico esse quærimus. erûnt enim in eo propositæ partes per 37. qui si nō fuerit minimus eas continens: sit ergo h, quem numerabunt d, e, f, per 38 igitur non erit g minimus numeratus ab eis. quod est incōueniēs: quia minimus erat.

¶ **CAMPANI** annotatio. ¶ **I**ntelligo vero partes a, b, c, indeterminate poni: nō sub quātitate certa. aliter enim nō esset necessariū vt minimus numerus quæ numerat d, e, f: esset minimus cōtinēs ptes propositas. plurimas enim contingit partes reperire: quas numerus numeratus ab eorū denominatoribus non continet. verbi gratia, Tres numeri qui sunt 120, 90, & 72: sunt eiusdē numeri partes. primus quidē: tertia. secundus vero: quarta. & tertius: quinta. nec tamē minimus quem numerat denominatorum eorum qui est 60: partes istas continet. Instandū igitur est si partes sub certa quātitate ponantur: primæ consequentiæ huius demonstrationis. Non enim sequitur vt arguit per 37 si ternarius hunc numerat ergo hic numerus positus est eius tertia. sed ergo habet tertiam. quapropter idem est quod proponitur secundū vtrūq; modū. sed secundum primum: conuenientius videtur quod intēditur proponi. Attendere autē oportet cū omnis pars habeat quātitatē: q; in eo contingit ponere quotlibet & quālibet partes secundum quātitatē. & inquirere quis minimus eas continet: & sub quibus denominationibus. Minimum autem eas continentem constat esse minimum numeratum ab eis: secundum quos vero numerat/ sunt qui illas in illo denominant. Contingit iterum ponere quotlibet & quālibet denominationes: & inquirere in quo minimo hæ denominationes reperiuntur & secundum quas quātitates. Minimum quoq; constat esse minimum numeratum ab illis. secundum quos vero numerant: sunt qui quātitates determinant. vtrūq; autem idcirco inquiritur minimus. quia infiniti sūt hinc quidem qui has partes continent: inde vero in quibus hæ denominationes reperiuntur. Contingit rursus ponere quotlibet partes & totidē denominationes vel quotlibet denominationes & totidem partes. non autem quālibet cum quibilibet: sed certas cum certis. Si enim ponā partes tres/ quatuor quinq; & denominationes earum 6/7/8/ & inquirā quis numerus continet has partes sub istis denominationibus: similis ero inquisitori vano quærenti impossibile. Certas igitur conuenit ponere partes cum denominationibus certis & non vt contingit: & inquirere quis numerus positas partes sub positis denominationibus continet/ non autem quos minimus. vnicus enim est. nam siue proposita fuerit vna pars & vna denominatio/ siue plures & plures: non erit sumere plures numeros quod propositum erit continentes. Solus enim est cuius ternarius est quinta: non plures. Solus quoq; cuius ternarius octaua/ & senarius quarta: non plures. Ideoq; proponentem partes & denominationes ipsarum in toto: non est querere quis minimus continet has partes sub istis denominationibus/ sed quis vnus continet. proponentem autem partes tantum/ contingit querere quis minimas continet & a quibus in eo denominantur: solas quoq; proponentem denominationes/ conuenit querere quæ partes ab illis dictæ & in quo minimo reperiuntur. Conuenientius autem videtur partes per denominationes inquirere: q; denominationes per partes. diuersitatem quidem denominationum non partium: comitatur proportionum diuersitas.

Eucl. ex Zamb. Problema 6. Propositio 41.

¶ **N**umerum inuenire: qui minimus existens habeat datas partes a, b, c.

¶ **THEON** ex Zamberto. ¶ **O**portet iam numerum inuenire: qui minimus existens habeat ipsas a, b, c. partes. Sint per 39 septimi/ ipse a, b, c. partes cognominatæ numeris d, e, f. & sumatur per 38 septimi/ g minimus numerus: quem d, e, f, metiantur. Quoniā g ipsi d, e, f, metiū

a tertia d...
b quinta. e....
c sexta. f.....
g.....
h.....

a secunda. d..
b tertia. e....
c quarta. f....
g.....
h.....

a secunda d...
 b tertia. e...
 c quarta. f...
 g.....
 h.....

ARITH.

ELB

EV.

rum: cognominatam partem habet g, ipsis d, e, f, per 39 septimi. Ipsi autem d, e, f, cognominatæ partes sunt a, b, c. Igitur g habet partes a, b, c. Dico q & minimus existens. Si autem g non existat minimus habens ipsas a, b, c, partes: erit aliquis numerus minor ipso g qui habebit ipsas partes a, b, c. Sit per 40 septimi/h. quoniam h habet ipsas partes a, b, c, igitur h, numeri quibus cognominatæ sunt ipsæ a, b, c, metietur, quibus autem ipsæ a, b, c, partes cognominatæ sunt: sunt numeri d, e, f. Igitur ipsi d, e, f, ipsum h metietur/ qui minor est ipso g. Quod est impossibile. Non erit igitur aliquis numerus minor ipso g: qui habeat ipsas a, b, c, partes, quod oportebat demonstrare.

CLAVDIDIS MEGARENSIS

Arithmeticonum elementorum

septimi libri

Finis.

CLAVDIDIS MEGARENSIS CLARISSIMI

philosophi Mathematicorumq; facile principis, primū ex Campano, deinde ex Theone Græco commentatore, interprete Bartholomæo Zamberto Veneto: Arithmetica elementa. Liber Septimus.

Ex Campano.

Diffinitiones.



Atera numerorum dicuntur: quorum multiplicatione numeri producantur.

Superficialis appellatur numerus: qui sub duobus lateribus continetur.

Solidus vero: qui sub tribus/ ex quorum continua multiplicatione habet procreari.

Quadratus: est numerus superficialis æqualibus lateribus consistens.

Cubus: est solidus æqualibus consistens lateribus.

Similes dicuntur numeri superficiales siue solidi: quorum latera sunt proportionalia.

Eucl. ex Camp.

Propositio 1.

In numerorum quotlibet continue proportionalitatis duo extremi fuerint contra se primi: eos omnes secundum suam proportionem minimos esse necesse est.

CAMPANVS. Sint continue proportionales a, b, c. duoq; extremi qui sunt a, c, sint contra se primi. dico q in eadem proportionem non reperiuntur totidem minores. Si autem contingit: sint d, e, f. eritq; per 15 septimi/a ad c: sicut d ad f. & quia a & c sunt minimi in sua proportionem per 23 eiusdem: sequitur per 21 vt a numeret d, & c, f, maiores scilicet minores. quod esse non potest.

a.... b..... c.....
 d... e..... f.....

LIBER VIII.

Eucl. ex Zamb. Theorema 1. Propositio 1.



Si fuerint quilibet numeri continue proportionales/ extremi vero ipsorum primi adinuicē fuerint: minimi sunt eandem rationem habentium eis.

THEON ex Zamberto. ¶ Sint quilibet numeri continue proportionales: a, b, c, d, extremi autem ipsorum hoc est a, d: primi sint adinuicē. Dico qd ipsi a, b, c, d: minimi sunt eandem rationem habentium eis. Si autem non: sint minores ipsis a, b, c, d, ipsi e, f, g, h, in eadē ratione existētes eis. Et quoniam ipsi a, b, c, d, in eadem sunt ratione ipsis e, f, g, h: & equalis est multitudo ipsorum e, f, g, h, multitudini ipsorum a, b, c, d: æque igitur est sicut a ad d, sic e ad h. at a, d: primi sunt adinuicē. primi vero: & minimi per 14 septimi. minimi autē numeri metiuntur eandem rationem habentes equaliter: antecedens antecedentem/ & sequens sequentem per 21 septimi. Metitur igitur a ipsum e, maior minore, quod est impossibile. Igitur ipsi e, f, g, h, minores existentes ipsis a, b, c, d: in eadem non sunt ratione ipsis. Igitur a, b, c, d: minimi sunt eandem rationem habentium eis. quod oportebat demonstrare.



Eucl. ex Camp.

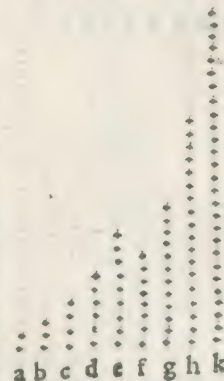
Propositio 2.



Vmeros quotlibet continuæ proportionalitatis/ secundū proportionē datam minimos: inuenire.

CORRELARIUM. ¶ Vnde manifestum erit/ qd si fuerint tres numeri continuæ proportionalitatis secundum eam minimi: duo extremi erunt quadrati, qd si fuerint quatuor: erunt extremi cubi.

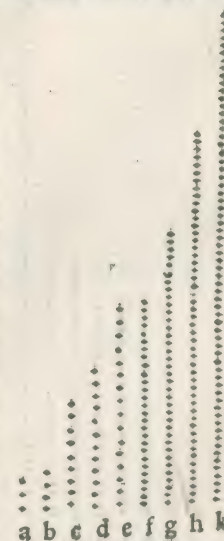
CAMPANVS. ¶ Sint datæ proportionis minimi: a & b. ducaturq; a in se: & fiat c. & in b: & fiat d. b quoq; in se: & proueniat e. eruntq; c, d, e: continue proportionales in proportionē a ad b per 18 & 19 septimi. Et quia c & e sunt contra se primi per 28 eiusdem: erunt c, d, e, secundum datam proportionem minimi per præmissam. Ducatur iterum a in ones illos: & proueniant f, g, h. & b in e: & proueniat k, & erunt etiam f, g, h, k, continue proportionales in proportionē a ad b per 18 & 19 septimi: minimi quoq; per 28 eiusdem & præmissam. Hac via & ratione inueniuntur quicq; vel sex/ vel quotlibet.



Eucl. ex Zamb. Problema 1. Propositio 2.

Numeros inuenire continue proportionales minimos: quos ordinauerit aliquis in data ratione.

THEON ex Zamberto. ¶ Sit data ratio in minimis numeris: ipsius a ad b. oportet iam numeros inuenire continue proportionales minimos quos aliquis ordinauerit in ipsius a ad b ratione. ordinētur ita quatuor. & a seipsum multiplicans: efficiat c. ipsum vero b multiplicans: efficiat ipsum d. & isuper b seipsum multiplicans: ipsum efficiat e. Et insuper a ipsos c, d, e, multiplicans: ipsos f, g, h, faciat. at b ipsum e multiplicans: efficiat ipsum k. Et quoniam a seipsum multiplicans ipsum effecit c/ ipsum autem b multiplicans fecit ipsum d: numerus iam a, binos numeros a, b, multiplicans/ ipsos effecit c, d. Est igitur per 17 septimi/ sicut a ad b: sic est c ad d. Rursus quoniam a ipsum b multiplicans ipsum d fecit/ at b seipsum multiplicans ipsum fecit e: vterq; igitur ipsorum a, b, ipsum b multiplicans effecit vtrūq; ipsorum d, e. Est igitur per 18 septimi/ sicut a ad b: sic est d ad e. Sed sicut a ad b: sic est c ad d. & sicut igitur per 11 quinti/ c ad d: sic est d ad e. Et quoniam a ipsos c, d, multiplicans ipsos f, g, fecit: est igitur per 17 septimi/ sicut c ad d, sic est f ad g. Sicut autem c ad d: sic erat a ad b. & sicut igitur per 11 quinti/ a ad b: sic est f ad g. Rursus quoniam a ipsos d, e, multiplicans/ ipsos effecit g, h: est igitur per eandem



ARITH.

ELB

EV.

dem 17/sicut d ad e, sic est g ad h. sed sicut d ad e: sic est a ad b. & sicut igitur per 11 quinti/a ad b: sic g ad h. & quoniam ipsi a, b, ipsum e mule-
tiplicantes/ipsos efficiunt h, k: est igitur per 18 septimi/sicut a ad b, sicut
ad k. patuit autem qd & sicut a ad b: sic f ad g, & g ad h. & sicut igitur
per 11 quinti/f ad g, & g ad h: sic est h ad k. Igitur ipsi c, d, e, & f, g, h,
k: proportionales sunt in ipsius a ad b ratione. Dico qd & minimi. quoniam
nam ipsi a, b, minimi sunt eandem rationem habentium eis. minimi
autem eandem rationem habentium primi sunt adinuicem per 21 septi-
mi: ipsi a, b, igitur primi sunt adinuicem. & uterq; ipsorum a, b, se ipsum
multiplicans: utrumq; ipsorum c, e, fecit. utrumq; autē ipsorum c, e, mule-
tiplicans: utrumq; ipsorum f, k, fecit. Igitur per 29 septimi/ipsi c, e, & f,
k: primi sunt adinuicem. Si autem fuerint quilibet numeri continue pro-
portionales/extremi autem ipsorum primi adinuicem fuerint: minimi
sunt eandem rationem habentium eis/per primam octauam. Ipsi c, d, e,
igitur & f, g, h, k: minimi sunt eandem rationem habentium eidem a,
b. quod oportuit fecisse.

¶ **PROPOSITIO** siue correlarium. ¶ Proinde manifestum est qd si tres nu-
meri continue proportionales minimi fuerint eandem rationem habentium
eis: extremi eorum quadrati sunt. si autem quatuor: cubi.

Eucl. ex Camp.

Propositio 3.



Si numeri quotlibet continue proportionales secun-
dum suam proportionem fuerint minimi: duos eo-
rum extremos contra se primos esse necessario
comprobatur.

¶ **CAMPANVS.** ¶ Hæc tertia est conuersa primæ. Sint enim a, b, c, d,
continue proportionales: & secundū suā proportionē minimi. dico qd a
& d extremi: erunt adinuicem primi. minimi enim in proportionē a ad
b: sint e & f. eruntq; per 22 septimi contra se primi. per hos ergo duos se-
cundum doctrinam præmissæ inueniantur totidem continue proportio-
nales & minimi: quot sunt numeri propositi. primo quidem tres qui sunt
g, h, k. deinde quatuor: qui sunt l, m, n, p. & ad hunc modum continue
per additionē vnus: quousq; fiant tot quot sunt numeri propositi vt sint
hic l, m, n, p. sequitur ergo l, m, n, p, æquales esse a, b, c, d: eo qd in eadē
proportionē sunt utriq; minimi. & quia l & p sunt contra se primi per
28 septimi: erunt quoq; a & d illis æquales: contra se primi. quod est pro-
positum.

Eucl. ex Zamb. Theo. 2. Propo. 3. Cōuersa primæ.

¶ **S**i fuerint quilibet numeri continue proportionales: mini-
mi eandem rationem habentium eis: eorum extremi primi
adinuicem erunt.

¶ **THEON** ex Zamberto. ¶ Sint quilibet numeri continue proportio-
nales minimi eandem rationem habentium eis: a, b, c, d. Dico qd extre-
mi eorum hoc est a & d: primi adinuicem sunt. Sumantur enim per 2 octa-
ui vel 35 septimi/bini numeri minimi in ipsorū a, b, c, d, ratione: hoc
est e, f. Tres autem g, h, k. & semper continuo vno plus: ex quo assumpta
multitudo æqua sit multitudini ipsorū a, b, c, d. Suscipiantur: sintq; l, m,
n, x. Igitur per 29 septimi/eorum extremi l, x: primi adinuicem sunt.
Quoniam enim e, f, primi sunt: uterq; autem eorum se ipsum multiplicans
utrumq; ipsorū g, k, fecit: utrumq; autē ipsorū g, k, multiplicans utrumq; ipsorū
rū l, x, fecit: igitur p 29 septimi & l, x, primi ipsi g, h, k, sunt. Et quoniam ipsi
b, c, d, minimi sunt eadē rationē habentium eis: sunt autē & l, m, n, x, minimi
in eadē ratione existentes ipsi a, b, c, d, & æqualis multitudo ipsorū a,
b, c, d, multitudini ipsorū l, m, n, x: vnusquisq; igitur ipsorum a, b, c, d, ipsi
vnusquisq; ipsorum l, m, n, x, est æqualis. æqualis igitur est a ipsi l: & d ipsi
x, & quoniam ipsi l, x, primi adinuicem sunt: æqualis quidē est l ipsi a, & x

ipsi d: igitur & ipsi a, d, primi sunt adinuicem. quod demonstrasse oportuit.

Eucl. ex Camp. Propositio 4.

Similitudinem assignatarum proportionum in minimis numeris secundum ipsas proportionum continuari proportionalibus inuenire.

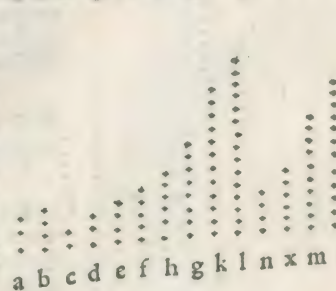
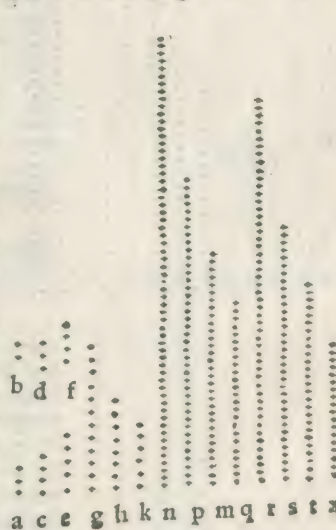
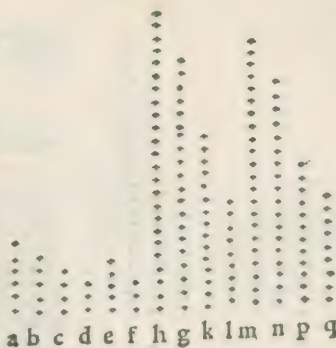
CAMPANVS. Assignatae proportionum in minimis terminis inueniantur ut docet 34 septimi: sintque prima inter a & b. secunda: inter c & d. tertia: inter e & f. sic quoque de pluribus si fuerint plures. volo has proportionum in quatuor minimis numeris continuare. Sumo ergo g, minimum quem numerant b & c. & quoties b numerat ipsum g: toties a numeret h. d quoque toties numeret k: quoties e, g. Itaque si e numerat l: sit ut f numeret l. eruntque h, g, k, l: quos quaerimus. constat enim per 18 septimi q. sit h ad g: sicut a ad b. & g ad k: sicut c ad d. at k ad l: sicut e ad f. Minimi quoque. nam si alij sunt minimi ut m, n, p, q: oportebit per 21 septimi/bis assumptam ut uterque duorum b & c numeret p. quare & g numerabit eundem: per correlarium 35 septimi. quod est inconueniens. Sunt igitur h, g, k, l: minimi.

At vero si e non numerat k: sit m minimus numeratus ab eis scilicet e & k, quem m quoties numerat k: toties h numeret n. & g: toties p. eruntque per 18 septimi/n, p, m: in proportione h, g, k. quare n ad p: ut a ad b. & p ad m: ut e ad d. sed quoties e numerat m: toties f numeret q. & erit per eandem/m ad q: sicut e ad f. Manifestum igitur q. assignatae proportionum: continuatae sunt in quatuor numeris q. sunt n, p, m, q. Qui si non fuerint minimi: sint (si possibile est) alij qui sint r, s, t, x. quia itaque per 21 septimi/bis assumptam uterque duorum numerorum b & c numerat f: sequitur per correlarium 35 septimi/vt g numeret eundem. quare etiam k numerabit t. at quia per 21 septimi e numerat eundem: non erit m minimus quem numerat k & e. Hac ratione quartam illis & quotlibet alias sine omni offendiculo continuare poteris.

Eucl. ex Zamb. Problema 2. Propositio 4.

Rationibus datis quibuscunque in minimis numeris numeros inuenire continue proportionales minimos in datis rationibus.

THEON ex Zamberto. Sint datae rationes in minimis numeris: ipsius a ad b, & ipsius c ad d, & ipsius e ad f. oportet iam numeros inuenire continue proportionales minimos: in ipsius a ad b, & c ad d, & e ad f ratione. Sumatur inq. g: minimus numerus quem metiantur b, c, & quoties quidem b ipsum g metitur, toties a ipsum h metiatur. quoties autem c ipsum g metitur: toties d ipsum k metiatur. At e: ipsum k aut metitur: aut non metitur. Metiatur primum. Et quoties e ipsum k metitur: toties & f ipsum l metiatur. & quoniam a ipsum h aequae metitur & b ipsum g: est igitur per 17 septimi/sicut a ad b, sic est h ad g. Id propter ea & sicut cad d: sic g ad k. et insuper sicut e ad f: sic k ad l. Igitur ipsi g, h, k, l: continue sunt proportionales: & in ipsius a ad b, & ipsius c ad d, & insuper ipsius e ad f ratione. Dico q. & minimi. Si autem ipsi g, h, k, l, non sunt continue proportionales minimi in ipsius a ad b, & c ad d, & e ad f, rationibus: erunt aliqui numeri minores ipsis g, h, k, l, in ipsius a ad b, & c ad d, & e ad f, rationibus. sint autem n, x, m, o. Et quoniam est sicut a ad b, sic n ad x, ipsi autem a, b, minimi/minimi autem per 21 septimi metiuntur eandem habentes aequae maior maiorem & minor minorem/hoc est antecedens antecedentem & sequens sequentem: igitur



tur b ipsum x metitur. Id propterea & c ipsum x metitur. Igitur c, b, ipsum x metiuntur, et minimus igitur quem ipsi b, c, metiuntur: per 36 septimi/ ipsum x metitur. minimus autem quem ipsi b, c, metiuntur: est g. Igitur g ipsum x metitur/ maior minorem, quod est impossibile. Nō erant igitur aliqui numeri minores per 37 septimi ipsis g, h, k, l, continue proportionales in ipsis a ad b & c ad d, & c ad f, ratione. ¶ Non metiatur iam e ipsum k, & sumatur per 36 septimi/ minimus numerus: quem metiatur ipsi e, k: & sic m, & quoties quidē k, ipsum m metitur: toties uterq; ipsorum g, h, utrunq; ipsorum n, x, metiatur. Quoties autem e ipsum m, metitur: toties & f, ipsum o metiatur. Et quoniam g ipsum n, & h ipsum x, æque metitur: est igitur sicut h ad g, sic est x ad n. Sicut autē h ad g: sic est a ad b, & sicut igitur per n quiti a ad b: sic x ad n. Id propterea iam & sicut c ad d: sic est n ad m. Rursus quoniam quoties e ipsum m metitur: toties & f ipsum o: est igitur sicut e ad f, sic est m ad o. Igitur ipsi x, n, m, o: continue proportionales sūt in ipsis a ad b, & c ad d, & e ad f, rationibus. Dico qd & minimi. Si autem ipsi x, n, m, o, non sunt continue proportionales minimi in ipsorum a, b, c, d, e, f, rationibus: erunt aliqui numeri ipsi x, n, m, o, minores/ continue proportionales in ipsorum a, b, c, d, e, f, rationibus. Sint p, r, s, t, & quoniam est sicut p ad r sic est a ad b, ipsi autem a, b, minimi/ minimi autem per 21 septimi metiuntur eandem rationē habentes eis æqualiter antecessens antecedentem et sequens sequentē: igitur b ipsum r metitur. Id propterea iam et c ipsum r metitur. Igitur ipsi b, c, ipsum r metiuntur. & minimus igitur per 36 septimi/ quē ipsi b, c, metiuntur: ipsum metitur r. minimus autē quē ipsi b, c, metiuntur: est g. Igitur g ipsum r metitur. estq; sicut g ad r: sic est k ad f, & k igitur ipsum f metitur, metitur autē & e ipsum f. Igitur ipsi e, k, ipsum f metiuntur. & minimus quē ipsi e, k, metiuntur: per eandem metitur ipsum f. Minimus autē quem ipsi e, k, metiuntur: est m. Igitur m ipsum f metitur/ maior minorē, quod est impossibile. Igitur non erit aliqui numeri minores ipsis x, n, m, o: continue proportionales in ipsis a ad b, & c ad d, & e ad f, rationibus. Igitur ipsi x, n, m, o, continue proportionales minimi sunt in ipsorum a, b, c, d, e, f, rationibus, quod oportuit fecisse.

Eucl. ex Camp.

Propositio 5.



Mnium duorum numerorum compositio- rum proportio vnus ad alterum: est ex laterum suorum producta proportionibus.

¶ CAMPANVS. ¶ Quod proponit 24 sexti de superficiebus equidistantiū laterū: proponit hæc de numeris compositis. Sint duo nūeri compositi: a, b, latera a: sint c & d. latera b: sint e & f. dico itaq; qd proportio a ad b: cōstat ex ea qd est c ad e & d ad f. Sit enī vt ex d i e: fiat g. Quia ergo ex d in c fit a, & ex fin e fit b, per conversionē diffinitionis laterum: erit per 13 septimi/ a ad g, sicut c ad e. & per 19 eiusdē g ad b: sicut d ad f. quare per diffinitionem/ proportio a ad b: composita est ex ea quæ est c ad e, & ea quæ est d ad f. quod est propositum.

¶ CAMPANI annotatio. ¶ Nec est necessarium vt continuemus proportionēs laterum (videlicet eam quæ est c ad e & eam quæ est d ad f) in minimis numeris repertis: secundū doctrinam præcedentis: vt docent quidam. hoc enī est propositio præter necessariū. Arguunt enī posito qd illi minimi sint h, k, l, ita qd sit h ad k sicut c ad e, & k ad l sicut d ad f: proportionem h ad l esse compositam ex compositorum laterum proportionibus. Sumptis g fieri ex d in e: arguunt a ad g, vt h ad k, quia vt c ad e & g ad h

b d f

a c e h g k x n m o p r f t

a b c d e f g

a g b c c d f h k l

vt k ad l: quia vt d ad f. ideoq; secundum æquam proportionalitatem / & a ad b: vt h ad l. concludunt igitur a ad b: componi ex quibus h & l. verū quidem sed non necessarium assumpto.

Eucl. ex Zamb. Theorema. 3. Propositio 5.

¶ Plani numeri: adinuicem rationem habent compositam ex lateribus.

THEON ex Zam. ¶ Sint plani numeri a, b. ipsius qdē a: latera sint c, d. ipsius autē b: sint e, f. Dico q; a ad b: rationē habet ex lateribus compositā. Rationibus datis quas habent c ad e, & d ad f, suscipiātur per 4 octauī / numeri cōtinue proportionales minimi in ipsorum c, e, & d, f, rationibus: sintq; g, h, k. Quoniā est sicut c ad e sic est g ad h, sicutq; d ad f sic est h ad k, & d ipsū e multiplicās: efficiat ipsum l. Quoniā d ipsū e multiplicans ipsum fecit a, multiplicans autē ipsum e ipsum efficit l: est igitur per 17 septimi / sicut c ad e sic est a ad l. Sicut autem c ad e sic g ad h, & sicut igitur per 11 quinti / g ad h: sic a ad l. Rursus quoniā e ipsū d multiplicans ipsum fecit l, sed & ipsum f multiplicans ipsum fecit b: est igitur per 17 septimi / sicut d ad f, sic est l ad b. Sed sicut d ad f: sic est h ad k, & sicut igitur per 11 quinti / h ad k: sic est l ad b. patuit autē q; sicut g ad h: sic est a ad l. Aequē igitur est per 14 septimi / sicut g ad k sic est a ad b. ipse autē g ad k: rationē habet cōpositā ex lateribus. & a igitur ad b: rationē habet compositā ex lateribus. quod oportuit demonstrasse.

Eucl. ex Camp.

Propositio 6.

¶ Si numerorum quotlibet continue proportionalis primus secundum non numeret: nullus eorum numerabit vltimum.

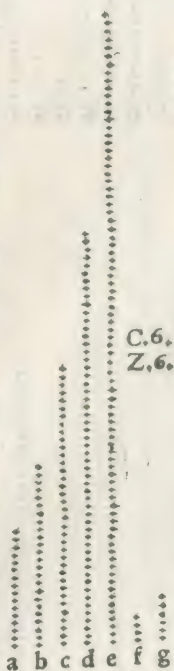
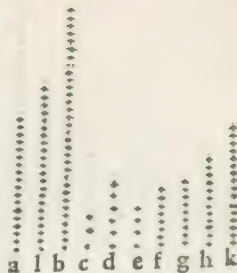
CAMPANVS. ¶ Sint a, b, c, d, e: continue proportionales. dico q; si a non numeret b: nullus eorum numerabit e. Manifestum autem est q; si ipsum numeret: omnes numerabunt e, & simpliciter quilibet præcedens quilibet sequentē. Si autem non numerat ipsum: patet q; d non numerabit e, nec simpliciter aliquis eorum proximo sequentē e, quia sunt positi continue proportionales. Sed q; nullus alius vt c numeret ipsum: sic constat. Sumātur secundum doctrinam 2 huius / totidem minimi continue proportionales in proportionē eadē: quot sunt ipse c & omnes sequētes / qui sunt f, g, h. eruntq; per 3 huius / & f & h: contra se primi. & quia per æquam proportionem c ad e vt f ad h: cum f non numeret h, nec c numerabit e. eodē modo nec aliquis aliorū. quare liquet quod ppositū est.

Eucl. ex Zamb. Theorema 4. Propositio 6.

¶ Si fuerint quilibet numeri continue proportionales / primus autem secundum non metiatur: & alius nullus nullum metietur.

THEON ex Zāberto. ¶ Sint numeri continue proportionales a, b, c, d, e. ipse autē a ipsum b nō metiatur. Dico q; & alius nullus: nullū metietur. Quoniam quidem ipsi a, b, c, d, e, continue adinuicem sese non metiatur / manifestum est: qā neq; a ipsum b metitur. dico iam q; neq; alius vllus: vllum alium metietur. Dico enim q; neq; a ipsum c metitur. quot enim sunt in ipsis a, b, c: tot sumantur per 35 septimi / minimi numeri eandem rationem habentium ipsis a, b, c. sintq; f, g, h. Et quoniam ipsi f, g, h, in eadem ratione sunt ipsis a, b, c, & est æqualis multitudo ipsorū a, b, c, multitudini ipsorū f, g, h: ex æquali igitur per 14 septimi / est si cur a ad c sic est f ad h. Et quoniam est sicut a ad b sic est f ad g, non metitur autem a ipsum b: igitur neq; f ipsum g metitur. Igitur f non est vnitas. Si enim f esset vnitas: omnem numerum m metiretur. Et f, h, per 3 octaui: primi sunt adinuicem. Igitur neq; f ipsum h metitur. & est sicut f ad h: sic a ad c. neq; igitur a ipsum c metitur. Similiter quoq; ostēdemus: q; neq; alius vllus vllum metietur. quod oportuit demonstrasse.

p. j.



Eucl. ex Camp.

Propositio 7.

Si numerorum continue proportionalium primus ultimum numeret: idem ipse & secundū numerabit.

CAMPANVS. ¶ Sint qui prius: continue proportionales. dico h a numerat e: ipse numerabit b. alioqui: ex præmissa non numeraret e. quod est contrariū & impossibile. Nom solum autem numerabit b: sed & omnes. & quisq; eorum: quemlibet ipsum sequentem.

Eucl. ex Zamb.

Theorema 5. Propositio 7

¶ Si fuerint quilibet numeri continue proportionales: primus autē extremum metiatur: & secundū quoq; metietur.

THEON ex Zamberto. ¶ Sint quilibet numeri proportionales a, b, c, d. at a ipsum d metiatur. Dico q; & a ipsū b metietur. Si autē nō metitur a ipsum b: neq; alius vllus per 6 octavi/aliū illū metietur. quod per hypothesin est impossibile. supponitur enim a ipsum d metiri. metietur autē a ipsum d. metietur igitur & a ipsum b. quod oportuit demonstrasse.

Eucl. ex Camp.

Propositio 8.

Si inter duos numeros numeri quotlibet in cōtinua proportionalitate ceciderint: totidem inter omnes duos in eadē pportione relatos cadere necesse est.

CAMP. ¶ Sint a & b, inter quos cadūt c & d in cōtinua pportione habētes se in proportione e ad f. dico q; totidē cadūt inter e & f: in eadē proportione: quot inter a & b. Sint enī g, h, k, l, totidē minimi: quot sunt a & b q; inter eos cadūt: sumpti quēadmodū docet 2 huius/cōtinua proportionales in eadē proportione. erūtq; p 3/g & l: cōtra se primi. & p æquā pportionalitatē erit g ad l: sicut a ad b. ideoq; & sicut e ad f. & quia ipsi sunt in sua proportione minimi per 23 sep: sequitur per 21 eiusdē vt g numeret e, & l, f equaliter. toties igitur numeret h: m. et k: n. positūq; m et n inter e & f: cōstat per 18 septimi/e, m, n, f, esse cōtinue pportionales quemadmodum sunt h, k, l, & ideo quemadmodum a, c, d, b. quare patet quod dictum est.

CAMPANI anotatio. ¶ Ex hac cōstat nullā supparticularē posse per equalia diuidi. si enī hoc esset: oporteret iter duos numeros sola vnitatē distantes numerum cadere mediū. quod esse nō potest. ideoq; tonus in musica quē sesquioctava continet proportio: in duo vera semitonia diuidi nō potest. sed necessario diuiditur in minus semitonium & maius.

Eucl. ex Zamb.

Theorema 6. Propositio 8.

¶ Si inter duos numeros/cōtinue proportionales ceciderint numeri: quot in eos ceciderint numeri: tot & inter eandē rationem habentes eis continue proportionales cadent.

THEON ex Zāb. ¶ Inter binos inq; numeros a, b: cōtinue proportionales cadāt numeri c, d. Fiatq; sicut a ad b: sic e ad f. Dico q; quot iter ipsos a, b, continue proportionales numeri cadūt: tot quoq; iter ipsos e, f, cōtinue proportionales cadēt. Quot enī sūt multitudinē ipsi a, b, c, d, rot sumātur p 35 septimi/minimi numeri eadē rationē habētū ei dē a, b, e, d. sintq; g, h, k, l. Igitur extremi ipsorū hoc est g, l: primi sūt adiuicē p 3 octavi. Et qm ipsi a, c, et d, b, ipsi g, h, et k, l, eadē sūt ratio/e/et qm est multitudo ipsorū a, c, et d, b, multitudinē ipsorū g, h, et k, l: ex qm igitur p 14 septimi/est sicut a ad b sic est g ad l. Sicut autē a ad b: sic e ad f. Ipsi autē g, l, primi sūt. primi autē: et minimi. minimi vero nūeri: eadē rationē hātes eis qm metiūtur maior maiorē et minor minorē p 21 septimi hoc est a ncedēs a ncedēt et sequēs sequētē. Aequē igitur g ipsū e metietur et l ipsum f. Quoties autē g ipsū e metitur toties & vterq; ipsorū h, k, vtrūq; ipsorū m, n, metiat. Ipsi igitur g, h, k, l: ipsos e, m, n, f, æq; metietur.

tur. Igitur per 18 septimi ipsi g, h, k, l: ipsi e, m, n, f, in eadem sunt ratione. Sed ipsi g, h, k, l: ipsi a, c, d, b, in eadem sunt ratione. & ipsi a, c, d, b, igitur: ipsi e, m, n, f, in eadem sunt ratione. Ipsi autem a, c, d, b: continue sunt proportionales. et ipsi a, c, d, b, igitur: ipsi e, m, n, f, in eadem sunt ratione. Quot igitur inter ipsos a, b, continue proportionales numeri ceciderint: tot & inter e, f, continue proportionales cadunt. quod oportuit demonstrasse.

Eucl. ex Camp.

Propositio 9.

Inter duos numeros contra se primos numeri quotlibet continua proportionalitate ceciderint: inter utrumque eorum & unitatem totidem continua proportionalitate cadere necesse est.

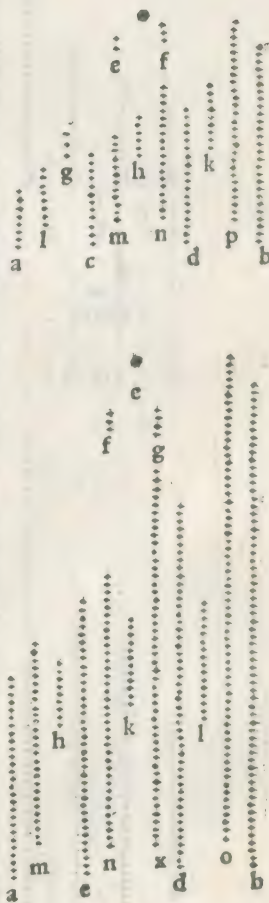
CAMPANVS. Sint a & b contra se primi: inter quos cadat in continua proportionalitate c & d. Dico q: totidem erit continue proportionales inter a & unitatem: itemq: totidem inter b & unitatem. Sint enim in illa proportionem minimi e & f, sumpti ut docet 34. septimi: ex quibus sumantur tres continue proportionales & minimi in eorum proportionem prout docet 2 huius/ qui sint g, h, k. deinde quatuor: qui sint l, m, n, p. & hoc toties fiat: usquequo sic sumpti fiant totidem quot sunt numeri propositi. ut sunt hic l, m, n, p. Constat itaq: (cu sint a, c, d, b, in sua proportionem minimi per primam huius/ sintq: l, m, n, p, totide minimi in eadem/ non sit autem possibile esse aliquid minus minimo) q: numeri l, m, n, p, æquales erunt numeris a, c, d, b, quicq: suo relativo. est igitur l æqualis a: & p æqualis b. Manifestum autem est ex secunda huius/ q: ex f in se fit k. & ex eodem in k: p. per diffinitionem igitur eius quod est multiplicatio/ erit f in k, k quoq: i p: quoties unitas est in f. itaq: unitas/ f, k, p: sunt continue proportionales. similiter autem & unitas/ e, g, l. Sumptis ergo a & b loco l & p sibi æqualium erunt inter a & unitatem g & e, & inter b & unitatem k & f continue proportionales totidem: quot sunt inter a & b. quod est propositum.

Eucl. ex Zamb.

Theorema 7. Propositio 9.

Si bini numeri primi adinuicem fuerint/ & inter eos continue proportionales ceciderint numeri: quot inter eos continue proportionales ceciderint numeri: tot quoq: inter utrumque eorum & unitatem continue proportionales cadent.

THEON ex Zāb. Sint bini numeri primi adinuicem a, b. & inter eos continue proportionales cadat c, d. & ponat e unitas. Dico q: quot inter a, b, continue proportionales ceciderint numeri: tot quoq: inter utrumque ipso rū a, b, & e unitatē continue proportionales numeri cadent. Sumatur p 35 septimi/ bini numeri minimi in ipso rū a, c, d, b, ratione existētes: sintq: f, g, tres autem: sintq: h, k, l. & semper ordinatim vno plus: ex quo æqualis fiat multitudo ipso rū/ multitudini ipso rū a, c, d, b. sumatur: sintq: m, n, x, o. Manifestū iā est q: f seipsū multiplicās/ facit ipsū h: ipsū autē h multiplicās/ ipsū efficit m. & g seipsū multiplicās/ ipsū l efficit: ipsum autē l multiplicās/ ipsū o facit. Et quoniam ipsi m, n, x, o, p hypothese minimi sunt eadē rationē habētū ipsi g, f, sunt autem per 1 octauū/ & ipsi a, c, d, b, minimi eadē rationē habētū ipsi g, f, & æqualis est multitudo ipso rū m, n, x, o, multitudini ipso rū a, c, d, b: vnusq: igitur ipso rū m, n, x, o vnusq: ipso rū a, c, d, b, est æqualis. Aequalis igitur est m ipsi a: & o ipsi b. Et quoniam f seipsū multiplicās/ ipsum efficit h: igitur per 16 septimi/ f ipsum h metitur per eas quæ in f sunt unitates. metitur autem & e unitas ipsum f per eas q: in ipso sunt unitates. pariter igitur per 15 septimi/ e unitas ipsum f numerū metitur: & f ipsum h. Est igitur sicut e unitas ad f numerum sic est f ad h. Rursus quoniam f ipsum h multiplicās/ ipsū efficit m: igitur h ipsum m metitur per eas quæ in f sunt unitates. p. ij.



Metitur autem e vnitas ipsum f numerum per eas quæ in ipso sunt vnitates. æque igitur per eandem e vnitas ipsum f metitur numerum: & h ipsum m. Est igitur sicut e vnitas ad f numerum sic est h ad m. Ostensum autem est qd & sicut e vnitas ad f numerum: sic est f ad h & h ad m. At m, ipsi a est 11 quinti/e vnitas ad f numerum: sic est f ad h & h ad m. At m, ipsi a est equalis. est igitur sicut e vnitas ad f numerum: sic est f ad h & h ad a. Id propterea per 7 & 11 quinti/& sicut e vnitas ad g numerum: sic g ad l, et l ad b. Quot igitur iter ipsos a, b, continue proportionales ceciderit numeri: tot & inter vtrunq; ipsorum a, b, & ipsam e vnitatem continue proportionales numeri cadunt. Quod erat demonstrandum.

Eucl. ex Camp.

Propositio 10.

Si inter vtrunq; eorum & vnitatem quotlibet numeri continua proportionalitate ceciderint: ambobus numeris totidem continua proportionalitate interesse necesse est.

CAMP. Si duo numeri a & b. sintq; c & d c d inter a & vnitatem quoq; & f inter b & vnitatem: continue proportionales. Dico totidem esse inter a & b continue proportionales. Hæc est conuersa prioris, excepto qd ad subiectum præmissæ/appositum erat a & b esse contra se primos: quod non apponitur hic ad passionem. quapropter vniuersalior est passio huius: subiecto illius. Quia igitur quoties vnitas in d, toties est d in c & toties c in a: constat qd ex d in se: sic c, & ex eodẽ d in c, a. Similiter quoq; ex f in se & in e: sicut e & b. Ducatur itaq; d in f: & productus sit g. itemq; idem d ducatur in g & e: & sint producti h & k. Cõstat igitur ex 18 septimi qd c ad g, vt d ad f: & ex 19 qd g ad e, vt d ad f. quare c, g, e, sunt continue proportionales in proportionẽ d ad f. Item per 18 iterum sunt a ad h sicut c ad g, & h ad k sicut g ad e: & per 19 k ad b sicut d ad f. igitur sunt a, h, k, b, continue proportionales. Quare constat propositum.

Eucl. ex Zamb. Theo. 8. Propo. 10. Conuersa præcedẽtis.

Si inter binos numeros & vnitatem continue proportionales numeri ceciderint: quot inter vtrunq; ipsorum & vnitatem continue proportionales ceciderint numeri: tot & inter eos continue proportionales cadent.

THEON ex Zamberto. Inter binos in quã numeros a, b, & vnitatem c: continue proportionales cadant numeri d, e, & f, g. Dico qd quot inter vtrunq; ipsorum a, b, & ipsam c vnitatem: continue proportionales ceciderint numeri: tot quoq; inter a, b, continue proportionales cadent. Igitur d ipsum f multiplicans: ipsum efficiat h. vterq; autẽ ipsorum d, f, ipsum h multiplicans: efficiat ipsos k, l. Et quoniam est sicut e vnitas ad d numerum sic est d ad e: æque igitur c vnitas ipsum d metitur numerum: & d ipsum e. Ipsa autem c vnitas ipsum d numerum metitur per eas quæ in ipso sunt d vnitates. & d igitur numerus e metitur per eas qd in d sunt vnitates. Igitur d seipsum multiplicans: ipsum e fecit. Rursum quoniam est sicut c vnitas ad d numerum sic est e ad a: æque igitur c vnitas ipsum d numerum metitur: & e ipsum a. At c vnitas: ipsum d numerum metitur per eas quæ in ipso d sunt vnitates. & e igitur ipsum a metitur per eas quæ in ipso a sunt vnitates. Igitur d ipsum e multiplicans: ipsum a facit. Id propterea tam & f seipsum multiplicans: ipsum g facit. ipsum autem g multiplicans: ipsum b facit. Et quoniam d seipsum multiplicans ipsum e fecit: ipsum h: est igitur h: sicut d ad f: sic h ad g. Et sicut igitur p 11 quinti e ad h: sic h ad g. Rursum quoniam d vtrunq; ipsorum e, h, multiplicans: vtrunq; ipsorum a, k, fecit: est igitur per 17 septimi: sicut e ad h sic a ad k. Sed sicut e ad h: sic est d ad i: & sicut igitur

ent per 11 quinti d ad f: sic a ad k. Rursus quoniam vterque ipsorum d, f, ipsum h multiplicans: vtrunque ipsorum k, l, fecit: est igitur per 17 septimi / sicut d ad f: sic k ad l. Sed sicut d ad f: sic a ad k: & sicut igitur per 11 quinti / a ad k: sic k ad l. Insuper quoniam f vtrunque ipsorum h, g, multiplicans: vtrunque ipsorum l, b, fecit: est igitur per 17 septimi / sicut h ad g: sic l ad b. Sicut autem h ad g: sic d ad f: & sicut igitur per 11 quinti / d ad f: sic l ad b. patuit autem q. sicut d ad f: sic a ad k, & k ad l, & l ad b. igitur ipsi a, k, l, b: continue sunt proportionales. Quot igitur inter vtrunque ipsorum a b & c vnitatem / continue proportionales cadunt numeri: tot & inter a, b, continue cadunt. quod demonstrasse oportuit.

Hec vndecima ex Campano: duabus ex Zamberto sequentibus respondet.

Eucl. ex Camp.

Propositio 11

Si fuerint ambo quadrati: erit proportio vnus ad alterum tanquam sui lateris ad latus illius proportio duplicata. Si veroambo fuerint cubi: erit proportio alterius ad alterum tanquam sui lateris ad latus alterius proportio triplicata.

CAMPANVS. **S**int duo quadrati a & b: & duo cubi c & d. latera tam quadratorum quam cuborum: sint e quidem, a & c. f vero: b & d. Dico q. proportio a ad b erit sicut e ad f duplicata: c vero ad d sicut eadem triplicata. Manifestum enim est q. ex e in se fit a: & ex ipso e in a, c. sic quoque ex f in se fit b: & ex ipso f in b, d. ducatur igitur e in f: & pueniat g. & in g & b: & pueniant h & k. eritque per 18 septimi a ad g, sicut e ad f: & per 19 g ad b, sicut e ad f. igitur ex diffinitione a ad b: sicut e ad f duplicata. quod est primum. **S**ecundum eodem modo constat. Sunt enim per 18 iterum e ad h sicut a ad g: & h ad k sicut g ad b. & per 19 k ad d sicut e ad f. quare c, h, k, d: sunt etiam continue proportionales in proportione e ad f. per diffinitionem igitur erit e ad d: sicut e ad f triplicata. quod est secundum.

Eucl. ex Zamb.

Theorema 9. Propositio 11.

Duorum numerorum quadratorum: vnus medius proportionalis est numerus. Et quadratus ad quadratum duplam habet rationem: quam latus ad latus.

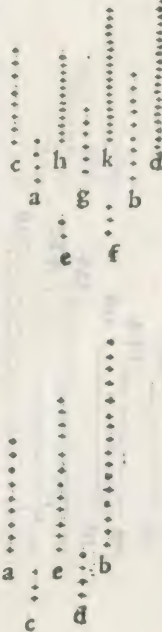
THEON ex Za. **S**int quadrati numeri a, b, & ipsius quidem a: latus sit c. ipsius vero b: sit latus d. Dico q. ipsorum a, b, vnus medius proportionalis est numerus: & a ad b duplam habet rationem quam c ad d. Ipse autem c ipsum d multiplicans: ipsum efficiat e. Et quoniam a quadratus est: latus autem eius est c: igitur c seipsum multiplicans ipsum efficit a. id propterea & d seipsum multiplicans: ipsum b facit. Quoniam igitur e vtrunque ipsorum c, d, multiplicans vtrunque ipsorum a, e, efficit: est igitur per 17 septimi sicut e ad d sic est a ad e. Rursus quoniam c ipsum d multiplicans ipsum efficit e, at d seipsum multiplicans ipsum efficit b: duo iam numeri c, d, vnum & eundem multiplicantes d, ipsos e, b, efficiunt. Est igitur per 18 septimi / sicut c ad d: sic est e ad b. Sed sicut e ad d: sic est a ad e. & sicut igitur per 11 quinti / a ad e: sic est e ad b. Ipsorum igitur a, b: vnus medius proportionalis est numerus c. **D**ico iam q. a ad b duplam rationem habet: quam c ad d. Quoniam enim tres numeri proportionales sunt a, e, b: igitur per 10 diffinitionem quinti / a ad b duplam rationem habet quam c ad d. Sicut autem a ad e: sic c ad d. Igitur a ad b duplam rationem habet: quam c latus ad d latus. quod oportuit demonstrasse.

Eucl. ex Zamb.

Theorema 10. Propositio 12.

Duorum cuborum numerorum: bini medij proportionales.

p. 11j.



les sunt numeri. Et cubus ad cubū triplā rationem habet: q̄
latus ad latus.

THEON ex Zamberto. ¶ Sint bini cubi numeri: a, b. & ipsius quidē
a, latus esto c: ipsius autem b, latus esto d. Dico q̄ ipsorū a, b: bini me-
diij proportionales sūt numeri. & a ad b triplam rationē habet: q̄ c ad d.
Igitur c seipsum multiplicans: ipsum efficiat e: ipsum autem d multipli-
cans: ipsum efficiat f. at d seipsum multiplicans: ipsum g faciat. Vterq̄
autē ipsorum c, d, ipsum f multiplicans: vtrunq̄ ipsorum h, k, faciat. Et
quoniam a cubus est / ipsius autem latus est c: igitur c seipsum multipli-
cans ipsum efficit e, ipsum autem e multiplicans ipsum a conficit.
Id propterea & d seipsum multiplicans / ipsum g efficit: ipsum autem g
multiplicans / ipsum efficit b. Et quoniam e vtrunq̄ ipsorum c, d, multipli-
cans / vtrunq̄ ipsorum e, f, facit: est igitur per 17 septimi / sicut c ad d, sic
est e ad f. Id propterea iam & per eandem / sicut c ad d: sic f ad g. Rursus
quoniam c vtrunq̄ ipsorum e, f, multiplicans / vtrunq̄ ipsorum a, h, facit:
est igitur sicut e ad f, sic a ad h. sicut autem e ad f, sic c ad d. Et sicut igitur
per 11 quinti / c ad d: sic est a ad h. Rursus quoniam vterq̄ ipsorum c, d
ipsum f multiplicans / vtrunq̄ ipsorum h, k, facit: est igitur per 18 septi-
mi / sicut c ad d, sic est h ad k. Rursus quoniam d vtrunq̄ ipsorum f, g, multipli-
cans / vtrunq̄ ipsorum k, b, facit: est igitur per 17 septimi / sicut f ad g,
sic est k ad b. sicut autem f ad g: sic est c ad d. & sicut igitur per 11 quinti /
c ad d: sic k ad b. Paruit autem q̄ & sicut c ad d: sic est a ad h, & h ad k,
& k ad b. Ipsorū igitur a, b, bini mediij proportionales sunt: hoc est h, k.
¶ Dico iam q̄ & a ad b triplam rationem habet: q̄ c ad d. Quoniam
enim quatuor numeri proportionales sunt a, h, k, b: igitur per 10 diffi-
nitionem quinti / a ad b triplam habet rationem q̄ a ad h. sicut autem
est a ad h: sic est c ad d. Igitur a ad b triplam rationem habet q̄ c ad d.
Quod oportuit demonstrasse.

Eucl. ex Camp.

Propositio 12.

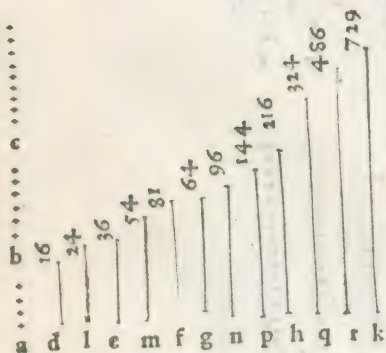
Si numerorum continue proportionalitatis quiscq̄
in seipsum ducatur: qui inde producentur sub
continua proportionalitate esse. Qz si item in ip-
sos productos principia sua ducantur: inde quoq̄ produ-
ctos continue proportionalitatis esse necesse est. Idemq̄ in
omnibus hoc modo productis extremitatibus.

CAMPANVS. ¶ Sint a, b, c, continue proportionales: quorum quiscq̄
in se ducatur. & proueniant ex a quidem: d, ex b vero: e. & ex c: f. Dico
q̄ d, e, f, sunt continue proportionales. qz si item a ducatur in d & pro-
ueniat g, b quoq̄ in e & proueniat h, & c in f & proueniat l: dico etiā
q̄ g, h, l, erunt continue proportionales. Sit enim ex a in b: l. & ex
c in eundem: m. eruntq̄ per 18 et 19 septimi / d, l, e, m, f: continue pro-
portionales in proportionē a, b, c. itaq̄ per æquam proportionalitatem
argue d ad e: sicut e ad f. quod est primū. ¶ Reliquū sic. Ducatur a in f et
e: & proueniat n & p. e quoq̄ ducatur in e & m: & proueniat q & r. eruntq̄
per eandem g, n, p, h, q, r, k: continue quoq̄ proportionales in propor-
tionē primorum. per æquam igitur proportionalitatem concludē g ad h:
sicut h ad k. quod est reliquum. Eadem erit ratio: quotiescunq̄ primi in
productos ducantur.

Eucl. ex Zamb.

Theorema 11. Propositio 13.

¶ Si fuerint quilibet numeri cōtinue proportionales: & mul-
tiplicans vnusquisq̄ seipsum fecerit aliquos: qui sunt ex ip-
sis proportionales erunt. Et si qui in principio genitos mul-
tiplicantes fecerit aliquos: & ipsi quoq̄ proportionales erūt.



& semper circa extremos hoc euenit.

THEON ex Zamberto. ¶ Sint quilibet numeri continue proportionales a, b, c : sicut a ad b sic b ad c . & ipsi quidem a, b, c , se ipsos multiplicantes efficiant ipsos d, e, f , ipsos autē d, e, f , multiplicantes: ipsos efficiant g, h, k . Dico quod & ipsi d, e, f , & ipsi g, h, k : continue sunt proportionales. Ipse namque ipsum b multiplicans: ipsum efficiat l , utrumque autem ipsorum a, b , ipsum multiplicans: ipsum efficiat x , utrumque autem ipsorum b, c , ipsum x multiplicans: utrumque ipsorum o, p , faciat. Similiter ita ex precedentis theorematibus de cursu ostendimus quod ipsi d, l, e , & g, m, n, h : continue sunt proportionales in ipsius a ad b ratione. & ipsi e, x, f , & h, o, p, k , sunt proportionales in ipsius b ad c ratione. Et est sicut a ad b : sic est b ad c . & ipsi d, l, e , igitur: ipsi e, x, f , eadem sunt ratione. & insuper ipsi g, m, n, h , ipsi h, o, p, k , & æqualis est quidem ipsorum d, l, e , multitudo: multitudini ipsorum e, x, f . ei autem quæ ipsorum est g, m, n, h : ea quæ ipsorum est h, o, p, k . Ex æquali igitur per 14 septimi/ est sicut quidē d ad e sic est e ad f . Sicut autem g ad h : sic est h ad k . quod demonstrare oportebat.

Eucl. ex Camp.

Propositio 13.

Siquis quadratus numerus alium quadratum numeret: latus quoque suum/ latus illius numerare probatur. Si vero latus suum latus illius numeret: quadratus numerat quadratum.

CAMPANVS. ¶ Sint duo numeri a & b quadrati: latera quoque eorum c & d . dico quod si a numerat b : c quoque numerabit d . & e converso. Constat enim quod ex c in f sit a : ex d quoque in g sit b . fiat igitur: e ex c in d . erunt per 18 & 19 septimi/ a, e, b : continue proportionales in proportionem c ad d . Si igitur a numerat b : idem ipse per 7 huius/ numerabit e . quare & c ad d . quod est primum. ¶ Conuersa sic patet. si c numerat d : a numerabit e , propter id quod proportio a ad e sicut c ad d . & si numerat e ipse numerabit b , propter hoc quod sunt continue proportionales.

Eucl. ex Zamb. Theorema 12. Propositio 14.

Si quadratus numerus quadratum numerum mensuratur: & latus latus metietur. Et si latus latus metietur: & quadratus quadratum metietur.

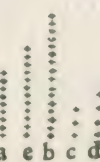
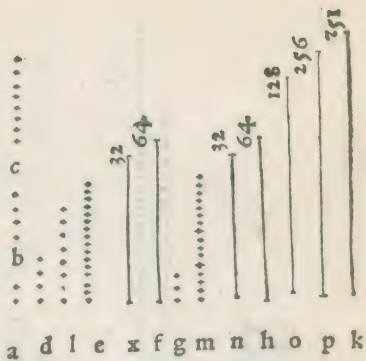
THEON ex Zamberto. ¶ Sint quadrati numeri a, b . latera vero ipsorum: sint c, d . at a ipsum b metiatur. Dico quod & c ipsum d metietur. Igitur c ipsum d multiplicans: efficiat ipsum e . Igitur per 17 & 18 septimi/ & 11 quinti/ ac 13 octavi/ ipsi a, e, b , continue proportionales sunt in ipsius c ad d ratione. Et quoniam ipsi a, e, b , continue sunt proportionales: metitur a ipsum b . metitur igitur per 7 octavi/ & a ipsum e . Estque sicut a ad e : sic c ad d . metitur igitur & c ipsum d . ¶ Sed ita metiatur & c ipsum d . Dico quod & a ipsum b metitur. eisdem namque dispositis similiter ostendimus quod ipsi a, e, b : continue sunt proportionales in ipsius c ad d ratione. & quoniam est sicut e ad d sic est a ad e . metitur autē c ipsum d : metitur igitur & a ipsum b . & sunt ipsi a, e, b : continue proportionales. metitur igitur & a ipsum b . Si quadratus igitur: & qui sequitur reliqua. quod oportebat demonstrare.

Eucl. ex Camp.

Propositio 14.

Si cubus alium cubum numeret: latus quoque suum/ latus alterius numerabit. Si vero latus suum/ latus alterius numeret: cubus numerabit cubum.

CAMPANVS. ¶ Sint duo numeri a & b cubi: latera quoque eorum c & d . dico quod si a numerat b : c quoque numerabit d . & e converso. ducatur enim b in f & fiat c : d quoque in g & fiat f . constat igitur quod ex c in e sit a : & ex p . iij.



d in g, b. fiat itaq; si ex c in d. eruntq; per 17 & 19 septimi e, f, g: cōtinue proportionales in proportionē c ad d. sed & h & k: proueniant ex c in f & g. per easdē igitur erūt a, h, k, b: continue quoq; proportionales in eadem proportionē, itaq; si a numerat b: idem per 7 huius numerabit h. quare & c: d. est enim c ad d: sicut a ad h. constat igitur prima pars. Cōuersa patet: sicut conuersa prioris. Nam si c numerat d: a quoq; numerabit h. quem si numerat: necesse est ut numeret b.

Eucl. ex Zamb.

Theorema. 13. Propositio 15.

¶ Si cubus numerus cubum numerum mensus fuerit: & latus latus metietur. Et si latus latus mensum fuerit: & cubus cubum metietur.

¶ THEON ex Zamberto. ¶ Cubus enim numerus a: cubū b metiatur. & ipsius quidem a: latus sit c. ipsius autem b: sit d. Dico q; c ipsum d metitur. Igitur c seipsum multiplicans: ipsum efficiat e. & insuper c ipsum d multiplicans ipsum efficiat f. At d seipsum multiplicans ipsum efficiat g. Vterq; autem ipsum c, d, ipsum f multiplicans: utrunq; ipsum h, k, faciat. Manifestum iam est per 17 & 18 septimi & 12 octauis q; ipsi e, f, g, & a, h, k, b: continue sunt proportionales in ipsius c ad d ratione. Et quoniam ipsi a, h, k, b, continue sunt proportionales: & metitur a ipsum b: metitur igitur per 7 octauis & a ipsum h. & est sicut a ad h: sic est c ad d. Metitur igitur & c ipsum d. ¶ Sed iam metiatur c ipsum d. Dico q; & a ipsum b metitur. Eisdē namq; dispositis: similiter ostendemus q; ipsi a, h, k, b, continue proportionales sunt in ipsius c ad d ratione. & quoniam c ipsum d metitur: estq; sicut c ad d sic a ad h: & a igitur ipsum h metitur. Quare & a ipsum b metitur. Si cubus igitur numerus & reliqua. quod oportuit demonstrasse.

Eucl. ex Camp.

Propositio 15

¶ Si numerus quadratus quendam alium quadratum non numeret: nec latus suum latus illius numerabit. Si vero latus suum latus illius non numeret: quadratus is quadratum illum non numerare ex necessitate conuincitur.

¶ CAMPANVS. ¶ Hæc 15 proponit negationes conuerti: quæ affirmationibus quas 13 huius conuerti proposuit opponuntur. Ut si sint duo numeri quadrati a & b, quorum latera c & d, si a non numerat b: c quoq; non numerabit d. e conuerso etiam si c non numerat d: nec a, b. Sit enim primo ut a non numeret b. si itaq; c numerat d: per secundam partem 13 huius: & a numerabit b. quod est contrariū positioni. siq; patet primū. ¶ Secūdū quoq; sic. sit ut c non numeret d. itaq; si a numeret b: per primam partem 13 necesse est ut c numeret d. necesse est igitur ut non numeret ipsum: cum non numerat ipsum. quod est impossibile.

¶ CAMPANI annotatio. ¶ Quemadmodum autem necesse est conuerti negationes oppositas affirmationibus quas 13 demonstrauit conuerti: sic quoq; necesse est eas negationes quæ opponuntur illis affirmationibus quas præmissa conuerti demonstrauit/conuertantur. Vnde si cubus non numerat cubū: nec latus eius numerabit latus illius. e conuerso quoq; si latus vnus non numerat latus alterius: nec ipse cubus numerabit alterum cubum. demonstratur autem hoc per præmissam a destructione consequentis: sicut quod propositum est per 13. ideoq; hoc auctor non proposuit: sed per id quod propositū est ipsum dedit intelligi.

Hæ sequētes ex Zamberto duæ propositiones præcedenti ex Campano cum annotatione eiusdem respondent.

C. 14.
Z. 15.

a h k b c d e f g

a.... b.....
c... d...

LIBER VIII.

Eucl. ex Záb. Theo. 14. Propositio 16. Conuersa. 14.

16 **S**i quadratus numerus quadratum numerum mensus non fuerit: neque latus latus metietur. Et si latus latus mensum non fuerit: neque quadratus quadratum metietur.

THEON ex Zamberto. **S**int quadrati numeri a, b: eorum autem latera sint c, d. At a: ipsum b non metiatur. Dico quod neque c: ipsum d metietur. Si autem c ipsum d metitur: metitur per 14 octauum & a ipsum b. non metitur autem per hypothesein a: ipsum b. neque igitur c ipsum d metitur.

Non metiatur autem rursus c: ipsum d. Dico quod neque a ipsum b metietur. Si autem a ipsum b metitur: & c per 14 octauum ipsum d. Non metitur autem c: ipsum d, per hypothesein. neque a igitur ipsum b metitur. quod erat demonstrandum.



Eucl. ex Zamb. Theo. 15. Propo. 17. Conuersa. 15.

17 **S**i cubus numerus cubum numerum non metiatur: neque latus latus metietur. Et si latus latus non metiatur: neque cubus cubum metietur.

THEON ex Zamberto. **C**ubus enim numerus a: cubum numerum b non metiatur. & ipsius quidem a, latus esto c: ipsius vero b, sit d. Dico, quod & c ipsum d non metitur. Si enim c ipsum d metitur: & a ipsum b metitur per 15 octauum. non metitur autem a ipsum b per hypothesein. neque igitur c ipsum d metitur. **S**ed iam non metiatur c ipsum d. Dico quod et a ipsum b non metitur. si enim a ipsum b metitur: et c ipsum d metitur per 15 octauum. non metitur autem c ipsum d per hypothesein. neque a igitur ipsum b metitur. quod oportuit demonstrasse.



Eucl. ex Camp.

Propositio 16.

16 **S**i duo numeri superficiales fuerint similes: necesse est tertium numerum secundum proportionalitatem continuam eis interesse. Eritque proportio unius numeri ad alterum sibi similem: velut unius lateris sui ad latus alterius ipsum respiciens proportio duplicata.

CAMP. **S**int duo numeri a et b: superficiales & similes. dico quod inter ipsos cadet vnus numerus in continua proportionione. latera enim a, sint c et d: b vero latera sint e et f. eruntque ex conuersione diffinitionis numerorum similiū c ad e: sicut d ad f. constat autem quod ex c in d fiat a. et ex e in f: b. fiat itaque g ex e in d. eritque p 19 septimi a ad g: sicut c ad e. et p 18 eiusdem g ad b sicut d ad f. quare a ad g: sicut g ad b. est itaque g: continua proportionalitate medius inter a et b. quod est propositum. **C**orrelarium autem patet: cum sit a ad b per diffinitionem sicut a ad g duplicata / quare eadem est illi quare est c ad e.



Eucl. ex Camp.

Propositio 17.

17 **S**i secundum continuam proportionalitatem tertius numerus duobus numeris intersit: illi duo numeri superficiales sunt & similes.

CAMPANVS. **H**æc est conuersa præmissæ. Vt si inter a et b sit c sub continua proportionalitate constitutus: a et b erunt superficiales et similes. sint enim d et e minimi in proportionione qua continuantur a, c, b: qui per 21 septimi numerabunt a et c æqualiter. sitque vt secundum f. & per eandem c et b æqualiter: et sit vt secundum g. erunt igitur per diffinitionem a et b superficiales. et erunt etiam per diffinitionem / d et f, latera numeri a: e quoque et g, latera numeri b. **Q**uare ipsi sunt similes: sic habeto. cum enim ex d in g sit c, et ex e in f sit idem: erit per secundam partem 20 septimi d ad e sicut f ad g. per diffinitionem igitur a et b sunt similes, quod est propositum.



Hoc autē vltimū quod est a et b esse similes: potest etiā haberi per 19 et 18 septimi/et p has hypothesēs q̄ a, c, b, sunt cōtinue proportionales in proportione d ad e minimorum numerantium a et c secundum f, et c et b secundum g.

Eucl. ex Camp.

Propositio 18.

a c b d e f g

Si fuerint duo numeri solidi similes: necesse est eis duos numeros secundum continuam proportionalitatem interesse. eritq; proportio vnius solidi ad alterum sibi similem: velut cuiuslibet sui lateris ad latus alterius respiciens se proportionaliter/ proportio triplicata.

CAMPANVS. ¶ Sint duo numeri a & b: solidi similes. dico q̄ inter ipsos cadent duo numeri in continua proportione. Sint enī latera numeri a: c, d, e. latera vero b: sint f, g, h. et utq; ex conuersione diffinitionis numerorum similitudinis/ c ad f, & d ad g: sicut e ad h. Sit igitur ex c in d, k: & ex f in g, l. eruntq; ex diffinitione/ k & l: superficiales & similes. quare per 16 huius/ vnus numerus cadit inter eos medius secundū proportionem c ad f. qui sit m. Manifestum autem est q̄ ex e in k: sit a, & ex h in l: sit b. igitur ex e in m & l, fiat n & p: erunt per 18 septimi/ a ad n sicut k ad m, & n ad p sicut m ad l. quare a, n, p: sunt continue proportionales in proportione c ad f. & quia per 19 eiusdem p ad b sicut e ad h, & ideo si cut c ad f: sequitur vt quatuor numeri a, n, p, b, sint continue proportionales secundum proportionem c ad f. sunt itaq; inter a & b duo numeri n & p: medij in continua proportionalitate suorum laterum interpositi. quod est propositum. Correlarium autem patet: cum proportio a ad b sit per diffinitionem sicut a ad n triplicata / quæ est eadem illi quæ est c ad f.

Eucl. ex Camp.

Propositio 19.

a n p b c d e f g h k m l

Si eis secundum continuam proportionalitatem duo numeri interfacent: quilibet duo numeri/ solidi sunt atq; similes.

CAMPANVS. ¶ Hæc est cōuersa præmissæ. vt si inter a & b sint duo numeri c & d medij in continua proportione: erunt a & b solidi & similes. Sumantur enim tres minimi in eadem proportione cōtinue proportionales: qui sunt e, f, g. eruntq; per 17/e & g: superficiales & similes. sint ergo h & k: latera e. at l & m: latera g. eruntq; per correlariū 16 huius/ e & g: sicut h ad l, aut sicut k ad m. Manifestum autem est ex tertia q̄ e & g: sunt contra se primi. ideoq; per 23 septimi/ in sua proportione minimi. & quia per æquam proportionalitatem sunt a ad d & c ad b sicut e ad g: sequitur per 21 septimi/ vt ipsi numerent a & d æqualiter. quod sit secundum n. & item c & b æqualiter: quod sit secundum p. Quia igitur ex h in k sit e, & ex e in n sit a: sequitur per diffinitionem vt a sit solidus eiusq; latera h, k, n. similiter quia ex l in m sit g, & ex g in p, b: sequitur etiam vt b sit solidus & eius latera l, m, p. Ipsos autem esse similes sic constabit. Cū ex g in n fiat d, & ex eodem in p, b: erit per 18 septimi/ n ad p sicut d ad b. & quia sic erant h ad l, & k ad m: per diffinitionem manifestum est a & b esse similes. quod est propositum.

¶ Quatuor præcedentes ex Campano Euclidis propositiones/ scilicet 16/17/18/19: quatuor sequentibus ex Zamberto propositionibus puta 18/19/20/21/ hoc ordine respondent. prima: primæ. secunda: tertiæ. tertia: secundæ. quarta: quartæ.

Eucl. ex Zamb. Theorema 16. Propositio 18.

CDuorum similium planorum numerorum: vnus medius proportionalis est numerus. Et planus ad planum duplam habet rationem: \bar{q} similis rationis latus ad similis rationis latus.

THEON ex Zamberto. **CS**int bini plani numeri a, b. et ipsius a, latera sint c, d: ipsius autem b, sint e, f. At similes plani sunt: qui proportionalia habent latera: per 22 definitionem septimi. est igitur sicut c ad d: sic est e ad f. Dico igitur \bar{q} ipso a, b, vnus medius proportionalis est numerus: et a ad b duplam rationem habet: \bar{q} c ad e, vel d ad f, hoc est \bar{q} similis rationis latus: ad similis rationis latus. Et quoniam est sicut c ad d sic est e ad f: vicissim igitur est per 13 septimi / sicut c ad e sic est d ad f. Et quoniam a planus est: ipsius autem latera sunt c, d: igitur d ipsum c multiplicans: ipsum a facit. Id propterea ita & e ipsum f multiplicans: ipsum efficit b. At d ipsum e multiplicans: ipsum efficit g. & quoniam d ipsum quidem c multiplicans ipsum efficit a, ipsum autem e multiplicans ipsum conficit g: est igitur per 17 septimi / sicut c ad e sic est a ad g. Sed sicut c ad e sic est d ad f, & sicut igitur per 11 quinti / d ad f: sic a ad g. Rursus quoniam e ipsum quidem d multiplicans ipsum efficit g, ipsum autem f multiplicans ipsum b conficit: est igitur per 17 septimi / sicut d ad f, sic est g ad b. ostensum autem est \bar{q} & sicut d ad f sic est a ad g. & sicut igitur per 11 quinti / a ad g: sic est g ad b. Igitur ipsi a, g, b, continue sunt proportionales. Ipsorum igitur a, b: vnus medius proportionalis est numerus. **CD**ico iam insuper \bar{q} a ad b duplam rationem habet: \bar{q} similis rationis latus ad similis rationis latus / hoc est \bar{q} c ad e, vel \bar{q} d ad f. Quoniam enim ipsi a, g, b, in principio proportionales sunt: igitur per 10 definitionem quinti / a ad b duplam habet rationem \bar{q} a ad g. & est sicut a ad g: sic est c ad e, & d ad f. & a igitur ad b duplam rationem habet \bar{q} c ad e vel d ad f. quod erat demonstrandum.

Eucl. ex Zamb. Theorema 17. Propositio 19.

CDuorum similium solidorum numerorum: bini medij proportionales sunt numeri. Et solidus ad solidum simile triplam rationem habet: \bar{q} similis rationis latus ad similis rationis latus.

THEON ex Zamberto. **CS**int bini similes solidi numeri: a, b. & ipsius a quidem a: latera sint c, d, e, numeri. ipsius autem b: sint f, g, h. & quoniam per 22 definitionem septimi / similes solidi sunt qui latera habent proportionalia: est igitur sicut c ad d sic est f ad g, sicut autem d ad e sic est g ad h. Dico \bar{q} ipsorum a, b, bini medij proportionales sunt numeri. & a ad b triplam rationem habet: \bar{q} c ad f, vel d ad g, vel insuper e ad h. Igitur c ipsum d multiplicans: ipsum efficit k. at f ipsum g multiplicans: ipsum efficit l. Et quoniam ipsi c, d, ipsi f, g, in eadem sunt ratione / ex ipsis c, d, gignitur k, ex ipsis autem f, g, gignitur l: igitur k, l, similes plani sunt numeri. Ipsorum igitur k, l: vnus medius proportionalis est numerus per 18 octauae. sit m. Igitur m ex ipsis d, f, gignitur: quemadmodum ex precedenti patuit theoremate. Est igitur sicut k ad m: sic est m ad l. Et quoniam d ipsum quidem c multiplicans fecit ipsum k, ipsum autem f multiplicans fecit ipsum m: est igitur per 17 septimi / sicut c ad f, sic est k ad m. sed sicut k ad m: sic m ad l. Ipsi igitur k, m, l, continue sunt proportionales: in ipsius c ad d ratione. Et quoniam est sicut c ad d sic est f ad g: vicissim igitur per 13 septimi / est sicut c ad f, sic est d ad g. Rursus quoniam est sicut d ad e sic g ad h: vicissim igitur per 13 septimi / est sicut d ad g sic est e ad h. Ipsi igitur k, l, m: continue sunt proportionales in ipsius c ad f, & d ad g ratione / & insuper ipsius e ad h. Vterque ita ipso a, b, ipsum m multiplicans: vtriusque ipsorum n, x, faciat. & quoniam a solidus est: latera autem eius ipsi c, d, e: igitur e eum qui ex c, d, multipli-

a g b c d e f

a n x b c d e f g h k m l

as / ipsū efficit a, at qui gignitur ex c, d: est k. Igitur e ipsū k multiplicās: ipsū efficit a. Id ppter a iā & h ipsū g gignit ex f, g hoc ē l multiplicās: ipsū efficit b. Et quoniam e ipsū k multiplicans ipsum a efficit / sed iam & ipsum m multiplicans ipsum n efficit: est igitur per 17 septimi / sicut k ad m sic est a ad n. Sicut autē k ad m: sic est c ad f, & d ad g, & in super e ad h. sicut igitur c ad f, & d ad g, & e ad h: sic est a ad n. Rursus quoniam uterq; ipsorum e, h, ipsum multipliās m, utruq; ipsorū n, x, facit: est igitur per 18 septimi / sicut e ad h sic est n ad x. Sed sicut e ad h: sic est c ad f, & d ad g, & sicut igitur per 11 quinti / c ad f, & d ad g, & e ad h: sic est a ad n, & n ad x. Rursus quoniam h ipsum m multiplicās ipsū sum conficit x, sed & ipsum l multiplicans ipsum efficit b: est igitur per 17 septimi / sicut m ad l sic x ad b. Sed sicut m ad l: sic est c ad f, & d ad g, & e ad h. & sicut igitur c ad f, & d ad g, & e ad h: sic non solum x ad b, sed & a ad n, & n ad x. Igitur ipsi a, n, x, b: continue sunt proportionales in prædictis laterum rationibus. ¶ Dico insuper qd & a ad b triplam rationem habet: qd similis rationis latus ad simi- lis rationis latus / hoc est qd c numerus ad f, vel d ad g, & insuper qd e ad h. Quoniam certe quatuor numeri continue sunt proportionales hoc est a, n, x, b: igitur per 10 diffinitionem quinti / a ad b triplam rationem habet qd similis rationis latus ad similis rationis latus / hoc est qd c numerus ad f numerum / & d ad g, & e ad h, quod erat demonstrandum.

Eucl. ex Zamb. Theorema 18. Propositio 20.

¶ Si binorum numerorum vnus medius proportionalis fuerit numerus: similes plani erunt ipsi numeri.

¶ THEON ex Zamberto. ¶ Duorum inq; numerorū a, b: vnus medius proportionalis esto c numerus. Dico qd ipsi a, b: similes plani sūt numeri. Sumantur per 35 septimi inq; minimi numeri eandem rationem habentium ipsi a, c, b, duo: sintq; d, e. Est igitur sicut d ad e: sic est a ad c. sed sicut a ad c: sic est c ad b. & sicut igitur per 11 quinti / d ad c: sic c ad b. Aque igitur d ipsū a metitur: & e ipsū c. quoties autē d ipsū a metitur: tot vnitates sint i f. igitur ipsū d multiplicās ipsū efficit a. Ipsū autē e multiplicās: ipsū facit c. quare a planus est: latera autē eius sūt d, f, p 22 diffinitionē septimi. Rursus quoniam ipsi d, e, minimi sunt eadem rationem habentium ipsi c, b: aque igitur per 21 septimi d ipsum c metitur & e ipsum b. Quoties autē e ipsum b metitur: tot vnitates sint in ipso g. Igitur e ipsum b metitur per eas quæ in g sūt vnitates, igitur g ipsum e multiplicās: ipsum efficit b. igitur b planus est per 22 diffinitionem septimi: latera autem eius sūt e, g. Igitur ipsi a, b: plani sunt duo numeri. ¶ Dico insuper qd & similes. Quoniam enim uterq; ipsorū f, g, ipsū e multiplicans / utruq; ipsorū c, b, efficit. est igitur per 17 septimi / sicut f ad g sicut est c ad b. Sicut autē c ad b: sic d ad e. & sicut igitur per 11 quinti d ad e: sic f ad g. Ipsi igitur a, b: similes plani sunt numeri. eorum enim latera proportionalia sunt. quod erat ostendendum.

Eucl. ex Zamb. Theorema 19. Propositio 21.

¶ Si duorū numerorum duo medij proportionales fuerint numeri: similes solidi sunt ipsi numeri.

¶ THEON ex Zamberto. ¶ Duorum inq; numerorū a, b: duo medij proportionales sint numeri c, d. Dico qd ipsi a, b: similes solidi sunt. Sumantur inq; per 35 septimi / aut 2 octau / minimi numeri eandem rationem habentium eisdem a, c, d, b, tres: sintq; e, f, g. Igitur per 3 octau / eorum extremi e, g, primi adinuicē sunt. & quoniam ipsorū e, g, vnus medius proportionalis est numerus: similes igitur plani sunt per 20 octau. Sint igitur ipsius quidem e: latera h, k. ipsius autem g: sint l, m. Manifestum igitur est ex hoc: qd ipsi e, f, g, continue proportionales sunt in ipsius h ad l ratione, & ipsius k ad m. Et quoniam ipsi e, f, g, minimi sunt eandem rationem habentium eisdem a, c, d: ex æquali igitur per 14 septimi

a n x b c d e f g h k m l

Hoc fiet: p 35 septimi / sumendo ipsorum aut a c aut c b, maximā dimētionem per quā inueniētur duo in eadē ratione minimi. hoc est d, e.

a c b d e f g

Hoc fiet: p 35 septimi / sumens do ipsorū aut a c d aut c d b, maximā dimētionē per quā inueniēt tres in eadē rōne minimi. Aut ipsorū vel a c vel c d vel d b sumēdo maximā dimētionē p quā sumēt duo i eadē rōne minimi / p quos p 2 oct. sumēt tres. hoc est e, f, g.

a c d b e f g h k l m e e, f, g.

mi/est sicut e ad g sic est a ad d. At e, g; per 3 octavi primi sunt. primi autem: & minimi. minimi vero per 21 septimi metiuntur eandem ratione habentes aequaliter: maior maiorem & minor minorem / hoc est antecedens antecedentem / & sequens sequentem. quoties igitur e ipsum a metitur: tot unitates sint in ipso n. Igitur eni ipsum e multiplicans: ipsum efficiat a. At e est ex h, k. Igitur eum qui ex h, k, gignitur multiplicans: ipsum efficit a. Solidus igitur est a. latera autem eius sunt h, k, n. Rursus quoniam ipsi e, f, g, minimi sunt eandem rationem habentium eisdem c, d, b: aequae igitur e ipsum c metitur / & g ipsum b. Quoties autem g ipsum b metitur: tot unitates sint in x. Igitur g ipsum b metitur p eas quae in x sunt unitates. Igitur x ipsum g multiplicans: ipsum efficit b. At g: est ex l, m. Igitur x eum qui ex l, m, gignitur multiplicans: ipsum conficit b. Solidus igitur est b. latera autem eius sunt l, m, x. Igitur ipsi a, b: solidi sunt. Dico insuper q & similes. quoniam n, x, ipsum e multiplicantes: ipsos efficiunt a, c: est igitur per 18 septimi / sicut n ad x sic est a ad c, hoc est e ad f. Sed sicut e ad f: sic est h ad l, & k ad m. & sicut igitur per 11 quinti / h ad l: sic k ad m & n ad x. & sunt quidem ipsi h, k, n, latera ipsius a: ipsi vero x, l, m, latera sunt ipsius b. Igitur ipsi a, b: numeri solidi sunt similes, quod oportuit demonstrasse.

Eucl. ex Camp.

Propositio 20.

Si trium numerorum continue proportionalium primus fuerit quadratus: tertium quoque quadratum esse.

CAMPANVS. ¶ Sint tres numeri continue proportionales a, b, c, sitq; a quadratus. Dico q; c est etiam quadratus. sunt enim per 17 a & c superficiales & similes. cum igitur a sit quadratus: per hypothesin: erit c quadratus.

Eucl. ex Zamb. Theorema 20. Propositio 22.

Si tres numeri continue proportionales fuerint / primusque fuerit quadratus: & tertius quadratus erit.

THEON ex Zamberto. ¶ Sint tres numeri continue proportionales a, b, c, primus autem sit quadratus. Dico q; & tertius quadratus est. quoniam enim ipsorum a, c, per 20 octavi / unus medius proportionalis est numerus b: igitur a, c, similes plani sunt. at quadratus est a. quadratus est & c. quod erat demonstrandum.

Eucl. ex Camp.

Propositio 21.

Si quatuor numerorum continue proportionalium primus fuit cubus: quartum cubum esse necesse est.

CAMPANVS. ¶ Sint quatuor numeri continue proportionales a, b, c, d, sitq; a cubus. dico q; d est etiam cubus. constat enim per 19 q; a & d sunt solidi similes. & quia a est cubus per hypothesin: erit etiam d cubus.

Eucl. ex Zamb. Theorema 22. Propositio 23.

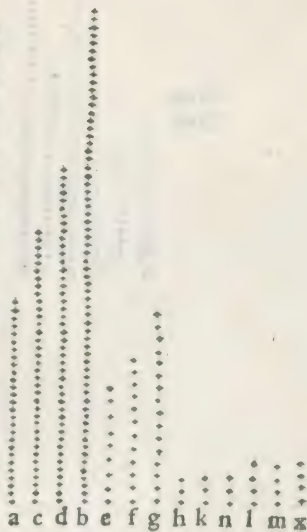
Si quatuor numeri continue proportionales fuerint / primus autem cubus fuerit: & quartus cubus erit.

THEON ex Zamberto. ¶ Sint quatuor numeri proportionales continue: a, b, c, d. sit autem a cubus. dico q; & d: cubus erit. Quoniam enim ipsorum a, d, similes sunt solidi numeri: at a cubus est / cubus igitur est & d. quod demonstrasse oportuit.

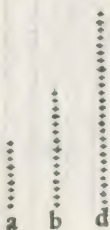
Eucl. ex Camp.

Propositio 22.

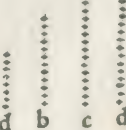
Si duorum numerorum quorum proportio sicut quadrati ad quadratum / fuerit vnus quadratus: alterum quoque quadratum esse.



a b c



a b d

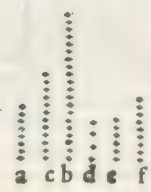
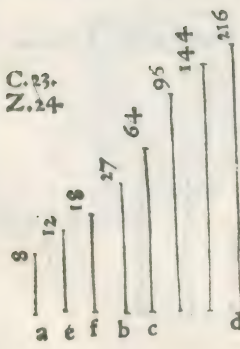
Camp. 21.
Zamb. 23.

d b c d

C. 22.
Z. 24



C. 23.
Z. 24



ARITH. ELE. EV.

CAMPANVS. ¶ Sint duo numeri a & b in proportione duorum quadratorum qui sunt c & d. sitq; a vel b quadratus. dico reliquum esse quadratum. Cum enim c & d sint quadrati: sequitur eos esse superficiales. Ideoq; per 16 cadet vnus medius inter eos in continua proportione. quare per 8 & inter a & b. per 26 igitur constat positum.

Eucl. ex Zamb. Theorema 22. Propositio 24

¶ Si bini numeri rationem habuerint quā quadratus numerus ad quadratum numerum/primus autem fuerit quadratus: & secundus quadratus erit.

THEON ex Zamberto. ¶ Bini inq; numeri a, b, adinuicem rationem habeant: quam quadratus numerus c ad quadratum numerum d. Dico q; & b quadratus est. Quoniam ipsi c, d, sunt quadrati: ipsi c, d, igitur similes plani sunt. Ipsorum igitur c, d: per 18 octauus vnus medius proportionalis est numerus. Et est sicut c ad d: sic est a ad b. Ipsorum igitur a, b, vnus medius proportionalis est numerus. At a quadratus est. & b igitur quadratus est. quod erat demonstrandum.

Eucl. ex Camp.

Propositio 23.

Si duorum numerorum quorum proportio vnus ad alterum sit sicut cubi ad cubum: alteruter fuerit cubus: & alterum cubum esse.

CAMPANVS. ¶ Sint duo numeri a & b in proportione duorum cuborum qui sunt c & d. sitq; a vel b cubus. dico reliquum esse cubum. Necessesse est enim q; c & d sint solidi similes: quippe omnes cubi sunt similes & solidi. itaq; per 18 inter ipsos cadent duo medij in continua proportione. totidem igitur per 8 cadent inter a & b. itaq; per 21 manifestum est quod dicitur.

Eucl. ex Zamb.

Theorema 23. Propositio 25.

¶ Si bini numeri adinuicem rationem habuerint quam cubus ad cubum: primus autem cubus fuerit: & secundus cubus erit.

THEON ex Zamb. ¶ Bini inq; numeri a, b, adinuicem rationem habeant: quam cubus numerus c ad cubum numerum d. cubus autem esto a. Dico q; & b cubus est. Quoniam enim ipsi c, d, cubi sunt: sicut igitur per 19 octauus/ipsi c, d, similes solidi. ipsorum igitur c, d, bini medij sunt proportionales per 21 octauus. quot autem inter ipsos c, d, continue proportionales cadunt: totidem & inter eandem rationem habentes cadunt numeri per 8 octauus. cadant ipsi e, f. Quoniam igitur quatuor numeri a, e, f, b, continue proportionales sunt: & a cubus est: cubus igitur est per 21 octauus/ & b. quod ostendere oportuit.

Eucl. ex Camp.

Propositio 24.

Vmerorum superficialium similium est proportio vnus ad alterum: sicut proportio quadrati ad quadratum.

CAMPANVS. ¶ Sint a & b superficiales similes. dico q; vnus ad alterum est proportio sicut quadrati ad quadratum. erit enim per 16 inter eos vnus numerus medius in continua proportione qui sit c. sumptis itaq; tribus minimis in proportione eorum qui sunt d, e, f: erit per correlarium 2/d & f quadrati. & quia per æquam proportionalem tatem est a ad b sicut d ad f: constat verum esse quod proponitur.

Eucl. ex Zamb.

Theorema 24. Propositio 26

¶ Similes plani numeri adinuicem rationem habent: quam

LIBER VIII.

120

quadratus numerus ad quadratum numerum.

THEON ex Zāberto. ¶ Sint similes plani numeri a, b. Dico q̄ a ad b rationē habent quam quadratus numerus ad quadratū numerū. Quoniam ipsi a, b, similes plani sunt: ipsorum igitur a, b, vnus medius proportionalis cadit numerus per 18 octauū. Cadat: & sit c. assumanturq; per 35 septimi/minimi numeri eandem ipsis a, b, c, habentium rationem: sintq; d, e, f. ipsi igitur ipsorum extremi hoc est d, f, sunt quadrati. Et quoniam est sicut d ad f sic a ad b, & ipsi d, f, sunt quadrati: igitur a ad b rationem habet quā quadratus numerus ad quadratum numerum, quod demonstrare oportebat.

Eucl. ex Camp.

Propositio 25



Mnium duorum solidorum similium est proportio vnus ad alterum: sicut alicuius cubi ad alium quem cubum.

CAMPANVS. ¶ Sint a & b solidi similes. dico q̄ proportio vnus eorum ad alterū: est sicut alicuius cubi ad alium quem alium cubum. Sunt quidem per 18 inter eos duo numeri medij secundum cōtinuam proportionem: qui sint c & d. in eorum proportionem sint minimi quatuor e, f, g, h: quorū e & h erunt cubi per correlarium secundā. quia igitur per æquam proportionalitatem est a ad b sicut e ad h: liquet propositum.

Eucl. ex Zamb.

Theorema 25. Propositio 27.

Similes solidi numeri adinuicem rationem habent: quam cubus numerus ad cubum numerum.

THEON ex Zamberto. ¶ Sint similes solidi numeri a, b. Dico q̄ a ad b rationem habet: quā cubus numerus ad cubum numerū. Quoniam enim ipsi a, b, similes solidi sunt: ipsorum igitur a, b, per 19 octauū bini sunt numeri proportionales. cadant: & sint c, d. Accipianturq; per 35 septimi/minimi numeri eandem habentium rationē ipsis a, c, d, b: sintq; ipsi æquales multitudine e, f, g, h. ipsi igitur eorum e, h, extremi cubi sunt. estq; sicut e ad h: sic a ad b. Et a igitur ad b rationem habet: quā cubus numerus ad cubum numerum, quod oportuit demonstrasse.

EVCLIDIS MEGARENSIS

Arithmeticonum elementorum

octauū libri

Finis.

a c b d e f

C. 25.
Z. 27.

a c d b e f g h

ARITH. ELE. EV.
 EUCLIDIS MEGARENSIS CLARISSIMI

philosophi Mathematicorumq; facile præcipis, primū
ex Campano, deinde ex Theone Græco commen-
tatore, interprete Bartholomæo Zamberto Veneto:
Arithmetica elementa, Liber Nonus.
Ex Campano. Diffinitiones.

Ar numerus: est qui potest in duo
æqualia diuidi.

Impar numerus : est qui in duo
æqualia diuidi non potest / additq
supra parem unitatem.

supra parem vnitatem.
¶ Pariter par : est quem cuncti pa-
res eum numerātes / paribus vicibus
numerant.

numerant.
¶ Pariter impar est quem cūcti pa-
res cum numerantes / imparibus vis

cibus numerant.

Pariter par & impariter: est quem pares eum numerātes
quidam paribus quidam imparibus vicibus numerant.

quidam paribus quidam imparibus vicibus numerant.
¶ Impariter impar: quem cuncti impares eum numerantes
 imparibus vicibus numerant.

imparibus vicibus numerant.
¶ Perfectus numerus appellatur: qui omnibus partibus suis
 is quibus numeratur/est æqualis.

is quibus numeratur/est æqualis.
Abundans dicitur: qui omnibus suis partibus minor est.
Diminutus vero: qui maior.

Eucl, ex Camp.

Propositio 1.

Propositio 1.
I fuerint duo numeri superficiales similes: qui ex
ductu alterius in alterum producentur/numerus
quadratum esse necesse est.

fiat enim de
ter a & b cad
sequitur per

quadratum esse necesse est.

¶ CAMPANVS. ¶ Sint a & b superficiales similes 1. ex
 quorum multiplicatione proueniat c. dico c esse quadratū.
 x a in fe. eritq; per 18 septimi d ad c: sicut a ad b. & quia in
 it medius secundū cōtinuā proportionalitatē per 16 octauū
 8 eiusdem vt vnus quocq; cadat inter d & c. itaq; cum d sit
 rit per 20 eiusdem c quocq; quadratus. quod est propositiū.

Eucl. ex Zamb.

Theorema 1. Propositio 1.



bini similes plani numeri sese inuicem multiplicantes/aliquē fecerint: factus ex eis quadratus erit.
 THEON ex Zamberto. ¶ Sint bini similes plani numeri a, b & a ipsum b multiplicās: ipsum efficiat c . Dico q quadratus a ipse enī a seipsum multiplicans: ipsum d efficiat. a ipse a seipsum multiplicans: ipsum e efficiat. Quoniam igitur a seipsum quidem multiplicans ipsum e efficit: autem b multiplicans ipsum c fecit: est igitur a ad b sic d ad c . Et quoniam ipsi a, b similes plani sunt numeri: medius per 18 octauī proportionalis cadit numerus f ipsorum a, b inter binos numeros continue proportionales/numeri proportionales ceciderint: quot inter ipsos cadunt totidem quoq; per 8 & octauī eandem rationem habentes cadent. Quare & inter ipsos c, d

C.I.
Z.I.

a b d

vnus medius proportionalis numerus cadit. est autem ipse d: quadratus. quadratus igitur est c. quod ostendere oportuit.

Eucl. ex Camp.

Propositio 2.

Si ex ductu alterius in alterum tetragonus producat: duo quilibet numeri sunt superficiales similes. **CORRELARIUM.** Ex his itaq; patens est: quia si tetragonus in tetragonu ducat: q; ex eis producat: tetragonu esse. Si vero ex ductu tetragoni in numeru aliquem tetragonus producat: illu numeru aliquem esse tetragonu. Itaq; si ex ductu tetragoni in numeru aliquem non tetragonus producat: eu numeru aliquem non tetragonu esse. Si vero tetragonus in numerum aliquem non tetragonum ducatur: qui inde producat: non tetragonum esse necesse est.

CAMPANVS. Hæc est cōuersa prioris. Vt si ex a in b fiat c, fueritq; c quadratus: erūt a & b, superficiales similes. Sit enī d ex a in se, eritq; per 18 sep. d ad c: sicut a ad b. Per 16 autē octauī: cū d & c sint superficiales similes/ eo q; sunt ambo quadrati: erit inter eos vnus numerus medius secundū cōtinuam proportionem. per 8 itaq; eiusdem erit etiā vnus inter a & b. igitur per 17 eiusdem/ a & b sunt superficiales similes. quod est propositum.

Prima pars correlarij patet per præmissam. sunt enī ōnes tetragoni: superficiales similes. Secūda patet ex hac: cū sit solus tetragonus similis tetragonis. Tertia pars patet ex prima ipsius correlarij parte: a destructione cōsequētis. Quarta vero patet ex eiusdē parte secūda: a destructione etiā cōsequētis.

Eucl. ex Zamb.

Theorema 2. Propositio 2

Si bini numeri inuicem sese multiplicantes/ quadratum faciunt: similes plani sunt.

THEON ex Zamb. Bini enī numeri a, b, inuicē sese multiplicantes: quadratū efficiāt c. Dico q; ipsi a, b: similes plani sunt numeri. Ipse enī a se ipsum multiplicans: ipsum d efficiat. d igitur quadratus est. Et quoniā a se ipsum qdē multiplicās ipsū d fecit/ ipsū autē b multiplicās ipsū c fecit: est igitur p 17 sep. sicut a ad b, sic d ad c. & qm d quadrat⁹ est/ sed & c: ipsi igit d, c: similes plani sunt. ipsorū igitur d, c, p 18 octauī/ vnus medius proportionalis est numerus. Ipsorū igitur d, b: p 8 octauī/ vnus medius est proportionalis. Si autē binorū numerorū vnus medius proportionalis est nūerus: p 18 octa. similes plani sūt nūeri. ipsi igitur a, b, similes plani sūt. qd oportuit demonstrasse.

Eucl. ex Camp.

Propositio 3.

Si vnus cubus in seipsum ducatur: qui inde producat: erit cubus.

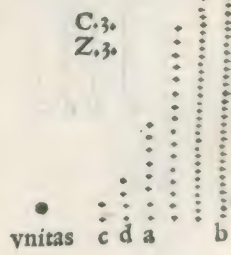
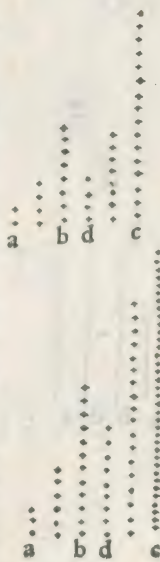
CAMPANVS. Si a cubus: ex quo in se ducto fiat b. dico b esse cubū. sit enī c latus cubicū a. ex c vero in se: fiat d. patet itaq; q; ex c in d: sit a. sunt igitur vnitas/ c, d, a: cōtinue proportionales. quod ex 18 septimī & p̄sentibus hypothesib⁹ manifestū est. & q; a est a ad b sicut vnitas ad a, eo q; quoties vnitas est i a toties a in b: erūt inter a & b, duo numeri medij secundū proportionalitatē cōtinuā p 8 octauī. cū igitur ex hypothesi sit a cub⁹: erit per 21 eiusdē/ b quoq; cub⁹, qd oportebat demonstrare.

Eucl. ex Zamb.

Theorema 3. Propositio 3.

Si cub⁹ nūer⁹ seipsū multiplicās aliquē fecerit: fact⁹ cub⁹ erit efficiat b. **THEON ex Zāb.** Cubus enī numerus a, seipsum multiplicās: ipsum efficiat b. Dico q; b cubus est. accipiat enī ipsius a, latus c: & c seipsum multiplicans/ ipsum efficiat d. manifestū iam est: q; c ipsum d multiplicās ipsum d efficiat a. & quoniā c seipsum multiplicans ipsum d fecit: igitur c ip sum d metitur per eas quæ ipso sunt vnitates. Sed & vnitas ipsum c metitur: per eas quæ in ipso sunt vnitates. Est igitur sicut vnitas ad c: sic c ad d.

q. d.





Rursus quoniam a ipsum d multiplicans ipsum efficit a : igitur ipse d ipsum a metitur per eas quæ in ipso c sunt unitates. At unitas ipsum c metitur per eas quæ in ipso sunt unitates. Est igitur sicut unitas ad c : sic d ad a . Sed sicut unitas ad c : sic c ad d . & per 11 quinti/igitur sicut unitas ad c : sic c ad d & d ad a . Ipsius igitur unitatis & a : bini medij sunt continue proportionales numeri c, d . Rursus quoniam a seipsum multiplicans: ipsum b fecit: igitur a ipsum b metitur per eas quæ in seipso sunt unitates. Metitur autem & unitas ipsum a per eas quæ in seipso sunt unitates. Est igitur sicut unitas ad a : sic a ad b . Ipsius autem a & unitatis: bini medij sunt proportionales numeri. & ipsorum igitur a, b : bini medij proportionales sunt numeri per 8 octa. Si autem binorum numerorum bini medij proportionales fuerint numeri/primus autem cubus fuerit: & quartus cubus erit per 21 octauis, est autem a cubus. & b igitur cubus est. quod ostendere oportuit.

Eucl. ex Camp.

Propositio 4.

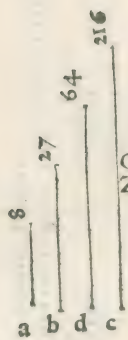


SI cubus in alium cubum ducatur: qui inde producet erit cubus. **CAMPANVS.** Sint a & b cubi: fiatque c ex a in b . dico c esse cubum. fiat enim d ex a in se. eritque per præmissa d cubus. & ga per 18 septimi est a ad b sicut d ad c : constat ex 23 octauis c esse cubum. quod est propositum.

Eucl. ex Zamb.

Theorema 4. Propositio 4.

SI cubus numerus cubum numerum multiplicans: aliquem fecerit: factus cubus erit.

C. 4
Z. 4

THEON ex Zamberto. Cubus enim numerus a , cubum numerum b multiplicans: efficiat c . Dico quod c cubus est. Ipse namque a seipsum multiplicans: ipsum efficiat d . Igitur d cubus est per præcedentem. Et quoniam a seipsum multiplicans ipsum d fecit: ipsum autem b multiplicans ipsum c fecit: est igitur per 17 septimi/sicut a ad b sic d ad c . Et quoniam ipsi a, b , cubi sunt: similes solidi sunt ipsi a, b . Ipsorum igitur a, b , per 19 octauis/bini medij proportionales numeri. Quare & per 8 eiusdem ipsorum d, c , bini medij proportionales sunt numeri: est autem d cubus. cubus igitur est & c . quod demonstrare oportebat.

Eucl. ex Camp.

Propositio 5.

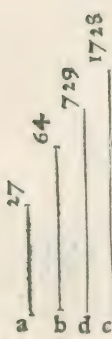


SI numerus cubus in numerum alium ducatur: si fueritque productus cubus: in quem ductus est numerus cubus esse necesse est.

CORRELARIUM. Vnde & manifestum est quia ex ductu cubi in non cubum: producit non cubus.

Itaque cubo in numerum aliquem si fuerit qui inde producit non cubus: in quem ille ductus fuerit: necesse est esse non cubum.

CAMP. Sit enim ex a cubo in b numerum: productus c cubus. dico b esse cubum. fiat enim d ex a in se: g per antepremissa erit cubus. ga igitur est per 18 septimi a ad b sicut d ad c , estque a cubus/sep & d & c cubi: erit per 23 octauis b cubus. quod est propositum. Prima pars correlarij: patet ex hac destructione consequentis. secunda: per præmissa/similiter a destructione consequentis.

C. 5.
Z. 5.

Eucl. ex Zamb.

Theorema 5. Propositio 5.

SI cubus numerus numerum aliquem multiplicans: cubum fecerit: & multiplicatus cubus erit.

THEON ex Zamb. Cubus enim numerus a numerum aliquem b multiplicans: ipsum efficiat c . Dico quod b cubus est. Ipse enim a seipsum multiplicans: ipsum efficiat d . Igitur d cubus est per præcedentem. Et quoniam a seipsum multiplicans ipsum c fecit: est igitur per 17 septimi/sicut a ad b sic d ad c . & quoniam ipsi d, c , cubi sunt: similes solidi sunt. Ipsorum igitur d, c , per 19 octauis/bini medij sunt proportionales numeri. Estque sicut d ad c : sic est a ad b . ipsorum igitur a, b , per 8 eiusdem/bini medij sunt proportionales numeri. estque a cubus. cubus igitur & b . quod oportuit demonstrare.

Eucl. ex Camp.

Propositio 6.

- 6 **S**I ex ductu cuiusdā numeri in seipsum cubus produ-
catur: eum esse cubū necessario comprobatur.

CAMPANVS. Sit ut ex a in se fiat b: sitq; b cubus. dico ergo a esse cubū. Fiat enī c ex a in b: eritq; ex diffinitione c cubus. & quoniam cō-
stat ex 18 septimi q; sit a ad b sicut b ad c: cū sint b & c cubi/ sequitur ex
23 octavi a esse cubum. quod est propositum.

Eucl. ex Zamb.

Theorema 6. Propositio 6.

- 6 **S**i nūerus seipsū multiplicās/ cubū fecerit: et ipse cub⁹ erit.
THEON ex Zāb. Numerus enī a seipsum multiplicās: cubū effici-
at b. Dico q; a cubus est. Ipse inq; a ipsum b multiplicās: ipsum efficiat c.
Qm̄ igitur a seipsum q; multiplicās ipsū b fecit/ ipsum autē b multipli-
cās ipsū c fecit: igitur c per 4 noni cubus est. Et qm̄ a seipsū multipli-
cās ipsum b facit/ ipsum autē b multiplicās ipsum efficiat c: sicut igitur p
17 septi. a ad b, sic b ad c. Et quoniam ipsi b, c, cubi sūt: similes solidi sunt.
ipsorū igitur b, c, p 19 octavi bini sūt medij pportionales numeri: estq;
sicut b ad c sic a ad b. & ipsorū igitur a b bini medij sūt proportionales
numeri p eādē. est autē b cubus. cubus igit est & a, qd ostēdere oportuit.

Eucl. ex Camp.

Propositio 7.

- 7 **S**I numerus cōpositus in numerum quemlibet duca-
tur: qui inde producetetur erit solidus.

CAMPANVS. Sit a numerus cōpositus/ q; ducaī in b: & pueniat c.
dico c esse numerū solidū. Cū enī a sit cōposit⁹: numeratur ab aliquo nu-
mero/ q; sit d. nūerq; eū secūdū e. Quia igitur ex e in d fit a, & ex a in b,
erit ex diffinitione solidorū c solid⁹/ eiusq; latera e, d, b, qd ē propositū.

Eucl. ex Zamb.

Theorema 7. Propositio 7.

- 7 **S**i cōpositus numerus numerum aliquem multiplicās/
aliquem fecerit: factus solidus erit.

THEON ex Zāb. Cōpositus inq; numerus a, numerū aliqū b mul-
tiplicās: ipsū c efficiat. Dico q; solid⁹ est. Qm̄ enī a cōpositus est: eū aliq;
numerus metietur p diffinitionē. metiatur eū d, & quorides d ipsū a me-
tietur: tot vnitates sint i e. Igitur e ipsū d multiplicās: ipsū efficiat a. Et qm̄
a ipsū b multiplicās ipsū c fecit/ & a ē ex d, e: q; igit ex d, e, ipsū b multi-
plicās: ipsū efficiat c. & b igitur eū q; ex d, e, multiplicās: ipsū c fecit. Igitur
c solidus est: latera autē ipsius/ sūt ipsi d, e, b, quod ostēdere oportuit.

Eucl. ex Camp.

Propositio 8.

- 8 **S**i fuerit numeri ab vnitate cōtinue proportionales:
tertius ab vnitate erit quadratus/ ac deinceps vno
semper intermisso. Quartus vero ab vnitate/ cubus:
ac deinceps duobus semper intermisso. Itemq; septimus ab
vnitate/ est quadratus cubicus: ac deinceps quinq; semper
intermisso quadratus cubicus continuo sequitur.

CAMPANVS. Sint cōtinue proportionales: vnitas/ a, b, c, d, e, f,
g, h, i, j, m, n. Dico b esse quadratū: & d, omisso c, & sic alios vno semper
obmisso. vnde simpliciter ones existentes in locis iparibus: sunt quadra-
ti. vt sunt tertius/ quintus & septimus. Dico itē c esse cubū: & f, duob⁹ obmis-
sis. & sic ceteris. Omnisq; simpliciter est cub⁹: cui⁹ ab vnitate locus ad-
dit super ternariū vel quēlibet multiplicē ipsius ternarij/ vnitate. vt sunt
quartus/ septimus/ decimus/ tertiusdecimus & sextusdecimus. in hoc enī cō-
ueniunt ones qui duos trāsmittunt. Itēq; dico f ab vnitate septimū: esse
quadratū cubicum. & similiter n: quinq; numeris intermisso. idēq; in cē-
teris. Simpliciter autē dico/ cuius locus ab vnitate addit super senarium
vel quēlibet multiplicē ipsius/ vnitate/ vt sunt septimus/ tertiusdecimus/
q. ij.

512	c
64	b
8	a

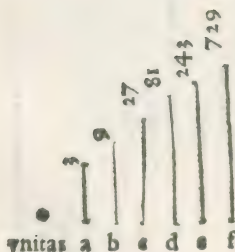
27	729	19683
a	b	c

a	b	c	d	e
---	---	---	---	---

a	b	c	d	e
---	---	---	---	---

4096	n
2048	m
1024	l
512	k
256	h
128	g
64	f
32	e
16	d
8	c
4	b
2	a
1	vnitas

4096	n
2048	m
1024	l
512	k
256	h
128	g
64	f
32	e
16	d
8	c
4	b
2	a
•	vnitas



n
m
l
k
h
g
f
e
d
c
b
a
•
vnitas

decimus nonus & viceſimus quintus illū eſſe quadratū cubicum. quadratū quidē: quoniam eius locus impar. cubum autē: quoniam ſuper multiplicē ternarij addit vnitatē. quippe ſenarij multiplices: cunctos ternarij neceſſe eſt eſſe multiplices. ¶ Quæ autē propoſita ſunt: ſic coſtat. Eſt enī ex hypotheſi a in b: quorities vnitas in a. itaq; b: ex diffinitione quadratus. Quia igitur b, c, d, ſunt cōtinue pportionales: cū b ſit quadratus/patet ex 17 vel 20 octauī/d eſſe quadratum. Eadē ratione & f: quia d, e, f, ſunt cōtinue proportionales/& d eſt quadratus. Idem in cæteris vno in termino. Coſtat itaq; primū. ¶ Secundū ſic. Cū ſit b in c quorities a in b ex hypotheſi: ſequitur a diffinitione vt ex a in b ſuū quadratū fiat c. igitur ex diffinitione cubi: c eſt cubus. At quia c, d, e, f, ſunt cōtinue proportionales/ ſed & f, g, h, k, eſt autē c cubus: neceſſe eſt per 19 vel 21 octauī vt f quoq; ſit cubus/ ideoq; & k. Idemq; in cæteris: duobus tranſmiſſis. Quare liquet ſecūdū. ¶ Quoniam autē i ſeptimo/& in n tertio decimo/ cæteriſq; quinq; medios obmittentibus/ ſimpliciter verō & in omnibus quorum locus ſuper quolibet multiplicem ſenarij addit vnitatem/ terminantur quadratorū & cuborū cōputationes/ in his quidem vnitas/ in illis autē duorū obmiſſione: ſequitur ipſos eſſe quadratos ex huius prima parte/& cubicos ex ſecūda. quare quadrati cubici. Coſtat ergo totū quod dicitur. Eucl. ex Zamb. Theorema s. Propoſitio s.

¶ Si ab vnitate quilibet numeri ordine proportionales fuerint: tertius ab vnitate quadratus eſt: & vnum relinquentes omnes. quartus autē cubus: & binos relinquentes omnes. ſeptimus vero cubus ſimul & quadratus: & quinq; reliquētes omnes. ¶ THEON ex Zāberto. ¶ Sint ab vnitate quilibet ordinatim proportionales numeri: a, b, c, d, e, f. Dico q; tertius quidē ab vnitate ſcilicet b, eſt quadratus: & vnū relinquentes omnes. quartus autē c eſt cubus: & binos relinquentes omnes. ſeptimus vero f, cubus & ſimul quadratus: & quinq; reliquētes omnes. Quoniam enī eſt ſicut vnitas ad a ſic a ad b: æque igitur vnitas ipſum a numerū/& a ipſum b meretur p eas q; in ipſo a ſunt vnitates. & qm a ipſum b meretur p eas q; in ipſo a ſunt vnitates: igit a ſeipſum multiplicans/ ipſum efficit b. quadratus igitur eſt b. Et quoniam ipſi b, c, d, ordinatim ſunt proportionales/& b quadratus eſt: igitur per 22 octauī & d quadratus eſt. & iā id propterea & f quadratus eſt. Similiter iā demonſtrabimus q; & vnū relinquentes: quadrati ſunt omnes. Dico iā q; & quartus ab vnitate hoc eſt c, cubus eſt: & binos relinquentes omnes. Quoniam enī eſt ſicut vnitas ad a numerū ſic b ad c: æque igitur vnitas ipſum a numerū & b ipſum c meretur per eas q; in ipſo a ſunt vnitates. & a igitur ipſum b multiplicans: ipſum efficit c. Quoniam igitur a ſeipſū quidē multiplicans ipſum efficit b, ipſum autē b multiplicans ipſum c fecit: cubus igitur eſt ipſe c. Et quoniam ipſi c, d, e, f, ordinatim ſunt proportionales/ ipſe autē c cubus eſt: & f igitur p 22 octauī cubus eſt. Demoſtratum autē eſt: q; ſeptimus ab vnitate exiſtēs/ quadratus eſt. Igitur f cubus eſt & quadratus. Si militer iam oſtendemus q; & quinq; relinquentes cubi ſunt omnes & quadrati, quod oportuit demonſtrare.

Eucl. ex Camp.

Propoſitio 9.

¶ Si numeris quolibet ab vnitate cōtinua proportionales ſit: ſi vnitate diſpoſitis/ vnitatē ſequēs quadratus fuerit: cæteri quoq; omnes erunt quadrati. Si vero qui vnitate ſequitur fuerit cubus: cæteri quoq; omnes erunt cubi. ¶ CAMPANVS. ¶ Sint qui prius cōtinue proportionales ab vnitate ſitq; a quadratus. dico omnes eſſe quadratos. Aut ſit idē cubus. tūc quoq; dico omnes eſſe cubos. b enī conſtat eſſe quadratū per præmiſſam. quia ex go a ad b ſicut b ad c: ex 22 octauī/ ſequitur c eſſe quadratū. idē quoq; ex eiūdē 17 vel 20 potes arguere. De ſequētib; autē idē eodēq; modo pro

bebis. q̄re patet primū. ¶ Secundū autē sic. Cū b fiat ex a in se: si fuerit a cubus: erit per 3 ipse quoq; cubus. c vero constat esse cubū per præmissā. itaq; per 23 octauū/d ōnesq; sequentes cubicos esse probabis: est enī a ad b, sicut c ad d. Idē quoq; arguere potes ex 19 vel 21 eiusdē. sūt enī a, b, c, d, sed et b, c, d, e, singulīq; quatuor cōtinue sūpti: cōtinue p̄portionales.

Eucl. ex Zamb. Theorema 9. Propositio 9.

¶ Si ab vnitate quilibet numeri consequēter proportionales fuerint / qui vero post vnitatem quadratus fuerit: & reliqui omnes quadrati erunt. Et si qui post vnitatem cubus fuerit: & reliqui omnes cubi erunt.

¶ THEON ex Zamberto. ¶ Sint ab vnitate consequenter proportionales: quilibet nūeri a, b, c, d, e, f. qui vero post vnitatem a sit quadratus. Dico q̄ & reliqui omnes quadrati erūt. Qz quidē tertius ab vnitate / b sit quadratus & vnū relinquentes ōnes: patet ex præcedēti. Dico q̄ & reliqui ōnes quadrati sunt. Nā quoniā ipsi a, b, c, ordinati sūt proportionales: & a est quadrat⁹: igitur p 22 octauū / c est quadrat⁹. Rursus quoniā ipsi b, c, d, ordinati sunt proportionales: & b est quadratus: & d igitur p 22 octauū est quadratus. Similiter iam ostēdemus q̄ & reliqui omnes quadrati sunt. ¶ Sed iā esto a cubus. Dico q̄ reliqui ōnes cubi sūt. Qz quidē quartus ab vnitate hoc est c cubus est: & binos relinquentes ōnes: ex præcedenti patet. Dico iā q̄ & reliqui ōnes cubi sunt. Quoniā enim est sicut vnitas ad a sic a ad b: æque igitur vnitas ipsum a numerum metitur: & a ipsum b metitur. Vnitas autē: ipsum a metitur per eas quæ in ipso sūt vnitates. & a igitur ipsum b metitur per eas q̄ in ipso sunt vnitates. Igitur a seipsum multiplicās: ipsum b fecit. Est autē & a cubus. Si autē cub⁹ numerus seipsum multiplicās fecerit aliquē: factus: cubus est per 3 noni. & b igit cubus est. Et quoniā quatuor numeri ordine proportionales sūt ipsi a, b, c, d, & a cubus est: & d igitur p 23 octauū cubus est. Iā id ppter ea & e cubus est: & similiter reliqui ōnes sūt. Qd oportuit demonstrasse.

Eucl. ex Camp.

Propositio 10.

¶ Si numeris quotlibet ab vnitate continua proportio naliitate dispositis / vnitate sequēs nō quadratus fuerit: nō erit aliorū q̄sq; quadratus / exceptis ab vnitate tertio et ijs qui deinceps vno semper intermisso reperiuntur tetragoni. Si vero secundus ab vnitate non fuerit cubus: nullus ceterorum erit cubus: exceptis ab vnitate quarto & deinceps ijs qui duorum semper intermissione formantur cubicis.

¶ CAMPANVS. ¶ Hac ex opposito subiecti præmissæ: infert partē oppositi passionis. Dico autē partē: quoniā ex 8 constat ōnes i locis iparib⁹ constitutos esse quadratos. ōnesq; quorū locus super ternariū vel quēlibet ipsius multiplicem addit vnitate: esse cubos. Sint itaq; qui prius ab vnitate continue proportionales. non sit autem a quadratus: sed nec cubus. dico nullum ex omnibus esse quadratum aut cubicum: nisi quos octaua proponit. Si enī quis alius ponatur quadratus: sequitur per 22 octauū / a esse quadratum. Qz si cubus: sequitur per 23 eiusdē / a esse cubum. quorum vtrumq; contrarium est hypothēsi. Constat ergo propositum.

Eucl. ex Zamb.

Theorema 10. Propositio 10.

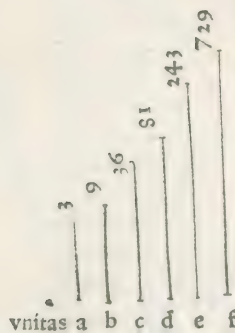
¶ Si ab vnitate quilibet numeri ordinatim proportionales fuerit. qui vero post vnitatem non fuerit quadratus: neq; alius vllus quadratus erit / exceptis tertio ab vnitate & vnum relinquentibus omnibus. & si qui post vnitatem / cubus nō fuerit.

531441	f	731969
59049	e	511441
6561	d	59049
729	c	6561
81	b	729
9	a	81
	o	
	VNITAS	

Quadrati

Cubi

rit: neq; alius vllus cubus erit exceptis quarto ab vnitare & binos relinquentibus omnibus.

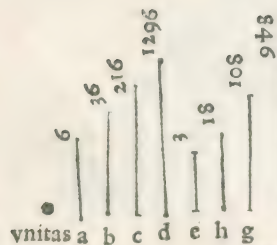


THEON ex Zamberto. ¶ Sint ab vnitare ordinatim proportionales quilibet numeri a, b, c, d, e, f, qui vero post vnitatem a nō sit quadratus. Dico q; neq; alius vllus quadratus erit exceptis tertio ab vnitare & vnū relinquentibus omnibus. Si enim possibile: esto c quadratus. est autem & b: quadratus. ipsi igitur b, c, adinuicem rationē habēt quā quadratus numerus ad quadratū numerū. Estq; sicut b ad c: sic a ad b. ipsi igitur a, b, adinuicem rationem habent: quā quadratus numerus ad quadratū numerum. quare per 26 octauū: ipsi a, b, similes plani sunt. & quadratus est b. igitur a est quadratus. qd nō suppositū est. Igitur c nō est quadratus, neq; vllus alius eadē ratione: exceptis ab vnitare tertio & vnū relinquentibus omnibus. ¶ Sed iā a nō sit cubus. Dico q; neq; alius vllus cubus: erit exceptos ab vnitare quarto & binos reliquentibus omnibus. Si enī est possibile: sit d cubus. Est autem & c cubus per 8 noni. quartus enī ab vnitare. Estq; sicut c ad d: sic b ad c. igitur b ad c rationē habet quā cubus numerus ad cubum numerū. quare p 27 octauū: ipsi b, c, similes solidi sūt. & cubus est c. igitur b cubus est. Estq; sicut vnitatis ad a sic a ad b. At vnitatis metitur ipsū a per eas quā in ipso sūt vnitates. Igitur a seipsū multiplicās cubū efficit. Si vero numerus seipsū multiplicās cubū fecerit: & ipse cubus erit per 6 noni. Cubus igitur est & a. quod suppositū nō est. Igitur d cubus nō est. Similiter iā ostēdemus q; neq; alius vllus cubus est: preter quartū ab vnitare & binos reliquentes omnes, quod ostēdendū fuerat.

Eucl. ex Camp.

Propositio 11.

SI numeris quolibet ab vnitare continua proportio nalityate dispositis aliquis numerus primus vltimū numeret: eum quoq; qui vnitatem sequitur numerare necesse est.



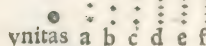
CAMPANVS. ¶ Sint vsq; ad d cōtinue proportionales ab vnitare. sitq; e numerus primus: de quo ponatur / ipsum numerare d. dico q; idē numerabit a. Nam si nō: erit ad ipsum primus per 32 septimi. & quia ex a in se sit b: sequitur ex 26 eiusdē vt ipse quoq; sit primus ad b. sed & ad c & ad d sequitur ipsum esse primū per 25 eiusdē: eo q; ex a in b sit c, & ex eodem in c, d. non ergo numerat d: cum sit primus ad ipsum. quare accidit cōtrariū hypothesi. ¶ Idē aliter. ¶ Cū sit e primus: si nō numerat a, primus erit ad ipsum per 32 sep. itaq; per 32 eiusdē erūt minimi in sua proportione. quia autē e ex hypothesi numerat d: sit vt secundū f. constat vero q; ex a in c: fiat d. ergo per secundā partē 30 septimi: erit a ad e: sicut f ad c. quare per 21 eiusdē e numerabit c, & sit vt secundū g. & quia ex a in b sit c: sequitur quoq; per easdē & eodem modo vt e numeret b. esto ergo q; secundum h. & quoniam rursus ex a in se sit b: necesse est iterum per easdē vt e numeret a: sed positum erat non numerare. ergo accidit impossibile.

Eucl. ex Camp.

Propositio 12.

IN numeris ab vnitare continue proportionalibus minor maiorem numerat: secundum aliquem in illa proportionalitate dispositum.

CAMPANVS. ¶ Sint ab vnitare vsq; ad f continue proportionales. dico nullū ipsorū numerare finis secundum aliquem aliorū. Cōstat enī q; e numerat ipsum f secundū a. est enī e ad f: vt vnitatis ad a. Sed & d numerat eundē f secundū b. est namq; per equā proportionalitatem d ad f: vt vnitatis ad b. De c quoq; patet eodē modo q; secundū seipsū numeret eū. Econtrario quoq; a numerat eū secundum e: eo q; sicut vnitatis ad e ita a ad f, b vero secundū d: est enī vt vnitatis ad d, ita b ad f. verū igitur est qd proponitur. Quippe quotus quisq; qui proponitur vltimum numerat.



fuerit sub ultimo secūdo totum supra unitatem: numerare ipsum conuincitur per æquam proportionalitatem & diffinitionem.

¶ Sequentes duæ ex Zamberto Euclidis propositiones: duabus præcedentibus ex Campano ordine præterito respondent.

Eucl. ex Zamb. Theorema 2. Propositio 11.

¶ Si ab unitate quilibet numeri cōtinue proportionales fuerint: minor maiorem metitur per aliquem præexistente in proportionalibus numeris.

¶ THEON ex Zāb. ¶ Sint ab unitate a: quilibet numeri cōtinue proportionales b, c, d, e. Dico q̄ ipsorum b, c, d, e, minor b: ipsum e maiorem metitur per aliquem ipsorum c, d. Quoniam enim est sicut a unitas ad b sic d ad e: æque igitur a unitas ipsum b numerum metitur & d ipsum e, vicissim igitur per 15 sep. æque a unitas ipsum d metitur: & b ipsum e. At a unitas ipsum d metitur: per eas quæ in ipso sunt unitates. & b igitur ipsum e metitur per eas quæ in ipso d sunt unitates. Quare minor b ipsum e maiorem metitur per aliquem numerum præexistente in proportionalibus numeris. quod ostendere oportuit.

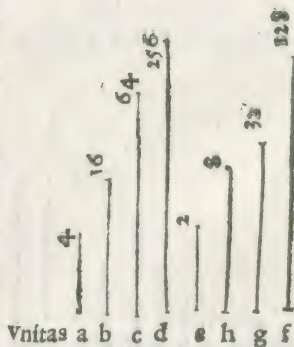
Eucl. ex Zamb. Theorema 12. Propositio 12

¶ Si ab unitate quilibet numeri cōtinue proportionales fuerint: quot primorum numerorum ultimum metietur: tot & eum qui apud unitatem est metientur.

¶ THEON ex Zāb. ¶ Sint ab unitate quilibet cōtinue proportionales numeri a, b, c, d. Dico q̄ quot primorum numerorum ipsum d metietur: tot quoq; & ipsum a metietur. metiatur enī ipsum d numerus aliquis primus e. Dico q̄ e ipsum a metitur. non enī metiatur e ipsum a, est autem e primus/ōnis autē numerus ad omnē numerū quem non metitur primus est per 31 septimi: ipsi igitur a, e, primi sunt adinuicē. Et quoniam e ipsum d metitur: metiatur ipsum per f. Igitur e ipsum f multiplicans: ipsum efficit d. Rursus quoniam a ipsum d metitur per eas quæ in ipso c sunt unitates: igitur a ipsum c multiplicans/ ipsum d efficit. Sed & e ipsum f multiplicans: ipsum d efficit. Igitur qui ex a, c: ei qui ex e, f, est æqualis. Est igitur sicut a ad e: sic est f ad c. At ipsi a, e: primi. primi vero & minimi. minimi autē metiuntur eandem rationem habentes æqualiter per 21 septimi/ antecedens antecedentē & sequens sequentē. metitur igitur e ipsum c. metiatur ipsum per g. Igitur e ipsum g multiplicans: ipsum efficit c. Sed per præcedentē & a ipsum b multiplicans: ipsum efficit c. qui igitur ex a, b: ei qui ex e, g, est æqualis. Est igitur sicut a ad e: sic g ad c. Ipsi autē a, e: primi. primi vero & minimi. minimi autē numeri: per 21 septimi/ metiuntur eandem rationē habentes eis æqualiter/ antecedens antecedens & sequens sequentē. metitur igitur e: b. metiatur ipsum per h. igitur e ipsum h multiplicans: ipsum b efficit. Sed & a seipsum multiplicans: ipsum efficit b. qui igitur ex e, h. ei qui ex a est æqualis: est igitur sicut e ad a sic a ad h. At ipsi a, e: primi. primi autē & minimi. minimi vero: per 21 septimi/ metiuntur eadē eis rationē habentes æqualiter/ antecedens antecedens & sequens sequentē. Igitur e ipsum a metitur. Ipsi igitur a, e: nō sunt adinuicem primi. Cōpositi igitur. At cōpositos numeros: aliquis primus numerus metitur. Ipsi igitur a, e: sub alicuius numeri primi dimensio nē cadūt. & quoniam e primus supponitur. At primus numerus sub alterius numeri mēsurā nō cadit per diffinitionē q̄ sub sui ipsius: igitur e ipso a, e, metitur. quare e ipsum a metitur. Suppositū autē est etiā q̄ non e ipso a, d, metitur. Igitur e ipsū a metitur. metitur autē & d. Igitur ipsum d metiuntur: tot & ipsum a metientur. quod ostendere oportuit.

q. iij.

a
b
c
d
e

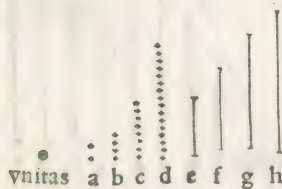




Votlibet numeris ab vnitate continue proportio-
nalibus/ si qui vnitate sequitur fuerit numerus
primus: maximum eorum nisi de numeris in illa
proportionalitate dispositis/ nullus numerabit.



CAMPANVS. Sint vt prius vsq; ad d, continue proportionales ab
vnitate: sitq; a numerus primus. Dico q; nullus numerabit vltimum/ nec
simpliciter aliquem eorum: nisi aliquis eorum qui antecedit vltimum/
vel eum qui ponitur numerari. Sit eni (si possibile est) e diuersus ab eis:
qui numeret d, qui si fuerit primus: per 11 numerabit a, non igitur est a
primus, quod est contra hypothesin. Si autem ipse fuerit compositus: ne-
cesse est per 30 septimi: vt aliquis primus numeret eum/ qui non erit nisi
a. Nam si est alius ab a vt f: cum necesse sit ipsum numerare d, arguetur
etiam eundem numerare a per 11, sic quoq; a non erit primus. Est igitur a
primus: numerans e. Quoniam autem e numerat d: sit vt secundum g.
eritq; per secundam partem 20 septimi/ a ad e: sicut g ad c. fit enim d ex a in
c. Quare cum a numeret e: & g numerabit c, sitq; vt secundum h, sequiturq;
vt a numeret g: sicut sequebatur vt numeraret c, alioqui si g quidem est pri-
mus: cum numeret c, sequitur per 11 ipsum numerare a. Si autem compo-
situs: per eandem sequitur numerum primum numerantem g, numerare
a, quod est inconueniens. Itaq; a numerat eum. Sequitur ergo per 2 partem 20
septimi vt h numeret quoq; b: eo q; ta ex a in b q; ex g in h constat pro-
duci c, numeret h itaq; ipsum: secundum k. Constat autem (vt prius de g) q;
a numeret h. Nam si non: non erit a primus, itaq; per secundam partem
20 septimi/ sequitur, vt k numeret a, fit enim tam ex a in se q; ex h in k: b.
Manifestum est autem k non esse a, nullus enim numerorum g, h, k, est
aliquis ex a, b, c, d, si enim esset aliquis ex eis: cum ipse numeret d se-
cundum e, esset per premissam / e quoq; aliquis ex eis, sed non erat
igitur g. Similiter cum h numeret c secundum g: non erit h aliquis
ex a, b, c, nam esset per premissam & g, ostensum est autem q; non, nec
igitur h. Eadem ratione nec k, cum enim ipse numeret b secundum h,
si ipse esset a: conuinceretur per premissam/ h quoq; esse a. At non erat,
nec igitur k erit a. Numerat autem ipsum, non est itaq; a primus, quod
est impossibile.



CALITER idem. Si e diuersus ab a, b, c, d, numerat d: sit vt secun-
dum f. & quia a numerus primus numerat d productum ex e in f: se-
quitur ex 33 septimi/ q; ipse numeret e vel f, numeret ergo e, quia igitur
tam ex a in c q; est e in f sit d: erit per secundam partem 20 septimi/ a ad
e sicut f ad c, numerat itaq; f: c, sit vt secundum g, eritq; per 33 septimi: vt
a quoq; numeret f vel g, sitq; vt f. Sequiturq; per secundam partem 20
eiusdem vt g numeret b: sitq; vt secundum h. Vt prius igitur/ a numera-
bit g vel h: & sit vt numeret g, h ergo per secundam partem 20 numera-
bit a. Si itaq; h non est æqualis a: non erit a primus. Quod est contra
hypothesin. Si autem equalis: erit vnusquisq; numerorum g, f, e, aliquis
ex a, b, c, d, per premissam quoties oportet assumptam. Non est igitur e
diuersus ab eis, quod est etiam contra hypothesin. Itaq; constat verum
esse quod proponitur.

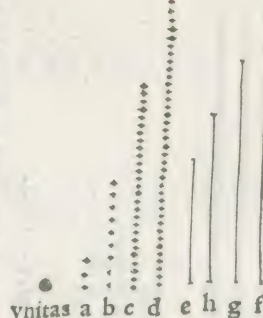
Eucl. ex Zamb.

Theorema 13. Propositio 13.

Si ab vnitate quilibet numeri ordinatim proportionales
fuerint/ qui vero post vnitatem/ primus fuerit: maximum
nullus alius metietur præter præexistentes in proportio-
nalibus numeris.

THEON ex Zamberto. Sint ab vnitate quilibet numeri continue
proportionales: a, b, c, d, qui vero post vnitatem: sit primus/ hoc est a. Dico
q; maximum eorum d nullus alius metietur: præter ipsos a, b, c. Si eni

possibile: metiatur ipsum e , & e nulli ipsorum a, b, c, d sit idem. manifestum quod e primus non est. Si enim e primus est, & ipsum d metitur: & ipsum a metiatur primum existentem eidem non idem existens. quod est impossibile. Igitur e primus non est. Compositus igitur. Omnis autem compositus numerus: sub alicuius primi mensuram cadit. Dico quod eum nullus alius metiatur præter a . Si enim aliquis alius primus ipsum e metitur: & e ipsum d metitur: & ipse igitur ipsum d metiatur. quare & ipsum a metiatur primum existentem: cum ei non sit idem. quod est impossibile. Igitur a ipsum e metitur. Et quoniam e ipsum d metitur: metiatur ipsum per f . Dico quod nulli ipsorum a, b, c , est idem. Sit namque si possibile est: alicui ipsorum idem. Cum f metiatur ipsum d per e , sed unus ipsorum a, b, c , ipsum d metitur per aliquem ipsorum a, b, c : igitur e uni ipso rum a, b, c , est idem. quod non supponitur. Igitur f uni ipsorum a, b, c , non est idem. Similiter iam ostendemus quod a ipsum f metitur: ostendentes rursus quod f non est primus. Si enim est primus: & ipsum metitur: et ipsum a metitur primum existentem non existens ei idem. quod est impossibile. Igitur f non est primus. Compositus igitur: & perinde eum aliquis primus numerus metiatur. Dico quod eum nullus alius primus metiatur præter a . Si enim aliquis alius primus ipsum f metitur: at ipsum d metitur: & ille igitur ipsum d metitur. quare & ipsum a metiatur primum existentem: cum ei non sit idem. quod est impossibile. Igitur a ipsum f metitur. Et quoniam e ipsum d metitur per f : ipse igitur e ipsum f multiplicans ipsum efficit d . Sed & a ipsum c multiplicans: ipsum d facit. qui igitur ex a, c : ei qui ex e, f , est equalis. proportionalis igitur est si cut a ad e : sic f ad c . At a ipsum e metitur. & f igitur ipsum c metitur. metiatur ipsum per g . similiter ostendemus quod ipse g nulli ipsorum a, b , est idem: & quod eum metitur ipse a . Et quoniam ipsum c metitur per g : igitur g ipsum f multiplicans ipsum facit c . sed & a ipsum b multiplicans: ipsum facit c . qui igitur ex a, b : ei qui ex f, g , est equalis. proportionalis igitur est sicut a ad f : sic g ad b . metitur autem a ipsum f . metitur igitur et g ipsum b . metiatur ipsum per h . Similiter iam ostendemus quod h ipsi a non est idem. & quoniam g ipsum b metitur per eas quæ in h sunt unitates: igitur g ipsum h multiplicans ipsum efficit b . Sed & a seipsum multiplicans: ipsum b facit. Qui ex h, g , igitur: ei qui ex a quadrato est equalis. Est igitur sicut h ad a : sic a ad g . metitur autem a ipsum g . metitur igitur & h ipsum a primum existentem: non existens ei idem. quod absurdum est. Igitur ipsum d maximum alter numerus non metiatur præter ipsos a, b, c . quod oportuit ostendere.



Eudl. ex Camp.

Propositio 14.

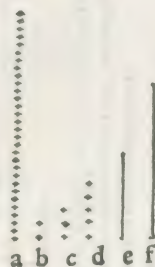
Si propositus fuerit numerus minimus quem numerant primi assignati: non numerabit eum aliquis numerus primus præter illos assignatos.

CAMPANVS. Sit a minimus numerus numeratus a numeris primis qui sunt b, c, d . Dico quod alius primus præter eos non numerabit a . Sin autem: sit e primus numerans eum secundum f . quia ergo quilibet numerorum b, c, d , numerat a productum ex e in f , est autem quilibet eorum primus: sequitur ex 33 septimi/ut quilibet eorum numeret e vel f . sed e nullus numerat cum sit primus. quilibet ergo eorum numerat f . cum itaque sit f minor a , utpote qui numerat eum secundum e : non erit a minimus numeratus ab illis. quod est inconueniens.

Eudl. ex Zamb.

Theorema 14. Propositio 14.

Si minimum numerum primi numeri mensi fuerint: nullus alius primus numerus ipsum metiatur præter eos qui in principio metiuntur.



THEON ex Zamberto. ¶ Minimus inquam quem ipsi b, c, d, primi metiuntur: sit a. Dico qd ipsum a nullus alius primus numerus metietur: præter b, c, d, si enim possibile: metiatur eum primus numerus e. & e nulli ipsorum b, c, d, esto idem. Et quoniam e ipsum a metitur: ipsum metiatur per f, ipse igitur e ipsum f multiplicans: ipsum efficit a. Et a: primi numeri b, c, d, metiuntur. si autem bini numeri sese inuicem multiplicantes fecerint aliquem / factum vero ex eis metiatur aliquis primus numerus: & vnum eorum qui in principio / metietur per 32 septimi. ipsi igitur b, c, d, vnum ipsorum e, f, metientur: ipsum autem e non metietur. nam e primus est: & nulli ipsorum b, c, d, esto idem. ipsum igitur f metiuntur minorem existentem ipso a. quod est impossibile. Nam a supponitur minimus quem ipsi b, c, d, metiuntur. Ipsum igitur a: numerus primus non metietur præter b, c, d, quod oportuit demonstrare.

¶ Hac decimaquinta sequens ex Campano proposito: nullam in Zamberto respondentem habet.

Euci. ex Camp.

Propositio 15.

I quolibet numeri continue proportionales secundum suam proportionem fuerint minimi: quicunque aliquem illorum numerat / alteri terminorum illius proportionis erit cōmensurabilis.

CAMPANVS. ¶ Sint a, b, c, d, e, continue proportionales & minimi secundum proportionem f ad g qui sint in sua proportionem minimi: & ponatur h numerare c. Dico qd h est cōmensurabilis f vel g. sumatur enim in eadem proportionem quatuor minimi qui sunt k, l, m, n. constat autem ex 2 octavi / qd ex f in m sit c. alioqui contingeret esse minus minimo. quod esse non potest. Itaq; per correlarium 33 septimi / erit h cōmensurabilis f vel m. qd si constat propositum. si autem m: sumantur in eadem proportionem tres minimi qui sunt p, q, r. eritq; ex 2 octavi / vt m fiat ex f in r. ne minus minimo aliquid esse cogamur cōcedere. quare per prædictum correlarium h est cōmensurabilis f vel r. sed nō erat f. sic enim constabat propositum. cōmensurabilis igitur est r. qui cum ex 2 octavi / fiat ex g in r. sequitur ex dicto correlario vt h sit cōmensurabilis g. quod est propositum.

Euci. ex Camp.

Propositio 16.

I fuerint numeri quolibet continue proportionales in sua proportionem minimi: quilibet eorum ad cōpositū ex reliquis primus esse necessario cōprobat.

CAMPANVS. ¶ Sint a, b, c, d, continue proportionales & minimi. dico cōpositum ex a, b, c: primum esse ad d. Si enim non: aliquis numerus qui sit e, cōpositū ex a, b, c, numerabit & d. per præmissam igitur erit e: cōmunicans alteri terminorum illius proportionis qui sunt f & g. erit itaq; numerus aliquis numerans e, & alterum duorum f, g: qui sit h. quia ergo h numerat e: numerabit d, & cōpositū ex a, b, c, & quia numerat f vel g quorum vterq; numerat vtrumq; mediorum / & simpliciter omnes si plures duobus sint: ex 2 octavi sequitur vt ipse numeret b & c. ergo & a: quia numerat totum a, b, c. non sunt igitur a & d cōtra se primi, quod est inconueniens per 3 octavi. ¶ Similiter quoq; constabit: cōpositum ex a, b, d, primum esse ad c. Si enim vt prius c numerat ambo: sequitur per præmissam vt aliquis numerus qui etiā sit h, numeret e & alterum duorum f, g. itaq; h numerat c: & totum a, b, d. sed & b: cū vtracq; radicem numeret omnes medios. igitur & cōpositum ex a & d. Et quia necessario numerat alterum duorum a, d: cum numeret alterum duorum f, g, numerabit & reliquum. Non sunt igitur a & d cōtra se primi. & ita idem vt prius.

¶ CAMPANI additiones. ¶ Demonstrant autem idem aliter de tribus

continue proportionalibus & minimis sine amíniculo præmissæ. probât enim ex quibusq; duobus cõpositû primû esse ad reliquû. Sint itaq; tres continue proportionales & minimi a, b, c: quorum termini d & e. dico tunc cõpositû ex a & b: primû esse ad c. & cõpositû ex b & c: ad a. iteq; ex a & c: ad b. Manifestû enim est ex 2 octauis: q; ex d in se fit a: & in e, fit b. & ex e in se: c. & ex 22 septimi: q; d & e sunt cõtra se primi. Itaq; ex prima parte 29 eiusdem: erit totus d e primus ad utrûq; eorû. quia 19 gētur utrûq; numerorû d & e primus est ad e: erit per 25 eiusdem qui ex d in d e produci (et ipse est cõpositus ex a & b) primus ad e. sequitur ergo per 26 eiusdē ut etiā cõpositus ex a & b sit primus ad c. fit enī c ex e in se. simili quoq; demonstratione probabis cõpositum ex b & c primû esse ad a. ¶ At vero cõpositû ex a & c, primû esse ad b: sic habeto. Cum sit enim utrûq; duorû d & e primus ad totum d e: erit per 25 septimi: q; ex d in e produci (et ipse est b) primus ad d e. itaq; per 26 eiusdē qui ex d e in se prouenit (et ipse est qui cõponitur ex a & c & duplo b) primus erit ad b. sequitur ergo cõpositû ex a & c primum esse ad b. necesse enim est ut ex duobus cõpositis cū primus fuerit ad vnû eorû ex quibus componitur: sit primus ad reliquû. demonstratum autē est hoc supra 29 septimi. Oportet autem stabilire ad robur istius demonstrationis cõpositû ex a & b produci ex d in cõpositû ex d & e: supposito q; ex d in se fit a & ex eodem in e, b, iteq; q; ex d e in se producat cõpositû ex a & c & duplo b, supposito eo quod prius / & q; ex e in se sit c. Huius itaq; gratia proponimus hæc demonstranda.

1. ¶ Quod sit ex ductu vnus numeri in quotlibet: tantum est quantum quod ex ductu eiusdem in cõpositum ex illis.

¶ Idem proponit prima secundi de lineis. Sit enim ut ex a in b & in c & in d: proueniant e & f & g. Dico q; ex a in cõpositum ex b & c & d: prouenit cõpositû ex e & f & g. Sequitur enim ex conuersione diffinitionis eius quod multiplicatur / ut tota pars sit b, e, tota c, f, sed & d tota g: quota est vnitas a. per 5 itaq; septimi: tota quoq; pars erit cõpositus ex b & c & d, cõpositi ex e & f & g: quota est vnitas a. ergo per diffinitionem ex a in cõpositum ex b & c & d: sit cõpositus ex e & f & g. quod est propositum.

2. ¶ Quod sit ex ductu quotlibet numerorum in vnum: æquû ei quod sit ex cõposito eorum in eundem.

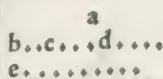
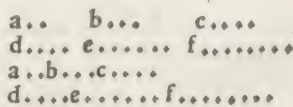
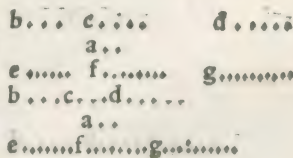
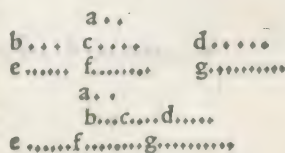
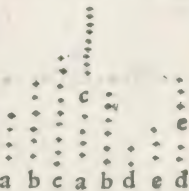
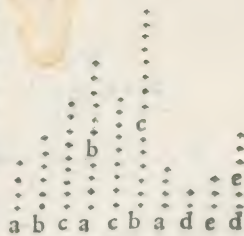
¶ Hoc est conuersum eius quod modo demonstratum est. Ut si ex b & c & d in a, fiant e & f & g: fiet quoq; cõpositus ex his ex illorû cõpositis in eundem. quod ex 17 septimi & præmonstrato facile concluditur.

3. ¶ Quod sit ex ductu quotlibet numerorum in quotlibet alios: æquum est ei quod sit ex cõposito horum in cõpositum illorum.

¶ Ut si a, b, c, multiplicet d, e, f, quilibet quemlibet / iunganturq; producat: dico aggregatum ex productis esse æquale producto ex cõposito ex a & b & c, in cõpositum ex d & e & f. Est enī per præmissam quod sit ex cõposito ex a, b, c, in d: quantum quod ex singulis in illum d, sic & in e & in f. ex cõposito autem horum a, b, c, in quolibet illorum d, e, f: per ante præmissam sit quantum ex cõposito in cõpositum. itaq; constat propositum.

4. ¶ Numero in quotlibet partes diuiso / tantum est quod sit ex toto eo in se: quantum quod ex eo in omnes suas partes.

¶ Idem proponit secunda secundi de lineis. Ut si a diuidatur in b & c & d: dico q; tantum sit ex a in se: quantum in omnes illos b, c, d. posito enim æquali a: constat ex prima harum incidentium tantum fieri ex e in a quantum in omnes partes a. sed per conceptionē ex e in a fit quantum ex a in se. & ex e in partes a: quantum ex a in easdem. Manifestum ergo est: verum esse quod dicitur.



CNumero in duo diuiso/quod fit ex toto in alterum diuide-
tium: tantum est quantū quod ex eodem in se & in alterū.

a
b....c....
d....

Idem proponit tertia secundi de lineis. Sit enim a diuifus in b & c. di-
co tantum fieri ex a in c: quantum ex c in se & in b. Nam quod ex a in
c: est quantum quod ex c in a, per 17 septimi. Supra itaq; d æquali erit
a in c, quantum d in a. At per primam harum/ d in a: est quantum in
b & c. Quia ergo d in a & in b & in c est quantum c in a & in b & in se
propter æqualitatem c & d: constat propositum.

CNumero in duo diuiso/ quod ex ductu totius in se: est
quantum quod ex ductu vtriusq; diuidentium in se & alte-
rius eorum bis in alterum.

a
b.....c....

Idem proponit quarta secundi de lineis. Vt si a diuidatur in b & c: di-
co tantum fieri ex a in se/ quantum ex b in se & c in se & ex b bis in c.
Est enim per 4 harū/ quod ex a in se: quantum quod ex eo in b & in c.
Ex eo autem in b: per præmissam est quantum ex b in se & in c. at ex a in
c: per eandem est quantum ex c in se & in b. Et quia ex c in b tantum est
quantum ex b in c per 17 septimi: liquet verum esse quod proponitur.

CNumero per duo æqualia duob; inæqualia diuifio: quod
fit ex maiori inæqualium in minorem cum quadrato inter-
medij æquum est quadrato medietatis totius

a.....c....d...b

Idem proponit de lineis 5 secundi. Vt si a b diuidatur in duos nume-
ros æquales qui sint a c & c b, itemq; in duos inæquales quorum sit
maior a d & minor d b: dico qd illud quod fit ex toto a d in d b cum
quadrato c d, æquale est quadrato c b. Per præmissam enim/ quadratū
c b est æquale quadrato c d & quadrato d b & ei qd fit ex b d in
c d bis. Sed ex b d in se & in c d tantum fit: quantum in c b per
primam harum/ & ideo quantum in a c. Itaq; ex b d in se & in c
d bis: quantum ex ipso b d in a d. per eandem igitur/ quadratum c
b superat id quod fit ex b d in a d in quadrato c d. constat ergo pro-
positum.

Cum fuerit numerus in duo æqualia diuifus/ eiq; alius nu-
merus adiunctus: quod fit ex ductu totius cōpositi in ad-
iunctum cum quadrato medietatis/ æquum est quadrato cō-
positi ex dimidio & adiuncto.

a.....c....b....d

Idem proponit 6 secundi de lineis. Sit enim a b diuifus in duos æqua-
les numeros qui sint a c & c b: addaturq; ei numerus b d. dico illud qd
fit ex toto a d in d b, cū quadrato b c esse æquale quadrato c d. Est enim ex
6 harū/ quadratū c d æquale quadrato d b & quadrato b c & ei quod fit
ex d b in b c bis. Sed per primam harum/ ex b d in se & in b c bis: est
quantum ex b d in d a. sunt enim a c & c b: æquales. Itaq; quadratū
c d superat id quod fit ex b d in d a: in quadrato c b. quod est pro-
positum.

Cum numerus in duo diuiditur: quod fit ex toto in se cū
eo quod ex altero diuidentū in se/ est æquum ei quod ex to-
to in eundem bis cum eo quod ex altero in se.

a
b.....d....

Idem proponit 7 secundi de lineis. Sit enim numerus a diuifus in b & c
d. dico quadratum a cum quadrato d: tantum esse quantum quod fit ex a
in d bis cum quadrato b. Constat quidem ex 6 harum qd quadratum a fit
est: quantum quadratum d & quadratum b & quod fit ex d in b bis.
Itaq; quadratum a cum quadrato d: tantum est quantum quod ex d bis
in se & bis in b cū quadrato b. Sed ex d bis in se & bis in b: fit quantum
ex d bis in a/ per primam harū. ergo quod fit ex d bis in a cum quadrato
b: est quantum quadratum a cum quadrato d. quare patet propositum.

10 Cum fuerit numerus in duo diuisus: eiꝑ additus equalis vni diuidentium: quadratum totius compositi equum est quadruplo eius quod fit ex priori in additum cum quadrato alterius.

Idem proponit 8 secundi de lineis. Sit numerus a b diuisus in a & c b : cui addatur b d qui ponatur equalis c b . Dico quadratum a d tantum esse: quantum est id quod fit ex a b in b d quater cum quadrato a c . Est namq; ex 6 harum/ quadratum a d : æquū quadrato a b & quadrato b d , & ei quod fit ex a b in b d bis. Et quia quadratū b d est æquale quadrato c b : erit quadratum a d æquale quadrato a b & quadrato c b , & ei quod fit ex a b in b d bis. Per præmissam autem/ est quadratum a b cum quadrato c b : quātum quadratum a c cum eo quod fit ex a b in b c bis. Itaq; quadratum a d tantum est quantum quod ex a b in b d bis & ex a b in b c bis, cum quadrato a c . Et quia ex a b in b c tātū fit quātum in b d : constat verum esse quod propositum est.

11 Cum fuerit numerus in duo æqualia duobꝑ inæqualia diuisus: quadrata amborum inæqualium pariter accepta duplum sunt quadrato medietatis & quadrato eius quo maior portio excedit minorem pariter acceptis.

Idem proponit 9 secundi de lineis. Sit enim a b diuisus per duos æquales qui sint a c & c b : & per duos inæquales qui sint a d & d b . Dico q; quadrata duorū numerorum a d & d b pariter accepta: sunt duplum duobus quadratis duorum numerorū a c & c d pariter acceptis. Est enim per 6 harum/ quadratum a d : quātum quadratū a c & quadratum c d , & duplum eius quod fit ex a c in c d . Quia autē a c est equalis c b : erit quadratum a d quantum quadratum b c & quadratum c d & duplum eius quod fit ex b c in c d . Itaq; quadratum a d cum quadrato b d : sunt quantum quadratum b c & quadratum c d & duplū eius quod fit ex b c in c d , & quadratum b d . Duplum autē eius quod fit ex b c in c d cū quadrato b d : est æquale quadrato b c & quadrato c d per 9 harum. Ergo quadrata duorum numerorum a d & d b sunt quantum quadrata duorum numerorum b c & c d duplicata. Et quia b c & c a sunt æquales: patet propositum.

12 Cum fuerit numerus in duo æqua diuisus: aliꝑq; adiunctus: quadratum totius compositi cum quadrato adiuncti duplum sunt ad quadratum medietatis ipsius cum quadrato compositi ex medietate & adiuncto.

Idem proponit 10 secundi de lineis. Sit enim numerus a b diuisus in duos æquales a c & c b : sitq; sibi adiunctus numerus b d . dico quadratū a d cum quadrato b d : duplum esse ad quadratum a c cum quadrato c d . Cū sit enim numerus c d in duo diuisus / sibiꝑ sit a c additus equalis c d in a quater/ cum quadrato b d . Quia vero a c est equalis c b : erit quadratum a d quantum quod fit ex d c in c b quater / cum quadrato b d . Itaq; quadratum a d cum quadrato b d : erit quantum quod fit ex d c in c b quater cū duplo quadrati b d . Hoc autem per 19 harum/ duplū est ad quadratum c d cum quadrato c b . Cum igitur sit quadratum c b æquale quadrato a c : constat propositum.

13 Numerum aliquem ita diuidere/ vt quod sub toto & vna eius portione continetur æquum sit quadrato alterius: est impossibile.

Quod 11 secundi proponit faciendū in lineis: demonstrat hoc impossibile esse in numeris. Sit enim quilibet numerus: a b . Dico impossibile esse ipsum sic diuidi: vt proponitur. sic enim diuideretur secundū proportionē

$a \dots c \dots b \dots d$

$a \dots c \dots d \dots b$

$a \dots c \dots b \dots d$

$a \dots c \dots e \dots d \dots b$

a c e . . d . . b

tionem habentem medium & duo extrema/ vt patet ex diffinitione & so
septimi. Si autem potest: diuidatur in c. sicut a b ad b c: sicut b c ad c a.
erit itaq; a c minor c b. detrahatur igitur ab eo æqlis sibi q sicut c d. q a igitur
est proportio totius a b ad totum b c sicut b c detrahi ab a b ad c d
tractū ab b c: erit eadē a c residui a b ad b d residuū b c. qre b c ad c d sicut
c d ad c d b. erit igitur c d: maior d b. Detraho itaq; d e de c d vt sit d
e æqualis d b: erit etiam proportio b c ad c d. sicut c d ad d e. quare sicut
b residui c b: ad c residuum c d. potest igitur c e detrahi ab e d. non erit
itaq; finis istius detractionis. quod est impossibile. Nunc ad propositum
reuertamur.

Eucl. ex Zamb. Theorema 15. Propositio 15.

Eucl. ex Zamb. Theorema 15. Propositio 15.
 ¶ Si tres numeri continue proportionales fuerint minimi
 eandem eis habentium rationem: bini quilibet compositi ad
 reliquum primi erunt.

reliquum primi erunt.

¶ THEON ex Zamberto. ¶ Sint tres numeri continue proportionales minimi eandem esse habentium rationem: a, b, c. Dico qd ipsorum a, b, c bini quilibet compositi: ad reliquū primi sunt. scilicet a b ad c, & b c ad a, & a c ad b. Assumantur per 35 septimi/bini minimi numeri eandem ipsi a, b, c habentium rationem: sunt qd e, e, f. manifestum iam est qd e seipsum multiplicans/ipsū efficit a: & ipsū e, f, multiplicās/ipsū b fecit: & insuper e f seipsum multiplicans: ipsū efficit c. Et quoniam ipsi d e, e, f, minimi sunt: primi adinuicem sunt per 24 septimi. Si autem bini numeri primi adinuicem fuerint: & uterq; ad utrumq; primus est/per 30 septimi. Igitur d f ad utrumq; ipsorū d e, e, f, primus est. Sed & d e ad e f primus est. Ipsi igitur d, f, d e: ad ipsū e f primi sunt, & qui ex d, f, d e, igitur: ad e f per 26 septimi/primus est. Si vero bini numeri primi fuerint adinuicē: q ex vno eorū gignitur ad reliquū primus est per 27 septimi. quare qui ex d, f, d e: ad eum qui est e, f, primus est. Sed qui ex f, d, d e: est q ex d e vna cū eo q ex d e, e, f, p 3 secūdi. Qui igitur ex d e vna cū eo qui ex d e, e, f, ad cū q ex e f primus est. Est ipsa, qui ex d e: ipse a, qui vero sub d e, e, f: ipse b, qui autē e, e, f: est c. Ipsa, b, igitur compositi: ad c primi sunt. Similiter ostendemus qd ipsi b, c, ad a primi. ¶ Dico iam qd ipsi a, c: ad b primi sunt, nam quoniam d f ad utrumq; ipsorum d e, e, f, primus est: & qui ergo ex d, f, ad eū qui sub d e, e, f, primus est. Sed et qui ex d f: æquales sunt qui ex d e, e, f, vna cum eo, qui bis est sub d e, e, f. Er qui ex d e, e, f, igitur vna cū ijs qui bis sub d e, e, f: ad eum qui sub d e, e, f, primi sunt. Diuidendo quoq; qui ex d e, e, f, insuper diuidendo/qui ex d e, d f: ad eum qui sub d e, e, f, primi sunt. Est autem qui ex d e: ipse a, qui ex e f: ipse c, qui vero sub d e, e, f: ipse b. Ipsi ergo a, c, compositi: ad b primi sunt, quod ostendere oportuit.

Eucl. ex Camp.

Propositio 17

Ifuerint duo numeri contra se primi: quantum
primus eorum ad secundum tantum esse secun-
dum ad tertium quēq̃ impossibile est. *¶* dico im-

CAMPANVS. ¶ Sint a & b contra fe primi. dico
 possibile eſſe: aliquem eis in cōtinua proportionalitate ad
 iungi. Si enim poteſt: ſit c. quia igitur a ad b ſicut b ad c, ſunt autem a
 & b in ſua proportione minimi per 23 ſeptimi: ſequitur per 21 eiuſdem
 vt a numeret b. qui cum etiam numeret ſe: non erunt a & b contra fe pri
 mi. quod eſt contrarium poſitioni.

Criso 16.

Eucl. ex Zamb. Theorema 16. Propositio 16.

Eucl. ex Zamb. Theorema 16. Propositio 16.
 ¶ Si bini numeri primi adinuicem fuerint: non erit sicut
 primus ad secundum sic secundus ad aliquem alium.

Stent q̄ ex d e bna cū co q̄ ex f & qui
sub d e f nō essent p̄imi: cū cois di-
mēdo meritaru cōpositū: nō erūt q̄ ex
d e f bna cū co q̄ sub d e f et q̄ sub
d e f p̄imi. At iterū cū cois dimēdo
inettatur & cōpositū: nō erūt q̄ ex d e
f bna cū co qui sub d e f bna et qui
sub d e f adinuerim p̄imi, cuius cō-
tractum cōstentum.

THEON ex Záberto. ¶ Bini inq̄ numeri a, b: primi sint adinuicē. Dicoq̄ non est sicut a ad b: sic b ad aliquē alium. Si enim possibile: sit sicut a ad b, sic b ad c. Ipsi autem a, b: primi sunt: primi autem: & minimi per 2; septimi. minimi vero: metiuntur eandem rationē habentes equaliter per 21 septimi/antecedens antecedentem & sequens sequentem. metitur igitur a ipsum b: antecedēs antecedentē. metitur autem & seipsum. igitur a: ipsos a, b, metitur primos adinuicem existentes. quod est absurdum. non est igitur sicut a ad b: sic b ad c. quod ostendere oportebat.

Eucl. ex Camp.

Propositio 18

Quotlibet numerorum continue proportionalium duo extremi fuerint contra se primi: quantus est primus ad secundum / tantum esse ultimum ad aliquem alium est impossibile.

CAMPANVS. ¶ Sint a, b, c, continue proportionales. sintq; a & c contra se primi. dico q̄ in eadem proportionē non potest eis adiungi alius. Si enī potest: sit d. Quia igitur est a ad b sicut c ad d: erit permutatim a ad c, sicut b ad d. sūt autē a & c: in sua proportionē minimi/per 23 septimi. itaq; per 21 eiuſdē a numerat b. quare etiā numerat c. numerorum enī continue proportionalium / si primus numerat secundum: ipse numerat omnes / & simpliciter quilibet præcedens quemlibet sequentem, at quia etiā numerat se non erunt a & c contra se primi. quod est incōueniēs.

Eucl. ex Zamb. Theorema 17. Propositio 17.

Si fuerint quilibet numeri continue proportionales / ipsorum autem extremi primi adinuicē fuerint: non erit sicut primus ad secundum / sic ultimus ad aliquem alium.

THEON ex Zamberto. ¶ Sint quilibet numeri continue proportionales: a, b, c, d. ipsorum autē extremi / sint primi adinuicem. Dico q̄ nō est sicut a ad b, sic d ad aliquem alium. Si enim possibile: esto sicut a ad b sic d ad e. vicissim igitur per 13 septimi est sicut a ad d, sic b ad e. Ipsi autem a, d, primi sunt, primi autē: & minimi. minimi vero numeri: metiuntur eandem rationē habentes æqualiter per 21 septimi / antecedens antecedentem / & sequens sequentē. metitur igitur a ipsum b. estq; sicut a ad b: sic b ad c. & b igitur ipsum c metitur. quare & a ipsum c metitur. & quoniam est sicut b ad c sic c ad d, metitur autem b ipsum c: metitur igitur & c ipsum d. Sed a ipsum c metitur. quare & a ipsum d metitur. metitur autē & seipsum. Igitur a: ipsos a, d, metitur primos inuicem existentes. quod est impossibile. Nō est igitur sicut a ad b: sic d ad aliquem alium. quod ostendere oportuit.

Eucl. ex Camp.

Propositio 19

Repositis duobus numeris: an sit eis tertius continue proportionalis / perscrutari.

CAMPANVS. ¶ Sit a & b duo nūeri propositi. volo inquirere / an eis possit tertius sub cōtinua proportionalitate adiungi. Igitur si ipsi sūt cōtra se primi: impossibile est per 17. si vero cōpositi: ducatur b in se / & proueniat c. quē si a numerat: erit. si vero nō numerat: nō erit. Numeret enī eū secundū d: g erit quē querimus per 2 partē 20 septimi. Sit ergo ut non numeret eū: est tamē ut a ad b sic b ad d. itaq; ga ex b in se fit c: sequitur per primam partē 20 sep. ut ex a in d sit idem. igitur a numerat c secundum d. sed erat positum q̄ non. quare sequitur impossibile.

Eucl. ex Zamb. Theorema 18. Propositio 18.

Binis numeris datis: cōsiderare si possibile est eis tertium proportionalem inuenire

THEON ex Zamberto. ¶ Sint bini dati numeri a, b , sitq; oportū scutari: si est possibile eis tertium inuenire proportionalem. Iam ipsi a, b , aut sunt primi adinuicem: aut non. Si quidem igitur primi sunt adinuicem: patet per 16 noni q; impossibile est eis inuenire proportionalem tertium. Sed iam non sint ipsi a, b , primi adinuicem: & b seipsum multiplicans ipsum efficiat c . Iam a aut ipsum c metitur: aut nō metitur. Metitur prius per d . Ipse igitur a ipsum d multiplicās: ipsum efficit c . Sed & b seipsum multiplicās: ipsum c efficit. qui ex a, d , igitur: ei qui ex b est æqualis. Est igitur sicut a ad b : sic b ad d per secundam partem 19 septimi. Ipsi igitur a, b : tertius inuenitur d . Sed iam non metiatur a ipsum c . Dico q; ipsi a, b : impossibile est tertium inuenire proportionalem numerū. Si enī possibile: inueniatur d . Igitur qui ex a, d : ei est æquus qui ex b, g autē ex b : est ipse c . Igitur qui ex a, d : æquus est ipsi c . Quare a ipsū d multiplicās: ipsum efficit c . Igitur a : ipsum c metitur per d . Sed supponitur etiam non metiri. quod est impossibile. Non est igitur possibile ipsi a, b , tertium proportionalem inuenire: quando a ipsum c non metitur. quod oportuit ostendere.

Eucl. ex Camp.

Propositio 20.

Datis tribus numeris continue proportionalibus: an sit aliquis quartus eis continue proportionalis inquirere.

THEON ex Zamberto. ¶ Sint continue proportionales a, b, c . Volo inquirere an alius eis sub continua proportionalitate possit adiungi. igitur si a & c sunt cōtra se primi: impossibile est per 18. Si autem compositus sit d qui prouenit ex b in c . quem si numerat a : erit. si vero non numerat: non erit. Numeret enim eum secundū e : qui erit quem quærimus per secundā partem 20 septimi. Sit ergo ut nō numeret eum: est tamen ut a ad b , sicut c ad e . itaq; quia ex b in c fit d : sequitur per primā partem 20 septimi / ut ex a in e sit idem. ergo a numerat d secundum e . sed positum erat q; non. Idē potes perscrutari: quolibet continue proportionalibus propositis. si enim duo extremi sint contra se primi: finem habet interio per 18. si autē cōpositi: ducto secundū in ultimum / si productū numeret primus / is secundū quē eū numerat: est quē quærimus per secundā partem 20 septimi. si autem primus productū nō numerat: nullus erit. quolibet enim posito: per primā partem eiusdem secundum ipsum positū numerabit primus productum. quod positum erat non numerare.

Eucl. ex Zamb.

Theorema 19. Propositio 19.

¶ Tribus numeris datis: considerare si est possibile eis quartum inuenire proportionalem.

THEON ex Zāb. ¶ Sint dati tres numeri a, b, c , sitq; oportū cōiectare: si possibile est eis quartū proportionale inuenire. Iā ipsi a, b, c , aut cōtinue sunt proportionales & eorū extremi a, c , sunt primi adinuicē / aut non sūt cōtinue proportionales & eorū extremi primi sūt adinuicē: aut cōtinue sunt proportionales & eorū extremi nō sūt adinuicē primi: vel neq; sūt cōtinue proportionales neq; eorū extremi primi sunt adinuicē. ¶ Si qdē igitur ipsi a, b, c , continue sunt proportionales / & eorū extremi a, c , sunt primi adinuicem: patet per 17 noni q; est impossibile eis quartum proportionalem inuenire numerum. ¶ Non sint itā ipsi a, b, c , continue proportionales: extremis rursus primis existentibus adinuicem. Dicoq; & sic quartū proportionale inuenire: est impossibile. Si enī possibile: inueniatur d . Ut sit sicut a ad b : sic c ad d . fiatq; sicut b ad c : sic d ad e . Et quoniam est sicut g ad a ad b : sic c ad d , sicut autē b ad c : sic d ad e . At a, c , primi sunt. primi autē & minimi. minimi vero metiuntur eandem rationē habentes: antecedēs antecedentē & sequens sequentē / per 21 septimi. metitur igitur a ipsum c : antecedens antecedentem. metitur autem & seipsum.

Igitur a ipsos a, c, metitur primos adiucē exītes. qđ ē impossibile. ipsis igitur a, b, c, 4. pportionalē iuenire est impossibile. ¶ Si iā rursus sint ipsi a, b, c, cōtinue pportionalē: at a, c, nō sint primi adiucē. Dico qđ eis 4. pportionalē iuenire est possibile. Nā b ipsū c multiplicās: ipsū efficiat d. Igitur a ipsū d aut metitur: aut nō metitur. Metiatur prius ipsū: p e. Igitur a ipsū e multiplicās: ipsū efficiat d. sed & b ipsū c multiplicās: ipsū d efficiat. Igitur qđ ex a, e: ei est æquus qđ ex b, c. pportionalis igitur est sicut a ad b: sic e ad d. Sed iam nō metiatur a ipsū d. dico qđ ipsi a, b, c, 4. pportionalē iuenire est impossibile. Si ei possibile: inueniatur e. Igitur qui ex a, e, ei qui ex b, c, est æqualis. Sed qui ex b, c, est ipse d. & qđ ex a, e, igitur ipsi d est æqualis. Igitur a ipsum e multiplicās: ipsum efficiat d. Igitur a ipsum d metitur. sed & nō metitur. quod est impossibile. Igitur ipsi a, b, c, 4. pportionalē iuenire numerū est impossibile: qñ a ipsū d nō metit. ¶ Si iā ipsi a, b, c, neq; cōtinue sint pportionalē neq; eorū extremi adiucē sint primi: & b ipsū c multiplicās ipsū efficiat d. Similiter ostēdetur qđ si qđ a ipsū d metitur: possibile est eis pportionalē iuenire. si aut nō metitur: est impossibile, quod ostēdere oportebat.

Eucl. ex Camp.

Propositio 21.

21. **A**tis quotlibet numeris primis: aliquem primum ab eis diuersum esse necesse est.

¶ CAMP. Nihil aliud intēditur: nisi qđ nūeri primi sint īfiniti: demonstrare. Sint enī a, b, c, numeri primi. dico esse aliquē primū diuersum ab eis. sit qđ d f minimus quē numerat: cui addita vnitate fiat d g. qđ est primus aut cōpositus. si primus: cōstat ppositū. si cōpositus: numerat eū aliqs primus / q sit h, quē nō est possibile esse aliquē ex primis ppositis. Si enī esset aliqs eorū: cū qlibet ipsorū numeret d f, ipse quoq; numeraret eū dē. at quia numerat d g: oporteret ipsū numerare f g qđ est vnitas. quod est impossibile. Idē sequitur ppositū d f quotlibet numero quē numerat a, b, c. quare cōstat ppositū.

Eucl. ex Zamb. Theorema 20. Propositio 20.

20. **P**rimi numeri: plures sunt omni pposita multitudine primorum numerorum

¶ THEON ex Zāb. Sint ppositi primi nūeri a, b, c. Dico qđ ipsi a, b, c, plures sunt primi numeri. Accipiat enī per 39 sep. minimus quē ipsi a, b, c, metiatur: sitq; d e. addaturq; ipsi d e: vnitas d f. iā e f aut est primus aut nō. sit prius primus. inuēti iā sūt primi nūeri a, b, c, e, f: plures ipsi a, b, c. Sed iā nō sit e f primus. igitur eū aliqs nūer⁹ metitur p 34. sep. metiatur eū numerus primus g. Dico qđ g nulli ipsorū a, b, c, est idē. Si enī possibile: sit ipse aut a, b, c: ipsū d e metiatur. igitur & g: ipsū d e metiatur. metitur autē & e f. & reliquā d f vnitate metiatur g numerus exītes. qđ est absurdū. igitur g nō est idē vni ipsorū a, b, c. ipse aut supponit & primus. Inuēti igitur sūt primi nūeri plures pposita multitudine ipsorū a, b, c: ipsi a, b, c, g. qđ ostēdere oportuit.

Eucl. ex Camp.

Propositio 22.

22. **I**coaceruentur quotlibet numeri pares: totus quoq; ab eis coaceruatus erit par.

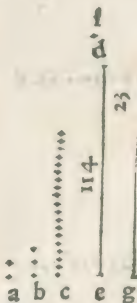
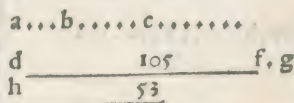
¶ CAMPANVS. Sit quisq; numerorū a, b, c: par. Dico ex eis cōpositū esse parē. habet enī ex conuersione diffinitionis / quisq; eorū: medietatem. sint ergo eorum medietates d, e, f. quia igitur sicut a ad d sic b ad e, & c ad f: erit ex 13 septimi / sicut a ad d sic totus a b c ad totū d e f. itaq; d e f est medietas a b c. ergo per diffinitionem / a b c: est par. quod est ppositum.

Eucl. ex Zamb. Theorema 21. Propositio 21.

21. **S**i pares numeri quilibet componantur: totus par est.

¶ THEON ex Zāb. Cōponant enī numeri quilibet pares ipsi a, b, c, d, e. Dico qđ totus a e par est. Nā quoniam vnusquisq; ipsorū a, b, c, d, e, par est: partem habet dimidiam. quare & totus a e habet partem dimidiam. numerus autem par est qui bifariam diuiditur per diffinitionem. igitur a e par est. quod ostēdere oportuit.

r. j.



a...b...c...d...e...f...

a...b...c...d...e...f...



Si numeri impares numero pares coaceruentur: totus quoque ex eis coaceruatus erit par.

CAMPANVS. Si quilibet numerorum a, b, c, d : impar. dico ex eis compositum esse parem. dempta eni a quolibet unitate: constat residuos esse pares: & quia ille unitates, demptæ componunt parem/cum sint numero pares: constat propositum per præmissam.

Eucl. ex Zamb. Theorema 22. Propositio 22.

Si impares numeri quilibet componantur: fuerit autem multitudo par: totus par erit.

THEON ex Zāb. Componantur enim impares numeri quilibet/multitudine pares: a, b, c, d, e . Dico quod totus a e par est. Nam quoniam unusquisque ipsorum a, b, c, d, e , impar est: ablata unitate ab unoquoque / unusquisque reliquus par erit. Quare & compositus ex ipsis par erit per 21 noni. Est autem & unitatum multitudo par. Totus igitur a e par est. quod ostendere oportebat.

Eucl. ex Camp.

Propositio 24.



Si numeri impares numero impares coaceruentur: totus quoque ex eis coaceruatus erit impar.

CAMPANVS. Si quilibet numerorum a, b, c : impar. Dico totum ex eis compositum esse impar. Erit eni per præmissam compositus ex a & b : par. & quia c , dempta unitate/est par: erit per antepremissam totus a, b, c , dempta unitate/par. Per definitionem itaque constat totum esse impar.

Eucl. ex Zamb.

Theorema 23. Propositio 23.

Si impares numeri quilibet componantur: multitudo autem ipsorum fuerit impar: & totus impar erit.

THEON ex Zāb. Componantur enim quilibet impares numeri/ quorum multitudo sit impar: a, b, c, d . Dico quod totus a d impar est. Auferat ab ipso c d: unitas d , reliquus igitur c e par est. est autem a c par. & totus igitur a e par est. est autem d e unitas. totus igitur a d impar est. quod ostendere oportuit.

Eucl. ex Camp.

Propositio 25



Si a numero pari numerus par detrahatur: reliquus erit par. & residuus sit c . Dico c esse parem. sit enim d medietas a e quod sit medietas b . detractoque e de d : sit reliquus f . erit per 13 septimi: c ad f sicut a ad d . quare f est medietas. itaque c est par. quod est propositum.

Eucl. ex Zamb.

Theorema 24. Propositio 24.

Si a pari numero par auferatur: reliquus par erit. **THEON ex Zāb.** A pari enim a b, auferatur. Dico quod reliquus a c par est. Nam quoniam a b par est habet partem dimidiam. tam id propterea & b c: habet partem dimidiam. quare & reliquus c a habet partem dimidiam. par igitur est a c. quod ostendere oportebat.

Eucl. ex Camp.

Propositio 26



Si de numero pari imparē tollas: qui relinquitur impar erit. **CAMP.** Si a b par: a quo tollatur a c sit impar. Dico c b residuum esse imparē: subtrahatur eni ab a c: unitas q sit c d. eritque a d par. itaque per 25: d b quoque erit par. Quia igitur d c est unitas: sequitur c b esse imparē. quod est propositum.

Eucl. ex Zamb. Theorema 25. Propositio 25.

Si a pari numero impar auferatur: reliquus impar erit. **THEON ex Zamberto.** A pari namque numero a b: auferatur impar b c. Dico quod reliquus c b impar est. Auferatur ab ipso b c: unitas c d. igitur d b: par est. Est autem a b quoque par. & reliquus igitur a d: par est. ac c d

a...b...c...d...

a...b...c...d...e

a...b...c...

a...b...c...d

a...d...f...
b...c...
e...

a...c...b

a...d...c...b

a...c...d...b

est vnitas. igitur a c impar est quod. ostendere oportuit.

Eucl. ex Camp.

Propositio 27

27 **S**i a numero impari detrahatur impar: reliquus erit par.
CAMPANVS. ¶ Sit a b numerus impar: a quo detrahatur b
 c qui etiam sit impar. dico reliquum qui est a c esse parē. De-
 trahatur enim ab utroq; duorum numerorū a b & b c: vnitas
 quæ sit b d. eritq; vterq; duorum residuorum quæ sunt a d & d c: par. per
 præmissam itaq; constat a c esse parem. quod est propositum.

a c d . b

Eucl. ex Zamb. Theorema 26. Propositio 26

26 ¶ Si ab impari numero impar auferatur: reliquus par erit.

THEON ex Zamberto. ¶ Ab impari nāq; a b: impar auferatur b c. Di-
 co q; reliquus c a par est. nā quoniam a b impar est: auferatur vnitas b d.
 reliquus igitur a d: par est. Iā id propterea & c d par est per diffinitionē.
 quare & reliquus c a par est. quod ostendere oportuit.

a c d . b

Eucl. ex Camp.

Propositio 28

28 **S**i a numero impari numerum parem subtrahas:
 qui relinquitur impar est.

CAMPANVS. ¶ Sit a b impar: a quo detrahatur a c
 qui sit par. Dico b c residuū esse imparem. Sit enim b d v-
 nitas: eritq; a d par. Et quia a c est par: erit per 25 c d par.
 cum itaq; sit d b vnitas: erit c b impar. quod est propositum.

a c d . b

Eucl. ex Zamb. Theorema 27. Propositio 27

27 ¶ Si a b impari numero par auferatur: reliquus impar erit.

THEON ex Zamb. ¶ Ab impari namq; a b: par auferatur b c. Dico q;
 reliquus c a impar est. Auferat vnitas a d. igitur d b par est. est aut b c
 par. & reliquus igitur c d: par est. igitur c a impar est. qd ostendere oportuit.

a . d c b

Eucl. ex Camp.

Propositio 29.

29 **S**i numerus impar in numerum parem ducatur: qui
 inde producet erit par.

CAMPANVS. ¶ Ex 23 manifestum est quod dicitur.

Eucl. ex Zamb. Theorema 28. Propositio 28

28 ¶ Si impar numerus parem multiplicans / aliquem fecerit:
 qui gignitur par est.

THEON ex Zamberto. ¶ Impar inq; a, parem b multiplicans: ipsum
 efficiat c. Dico q; c par est. Nam quoniam a ipsum b multiplicat / ipsum c
 fecit: igitur c ex totidē ipsi b equalibus quorū sūt in a vnitates cōponit.
 estq; b par. igitur c ex paribus cōponitur. Si vero numeri pares qlibet cō-
 ponantur: totus par est. per 21 noni igitur: c par est. quod ostendere oportuit.

a b c

Eucl. ex Camp.

Propositio 30

30 ¶ In imparē ducatur impar: qui producet erit impar.

CAMPANVS. ¶ Hæc quoq; ex 24 manifesta est.

CHæ sequētes 2 ex Campano propositiones: nullas sibi ex
 Zamberto respondentes habent.

Eucl. ex Camp.

Propositio 31

31 ¶ Si nūerus impar nūerū parē nūeret: nūero pari eū nūerabit.

CAMPANVS. ¶ Si enim numero impari eum numeraret: ex impari
 in imparē fieret par. quod est inconueniens per præmissam.

Eucl. ex Camp.

Propositio 32.

32 ¶ Si impar imparem numeret: impariter eum numerat.

CAMPANVS. ¶ Si enim pariter eum numeraret: ex numero impari
 in numerum parem fieret impar. quod est inconueniens per 29.

r. l. f.

¶ Si impar numerus imparem numerum multiplicans fecerit aliquem: factus impar erit.

¶ THEON ex Zamberto. ¶ Impar enim numerus a, imparem numerum b multiplicans: ipsum efficiat c. Dico qd c impar est. Nam quoniam a ipsum b multiplicans: ipsum facit c: igitur c ex totidem ipsi b æqualibus quotæ sunt in a unitates: componitur. Est autem uterq; ipsorum a, b: impar. Igitur c ex imparibus conficitur numeris: quorum multitudo impar est. Quare per 23 noni: c impar est. quod ostendere oportuit.

Eucl. ex Camp.

Propositio 33

¶ Si numerus impar numerum parem metiatur: eiusdem quoq; dimidium ipsum metiri necesse est.

¶ CAMPANVS. ¶ Sit a numerus par cuius dimidiū b: sitq; c numerus impar qui numeret a. dico qd c numerabit b. numeret enim a secundum d. eritq; per 31: d numerus par. Esto igitur eius dimidiū e: ducaturq; c in e, & proueniat f. eritq; per 18 septimi a ad f sicut d ad e. & quia etiā est a ad b sicut d ad e: sequitur b & f esse æquales. cum itaq; c numeret f: idē numerabit b. quod est propositum.

Eucl. ex Zamb. Theorema 30. Propositio 30.

¶ Si impar numerus parem numerum mensus fuerit: & eius dimidium metietur.

¶ THEON ex Zamberto. ¶ Impar enim numerus a: parem numerum b metiatur. Dico qd & eius dimidium metietur. Nam quoniam a ipsum b metitur: ipsum metiatur per c. Dico qd c non est impar. Si enim possibile: sit impar. Et quoniam a metitur ipsum b per c: igitur a ipsum c multiplicans: ipsum efficit b. Igitur b componitur ex imparibus numeris: quorum multitudo impar est. Igitur b impar est. quod est absurdum. Supponitur enim par. Igitur impar non est. par igitur est c. Quare a ipsum b metitur pariter. & c igitur ipsum b metit per a. habet autem uterq; ipsorum c, b, partem dimidiam, est igitur sicut c ad b sic dimidium ad dimidium. dimidium autem c: ipsum b per a. & dimidium ipsius metietur ipsius b dimidium per a. igitur a, dimidium multiplicans ipsius c: dimidium ipsius b efficit. Igitur a ipsius b dimidium metitur. metiturq; per ipsius c dimidium. Idq; propterea a ipsius dimidium metietur. quod ostendere oportuit.

Eucl. ex Camp.

Propositio 34

¶ Si numerus impar ad aliquem fuerit primus: idem ad eiusdem duplum erit primus.

¶ CAMPANVS. ¶ Sit a numerus impar primus ad b: cuius duplū sit c. Dico qd a est primus ad c. sin autem: numeret eos d. Cūq; a sit impar: sequitur d esse imparē. quicūq; enim impar parem numerat: pari numero eū numerabit per 31. per præmissam itaq; a numerabit b. non sunt igitur a & b contra se primi. quod est contra hypothesin.

Eucl. ex Zamb. Theorema 31. Propositio 31

¶ Si impar numerus ad numerum aliquem primus fuerit: & ad ipsius duplum primus erit.

¶ THEON ex Zamberto. ¶ Impar enim numerus a, ad numerum aliquem b, primus esto: ipsius autem b, duplus esto c. Dico qd a ad c primus est. Si autem a, c, non sunt primi: metitur eos aliquis numerus. metiatur: et esto d. est autem impar numerus: a. impar igitur & d. Et quoniam d impar existens ipsum c metitur: est autem & c par: igitur d metietur ipsius c dimidium per præcedentē. Dimidiū autē ipsius c: est b. igitur d ipsum b metitur. metitur autem & a. Igitur d: ipsos a, b, metitur primos ad inuicem existentes. quod est absurdum. Igitur a ad c primus est. Ipsi igitur

a..... f.....
b..... e.....
c..... d.....

a c b

a..... c..... d.....
b.....

a b c d

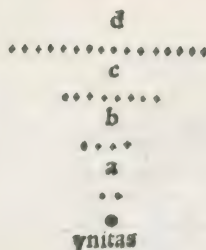
tur a, c, primi sunt adinuicem, quod erat ostendendum.

Eucl. ex Camp.

Propositio 35.



Vmeri a duobus dupli: sunt pariter pares tantū. CAMPANVS. ¶ Sit vnitas a, b, c, d, continue proportionales: sitq; a binari⁹. Dico omnes eos esse pariter pares: eisq; secundum hanc proportionē in infinitum audis/ nullum alium esse pariter parem. De his quidē constat per diffinitionem: cum per 12 quilibet præcedens numeret quemlibet sequentē per aliquē eorū quos omnes oportet esse pares/ & nullus alius numeret aliquem eorum per 13 eo q; a qui est binarius vnitatem sequens est primus. Qz autē nullus alius ab his sit pariter par: constat sic. Posito enim ali quo: diuidat in duas medietates/ eiusq; medietas in duas. & hoc toties fiat: quousq; nūerus aut vnitas diuisionē impediatur/ quod necesse est euenire per vltimā partitionē. Si qdē numerus hanc prohibeat: ipse erit impar: qui cum numeret pariter parem positū: non erat pariter par qui positus est pariter par. Si autem vnitas: non erit is alius a continue duplis ab vnitate.



Eucl. ex Zamb.

Theorema 32. Propositio 32.

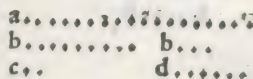
¶ A binario duplorum vnusquisq; pariter par est tantum. THEON ex Zamberto. ¶ A binario enī a: duplicetur quilibet numeri b, c, d. Dico q; ipsi b, c, d: pariter pares sunt tantum. Qz quidem vnusquisq; pariter par est: manifestum est/ a binario enim est duplicatus. Dico q; & tantū. Exponatur vnitas. Quoniam igitur ab vnitate quilibet numeri continue proportionales sunt/ qui autem post vnitatē a primus est: maximū ipsorū a, b, c, hoc est d nullus meretur præter ipsos a, b, c, per 13 noni. Est autē vnusquisq; ipsorū a, b, c: pariter par. Igitur d pariter par est tantum. Similiter iam ostendemus q; & vnusquisq; ipsorum a, b, c: pariter par est tantum, quod oportuit ostendere.



Eucl. ex Camp.

Propositio 36.

Vmerus cuius medietas est ipar: est pariter ipar. CAMPANVS. ¶ Sit a numerus: cuius medietas quæ sit b, sit impar. Dico a, esse pariter imparē. Sit enī c binarius: manifestum itaq; quoniam ex c in b fit a. Sit autem d quilibet numerus par numerans a: qui numeret eum secundum e, eritq; per secundam partē 20 septimi/ e ad b: sicut c ad d. Igitur e numerat b: quia c numerat d. Erit itaq; e numerus impar: erat enim & b, per diffinitionem igitur a est pariter impar.



Eucl. ex Zamb.

Theorema 33. Propositio 33.

¶ Si numerus dimidium impar habuerit: pariter impar est tantum.

THEON ex Zāb. ¶ Numer⁹ enī a: dimidiū habeat ipar. Dico q; a pariter ipar est tm. Qz qdē pariter ipar: est manifestum. eius nāq; dimidiū ipar existens: eum pariter metitur per diffinitionē. Dico q; & tm. Si enī a pariter par est: & eius dimidium par est per diffinitionē. metietur igitur eum par numerus: per parem numerum. Quare & dimidium eius metietur per 39 numerus par: impar existens, quod est absurdum. Igitur d: pariter impar est tantum, quod oportuit ostendere.



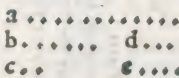
Eucl. ex Camp.

Propositio 37.

Mnis numerus a duobus non duplus/ cuius medietas est par: est pariter par & impariter.



CAMPANVS. ¶ Sit numerus a, nō duplus a duob⁹: cuius medietas quæ sit b, ponatur par. dico ipsum esse pariter parē & impariter. Sit enī c binarius. de quo manifestū est q; ipse numerat a secundū b, quia vero a non est duplus a duobus: necesse est si eius medietas quæ est b in alias



duas medietates diuidatur/mediatatisq; medietas in alias duas/vt tam-
dem occurrat numerus impediens diuisionē. qui propter hoc q̄ diuisionē
nō recipit: erit impar. sitq; is in quo sistit diuisionē: d. In nūero quippe ne-
cessē ē stare. q̄ si vsq; ad vnitatē pueniret diuisionē: esset a de numeris du-
plis a binario de quibus nō est. de d vero manifestū est q̄ ipse numerat
a per hāc cōmunē sciētā. Omnis numerus numerās aliū numerat omnē
numeratū ab illo. Numeret ergo eum secundū e. eritq; e: par. alioquin cū
d sit maior ipar: sequerē per 30 a esse imparē. Quia igitur b numerus par
numerat a secundū c qui quoq; est par (est enī binarius) at vero c nume-
rus par numerat eundē secundum d qui est impar: constat ex diffinitio-
ne numerum a esse pariter parē & impariter. quod est propositum.

Eucl. ex Zamb. Theorema 34. Propositio 34.

¶ Si numerus neq; a binario fuerit duplus/neq; dimidium
impar habuerit: pariter par est & pariter impar.

¶ THEON ex Zamberto. ¶ Numerus enī a non sit a binario duplus
neq; dimidiū habeat impar. Dico q̄ a pariter par est & pariter impar. q̄
quidē a pariter par est: manifestū est. dimidiū namq; non habet impar.
Dico iam q̄ & pariter impar est. Si enim ipsum a binariam secuerimus/
idq; semper efficientes: in quēdam numerum definemus imparem qui
ipsum metietur a per parē numerū. Si autem non definemus: ad binariū
inquā veniemus. eritq; ipse a: a binario duplicatus. quod non supponi-
tur. Quare a: pariter impar est. patuit autē q̄ & pariter par. Igitur a: pa-
riter par est & pariter impar. Quod ostendere oportuit.

Eucl. ex Camp.

Propositio 35

¶ I de secūdo atq; vltimo numerorū cōtinue pportio
naliū/ēquale primi dematur: quātū est reliquū secū-
di ad primū tātū esse reliquū vltimi ad coaceruatū
ex cunctis pcedētib; necessario comprobatur.

¶ CAMPANVS. ¶ Sint cōtinue proportionales a b, c d, e f, g h. dema-
turq; de c d, æqualis a b: qui sit c k, & de g h: qui sit g l. Dico tunc q̄
proportio k d ad a b: est sicut l h ad cōpositū ex e f, c d & a b. Sumatur
ex g h, æqualis e f qui sit g m: & æqualis c d, qui sit g n. eritq; l m: æqua-
lis k d. Manifestū autē est per 12 septimi/q̄ cū sit g h ad g m sicut g m
ad g n: erit h m residuū ad m n residuū, sicut g h ad g m, ideoq; sicut e f
ad c d, simili quoq; modo erit m n ad l n: sicut c d ad a b. Permutatim
igitur erit h m ad e f, & m n ad c d: sicut n l ad a b. itaq; cōiuncti per
13 septimi/erit l h cōpositus ex h m, m n & l n, ad cōpositū ex e f, c d &
a b: sicut l n ad a b, ideoq; sicut k d ad a b. quod est propositum.

Eucl. ex Zamb. Theorema 35. Propositio 35.

¶ Si fuerint quilibet numeri cōtinue proportionales / aut
ferantur autem a secundo & vltimo æquales ipsi primo: erit
sicut secundi excessus ad primum/sic vltimi excessus ad om-
nes seipsū pcedētes.

¶ THEON ex Zāb. ¶ Sint quilibet numeri cōtinue proportionales a
b c d, e f: incipientes ab a minimo. auferaturq; ab ipsis b c & e f ipsi a
æqualis vterq; ipforū c g, f h. Dicoq; est sicut b g ad a: sic est h e ad a.
b c, d. Ponatur enim ipsi quidē b c æqualis f k: ipsi autē d æqualis i g.
qm̄ f k ipsi c b est æqualis/ quorū f h ipsi c g est æqualis: reliquus igit
ad a, æquus autē est d ipsi f l, & b c ipsi f k, & a ipsi f h: est igitur sicut
e f ad f l, sic l f ad f k & k f ad f h. diuidendo ergo p 17 q̄nti/& sicut e l
ad l f: sic l k ad f k & h k ad f h. Est igitur & sicut vnus aīdentiū ad vñ
aīdentiū: sic oēs aīdētes ad oēs sequētes. Est igitur sicut k h ad f h: sic
e l, h, k h ad ipsos l f, f k, f h. æqualis autē est k h: ipsi b g, & f h: ipsi a.

a
b d ...
c .. e

g l n m h
e
c k d
a b

f
h
k
l
c
b
d
e


LIBER IX.

132

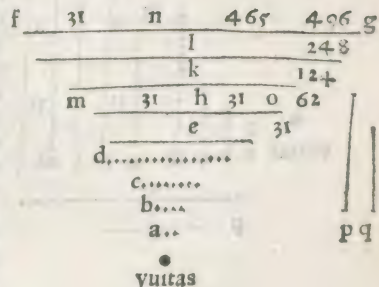
Ipsi autem f, k, l, h: ipsi d, b, c, a, est igitur sicut b g ad a: sic e h ad d, b, c, a. Est igitur sicut secundi excessus ad primū: sic est vltimi excessus ad omnes seipsum præcedentes. Quod ostendere oportuit.

Eucl. ex Camp.

Propositio 39.

39  Vm coaptati fuerint numeri ab vnitare continue duplici qui coniuncti faciant numerum primū: extremus eorum in aggregatum ex eis ductus producit numerum perfectum.

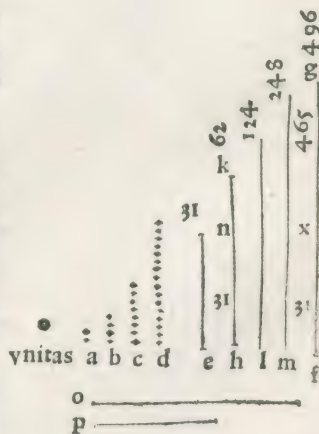
CAMPANVS. ¶ Sint ab vnitare continue duplici: a, b, c, d, ex eis autē & vnitare coaceruatus sit e: qui ponatur esse numerus primus, in quem e multiplicetur d: & proueniat f g, dico f g esse numerum perfectum. Sumantur igitur h, k, l, continue duplici ad e: vt tot sint e, h, k, l, quot sint continue duplici ad vnitatem sumpti, eritq; per æquam proportionalitatem l ad e: sicut d ad a, quare per primam partem 20 septimi/ ex a in l prouenit f g, nam ipse f g: prouenit ex d in e. Et quia a est binarius: est f g duplex ad l, sunt igitur e, h, k, l, & f, g: continue proportionales. Dematur igitur ex h, æqualis e qui sit m h: & residuus h o, qui erit etiam æqualis e, itēq; ex f g dematur eidē e æqualis qui sit n, eritq; per præmissam n g: quantum aggregatum ex e & h & k & l. Sed & n cum sit æqualis e: est quantum aggregatum ex a & b & c & d & vnitare, itemq; totus f g est quantum aggregatum ex omnibus his scilicet a, b, c, d & vnitare & illis e, h, k, l, de quibus omnibus manifestum est: q; numerant eum scilicet f g, e quidem secundum h: & h secundum k, quod ex prima parte 20 septimi/ conuincitur: adiuvate æqua proportionalitate sicubi opus fuerit. Est enī vt d ad c: sic k ad h, et vt d ad b: sic k ad e, per æquam proportionalitatem, quare & ex c in h, & ex b in k, necesse est prouenire f g: quē dudum prouenerat d in e. Si igitur nullus alius ab his numerat f g: ipse erit per definitionē numerus perfectus. ¶ Qz autē nullus alius eū numeret: patet. Si enī hoc possibile est: sit p qui numeret eum secundum q, eritq; per 33 septimi/ vt e numeret alterū eorum, ponaturq; q; numeret p. Et quia per secundam partem 20 septimi/ est q ad d sicut e ad p: sequitur vt q numeret d, quare cum a qui sequitur vnitatem sit primus (est enim binarius) erit q per 13 huius aut a aut b aut c, quicunq; autem horum fuerit: erit p, aut l aut k aut h, si enim q fuerit a: constat q; p erit l, quod si fuerit b: p erit k, si autem c: p quocq; erit h, non est igitur p diuersus ab illis vt fuerat postulatum, relinquitur ergo q; f g sit numerus perfectus, quod erat demonstrandum.



Eucl. ex Zamb. Theorema 36. Propositio 36.

36 **C** Si ab vnitare quilibet numeri continue expositi fuerint in duplici proportionē/ ex quo totus compositus primus fuerit & totus in vltimum multiplicatus aliquem fecerit: qui gignitur perfectus erit.

THEON ex Zamberto. ¶ Ab vnitare siquidē exponatur quilibet numeri continue in duplici proportionē/ ex quo totus compositus primus sit a, b, c, d, & toti æquus esto e, & e ipsum d multiplicās: ipsum efficiat f g. Dico q; f g perfectus est. Quot enim sunt multitudines ipsi a, b, c, d: totidem ab e accipiantur in duplici proportionē hoc est e, h, k, l, m. Ex æquali igitur per 13 septimi/ est sicut a ad d: sic est e ad m. Igitur qui ex e, d: est æquus qui ex a, m, estq; qui ex e, d: ipse f g. Igitur qui ex a, m: ipse f g est æqualis. Igitur a ipsum m multiplicans: ipsum efficit f g, igitur a, duplex ergo est f g ipsius m. Sunt autem & m, l, h, k, e, continue duplices adinuicem, igitur e, h, k, l, m, f g, continue sunt proportionales in duplici proportionē. Auferatur iam a secundo k h, & vltimo f g: ipsi e primo æqualis uterq; ipsorum h n & f x, est igitur per præcedentē, liij.





tem: sicut secundi numeri excessus ad primum: sic vltimi excessus ad omnes seipsum præcedentes. est igitur sicut n k ad e : sic est x g ad ipsos m , l , k , h , e . At est n k : ipsi æquus. & qui est x g igitur: ipsi m , l , k , e , est æquus. Est autem & x f : ipsi æqualis. at e : ipsi a , b , c , d , & vnitati. Totus igitur f g : æquus est & ipsi e , h , k , l , m , & ipsi a , b , c , d , & vnitati/et sub eorum dimensionem cadit. Dico q & f g , nullus alius metitur: præter ipsos a , b , c , d , e , g , k , l , m , & vnitatē. Si enim possibile: metiatur ipsum f g ipse o , & o nulli ipsorum a , b , c , d , e , h , k , l , m , esto idem. & quoties o ipsum f gmetitur: tot vnitates sint in p . Igitur o ipsum p multiplicans: ipsum facit f g . Sed & ipsum d multiplicans: ipsum efficit f g , est igitur per 19 septimi sicut e ad o sic p ad d . vicissim igitur per nonam eius d sicut e ad p : sic o ad d . Et quoniā ab vnitate continue proportionales sunt ipsi a , b , c , d , quivero post vnitatē a primus est: igitur d nullus alius numerus metietur præter a , b , c , per 13 noni. Supponiturq; nulli ipsorum a , b , c , ipse o idem. igitur ipsum d ipse o nō metitur. Sed sicut o ad d sic e ad p . neq; igitur ipsum p metitur. estq; e primus. omnis autē primus numerus ad omnem quem non metitur primus est per 31 septimi. igitur ipsi e , p : primi sunt adinuicē. primi autem: & minimi. minimi vero metiuntur eandem rationem habentes æqualiter per 21 septimi: antecedens antecedentem & sequens sequentem. Estq; sicut e ad p : sic o ad d . æque igitur e ipsum o metitur: & p ipsum d . Sed d nullus alius metietur præter a , b , c . igitur p vni ipsorum a , b , c , est idem. Sit p ipsi b idē. & quot sunt ipsi b , c , d , multitudine: totidem assumātur ab ipso e ipsi e , h , k , l . sicut ipsi e , h , k , l : ipsi b , c , d , in eadem ratione. ex equali ergo per 25 est sicut b ad d : sic e , ad l . igitur q ex b , l : ei qui ex d , e , est æqualis. Sed qui ex d e : ei qui ex p o est æqualis. & qui ex p o igitur: ei qui ex b l est æqualis. Est igitur sicut p ad b : sic l ad o estq; p ipsi b idē. & l igitur ipsi o est idē. quod est impossibile. Nam o nulli expositorum supponitur idem. igitur ipsum f galiquis numerus non metitur præter a , b , c , d , e , h , k , l , m , & vnitatē. & ostensum est p f g : ipsi a , b , c , d , e , h , k , l , m , & vnitati est æqualis. perfectus autem numerus est per diffinitionem qui suis partibus est æqualis. perfectus igitur est f g . quod ostendere oportuit.

EVCLIDIS MEGARENSIS
Arithmeticonum elementorum
Noni libri
Finis.

LIBER X. 133
EUCLIDIS MEGARENSIS CLARISSIMI
philosophi Mathematicorumque facile principis, primū
ex Campano, deinde ex Theone Græco commen-
tatore, interprete Bartholomæo Zamberto Veneto:
Geometrica elementa. Liber Decimus.

Ex Campano.

Diffinitiones.



Quantitates quibus fuerit una quan-
titas cōmunis eas numerans: dicen-
tur communicantes.

Quibus vero non fuerit una com-
munis quantitas eas numerans, di-
centur incommensurabiles.

Lineæ in potentia cōmmunica-
tes dicuntur: quarum superficies
quadratas una communis superfi-

cies numerat

Lineæ incommensurabiles in potentia dicuntur: quarum
superficies quadratas non numerat una communis super-
ficies. Quæ cum ita sint: manifestum est quia omni lineæ po-
tita: multæ aliæ sunt incommensurabiles, quædam in longitu-
dine tantum: quædam in longitudine & potentia.

Omnis autem linea cum qua ratiocinamur posita: vocetur
rationalis.

Lineæque ei communicantes: dicuntur rationales.

Eidem autem incommunicantes: dicuntur irrationales
sive surdæ.

Omnis vero quadrata superficies de qua per hypothesein
ratiocinamur: dicitur rationalis.

Superficies vero ei communicantes: dicuntur rationales.

Eidem autem incommensurabiles superficies: dicuntur
irrationales sive surdæ.

Lateræ vero quæ in illas quadratas possunt: dicuntur ir-
rationalia.

Euclī, ex Zamb.

Diffinitiones



Incommensurabiles magnitudines dicuntur:
quas eadem mensura dimetiatur.

Incommensurabiles autem: quæ sub nul-
lius communis mensuræ dimensionē cadūt.

Rectæ lineæ potentia commensurabiles
sunt: quando quæ ab ipsis quadrata / eadem

area dimetitur.

Incommensurabiles autem, quando ea quæ ex ipsis qua-
drata, nulla area communi mensura dimetitur. His exposi-
tis indicatur, quod proposita recta linea hoc est a qua & cubi

tales/ & palmi/ & digitales/ ac pedales sumunt mensuræ: ipsi sunt rectæ lineæ multitudinē infinitæ cōmensurabiles & incommensurabiles. Cōmensurabiles quidem: aut potentia tantum/ aut potentia & longitudine simul. Incommensurabiles vero: aut lōgitudine tantū/ aut longitudine & potētia simul.

¶ Vocatur igitur ipsa q̄dē proposita recta linea: rationalis. 6

¶ Et quæ huic commensurabiles & longitudine & potētia/ & potentia tantum: rationales. 7

¶ Quæ autem incommensurabiles per vtrūq; hoc est longitudine & potentia: irrationales appellantur. 8

¶ Et quod quidem a proposita recta linea quadratum: rationale. 9

¶ Et quæ huic commensurabilia: irrationalia. 10

¶ Et quod ab incommensurabili: irrationale. 11

¶ Et quæ huic commensurabilia: irrationalia dicuntur. 12

¶ Et ipsorū (si quadrata fuerint) latera/ sin autē alia quæ ipsa rectæ lineæ ipsa potentes æqualiaq; ipsis quadrata describētes: irrationales vocentur. 13

Eucl. ex Camp.

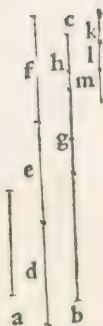
Propositio 1



I duabus quantitatibus inæqualibus propositis maius dimidio a maiori detrahatur/ itemq; de reliquo maius dimidio dematur/ deinceps quoq; eodem modo: necesse est vt tandem minore positarum minor quantitas relinquatur.

¶ CAMP. ¶ Sint duæ quantitates inæquales a & b: b c maior. dico quoties potest maius dimidio detrahi ab ipsa b c vel eius residuo: q̄ necesse erit reliq̄ quantitatē minorē esse a. Multiplicet ei a toties quousq; excedat b: sitq; eius multiplex d e f maius b c. Detrahatur itaq; ab ipsa b c, maius dimidio: quod sit b g. itēq; ex residuo quod est g e, maius dimidio: quod sit g h. hoc quoq; toties fiat: quousq; b c diuisa sit in tot partes quoties a continetur in d e f. Dico tunc q̄ vltimum residuum vt est hic h c: est minus a. Multiplicetur nāq; h c, quoties est multiplicata a in d e f: sitq; eius multiplex k l m. Quia igitur vnaqueq; quantitatū k, l, m, est æqualis h c: sequitur vt & k sit minor b g. sed & l: minor g h. at quia m est æqualis h c: erit per cōceptionem k l m minor b c. quare minor d e f. Cū sit ergo d e f ad a sicut k l m ad h c, sitq; d e f maior k l m: sequitur p 14 quinti/ q̄ a sit maior h e. quod est propositū. ¶ Idēq; sequitur: si a maiori dimidium dematur itemq; de reliquo dimidiū/ fiatq; toties quousq; maior diuidatur in tot partes quoties continetur minor in quolibet suo multiplice maiorem positarum quantumlibet excedente.

¶ CAMPANI Annotatio. ¶ Attendere autem oportet: q̄ huic ppositio nō videtur decima quinta tertiij contradicere/ proponens angulum cōtingentiæ minorem fore quolibet angulo a duabus lineis rectis contento. Posito enī angulo quolibet rectilineo/ si ab ipso maius dimidio dematur/ itemq; de residuo maius dimidio: necesse videtur hoc toties posse fieri quousq; angulus rectilineus minor angulo contingentia relinquatur. cuius oppositum 15 tertiij syllogizat. Sed hi non sunt vniuoce anguli. nō enim eiusdem sunt generis simpliciter curuum & rectum. At vero nec angulum contingentia toties contingit sumi: vt qualencunq; rectilineū excedat. quod necessariū est vt ex præhabita demonstratione patet/ ad hoc



ut consequens ex antecedente sequatur. Planum ergo est etiam quemlibet angulum rectilineum: infinitis angulis contingentia esse maiorem.

Eucl. ex Zamb. Theorema 1. Propositio 1.

¶ Duabus magnitudinibus inæqualibus expōitis/si a maiori auferatur maius q̄ dimidium/ & eius quod relictum est maius q̄ dimidium/ idq̄ semper fiat: relinquetur quædā magnitudo minor minore magnitudine expōita.

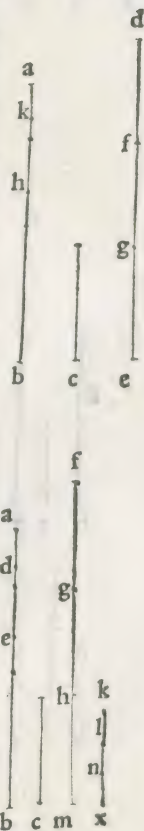
¶ THEON ex Zamberto. ¶ Sint binę magnitudines inæquales a b, c: quarum maior sit a b. Dico q̄ si ab ipsa a b auferatur maius q̄ dimidiū/ & reliqui maius q̄ dimidium/ & hoc semper fiat: relinquetur quædā magnitudo minor minore magnitudine expōita c. Et quoniam minor est c: igitur c multiplicata maior erit ipsa a b, multiplicetur: & esto d e ipsius quidem c multiplex/ maior autem ipsa a b. Diuidaturq̄ d e in æquales ipse: hoc est d f, f g, g e. Auferaturq̄ ab ipsa a b maius q̄ dimidium: b h. & ab ipsa a h maius q̄ dimidiū: hoc est h k. & hoc fiat semper: ex quo quę in a b sunt diuisiones æquales sint multitudine eis quę in ipso d e sunt diuisionibus. sintq̄ igitur a k, k h, & h b, diuisiones: æquales existētes multitudine ipsis d f, f g, & g e. Et quoniam maior est d e ipsa a b, auferaturq̄ ab ipsa d e minor q̄ dimidiū hoc est e g, ab ipsa autē a b maius q̄ dimidium b h: reliquum igitur g d reliquo h a, maius est. Et quoniam maius est g d ipsa h a, auferaturq̄ ab ipsa g d dimidium hoc est g f, ex ipsa autem a h maius dimidio hoc est h k: reliquum igitur d f, reliquo a k maius est. Aequale autem est d f ipsi c. & c igitur: ipso a k maius est. minus igitur est a k: ipso c. Reliquitur igitur ex a b magnitudine ipsa a k magnitudo: minor existēs minore expōita magnitudine c. quod oportuit demonstrasse. Similiter quoq̄ ostēdetur si dimidia sublata fuerit.

¶ CALITER IDEM ostendere. ¶ Consent binę magnitudines inæquales a b, c. Et quoniam minor est c: igitur c multiplicata maior erit ipsa a b, multiplicetur: & esto f m ipsius c multiplex. Diuidaturq̄ f m in ipsi c æqualia: hoc est m h, h g, g f. Et ab ipsa a b, auferatur maius q̄ dimidium/ b e: & ex ipsa e a, maius q̄ dimidium/ hoc est e d. & hoc fiat: ex quo quę in ipsa f m diuisiones æquales fiant ipsis quę sunt in a b diuisionibus. fiant autem sicut b e, e d & d a. Et ipsi d a: vnaquęq̄ ipsarum k l, l n, & n x, esto æqualis. & hoc fiat: ex quo diuisiones quę sunt in k x, fiant æquales eis quę sunt in m f. Et quoniam b e maior est q̄ dimidium ipsius a b: ipsa b e maior est ipsa e a. multo maior igitur est b e: ipsa d a. Sed ipsi d a: æqualis est k l. igitur b e: maior est ipsa k l. Rursus quoniam d e maior est q̄ dimidiū ipsius e a: ipsa igitur d e maior est ipsa d a. sed ipsa d a: æqualis est ipsi l n. igitur ipsa e d: maior est ipsa l n. Tota igitur d b: maior est ipsa k n. Sed ipsa d a: æqualis est ipsi n x. Tota igitur b a: maior est ipsa k x. Sed ipsa m f: maior est b a. multo maior igitur est m f: ipsa k x. Et quoniam m h, h g, & g f, sibi inuicem sunt æquales/ & k l, l n, & n x sibi inuicē sunt æquales/ & æqualis est multitudine ipsarū quę in m f multitudini ipsarū q̄ in k x: est igitur sicut m h ad k l, sicut h g ad l n, & n x ad g f. igitur per 12 quinti sicut m h ad k l: sic m f ad k x. Maior autem est m f ipsa k x. maior igitur est & g f ipsa k l. At f g: æqualis est ipsi c. ipsa autem k l: ipsa d. igitur c maior est ipsa a d. Quod oportuit demonstrare.

Eucl. ex Camp.

Propositio 2.

¶ Si fuerint duę quātitates inæquales/ detrahaturq̄ a maiori æquale minori donec minus eo supersit/ ac deinde a minori ipsius reliq̄ æquale demat donec minus eo relinquantur/ denuo quoq̄ reliquo primo æquale reliqui secūdi donec minus eo supersit auferatur/ & in huiusmo-

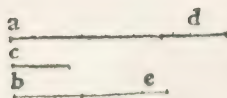


GEO.

ELE.

EV.

di continua detractiōe nullum reliquum quod ante relictū numeret inueniatur: eas duas quantitates incommensurabiles esse necesse est.



CAMPANVS. Simile huic proposuit prima septimi in numeris. Sint duæ quātitates inæquales a & b , maior a : quibus (si fiat reciproca quoad potest detractio) non occurrat (etiam si infinities fiat) aliqua quantitas detractiōem impediens, siue ante relictum numerans, dico eas incommensurabiles esse. Si autem sint cōmensurabiles: sit cōmunis earū mēsurā c . Detrahatur igitur b ex a quoties potest: sitq; residuū d , quod residuū detrahatur ex b quoties potest: & sit residuū e . Fiatq; toties ista detractio: quousq; ex alterutra duarū quātitatū a & b , remaneat minus c , hoc enim necesse est esse possibile per præcedentē. sitq; hic e minus c . Cum igitur c mensuret b detractam ab a , & etiam a ; mensurabit per cōceptionem d residuū, ideoq; cū mēsuret d detractū ab ipso b , & etiā ipsum b : mēsurabit e residuum, sed erat e minus c , maior ergo quantitas: mēsurat minorem, quod est impossibile.

Eucl. ex Zamb. Theorema 2. Propositio 2.

Si duabus magnitudinibus inæqualibus expositis / sublata semper minore a maiori / reliqua minime metiatur præcedentem: incommensurabiles erunt ipsæ magnitudines.

THEON ex Zamberto. Duabus inq; magnitudinibus inæqualibus existentibus a , b , c , d , & existente minore ipsa a b : sublata semper minore ipsa a b , a maiori c , d , reliqua nequaquā metiatur præcedentē. Dico q; incommensurabiles sunt ipsæ a , b , c , d , magnitudines. Si enim sunt cōmensurabiles: metietur per 1 diffinitionē decimī / eas aliqua magnitudo, metiatur si possibile est: & esto e , & a b ipsam d f metiens: relinquat seipsa minorem c f . Atc f ipsam b g metiens: per 1 decimī / relinquat seipsa minorem a g , & hoc semper fiat: ex quo sumpta fuerit quædā magnitudo quæ sit minor ipsa e , fiat, & per præcedentem sumatur a g minor ipsa e . Qm e ipsam a b metitur / sed a b ipsam d f metitur: igitur e ipsam d f metietur, metitur autē & totā c d , igitur & reliquā c f metietur. Sed c f ipsū b g metitur, & e igitur ipsū b g metitur, metitur autē & totū a b , & reliquū igitur a g metietur: maius min⁹, quod est impossibile. Ipsas igitur a b , c , d , nulla metietur magnitudo. Incommensurabiles igitur sunt ipsæ a b , c , d , magnitudines. Si binæ igitur magnitudines inæquales exponantur / auferaturq; semper a maiori minor / & reliquum tam en præcedentem non metiatur: ipsæ magnitudines erūt incommensurabiles, quod oportuit demonstrare.

Eucl. ex Camp.

Propositio 3

Propositio 3
Ropositis duabus quantitatibus inæqualibus cōmunicantibus: maximam quātitatē cōmunicantem inuenire.

CORRELARIUM. Ex hoc itaq; manifestum est / quæ duas metitur quantitates: maximam quoq; communiter ambas metientem metiri.

CAMPANVS. Huius demonstrationem / si 2 septimi non ignoras: non potes ignorare. Si enī nūeri nomē in quantitatē nomē conuertas: idem prorsus hic & illic efficies, processus enim vtrobiq; idem erit.

Eucl. ex Zamb. Problema 1. Propositio 3.

Duabus magnitudinibus cōmensurabilibus datis: maximam earum communem inuenire mēsuram.

THEON ex Zamberto. Sint datæ binæ magnitudines cōmensurabiles a b & c d : quarum minor sit a b , oportet iam ipsarum a b & c d maximam cōmunem inuenire mēsuram. Igitur a b aut metitur ipsam

c

c d: aut non. Si enim metitur/metitur & seipsam: igitur a b ipsarum a b & c d communis est dimensio. Et manifestum est qd & maxima. maior namq ipsa a b magnitudine: ipsam a b non metietur. ¶ Non metiatur autem a b: ipsam c d. Sublata igitur semper minore a maiori/id quod relinquitur metietur quandoq; præcedentē: eo quia ipse a b, c d, sunt cōmensurabiles. & a b ipsam e d metiens/relinquat ipsa minorem e c: at e c ipsam f b metiens/relinquat ipsa minorem hoc est f a. at f a: ipsam c e metiatur. Quoniam igitur a f ipsam c e metitur/sed c e ipsam f b metitur: & a f igitur ipsam f b metietur. Metitur autem & seipsam. & totam igitur a b metietur ipsa a f. Sed a b ipsam d e metitur. igitur a f ipsam e d metietur. metitur autē & c e. & totam igitur c d metitur. Igitur a f ipsas a b & c d metietur. igitur a f: ipsarū a b & c d communis est dimensio. ¶ Aio quoq; qd & maxima. si enim non: erit aliqua magnitudo maior ipsa a f, quæ ipsas a b & c d metietur. Sitq; inq; g. Quoniam igitur g ipsam a b metitur/sed a b ipsam e d metitur: & g igitur ipsam e d metietur. Metitur autem & totam c d. & reliquam igitur c e metietur ipsa g. Sed c e ipsam f b metitur. igitur & g ipsum f b metietur. metitur autem & totam a b. & reliquā igitur a f metietur/ maior minorem. quod est impossibile. Igitur maior aliqua magnitudo ipsa a f: ipsas a b & c d magnitudines non metietur. Igitur a f ipsarum a b & c d maxima cōmunis dimensio est. Duabus igitur magnitudinibus cōmensurabilibus datis a b & c d: maxima cōmunis dimensio inuenta est. quod fecisse oportuit.

¶ CORRELARIUM. ¶ Ex hoc inq; manifestū est/qd si magnitudo binas magnitudines mensa fuerit: & maximam earum communem dimensionem metietur.

Eucl. ex Camp.

Propositio 4.

¶ Ropositis tribus quantitatibus communicantibus: maximam eas communiter numeratē inuenire.

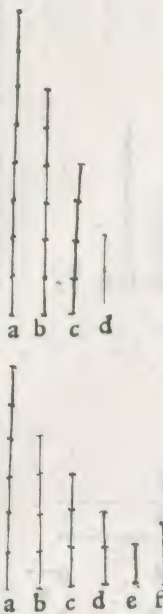
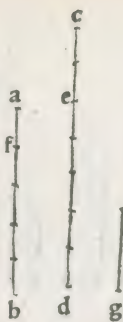
¶ CAMPANVS. ¶ Hæc ex tertia septimi/sic patet: sicut præmissa ex secunda. Simulq; correlariū ex hac deduces: ut illic ex secunda deductum est.

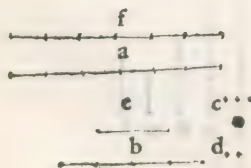
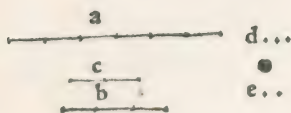
Eucl. ex Zamb.

Problema 2 Propositio 4.

¶ Tribus magnitudinibus cōmensurabilibus datis: maximam earum communem mensuram inuenire.

¶ THEON ex Zamberto. ¶ Sint datæ tres magnitudines cōmensurabiles a, b, c. oportet iam ipsarum a, b, c: maximam cōmunem mensurā inuenire. Sumatur enim per 3 decimi/ ipsarum duarū a, b, maxima communis mensura: sitq; illa d. Igitur d ipsam c aut metitur: aut non metitur. igitur d ipsas a, b, c metitur. Quoniam igitur d ipsam c metitur/metitur & ipsas a b: est. Et manifestū qd maxima. maior namq ipsa d magnitudo: ipsas a, b, c, non metietur. ¶ Non metiatur iam d ipsam c. Dico primū qd cōmensurabiles sunt ipse c, d. Quoniam enim cōmensurabiles sunt ipse a, b, c: metitur eas aliqua magnitudo: quæ videlicet & ipsas a, b, metietur. quare & ipsarum a, b, maximā cōmunem mensuram d metietur per correlariū præcedentis. metitur autem & c, quare dicta aliqua magnitudo metietur ipsas c, d. Cōmensurabiles igitur sunt ipse c, d. Sumatur per 3 decimi/ earum cōmunis maximā dimensio: sitq; e. Quoniam igitur e ipsam d metitur/sed d ipsas a, b, metitur: & e igitur a, b, metitur. metitur autem & c. Igitur e: ipsarū a, b, c, cōmunis est mēsurā. ¶ Dico qd & maxima. Si enī possibile: sit e minor magnitudo ipsa f. metiaturq; f: ipsas a, b, c. Et quoniam f ipsas a, b, c, metitur/metitur & ipsas a, b: & ipsarum igitur a, b, ipsarum a, b, maxima communis mēsurā est d. Igitur f ipsam d metitur. metitur autem & c. igitur f ipsas c, d, metitur. & ipsarum ergo c, d, maxi-





mam cōmunem mensuram: per p̄cedens correlarium metietur f. maxle
ma vero communis mensura ipsarum c, d: est e. igitur f ipsam e metitur:
maior minorem. quod est impossibile. Ipsa igitur magnitudine e, maior
aliqua magnitudo: ipsas a, b, c, non metitur. Igitur e ipsarū a, b, c, ma
xima cōmunis est dimensio: si non metiatur d ipsam c. Si autem metia
tur: ipsa est d. Tribus igitur magnitudinibus cōmensurabilibus datis: ma
xima cōmunis earum dimensio inuenta est. quod facere oportebat.
CORRELARIIVN. Ex hoc proinde manifestum est: q̄ si magnitu
do tres magnitudines mensa fuerit: & maximam quoq; earum cōmunē
dimēsiōnem metietur. Smiliterq; & in pluribus & cōmunis maxima mē
sura: & subinde correlarium: inuenietur.

Eucl. ex Camp.

Propositio 5.



Mnium duarum quantitatum communicantium
est proportio: tanq̄ numeri ad numerum.
CAMPANVS. S̄int duæ quantitates a & b: cōmunicā
tes. Dico q̄ earum proportio est sicut alicuius numeri ad aliū
numerum. Sit enim c maxima quātitas communiter mensurans a & b,
reperita vt docet secūda huius: quæ mēsuret a secundū numerum d, & b
secundum numerū c. eritq; a ad c vt d ad vnitatem: eo q̄ sicut a est mulp
tiplex c, ita d est multiplex vnitatis. ac c ad b, vt vnitās ad e: quoniam
sicut c est submultiplex b, ita vnitās est submultiplex e. igitur per æquā
proportionalitatem a ad b: vt d ad e. quod est propositum.

Eucl. ex Zamb. Theorema 3. Propositio 5.

Commenfurabiles magnitudines: adinuicem rationē habē
bent quam numerus ad numerum.

THEON ex Zamberto. S̄int cōmensurabiles magnitudines a, b.
Dico q̄ a ad b rationem habet: quam numerus ad numerum. Quoniam
enim cōmensurabiles sunt a, b: metietur eas aliqua magnitudo. metiatur
& esto c. Et quoties c ipsam a metitur: tot vnitates sint in d: quoties autē
c ipsum b metitur: tot vnitates sint in e. Quoniam igitur c ipsum a me
tetur per eas quæ in d sunt vnitates: & vnitās metitur ipsum d per eas
quæ in ipso sunt vnitates: æque igitur vnitās ipsum d metitur nume
rum: & c magnitudo ipsam a. est igitur sicut c ad a: sic est vnitās ad d. cō
tra: igitur p̄ correl. 4. q̄nti sicut a ad c: sic d ad vnitatem. Rursus quoniā
c ipsam b metitur per eas quæ in e sunt vnitates: metitur autem & vni
tas ipsum e per eas quæ in eo sunt vnitates: æque igitur vnitās ipsum e
metitur: & c ipsum b. Est igitur per idē sicut c ad b: sic est vnitās ad e. Pa
tuit autem q̄ & sicut a ad c: sic d ad vnitatem. ex æquali igitur per 22. quin
ti: est sicut a ad b: sic est d numerus ad e numerum. Commenfurabiles igit
tur magnitudines a, b, adinuicem rationem habēt: quam numerus d ad
numerum e. quod oportebat demonstrare.

Eucl. ex Camp.

Propositio 6.



I fuerint duæ quantitates quarum sit proportio vni
us ad alteram tanq̄ numeri ad numerum: eas duas
communicantes esse necesse est.

CAMPANVS. Hæc est conuersa prioris. Vt si sit a ad b sicut nume
rus c ad numerū d: erunt duæ quātitates a & b cōmunicantes. Sit enim
e toties mensurans b: quoties est vnitās in d. & toties mensurans f: quo
ties vnitās in c. Cum sit igitur f ad e vt c ad vnitatem: ac e ad b vt vni
tas ad d: erit per æquam proportionalitatem f ad b vt c ad d. quare etiam
vt a ad b. Igitur per primam partem 9. quinti: f est æqualis a. Cū itaq; a
mensuret f: per conceptionem mensurabit a. igitur a & b communicantes.
mensurabat enim & b. quod est propositum.

Eucl. ex Zamb. Theorema 4. Propositio 6.

Si binæ magnitudines adinuicem rationē habuerint quā

numerus ad numerum: commensurabiles crunt ipsę magnitudines.

THEON ex Zamberto. ¶ Binę in quā magnitudines a, b, adinuicem rationem habeant: quam numerus d ad numerum e. Dico q̄ cōmensurabiles sunt ipsę a, b, magnitudines. Quot enim sunt in ipsa d vnitates: in tot æquales diuidatur per 9 sexti ipsa a, & vni earū æqualis esto c. Quot autem vnitates sunt in e: ex totidem magnitudinibus ipsi c æqualibus componatur f. Quoniā igitur quot sunt vnitates in ipsa d, tot magnitudines sunt & in ipsa a æquales ipsi c: qualis igitur pars est g vnitas ipsius d, talis pars est & c ipsius a. est igitur sicut c ad a: sic g vnitas ad ipsum d. Metitur autem g vnitas ipsum d numerū, metitur igitur & c ipsum a. Et quoniam est sicut c ad a sic est g vnitas ad numerum d: & contra per correlariū 4 quinti / sicut est a ad c, sic est d numerus ad g vnitatē. Rursus quoniam quot vnitates sunt in e, tot sunt & in ipsa f æquales magnitudines ipsi c: est igitur sicut c ad f, sic g vnitas ad e numerū. Patuit autem & sicut a ad c: sic est d ad vnitatem g. Ex æquali igitur per 22 quinti est sicut a ad f: sic est d ad e. Sed sicut d ad e sic est a ad b. Igitur per 11 quinti & sicut a ad b: sic est & a ad f. Igitur a: ad vtrāq; ipsarū b, f, eandē habet rationem. æqualis per 9 quinti / igitur est b ipsi f. metitur autem & c ipsum f. metitur igitur & b. sed & etiam a. Igitur c ipsas a, b, metitur. Cōmensurabilis igitur est a ipsi b. Si binę igitur magnitudines adinuicem rationem habuerint quam numerus ad numerum: commensurabiles erūt ipsę magnitudines. quod erat ostendendum.

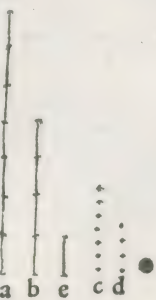
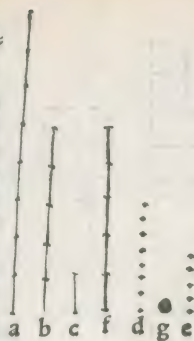
CORRELARIUM. ¶ Ex hoc proinde manifestum est / si fuerint bini numeri d, e, & recta linea sicut a: q̄ datur & factu est possibile sicut numerus ad numerum sic recta linea ad rectam lineam. Si autem vt ipsarum a, f, media proportionalis sumpta fuerit / sicut b: erit sicut a ad f, sic quod ex ipsa a: ad id quod ex ipsa b. hoc est sicut prima a ad tertiam f: sic quod a prima ad id quod ex secunda simile similiterq; descriptū / per correlariū 19 sexti. Sed sicut a ad f: sic est d numerus ad e numerum. fit igitur sicut d numerus ad e numerum: sic quod ex a recta linea ad id quod ex b recta linea.

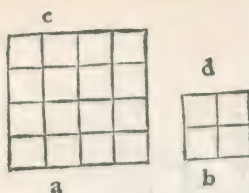
CALITER idem ostendere. ¶ Binę in quā magnitudines a, b, adinuicem rationem habeant: quam numerus c ad numerum d, dico q̄ ipsę magnitudines sunt commensurabiles. Quot enim sunt in ipso c vnitates: in tot æqualia diuidatur a: & vni earum æqualis esto e. Est igitur sicut vnitas ad c numerum: sic est e ad a. est autē & sicut c ad d: sic a ad b. ex æquali igitur per 22 quinti / est sicut vnitas ad ipsum d numerum: sic est e ad b. metitur autem vnitas ipsum d. metitur igitur & e ipsum b. metitur autē & a: quoniam vnitas ipsum c. Igitur e vtrāq; ipsarum a, b, metitur. Ipsę igitur a, b, commensurabiles sunt: & e ipsarum communis est dimensio.

Eucl. ex Camp.

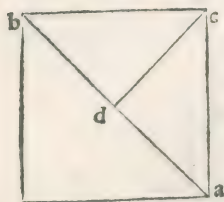
Propositio 6.

Mnum duarum superficierum quadratarū quarum latera in longitudine communicant / est proportio vnus ad alteram: tanq̄ numeri quadrati ad numerū quadratū. Si vero fuerit proportio superficierum quadratarū ad superficiē quadratā tanq̄ proportio numeri quadrati ad numerum quadratum: erunt latera earum in longitudine communicantia. Qz si fuerit proportio superficierum quadratarū ad superficiem quadratam / non velut numeri quadrati ad numerum quadratum: latera earum erunt in longitudine incommensurabilia.

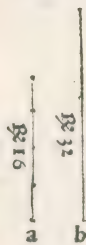




e... f...
g..... h....



e... f...
g..... h.....
k.....
e + l... f...
m... k..... h.....



CAMPANVS. ¶ Sint a & b, duæ lineæ quadratæ: quarum quadrata sint c & d. Dico q̃ si a & b communicant in longitudine: erit proportio c ad d, sicut numeri quadrati ad numerum quadratum. & e conuerso. Si autem proportio c ad d non sit sicut numeri quadrati ad numerum quadratum: a & b erunt incommensurabiles in longitudine. & e conuerso. Veruntamen istud argumentum quartum non proponit. Primum patet sic. Si a & b communicant in longitudine: ipsæ per 5 erunt in proportionem duorum numerorum qui sint e & f, quorum quadrati sint g & h. Quia ergo est c ad d sicut a ad b proportio duplicata per 18 sexti: sequitur vt sit etiam c ad d sicut e ad f duplicata. sed etiam est per 11 octauum g ad h vt e ad f duplicata. ergo c ad d: sicut g ad h, quod est primum. ¶ Secundum sic. Sit c ad d: sicut g numerus quadratus ad h numerum quadratum. dico q̃ a & b erunt in longitudine communicantes. Cum enim sit c ad d vt a ad b duplicata per 18 sexti: & g ad h per 11 octauum vt e ad f duplicata: quare & simpla a ad b sicut simpla e ad f: per 6 igitur sunt a & b communicantes. quod est secundum. Tertium vero patet ex primo: a destructione consequentis. Si militer quartum patet ex secundo: a destructione consequentis.

CAMPANI annotatio. ¶ Ex tertia parte huius: nota diametrum esse incommensurabilem costæ. Cum enim sit quadratum diametri duplum quadrato costæ: dupla vero proportio non sit sicut numerorum quadratorum: sequitur diametrum esse incommensurabilem costæ in longitudine. Alioquin cū quaternarius sit numerus quadratus: essent omnes pariter pariter quadrati: et etiā alij infiniti qui non sunt quadrati. Ducit uitem Aristoteles ad istud inconueniens: si diameter ponatur commensurabilis costæ: q̃ impar numerus erit æqualis pari. quod sic patet. Sit enim diameter a b commensurabilis lateri a c. eritq̃ per 5 a b ad a c: sicut aliquis numerus ad alium. Sint ergo hi numeri e & f: qui sint minimi in sua portione. eritq̃ ob hoc alter eorum impar. Si enim uterq̃ par: non erunt minimi. quadrati quoq̃ eorum sint g & h. si ergo e est impar: erit quoq̃ minimi. quadrati quoq̃ eorum sint itaq̃ k duplus ad h. eritq̃ k ex diffinitione par. Quia igitur a b ad a c vt e ad f: erit per 8 sexti & 11 octauum quadratum a b ad quadratum a c vt g ad h. est itaq̃ g duplus ad h. sic enim est quadratum a b ad quadratum a c per penultimam primi. Et quia etiam k est duplus ad h: sequitur per 9 quinti vt g numerus impar sit æqualis k numero pari. Quod si e sit par: & f impar: erit proportio f ad dimidium e quod sit l, sicut a c ad dimidium ab, quod sit a d. & ideo erit proportio quadrati a c ad quadratum a d: sicut proportio numeri h qui est impar per 10 noni ad quadratum numeri l qui sit m. cui k ponatur esse duplus: eritq̃ k per diffinitionem par. At quia quadratum a c est duplum ad quadratum a d per penultimam primi: erit h duplus ad m. cumq̃ k sit etiam duplus ad m: erit per 9 quinti numerus impar b æqualis k numero pari. quod est propositum.

¶ Sequentia duo ex Zamberto Theoremata in Cāpano nihil respondens habent.

Eucl. ex Zamb. Theo. 5. Propo. 7. Conuersa quinte.

¶ Incommensurabiles magnitudines adinuicem rationem non habent: quam numerus ad numerum.

THEON ex Zamberto. ¶ Sint incommensurabiles magnitudines: a, b. Dico q̃ a ad b, rationem non habet: quam numerus ad numerum. Si enim habet a ad b eam rationem q̃ numerus ad numerum: commensurabilis erit a ipsi b per 6 decimi. Non est autem. igitur a ad b rationem non habet: quam numerus ad numerum. Incommensurabiles igitur magnitudines rationem non habent adinuicem: quam numerus ad numerum. quod oportuit demonstrasse.

Eucl. ex Zamb. Theo. 6. Propo. 8. Conuersa sextæ.

¶ Si binæ magnitudines adinuicem rationem non habuerint:

rint quā numerus ad numerum incōmensurabiles erunt ipsę magnitudines.

THEON ex Zamb. ¶ Binę inq̃ magnitudines a, b, adinuicē nō eam habent rationem: quam numerus ad numerum. Dico q̃ ipsę a, b; magnitudines sunt incōmensurabiles. Si enim cōmensurabilis est a ipsi b: rationem habebit quam numerus ad numerū per 5 decimi. non habet autē. Incōmensurabiles igitur sunt ipsę a, b, magnitudines. Si binę igitur magnitudines: & quę sequuntur reliqua. quod erat ostendendum.

Eucl. ex Zamb. Theorema 7. Propositio 9.

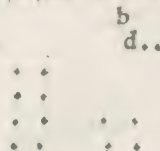
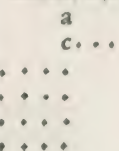
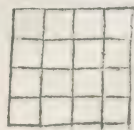
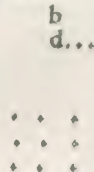
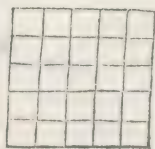
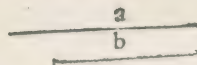
¶ A longitudine cōmensurabilibus rectis lineis quadrata: adinuicem rationem habent quam quadratus numerus ad quadratū numerum. Et quadrata adinuicem rationem habētia quam quadratus numerus ad quadratum numerū: latera quoq̃ habebunt longitudine cōmensurabilia. A longitudine vero incōmensurabilibus rectis lineis quadrata: adinuicem rationem nō habēt quā quadratus numerus ad quadratum numerū. Et quadrata adinuicē rationē nō habētia quā quadratus numerus ad quadratum numerū: neq̃ latera habebunt longitudine cōmensurabilia.

THEON ex Zamb. ¶ Sint enim a, b; longitudine cōmensurabiles. Dico q̃ quadratū quod ex a ad id quod ex b quadratū rationem habet: quā quadratus numerus ad quadratū numerū. Quoniā enim cōmensurabilis est a ipsi b longitudine: igitur a ad b rationē habet quā numerus ad numerū per 5 decimi. habeat in quā quā c ad d. Quoniā igitur est sicut a ad b sic est c nūerus ad d numerū / sed ipsius quidē a ad b rationis dupla est ipsius a quadrati ad ipsius b quadratū ratio (similes nāq̃ figurę p 19 sexti & per correlariū primū 20 sexti: in dupla sunt ratione similis rationis laterū) ipsius autē c numeri ad d numerū rationis dupla est ratio ipsius c quadrati ad ipsius d quadratū (Binorū & enim quadratorū numerorū per 11 octauī vnus medius proportionalis est numerus / & quadratus ad quadratū duplam rationē habet quā latus ad latus): est igitur sicut quadratū quod ex a ad quadratū quod ex b, sic qui ex c numero quadratus numerus ad eum qui ex d numero quadratum numerum.

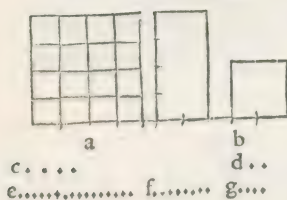
¶ ALITER idem demonstrare. Quoniam enim cōmensurabilis est a ipsi b: rationem habet per 5 decimi quam numerus ad numerum. habeat autem quā c ad d. et c seipsum multiplicans / efficiat e: ipsum autem d multiplicans / efficiat ipsum f. at d seipsum multiplicans / efficiat ipsum g. Quoniam igitur c seipsum multiplicans ipsum efficit e, at multiplicans ipsum d fecit ipsum f: est igitur per 17 septimi sicut c ad d hoc est sicut a ad b, sic est e ad f. Sed sicut a ad b: sic id quod fit ex a ad id quod fit sub a, b, per 1 sexti. Est igitur sicut quod ex a ad id quod fit sub a, b: sic e ad f. Rursus quoniā c ipsum d multiplicans ipsum efficit f, d autē seipsum multiplicans ipsum efficit g: est igitur per 17 septimi sicut c ad d hoc est a ad b, sic est f ad g. Sed sicut a ad b: sic est quod fit sub a, b, ad id quod fit ex b, est igitur sicut quod fit sub a, b, ad id quod fit ex b: sic est f ad g. Sed sicut quod fit ex a ad id quod fit sub a, b: sic e ad f. ex æquali igitur per 22 quinti sicut quod ex a ad id quod ex b. sic est e ad g. est autē uterq̃ ipso id quod ex b: eam habet rationem quam quadratus numerus ad quadratū numerum. quod oportebat demonstrare.

¶ Sed iā esto sicut quadratus qui ex a ad eū qui ex b: sic qui ex c quadratus ad eum qui ex d quadratum. Dico q̃ a ipsi b cōmensurabilis est longitudine. Quoniam enim est sicut quadratus qui ex a ad eū quadratum qui ex b sic qui ex c quadratus ad eum qui ex d quadratum / sed ipsius quidem quadrati qui ex a ad eum qui ex b dupla ratio est q̃ ea q̃ est ipsius a ad b, quadrati autē qui ex c numero ad eum qui ex d numero quadratum per vndecimam octauī ratio

f. j.



dupla est ea ratione quæ est ipsius c numeri ad ipsum d numerum: est igitur sicut a ab b, sic est c numerus ad d numerum. Igitur a ad b eam habet rationem quam c numerus ad d numerum. Commensurabilis est igitur per sextam decimam a: ipsi b longitudine.



3 32.18. b 32 9

¶ ALITER idem demonstrare. ¶ Sed habeat ita quod ex a ad id quod ex b: eam rationem quam quadratus numerus e ad quadratum numerum g. Dico quod commensurabilis est a ipsi b. Sit inquam ipsius e, latus c: ipsius g, sit d, & ipsum d multiplicans ipsum efficiat f. Ipsi igitur e, f, g, continue sunt proportionales: in ea quæ est ipsius c ad d rationem per decimam septimam & decimam octavam septimi. Et quoniam eorum quæ ex a, & b, hoc est ipsorum e, g, medium proportionale est id quod sub a, b, per decimam septimam texti: hoc est ipsum f: est igitur sicut quod ex a ad id quod sub a, b, sic e ad f, sicut autem quod sub a, b, ad id quod ex b: sic f ad g. Sed sicut quod ex a ad id quod sub a, b: sic est a ad b. Igitur a & b: commensurabiles sunt, rationem etenim habent quam numerus e ad numerum f. hoc est c ad d. Quod oportebat demonstrare.

¶ Sed iam incommensurabilis esto a ipsi b longitudine. Dico quod quadratum quod ex a ad quadratum quod ex b eam non habet rationem: quam quadratus numerus ad quadratum numerum. Si enim quadratus qui ex a ad eum quadratum quod ex b, eam habet rationem quam numerus quadratus ad numerum quadratum: commensurabilis erit a ipsi b, non est autem. Igitur quadratus qui ex a ad eum quadratum quod ex b, per præcedentem eam non habet rationem: quam quadratus numerus ad quadratum numerum.

¶ Rursus quadratum quod ex a ad id quadratum quod ex b rationem non habet: quam numerus quadratus ad numerum quadratum. Dico quod incommensurabilis est a: ipsi b longitudine. Si autem fuerit commensurabilis a ipsi b: quadratum quod ex a ad quadratum quod ex b eam habebit rationem quam numerus quadratus ad numerum quadratum: non habet autem. Igitur commensurabilis non est a: ipsi b longitudine. Incommensurabilis igitur est a: ipsi b longitudine. A longitudine commensurabilibus igitur quadrata: & quæ sequuntur reliqua, quod demonstrasse oportuit.

¶ CORRELARIUM. ¶ Et manifestum est ex his quod longitudine commensurabiles rectæ lineæ: omnino sunt potentia. quæ autem potentia: non omnino longitudine, longitudine vero incommensurabiles: non omnino potentia, quæ autem potentia: omnino & longitudine.

¶ Quoniam enim ex longitudine commensurabilibus rectis lineis quadrata rationem habent quam quadratus numerus ad quadratum numerum: at quæ rationem habent quam numerus ad numerum: commensurabilia sunt per 6 decimi: longitudine igitur commensurabiles rectæ lineæ: non solum longitudine sunt commensurabiles sed & potentia. Rursus quoniam quæcunque quadrata rationem habent quam numerus ad numerum: commensurabilia sunt per 6 decimi: at quatenus rationem habent quam quadratus numerus ad quadratum eorum latera longitudine commensurabilia sunt: quæcunque igitur quadrata rationem habentia non quidem quam quadratus numerus ad quadratum numerum sed simpliciter quam aliquis numerus ad numerum: commensurabilia potentia quidem habent latera non autem & longitudine. Quare longitudine quidem commensurabiles rectæ lineæ: omnino & potentia. Quod autem quadrata quæ incommensurabiles: non omnino & potentia. Quandoquidem quadrata commensurabilia: possunt rationem habere non quidem quam quadratus ad quadratum sed simpliciter quam aliquis numerus ad numerum. & ob id potentia commensurabilia latera habebunt: & longitudine incommensurabilia. Quare quæ longitudine incommensurabiles rectæ lineæ: non omnino & potentia. Sed longitudine existentes incommensurabiles possunt & potentia esse incommensurabiles: si eorum quadrata sunt incommensurabilia.

Quæ autem potentia incommensurabiles: omnino & longitudine incōmensurabiles. Si enim longitudine cōmensurabiles fuerint: erūt quoq; & potentia cōmensurabiles. Supponūtur autē & incōmensurabiles: quod est absurdū. Quæ igitur potentia incommensurabiles: omnino & longitudine.

Eucl. ex Camp.

Propositio. 8.

Zamb. 12

Si fuerint duæ quantitates vni quantitati communicantes: ipsas quoq; inuicem cōmensurabiles esse necesse est.

CAMPANVS. ¶ Si utraq; duarum quantitatum a & b: cōmensurabiles quantitati c. dico a & b esse cōmensurabiles. Est enim per 5/a ad c: sicut numerus ad numerum. similiter quoq; per eandem / c ad b: sicut numerus ad numerum. Sit itaq; numerus d ad numerum c, sicut a ad c: numerusq; f ad numerum g, sicut c ad b. At proportionēs quæ sunt d ad e & f ad g: continentur in tribus terminis qui sunt h, k, l, ut docet 4. octau. eritq; per equam proportionalitatis a ad b: sicut h numerus ad l numerum. per 6 igitur sunt a & b: cōmensurabiles. quod est propositum.

CAMPANI additio. ¶ Ex hac quoq; sequitur / q si fuerint duæ quantitates sibi inuicem cōmunicantes: cuiusq; vna earum cōmunicat / & reliqua. & cuiusq; vna non cōmunicat: nec reliqua. Sint enim duæ quantitates a & b cōmunicantes: ponaturq; quælibet quantitas quæ sit c, cū qua cōmunicet a. dico q b cōmunicabit cum eadem. quod ex hac octaua patet: cum vtrumq; earum cōmunicet cum a, ex hypothesi. ¶ Qz si iterum a & b sint cōmunicantes vt prius: ponatur c quælibet quantitas cum qua nō cōmunicet a. dico q b non cōmunicabit cū eadem. Si enim c cōmunicaret cū b: quum a quoq; per hypothesin cōmunicet cū eodem b, essent per hanc octauam a & c cōmunicantes. sed positum erat / q non essent. Quare constat quod diximus.

Eucl. ex Camp.

Propositio. 9.

Zamb. 13

Zamb. 15

Si fuerint duæ quantitates cōmunicantes: totum quoq; ex eis cōfectum vtriq; earum erit cōmunicans. Si vero fuerit totum vtriq; cōmensurabile: erunt ambæ cōmensurabiles.

CAMPANVS. ¶ Si sint duæ quantitates a & b cōmensurabiles. dico totum ex eis cōpositum quod sit c: vtriq; earum esse cōmensurabile. & e cōuerso. Adnōtabit alteri / & ipsæ similiter inter se etiā cōmunicabunt. Idem quoq; in cōmunicans. & e cōuerso / si c alteri earum sit incommunicans: erit quoq; incōmunicans & alteri / & ipsæ etiā inter se. Sint itaq; primum a & b cōmunicantes: sitq; earum cōmuni mensura d. quæ cum vtramq; earū numeret: per conceptionem similem antepenultimæ septimi: numerabit & c. quare per diffinitionem c cōmunicabit vtriq; earum scilicet a & b. E cōuerso quoq; si c cōmunicet vtriq; earum: sit omnium cōmuni mensura d. constat itaq; per diffinitionem / a & b cōmunicantes esse. Sed cōmunicet c cum altera earū quæ sit a. dico q c cōmunicabit cum b: & a etiā & b cōmunicabūt adinuicem. itaq; per cōceptionem ipse mensurabit residuum videlicet b. per diffinitionem ergo / & c cōmunicat cū b: & a cōmunicat quoq; cū b.

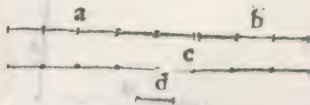
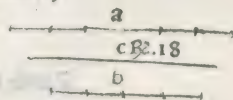
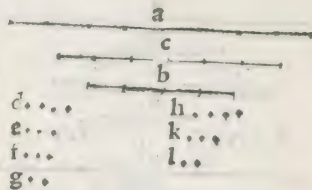
CAMPANI additio. ¶ Si autem a & b sint incommunicantes: erit c incommunicans vtriq; earū. Si enim cū vtriq; seu etiā cum altera earū cōmunicaret: & ipsæ cōmunicarent adinuicem. quod est cōtra hypothesin. Similiter quoq; e cōuerso sic est incommunicans vtriq; earum seu etiā alteri earū: erit itaq; a destructio consequentis.

Eucl. ex Camp.

Propositio. 10.

11.

Zamb. 16.



Zamb. 11.



Mnium quatuor quātitatū proportionalium si fuerit prima cōmunicās secunde: tertia quoq; erit cōmunicāns quartā. Si vero prima incōmēsurabilis fuerit secūda: tertia quoq; incōmēsurabilis erit quartā.

CAMPANVS. Sint quatuor quātitates proportionales: a, b, c, d. dico q; si a cōmunicat cū b: c quoq; cōmunicabit cū d. q; si a est incōmēsurabilis b: c quoq; erit incōmēsurabilis d. Et si a cōmunicat cū b in potentia tantū: verū tamen illud non proponit author q; cōmunicabit cū d in potentia tantū. verū tamen illud non proponit author quia facile patet ex demōstratione priorū. Si enim a cōmunicat cū b: erit per 5 a ad b sicut numerus ad numerū. sit ergo sicut e ad f. At quia est per hypothēsin a ad b sicut c ad d: erit c ad d sicut numerus e ad numerū f. per 6 igitur c cōmunicat cū d. quod est primū. **Secūdū** patet ex primo: a destructiōe cōmunicat cū d. quod est primū. **Secūdū** patet ex primo: a destructiōe cōmunicat cū d. quod est primū. Si enim a est incōmēsurabilis b: oportet c esse incōmēsurabile d. nā si esset ei cōmēsurabilis: cū sit vt c ad d sic a ad b per hypothēsin / esset per primā partē a cōmunicat cū b. sed nō erat. Quare constat totū quod pponit author. Quod autē adiūximus / videlicet q; si a cōmunicat cū b in potentia tantū: c cōmunicat cū d in potentia tantū: sic patet. Cū enim a nō cōmunicat cū b in longitudine: nec c quoq; ex parte secūda huius / cōmunicabit cū d in longitudine. At vero cū quadratū a cōmunicat cū quadrato b ex hypothēsin: erit p 5 quadratū lineæ a ad quadratū lineæ b, sicut numerus ad numerū qui sunt e & f. Et quia quadratū c ad quadratū d sicut quadratū a ad quadratū b: erit etiā quadratū c ad quadratū d, sicut nūerus e ad numerū f. per 6 igitur c & d: cōmunicant in potētia. & quia nō cōmunicat in longitudine: constat propositū.

Eucl. ex Camp.

Propositio. 11.

Zamb. 14.



Roposita qualibet recta linea: duas ei incōmēsurabiles alteram in longitudine tantū / alteram in longitudine & potētia rectas lineas inuenire.

CAMPANVS. Sit linea a proposita. volo duas lineas repere: quarū una cōmunicet cū a in potētia tantū / altera vero sit incōmēsurabilis ei in longitudine & i potētia. Sumo itaq; duos nūeros nequāq; se habētes in pportione aliquā nūerorū quadratorū: sintq; hi b & c. quos facile est sumere: cū quilibet quadratū nūerū ad quēlibet nō quadratū eā habeat proportionē quā nequāq; habēt alii qui nūerū quadratū / cōfirmatē hęc 22 octauū. Duobus talibus nūeris sūptis / inuenio lineā d: ad cuius quadratū se habeat quadratū lineæ a, sicut numerus b ad numerū c. Hāc autē lineā ita reperio. Diuido lineam a in tot partes æquales quot sūt vnitates in nūero b: quod facile facio adiūuātē 11 vel 12 sexti. dehinc sup extremitatē lineæ a, erigo lineā e ppendiculariter: i qua toties cōtineat una ex partib; a, quoties vnitates est in c. Quia igitur ex prima sexti pportio quadratū lineæ a ad superficiem q̄ sit ex a i e est sicut a ad e, & ideo sicut nūeri b ad nūerū c: ponat d medio loco pportionalis iter a & e sicut docet 9 sexti. Quia nūc p primā partē 6 eiusdē quadratū d erit æquale superficiē pductæ ex a in e sicut pportio quadrati lineæ a ad quadratū lineæ d sicut nūeri b ad nūerū c. Quia nūc se sūt incōmēsurabiles in potētia / ex diffinitione. & per vltimā partē pportio tū erat inquirere. Alterā sic reperio. Interpono vt docet 9 sexti: lineā f medio in eo pportionalē iter a & d, eritq; p correlariū 17 sexti quadratū a ad quadratū f: sicut a ad d. itaq; p secūda partē 10: quadratū a est incōmēsurabile quadrato f. igitur lineā f est incōmēsurabilis lineæ a in potētia. quare & in longitudine. ne. est itaq; f secūda lineā quam propositū erat reperire. Et sic patet propositū.

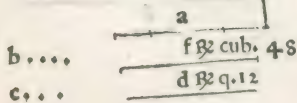
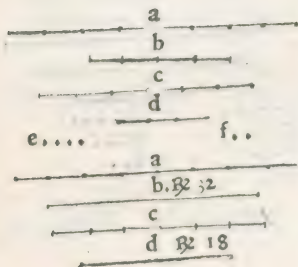
Eucl. ex Camp.

Propositio. 12.

Zamb. 17



Mnium quatuor linearum proportionalium si prima tanto amplius possit secunda quantum est quadratum alicuius lineæ comunicantis sibi in longitudine: necesse est tertiā quoq; tāto amplius posse quartā quam



tum est quadratum alicuius lineę comunicantis sibi in longitudine. Qz si fuerit prima potentior secunda quadrato alicuius lineę incommensurabilis sibi in lōgitudine: erit quoz qz tertia potentior quarta quadrato alicuius lineę sibi incommensurabilis in longitudine.

¶ CAMPANVS. ¶ Sit quatuor lineę proportionales a, b, c, d: sitq; a maior b, & c maior d, sit quoq; a potentior b, quadrato lineę e: & c potentior d, quadrato lineę f. dico qz si a cōmunicet e in longitudine: c quoq; cōmunicabit f in lōgitudine. qz si a nō cōmunicat e in lōgitudine: nec c cōmunicabit f in lōgitudine. Qz & si a cōmunicat e in potētia tātū: c quoq; cōmunicabit f in potētia tātū. Verūtamē istud vltimū nō pponit author: qz facile patet ex priorū demōstratiōe. Cū sit enī proportio a ad b sicut c ad d: erit quadrati a ad quadratum b, sicut quadrati c ad quadratū d. Et quia quadratum a est quale quadratis duarum linearum b & e, similiter quadratum c quadratis duarum linearum d & f: erit proportio quadratorum duarum linearum b & e ad quadratum e, sicut quadratorum d & f ad quadratum f, ergo disiunctim erit quadratum b ad quadratum e: sicut quadratum d ad quadratum f, ergo b ad e sicut d ad f. item per equā proportionalitatem erit a ad e: sicut c ad f, ergo per primam partem decimę cōstat prima pars huius: & per secundam secunda: & per tertiam ibi adiunctam: tertia hic adiuncta.

¶ Quinq; præcedentes propositiones ex Campano cū suis additionibus: sequētib; septem ex Zamberto cū sibi præmissis lēmatibus hoc ordine respondēt. Octava apud Campanum cum additione: duodecimę & decimę tertię ex Zamberto propositionibus respōdet. Nona apud Campanū cum additione: decimę quintę & decimę sextę ex Zamberto propositionibus. Decima autem & vnde cima apud Campanum: decimę & vnde cimę ex Zamberto propositionibus præposito respondēt ordine. Duodecima vero apud Campanum: decimę quartę ex Zamberto propositioni respondet.

THEON.

Lemma.

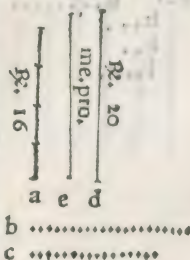
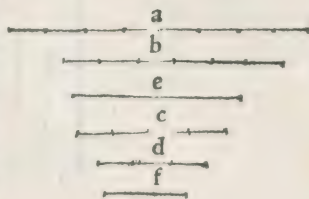
¶ Quoniam autem ostēsum est in arithmetis ex 26 octauū qz similes plani numeri adinuicem rationem habēt quam quadratus numerus ad quadratum numerum: & qz si bini numeri adinuicem rationē habuerint quā quadratus numerus ad quadratum numerum similes sūt ipsi plani numeri per 24 eiusdem: manifestum ex his qz dissimiles plani numeri hoc est latera proportionalia non habentes adinuicem rationem non habent quā quadratus numerus ad quadratum numerum. Si enim habebunt: similes ipsi plani erunt. quod quidem non supponitur. Dissimiles igitur plani numeri adinuicem rationem non habent: quam quadratus numerus ad quadratum numerum.

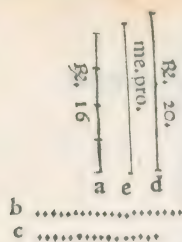
Eucl. ex Zamb. Problema 3. Propositio 10.

¶ Proposita recta lineę binas rectas incommensurabiles inuenire lineas: alteram quidem longitudine tantum: alterā autem & potentia.

¶ THEON ex Zāb. ¶ Sit proposita recta linea a. oportet iā ipsi a, binas rectas inuenire incōmēsurabiles: alterā quidē lōgitudine tātū: alterā autē & potētia. Ponātur bini numeri b, c, adiunctę rationē nō habētes quā quadratus numerus ad quadratū numerū: hoc est nō similes plani (similes nā qz plani per 26 octauū adinuicem rationem habent quam quadratus numerus ad quadratū numerum) & fiat sicut b ad c: sic quod ex a quadrato ad id qd ex d quadratū. cōmēsurabile igit est qd ex a: ei qd ex d. cōmēsurabilis igit potētia est a ipsi d. & quoniā b ad c rationē nō habet quam

f. iij.

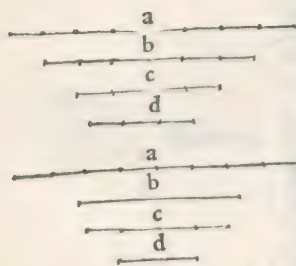




quadratus numerus ad quadratum numerum : neq; igitur quod ex a ad id quod ex d rationem habet quam quadratus numerus ad quadratum numerum, incommensurabilis igitur est per 9 decimi a ipsi d longitudine. Capiatur per 13 sextu/ ipsarum a, d, media proportionalis e. est igitur sic cut a ad d: sic quod ex a quadratum ad id quod ex e. Incommensurabilis autem est a: ipsi d longitudine, incommensurable igitur est & id quod ex a quadratum: ei quod ex e quadrato. Incommensurabilis igitur est a ipsi e: potetia. Proposita igitur recte lineae a, inuenta sunt binæ recte lineae incommensurabiles: longitudine inquam tantum ipsa d, at e potentia & longitudine. Proposita igitur recte lineae rationali/a qua diximus mensuras capi/ sicut est ipsi a: inuenta est tantu potentia commensurabilis d, hoc est rationalis/ potentia tantum commensurabilis, irrationalis autem e, irrationales enim in vniversum appellantur: longitudine & potentia ipsi rationali incommensurabiles.

Eucl. ex Zamb. Theorema 2. Propositio 11.

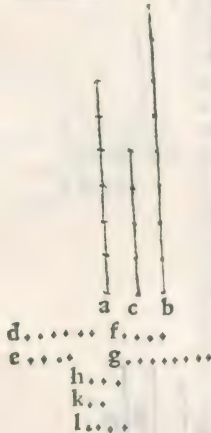
¶ Si quatuor magnitudines proportionales fuerint/ prima autē secundae fuerit commensurabilis: & tertia quartae commensurabilis erit. & si prima secundae incommensurabilis fuerit: & tertia quartae incommensurabilis erit.



¶ THEON ex Zāberto. ¶ Sint quatuor magnitudines proportionales a, b, c, d, sicut a ad b, sic c ad d: sit autem a ipsi b commensurabilis. Dico q; & c ipsi d est commensurabilis. Quoniam enim commensurabilis est a ipsi b: rationem habet per 5 decimi quam numerus ad numerum. Estq; sicut a ad b: sic c ad d. Igitur & c ad d eam habet rationem: quā numerus ad numerum. Commensurabilis igitur est c ipsi d. ¶ Sed iam a ipsi b incommensurabilis esto. Dico q; & c ipsi d est incommensurabilis. Quoniam enim commensurabilis est a ipsi b: igitur per 7 quinti/a ad b eam nō habet rationē quā numerus ad numerū. & est sicut a ad b: sic c ad d. Igitur per 8 decimi/c ad d eam nō habet rationem quam numerus ad numerum. Incommensurabilis est igitur c ipsi d. Si quatuor igitur magnitudines : & quæ sequuntur reliqua, quod oportuit demonstrasse.

Eucl. ex Zamb. Theorema 9. Propositio 12.

¶ Quæ eidem magnitudini commensurabiles : & adinuicem sunt commensurabiles.



¶ THEON ex Zamberto. ¶ Vtraq; enim ipsarū a, b: ipsi c sit commensurabilis. Dico q; & a ipsi b est commensurabilis. Quoniam enim commensurabilis est a ipsi c: igitur per 5 decimi/a ad c eam habet rationem quam numerus ad numerum. habeat quam d ad e. Rursus quoniam commensurabilis est c ipsi b: igitur per eadem c ad b eam habet rationem quam numerus ad numerū. habeat autem quam f ad g. Et rationibus datis quibusq; ea scilicet quam habet d ad e, & f ad g, capiantur per 4 octani numeri continue proportionales in datis rationibus : sintq; h, k, l, sic cut a ad e sic h ad k, sicutq; f ad g sic k a l. Quoniam igitur est sic cut a ad c sic d ad e, sed sicut d ad e sic h ad k: est igitur per 11 quinti sicut a ad c sic e est h ad k. Rursus quoniam est sicut c ad b sic f ad g, sed sicut f ad g sic k ad l: & sicut igitur c ad b sic k ad l. est autem & sicut a ad c sic e est h ad k. ex æquali igitur per 22 quinti/ est sicut a ad b: sic e est h ad l. Igitur a ad b rationē habet: quā numerus h ad numerum l. Commensurabilis est igitur p 6 decimi a ipsi b. Quæ eidem igitur magnitudini commensurabiles: & adinuicē sūt commensurabiles. Quod oportuit demonstrasse.

¶ THEON.

¶ Lemma.

¶ Si fuerint binæ magnitudines/ & altera quidem commensurabilis fuerit eidem/ altera vero incommensurabilis: incommensurabiles erunt ipsæ magnitudines.

¶ Sint enim binę magnitudines a, b , & alia quidem c ; & a ipsi quidem c esto commensurabilis/at b ipsi c esto incommensurabilis. Dico q̄ & a : ipsi b est incommensurabilis. Si enim commensurabilis est a ipsi b , est quoq; & c ipsi a ; & c igitur per 12 decimi/ipsi b est commensurabilis, quod non supponitur.

Eucl. ex Zamb. Theorema 10. Propositio 13.

- 13 ¶ Si binę magnitudines commensurabiles fuerint/ altera q̄ earum magnitudini alicui incommensurabilis fuerit; & reliqua eidem incommensurabilis erit.

¶ THEON ex Zamberto. ¶ Sint binę magnitudines commensurabiles a, b ; earumq; altera videlicet a , alicui hoc est c sit incommensurabilis. Dico q̄ & reliqua b : ipsi c incommensurabilis est. Si enim commensurabilis est b ipsa c , iā a ipsi b commensurabilis est; et a igitur per 12 decimi ipsi c commensurabilis est, quod est impossibile. Igitur b & c sunt incommensurabiles. Si binę igitur magnitudines commensurabiles fuerint; & quę sequuntur reliqua, quod erat ostendendum.

¶ THEON.

¶ Lemma.

¶ Duabus datis rectis lineis inæqualibus: inuenire cui maior potest maior minore.

¶ THEON ex Zamberto. ¶ Sint binę datę inæquales rectę lineę a, b ; quarum maior sit a . oportet iam inuenire cui maior a possit ipsa c . Describatur super a, b , semicirculus a, d, b ; & in ipsoper 1 quarti coaptetur ipsi c æqualis a, d , connectaturq; d, b , manifestum est iam q̄ angulus a, d, b rectus est; & q̄ a, b ipsa a, d hoc est ipsa c maius potest ipsi d, b .

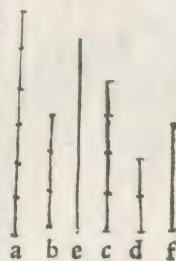
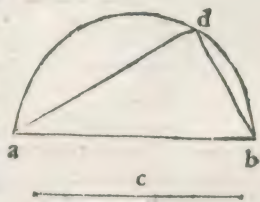
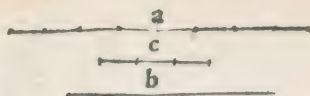
¶ Similiter autem & duabus datis rectis lineis: potens ipsas sic inueniatur. Sint datę binę rectę lineę a, d, d, b ; oporteatq; inuenire potentem ipsas. Ponatur enim/ ut a, d, d, b , comprehendant rectum angulum; connectaturq; a, b . Manifestum rursus est per 47 primi: q̄ est ipsa a, b .

Eucl. ex Zamb. Theorema 11. Propositio 14.

- 14 ¶ Si quatuor rectę lineę proportionales fuerint/ potueritq; prima secunda maius eo quod sit ab eadem longitudine commensurabili; & tertia quarta maius poterit eo quod sit ab eadem longitudine commensurabili. Et si prima secunda maius potuerit eo quod sit ab incommensurabili eadem longitudine; & tertia quarta maius poterit eo quod sit ab eadem longitudine incommensurabili.

¶ THEON ex Zamberto. ¶ Sint quatuor rectę lineę proportionales a, b, c, d ; sicut a ad b sic c ad d , & a quidem ipsa b maius possit eo quod sit ex e, c vero ipsa d ; eo qd̄ sit ex f . Dico q̄ si a ipsi e est commensurabilis; commensurabilis est quoq; c ipsi f , sed si a ipsi e incommensurabilis est; incommensurabilis est quoq; c ipsi f . Quoniam enim est sicut a ad b , sic est c ad d ; est igitur sicut id quod ex a ad id quod ex b , sic est id quod ex c ad id quod ex d . Sed eisdē quod sit ex a ; æqua sunt ea quę fiunt ex e, b , ei autem quod sit ex c ; æqua sunt ea quę fiunt ex d, f . Igitur per 9 quinti sicut quę ex e, b , ad id quod ex b ; sic quę ex d, f , ad id quod ex d . Manifestū igitur est per 17 quinti/ q̄ sicut quod ex e ad id quod ex b ; sic est id quod ex f ad id quod sit ex d . Est igitur & sicut e ad b ; sic est f ad d . Cōuersim igitur est per 22 sexti; & correlariū 4. quinti/ sicut b ad e ; sic est d ad f . Est autem & si est c ad d ; sic est c ad d , ex æquali igitur per 22 quinti/ est sicut a ad e sic est c ad d . Si igitur commensurabilis est a ipsi e , commensurabilis est quoq; c ipsi f . Si vero incommensurabilis est a ipsi e , incommensurabilis est c ipsi f . Si quatuor igitur rectę lineę proportionales; & quę sequuntur reliqua, quod erat demonstrandum.

¶ liij.



ARITH.

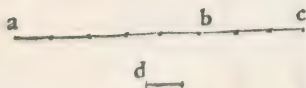
ELE.

EV.

Eucl. ex Zamb.

Theorema 12. Propositio 15.

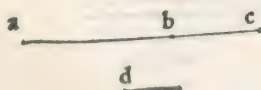
¶ Si binæ magnitudines commensurabiles, compositæ fuerint: & tota utriq; ipsarum commensurabilis erit. Et si tota vni earum commensurabilis fuerit: & quæ in principio magnitudines commensurabiles erunt.



¶ THEON ex Zamberto. ¶ Componantur binæ magnitudines commensurabiles a b, b c. Dico q; tota a c utriq; ipsarum a b, b c, commensurabilis est. Quoniam enim commensurabiles sunt ipsæ a b, b c: ipsas aliqua magnitudo metietur per primam diffinitionem decimi. metietur: & sit d. Quoniam igitur d ipsas a b, b c, metitur: & totum a c metietur. Commensurabilis igitur est per 12 decimi a c: utriq; ipsarum a b, b c. ¶ Sed iam a c vni ipsarum a b, b c, sit commensurabilis: sitq; ipsi a b. Dico q; a b, b c, commensurabiles sunt. Quoniam enim commensurabiles sunt a b & a c: metietur eas per primam diffinitionem decimi aliqua magnitudo. metietur: & esto d. Quoniam igitur d ipsas a c & a b metitur: & reliquæ igitur metietur b c. metitur autem & a b. igitur d: ipsas a b, b c, metietur. Commensurabiles igitur sunt: a b & b c. Si binæ igitur magnitudines: & reliqua quæ sequuntur, quod oportebat demonstrare.

Eucl. ex Zamb. Theo. 13. Propo. 16. præcedētis cōversa.

¶ Si binæ magnitudines incommensurabiles compositæ fuerint: & tota utriq; ipsarum incommensurabilis erit. Et si tota vni ipsarum incommensurabilis fuerit: & quæ in principio magnitudines incommensurabiles erunt.



¶ THEON ex Zamberto. ¶ Componantur enī binæ magnitudines incommensurabiles: a b, b c. Dico q; tota a c: utriq; ipsarum a b, b c, incommensurabilis est. Si enim c a & a b incommensurabiles non sunt: ipsas aliqua magnitudo metietur per 1 diffinitionē decimi. metietur si est possibile. sitq; d. Quoniam igitur d ipsas c a & a b metitur: & reliquæ b c metietur. metitur autem & a b. igitur d: ipsas a b & b c metietur. Commensurabiles igitur per 1 diffinitionē decimi: sunt ipsæ a b, b c. Supponitur autem q; & incommensurabiles. qd est impossibile. Ipsas igitur a b & a c: aliqua magnitudo nō metietur. Incommensurabiles sūt ipsæ c a et a b. Similiter rā demonstrabimus: q; & ipsæ a c et c b incommensurabiles sūt. ¶ Sed iam ipsa a c vni ipsarum a b & b c incommensurabilis esto: & primum ipsi a b. Dico q; & ipsæ a b, b c, incommensurabiles sunt. Si enim sunt commensurabiles: metietur eas aliqua magnitudo per eādem. metietur: sitq; d. Quoniam igitur d ipsas a b & b c metitur: & totam igitur a c metietur. metitur autem & a b. igitur d: ipsas c a & a b metitur. Commensurabiles igitur sunt ipsæ c a & a b. Suppositæ vero sunt q; & incommensurabiles. quod est impossibile. Ipsas igitur a b & b c: aliqua magnitudo non metietur. Incommensurabiles igitur sunt ipsæ a b & b c. Similiter tam demonstrabitur q; ipsa a c reliquæ b c incommensurabilis est. Si binæ igitur magnitudines: & quæ sequuntur reliqua, quod erat ostendendum.

Eucl. ex Camp.

Propositio 13.



¶ Si fuerint duæ lineæ inæquales quarum longiorē in duo communicantia diuidat superficies libi ad iuncta æqualis quartæ parti quadrati breuioris lineæ: cui adiunctæ superficiei desit ad complendam totam lineam superficies quadrata: necesse est ipsam lineam longiorem lineam breuiori tanto amplius posse quantum est quadratum alicuius lineæ communicantis eidem longiori in longitudine. Si vero longior fuerit potentior breuiori augmē

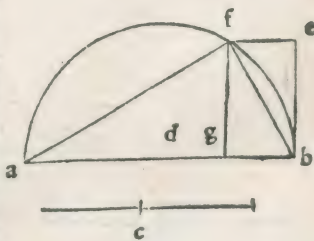
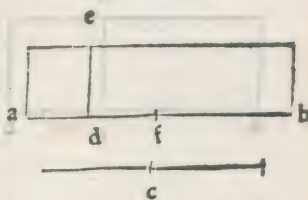
to quadrati lineæ communicantis sibi in lōgitudine/eiqꝫ ad-
iungatur superficies æqualis quartæ parti quadrati breuio-
ris lineæ/cui desit quadrata superficies:superficiem sibi adiū-
ctam/eandem lineam longiorem in duas portiones commē-
surabiles diuidere necesse est.

¶ CAMPANVS. ¶ Sint duæ lineæ inæquales a b & c: maior a b. & ad-
iungatur ad lineam a b, quarta pars quadrati lineæ c: ita qꝫ desit ad com-
plendam lineam a b, superficies quadrata. hoc enim est possibile per 27
texti. Qd facile fiet hoc modo. Diuidatur a b in duas lineas a d & d b.
ita qꝫ inter eas cadat medietas lineæ c, continue proportionalis. Hoc
autem qualiter fiat: in fine demonstrationis huius docebitur. Erity ex 16
texti/superficies b d in d a quæ sit b e: æqualis quadrato medietatis lineæ
c, quare ex 4. secūdi erit eadē subquadrupla quadrati lineæ c, deest quoqꝫ
ad complendam lineam a b, superficies quadrata: cum & a d sit æqualis
d e. Dico itaqꝫ qꝫ si superficies b e diuidat lineam a b in duo cōmunicā-
tia: erit lineæ a b potentior lineæ c in quadrato alicuius lineæ secum com-
municantis in longitudine, & e conuerso. Cum enim sit lineæ a b maior li-
neæ c: non erit a d æqualis d b. sic enim: esset superficies d e, quadrata. &
quia ipsa est æqualis quadrato medietatis lineæ c: esset a d æqualis me-
dietati c, & tota a b toti c, quod est contra hypothēsin. Non est igitur a d
æqualis d b. Itaqꝫ de maiori earum quæ sit d b, abscindatur d f æqualis a
d, erity per 8 secūdi quadratum totius a b: æquale ijs quæ sunt ex d b
in d a quater & quadrato f b, quare lineæ a b, erit potentior lineæ c in qua-
drato lineæ f b, quā necesse est cōmunicari toti a b: si lineæ a d est cōmu-
nicans lineæ d b. si enim hoc fuerit: erit d b cōmunicans d f eius æquali.
quare per 9/b f cōmunicat cum f d, & ideo toti a d, & propter hoc cum to-
ta a b. igitur & cum tota a b. Sicqꝫ patet primum. ¶ Conuersum huius sic
pater. Sit a b potentior c in lineæ f b quæ cōmunicet cum eo in longitudi-
ne. Dico tūc qꝫ quarta pars quadrati lineæ c addita ad lineam a b, ita qꝫ
desit superficies quadrata: diuidet lineam a b in duo cōmunicantia. Diui-
datur enim f a per æqualia in d, & fiat superficies b e ex d b in d a & de-
erit ad complendam lineam a b: superficies quadrata. erity per 8 secū-
di: quadratum a b æquale quadruplo superficiei b e cum quadrato f b. igitur
quadruplum superficiei b e est æquale quadrato c: cum superficies d e
sit æqualis quartæ parti quadrati c. Dico igitur qꝫ d b est cōmunicans cū
a d: cum sit f b cōmunicans cū a b. Si enim hoc fuerit vt qꝫ a d sit cōmu-
nicans cum a b: erit etiam cōmunicans cum a f, per 9. quare & cum a d.
sed & cum d f. itaqꝫ & d b est cōmunicans cum a d, quod est secundum.
¶ VNVC autē monstrandū est qualiter lineæ a b (cum ipsa posita fuerit
c, continue proportionalis. Cum enī sic fuerit diuisa: superficies quæ fiet
ex vna in alterā/ erit æqualis quadrato medietatis lineæ c. & ipsa erit su-
perficies æqualis quartæ parti quadrati lineæ c, adiūcta ad lineam a b: ita
qꝫ desit superficies quadrata. hoc enim sic fiet. Diuisa a b per æqualia in
d: lineetur super eam semicirculus a f b, & sumatur b e perpendicularis ad
a b: quæ ponatur æqualis medietati lineæ c. & ducatur e f æquidistās ad
a b: vt pꝫ quo secet circūferētiā semicirculi in puncto f. (necesse est enī
vt secet eam: cum lineæ a b sit maior lineæ c.) & ducatur f g perpendicu-
laris ad a b, quæ cum per 34 primi sit æqualis lineæ e b: erit quoqꝫ æqua-
tem 30 terti/ angulus a f b: rectus. & ideo per primam partem correlarij
8 sexti/ erit lineæ f g medio loco proportionalis inter a g & g b. quare
medietas lineæ c quæ est sibi æqualis: erit etiam proportionalis inter eas-
dem. quod est nostrum propositum.

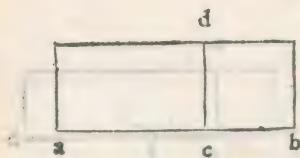
¶ THEON.

¶ Lemma.

¶ Si ad aliquam rectam lineam comparetur parallelogrā-
f.v.



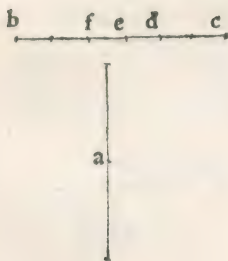
mum specie deficiens a quadrato: comparatum æquum est ei quod fit sub comparatione factorum segmentorum ipsius rectæ lineæ.



THEON ex Záb. ¶ Ad aliquā rectā lineā a b: cōparet parallelogramū a d deficiēs specie a quadrato d b. Dico qd a d æquū est ei qd fit sub a c c b. & ex seipso manifestum est. Quoniam enim quadratum est d b: æquale est d c ipsi c b. & a d est quod fit sub a c, c d: hoc est quod fit sub a c & c b. Si ad aliquam igitur rectam lineam: & quæ sequuntur reliqua, quod fuerat demonstrandum.

Eucl. ex Zamb. Theorema 14. Propositio 17.

¶ Si fuerint binæ rectæ lineæ inæquales: quartæ autem parti eius quod ex minori æquum maiori comparatum fuerit deficiens specie a quadrato: & incommensurabilia ipsam diuiserit longitudine: maior minori maius poterit eo quod fit ex sibi longitudine cōmensurabili. Et si maior minore poterit eo quod fit a minori æquale maiori comparatum deficiens specie a quadrato: & incommensurabilia longitudine ipsam distribuet.



THEON ex Zamberto. ¶ Sint binæ rectæ lineæ inæquales a & b c: quatum maior sit b c. quartæ vero parti eius quod fit ex minore ipsa a, hoc est ex dimidiō ipsius a æquum ad ipsum b c comparatur per 15. Si igitur deficiens specie a quadrato: sitq; quod fit sub b d & d c. cōmensurabilis autē esto per hypothesin: b d ipsi d c longitudine. Dico qd b c ipsa a maius potest/ eo quod fit a sibi longitudine cōmensurabili. Secetur enim per 10 primi/ b c bifariā in signo e: ponaturq; per 3 primi/ ipsi d c æquale e f. reliqua igitur d c: æqualis est ipsi b f. Et qm recta linea b c secatur in e q̄lia in signo e, & in inæqualia in d: igitur per 5 secundi quod sub b d & d c comprehenditur rectangulum vna cum eo quod fit ex e d, quadrato/ æquum est ei quod fit ex e c quadrato. Et ipsa quadruplicetur, quater igitur quod sub b d & d c vna cum eo quod fit ex e d sumpto: æquum est ei quod fit ex quater sumpto e c quadrato. Sed ei quidem quod fit quater sub b d & d c: æquum est id quod fit ex a sumptum quadratū. ei autē quod ex d e quater sumpto: æquum est id quod fit ex d f. dupla enim est d f ipsius d e. Ei autem quod fit ex e c quater sumpto: æquum est id quod fit ex b c quadrato, dupla enim rursus est b c ad ipsam e c. Quæ igitur ex a & d f quadrata: æqualia sūt ei quod fit ex b c quadrato. Quare id quod ex b c fit: eo qd fit ex a maius est/ eo quod fit ex d f. Igitur b c: ipsa a maius potest/ ipsa d f. ostendendum qd & cōmensurabilis est b c ipsi d f. Quoniam enim cōmensurabilis est b d ipsi d c longitudine: cōmensurabilis igitur est per 15 decimi et b c ipsi d c. sed c d: ipsi d c et b f cōmensurabilis est longitudine. æqualis enī est c d ipsi b f. & b c igitur: ipsi b f d cōmensurabilis est longitudine. Igitur b c ipsa a maius potest/ eo qd fit a sibi longitudine cōmensurabili. ¶ Quartæq; eius qd fit ex a, ad ipsum b c cōparetur deficiēs specie a quadrato: sitq; quod fit sub b d & d c. Demonstrabile est qd cōmensurabilis est b d ipsi d c longitudine. Eisdem namq; diuisis positis similiter: ostendemus qd b c ipsa a maius potest/ eo qd fit ex d c. potest autem b c ipsa a maius eo quod fit ex sibi cōmensurabili. Cōmensurabilis igitur est b c ipsi d c longitudine. Quare & reliquæ utriq; ipsarū b f & c d: cōmensurabilis longitudine est b c. æqualis autem est b f ipsi d c. & b c igitur cōmensurabilis est ipsi c d. Manifeste igitur b d ipsi d c est cōmensurabilis longitudine. Si fuerint igitur binæ magnitudines inæquales & reliqua, quod erat ostendendum.

Euclī, ex Camp.

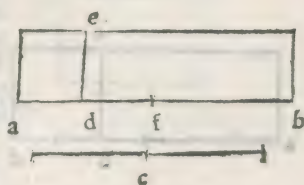
Propositio 14.

14.



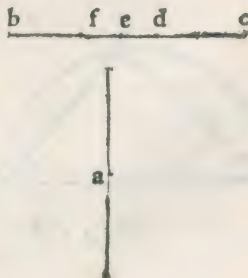
Si fuerint duæ lineæ inæquales quarum longiorem diuidat in duas partes incommensurabiles superficies aequalis quartæ parti quadrati breuioris sibi adiuncta ita quod desit ad eius completionem superficies quadrata: erit longior/potentior breuiori/ augmento quadrati lineæ incommensurabilis ipsi longiori in longitudine. Si vero longior/potentior fuerit breuiori/ quadrato lineæ incommensurabilis ipsi longiori in longitudine/ adiungaturque ei superficies equalis parti quartæ quadrati breuioris/ defueritque longiori superficies quadrata: necesse est ut ipsa superficies sibi adiuncta eandem longiorem lineam in duas portiones incommensurabiles diuidat.

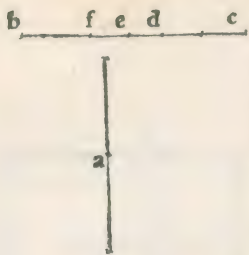
CAMPANVS. Hæc 14 ex cōtrario antecedētis præmissæ infert cōtrarium consequētis præmissæ. & non differt eius dispositio a dispositione illius. sed & modus argumētandi vtrobiq; idem. Si enim a d non cōmunicet cum d b: nec d f sibi adæqualis cōmunicabit cum eadem d b. itaq; per 9 d f non communicabit cum f b. quare neq; a f. sunt enim a f & d f cōmunicantes tanq̃ numerans & numeratum. ideo neq; a b cōmunicabit cum linea f b. Quia si hoc fuerit videlicet si a b non communicet cum f b: non communicabit cum a f. quare neq; cum a d aut d f. neq; igitur a b cum d a. Potest quoq; hæc 14 demonstrari per præmissam. prima pars huius ex secunda illius/ & secunda ex prima: a destructione consequētis. Si enim a d & d b non comunicēt: nec etiam a b & f b cōmunicabunt. nam si a b & b f cōmunicarēt: oporteret per secundam partem præmissæ ut a d cōmunicaret cum d b. sed positum est quod non. Eodem modo de secunda parte. si enim b a & b f non cōmunicant: nec a d & d b cōmunicabunt. nam si sic: sequitur per primam partem præmissæ/ ut a b & b f cōmunicent quæ non cōmunicant. quare patet propositū.



Euclī, ex Zamb. Theo. 15. Propo. 18. præcedētis conuersa.
 Si fuerint binæ rectæ lineæ inæquales/ quartæ autem parti eius quod fit ex minore æquum ad maiorem comparatur deficiens specie a quadrato/ & per incommensurabilia ipsam diuiserit longitudine: maior minore maius potest eo quod fit ex sibi incommensurabili longitudine. Et si maior minore maius potuerit eo quod fit ex sibi incommensurabili/ quartæ autem ipsius quod fit ex minore æquum/ ad maiorem comparatum fuerit deficiens specie a quadrato: in incommensurabilia sibi longitudine ipsam dispescit.

THEON ex Zamberto. Sint binæ rectæ lineæ inæquales a & b c: quarum maior sit b c. quartæ autem parti eius quod fit ex a, ad ipsam b c æquale comparatur deficiens specie a quadrato: sitque quod fit sub b d & d c. Incommensurabilis autem esto b d: ipsi d c. Dico quod b c, ipsa a maius potest: eo quod fit a sibi incommensurabili. Ipsis namque dispositis ut in præmissa: monstrandū igitur quod incommensurabilis est b c ipsi d f. Quoniam enim incommensurabilis est b d ipsi d c: incommensurabilis igitur est per 16 de cimi/ b c ipsi d c longitudine. Sed ipsa d c cōmensurabilis est vtriq; & b f & d c: quia b f ipsi d c est æqualis. & b c igitur per 13 ipsi b f & d c incommensurabilis est. & perinde per 16 decimi/ & reliquæ f d incommensurabilis est b c lōgitudine. Et b c ipsa a maius potest/ eo quod fit ex f d.





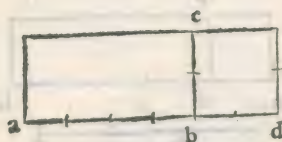
Igitur b c maius potest eo quod sit a sibi commensurabili longitudine. Possit
iam rursus b c maius q̄ a; eo quod sit a sibi incommensurabili. quartæ autē
parti eius quod sit ex a, æquale ad ipsam b c cōpatetur deficiens specie
a quadrato: & esto id quod sit sub b d & d c. Demonstrandum q̄ incommensurabilis est b d ipsi d c longitudine. Eisdem namq; dispositis simi-
liter demonstrabimus: q̄ b c ipsa a maius potest eo quod sit ex f d. Sed
iam per hypothesin b c ipsa a maius potest eo quod a sibi sit incommensurabili. Incommensurabilis est igitur b c ipsi f d longitudine. Quare per
16 decimi & reliquæ b f & d c utriq; incommensurabilis est b c. Sed utraq;
b f & d c: ipsi d c commensurabilis est longitudine. Igitur per 11 decimi
b c ipsi d c incommensurabilis est longitudine. quare & b d ipsi d c incommensurabilis est longitudine. Si binæ igitur rectæ lineæ: & reliquæ quæ
sequuntur. quod erat demonstrandum.

Eucl. ex Camp.

Propositio 15



Minis superficies rectangula quam continent duæ
lineæ in longitudine rationales: rationalis esse pro-
batur.



CAMPANVS. Sint duæ lineæ a b & b c continentes su-
perficiem rectangulam a c: rationales in longitudine. dico superficiem
a c esse rationalem. descripto enim quadrato cuiusvis earum / vt c d lineæ
b c: erit per primam sexti c d ad a c, sicut b d ad a b. Quia igitur b d cō-
municat in longitudine cū a b ex hypothesi, eo q̄ b c sua æqualis: erit
per primā partē decimæ / c d cōmunicans a c. Cum sit itaq; c d rationalis
per diffinitionem: erit & a c rationalis. quod est propositum

THEON

Lemma

Quoniam ostensum est q̄ quæ longitudine commensurabi-
les omnino etiam potentia sunt commensurabiles, quæ autem potentia
non omnino etiam longitudine verumtamen possunt & longitudine cō-
mensurabiles esse & incommensurabiles: manifestum q̄ si positæ ratio-
nali commensurabilis aliqua fuerit longitudine, rationalis appellatur, quæ
& ei commensurabilis non solum longitudine verum & potentia. quæ
enim longitudine commensurabiles: omnino etiam & potentia. Si autē
positæ rationali commensurabilis aliqua fuerit potentia ea quidem & lō-
gitudine: dicitur etiam rationalis & ei commensurabilis longitudine & lō-
gitudine: dicitur etiam rationalis & ei commensurabilis longitudine & lō-
gitudine. Quæ vero expositæ rursus rationali commensurabilis existens
potentia, longitudine fuerit ei incommensurabilis: dicitur sic rationalis,
potentia tantum commensurabilis. Rationales enim appellantur expositæ ra-
tionali: longitudine & potentia commensurabiles, aut & potentia tantum
sunt expositæ rationali, potentia vero tantum cōmensurabiles: & id pro-
pterea rursus appellantur rationales, commensurabiles adinuicem quare
nunc rationales. Sed commensurabiles adinuicem vel non solum potentia
verumtamen & longitudine: vel potentia tantum: & si longitudine quæ
dem, & ipsæ rationales longitudine commensurabiles, auditæ q̄ & pote-
tia. Si vero potentia tantum adinuicem sunt commensurabiles: appellantur
& ipsæ rationales potentia tantum commensurabiles. Quæ autem ratio-
nales commensurabiles sunt: hinc certum est, Quoniam enim rationales
sunt quæ expositæ rationali sunt commensurabiles, quæ vero eidem com-
mensurabiles & adinuicem sunt commensurabiles per. 12. decimi: quæ
rationales igitur sunt commensurabiles.

Eucl. ex Zamb. Theorema 16. Propositio 19.

Sub rationalibus longitudine commensurabilibus rectis
lineis iuxta aliquem prædictorum modorum comprehen-
sum rectangulum rationale est.

THEON ex Zāberto. **¶** Subrationalibus enim longitudine commensurabilibus rectis lineis a & b & c : rectangulum comprehendatur a c . Dico q a c : rationale est. Describatur enim per 4.6 primi ex a b : quadratum a d . rationale igitur est ad . Et quoniam commensurabilis est a b ipsi b c longitudine: æqualis autē est a b ipsi b d : commensurabilis est igitur b d ipsi b c longitudine. estq; sicut b d ad b c : sic est d a ad a c . rationale autem: d a . rationale igitur per 11. decimi est & a c . Quod subrationalibus commensurabilibus igitur longitudine: & reliqua. quod oportuit ostendisse.

Eucl. ex Camp.

Propositio 16.

- 16 **¶** Vm adiuncta fuerit lineæ in longitudine rationali superficies rationalis rectangula: latus eius secundum erit in longitudine rationale/lateriq; primo in longitudine commensurabile.

CAMPANVS. **¶** Hæc est quasi cōuersa prioris. Vt si superficies a c ad iuncta ad lineam a b rationalem in longitudine/fuerit rationalis: dico q latus eius secundum quod est b c erit etiam rationale in longitudine/ & communicans lateri primo. Sit enim a d quadratum a b . eritq; rationale ex diffinitione: & propter hoc erit communicans cum superficie a c rationali. Quia igitur per primam sexti sicut a d ad a c ita est etiam d b ad b c , communicat autem d a cum a c : erit per primam partem decime b d communicans cum b c . ergo cum b a sua æquali. Sed b a : rationalis est, quare per diffinitionem & b c . Constat itaq; propositum.

Eucl. ex Zamb.

Theorema 17. Propositio 20.

- 20 **¶** Si rationale ad rationalem comparatum fuerit: latitudinē efficit rationalem/commensurabileq; ei ad quam comparatur longitudine.

THEON ex Zamberto. **¶** Rationale enim a c , ad rationalem iuxta aliquem prædictorum modorum a b comparatur: latitudinem efficiens b c . Dico q rationalis est b c : & commensurabilis ipsi b a longitudine. Describatur enim per 4.6 primi ex a b : quadratum a d . Rationale igitur per 9. diffinitionem decimi est a d . rationale autem & a c . commensurabile igitur per conuersionem 10. diffinitionis est d a ipsi a c . Estq; sicut d a ad a c : sic est d b ad b c . commensurabilis igitur est per 11. decimi d b : ipsi b c . Aequalis autem est d b : ipsi b a . commensurabilis igitur est a b : ipsi b c . Rationale autem est a b . rationale igitur est per conuersionem 7. diffinitionis & b c : & commensurabilis ipsi b a longitudine. Si rationale igitur ad rationalem comparatū fuerit: & quæ sequuntur reliqua. quod erat ostendendum.

Subsequentes ex Campano propositiones/

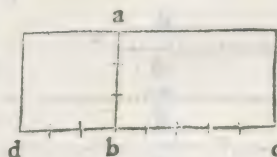
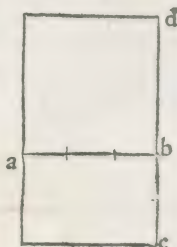
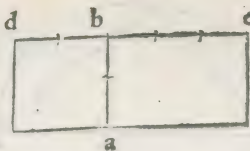
17 scilicet & 18: respondent 29 & 30 ex Zamberto infra suo loco & ordine dispositis.

Eucl. ex Camp.

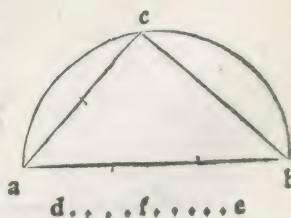
Propositio 17.

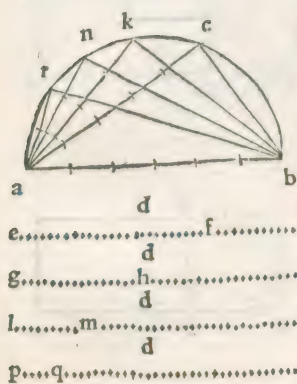
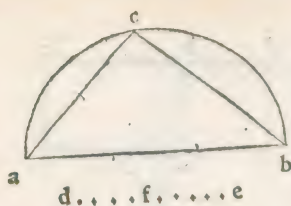
- 17 **¶** Vas lineas inuenire potentia tantum rationales cōmensurabiles: quarum longior plus possit breuiori/ quadrato lineæ sibi cōmensurabilis in longitudine.

CAMPANVS. **¶** Propositū est inuenire duas lineas rationales potentia tantum communicantes: quarum longior sit potērior breuiori/ quadrato lineæ sibi communicatis in longitudine. Sumo itaq; aliquam lineā rationalem quæ sit a b : super quam describo semicirculum a c b . & sumpto aliquo numero ut d e , diuido ipsum in duos nueros d f & f e : ita q sit proportio d e ad d f sicut numeri quadrati ad numerum quadratum/ non sit autem proportio d e ad f e ut numeri quadrati ad nu-



Zamb. 29.



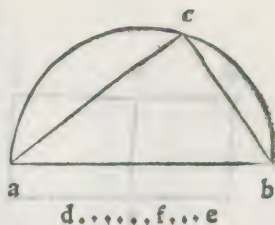


merum quadratum, talis autē numerus est quilibet quadratus diuisibilis in quadratum & non quadratum/ vt 9 qui diuiditur in 4 & 5: & omnes horum aequē multiplices. Et inuenio lineam: ad cuius quadratum se habeat quadratum lineæ a b, sicut numerus d e ad numerum d f. qualiter autem ipsa reperiatur: in demonstratione 5 dictum est. Hanc lineam in semicirculo a c b: sitq; a c, & subtraham lineam c b. Dico duas lineas a b & c b: esse quas querimus. Erit enim per primam partem 30 tertij/ angulus c rectus: & ideo per penultimam primi/ quadratū a b æquale est quadrato duarum linearum a c & c b. Et quia proportio quadrati lineæ a b ad quadratū lineæ a c est sicut d e ad d f per hypothesin: erit per euerham proportionalitatem proportio quadrati lineæ a b ad quadratum lineæ c b, sicut d e ad f e. ergo quadratū c b: communicat cum quadrato a b per 6 huius. erit igitur quadratum c b, rationale per definitionem: cum communicet rationali superficiem. Et quia c b & a b sunt incommensurabiles per vltimam partem 7: constat duas lineas a b & c b esse rationales/ potentia tantum communicantes. At quia linea a b est potentior linea c b in quadrato lineæ a c quæ per secundam partem septimæ communicat secū in longitudine: constat habitum esse propositum.

CAMPANI annotatio. ¶ Si autem libeat plures duabus potentia rationalibus communicantes quarum vna potentior longior sit qualibet aliarum in quadrato alicuius lineæ secum cōmunicantis in longitudine/ reperire: sit vt prius linea a b rationalis in longitudine, super qua describatur semicirculus a c b. sumaturq; nūerus d quadratus/ qui sit diuisibilis in multos quadratos & non quadratos: quorum nō quadratorū minime sit proportio sicut aliquorum numerorum quadratorum. tales autē numeri vltro se offerūt. vt 36: qui est diuisibilis in 25 & 11, itq; in 16 & 20, rursusq; in 9 & 27, ac iterum in 4 & 32. illorum vero non quadratorum qui sunt 11, 20, 27, 32, adinuicem non est proportio sicut alicuius numeri quadrati ad alium numerū quadratum. Esto igitur vt numerus d quadratus: diuidatur in e quadratum & f non quadratum. Sitq; quadratum lineæ a b ad quadratum lineæ a c sicut numerus d ad numerum e. & ducatur linea c b. & constat propositum vt prius demonstratum est: a b & c b esse duas tales lineas quas inquirimus. Similiter quoq; diuidā d in g quadratum & h nō quadratum: sitq; quadratum lineæ a b ad quadratum lineæ a c sicut d ad g. & ducatur linea k b. eruntq; vt prius duæ lineæ a b & k b: quales inquirimus. Eodem modo si rursus diuidatur d in l quadratum & m non quadratum: & ponatur proportio quadrati lineæ a b ad quadratū lineæ a n sicut d ad l, & producat n b: erūt duæ lineæ a b & n b quales inquirimus. Qz si rursus diuidatur d in p quadratum & q non quadratum: & fuerit proportio quadrati lineæ a b ad quadratū lineæ a r sicut d ad p, & protrahā fuerit linea r b: erūt etiam duæ lineæ a b & r b, quales inquirimus. Sūt itaq; lineæ a b, b c, b k, b n, b r, potentia tantum rationales & in ea cōmunicātes: quatum vna videlicet a b est potentior qualibet aliarum in quadrato lineæ secum communicantis in longitudine. Si igitur quatuor linearum b c, b k, b n, b r, nulla communicat alijs in longitudine: constat propositū. Istud autē sic probatur. patet enim ex præmissis: qd quadratum lineæ b c ad quadratum lineæ a b est sicut numerus f ad numerum d, & quadratum lineæ a b ad quadratum lineæ b k est sicut numerus f ad numerum d, & quadratum lineæ a b ad quadratū lineæ b k est sicut numerus d ad numerum h. ergo per æquam proportionalitatem quadratum lineæ b c ad quadratum lineæ b k: est sicut numerus f ad numerum h. sed nullus quatuor numerorū f, h, m, q: se habet ex hypothesi ad alium sicut numerus quadratus ad numerum quadratum. quare per 3 partem septimæ/ duæ lineæ b c, b k: sunt incommensurabiles in longitudine. Eadem ratione quælibet duæ ex illis quatuor sunt incommensurabiles in longitudine. Liqueat ergo quod volumus.

18 **D**uas lineas in potentia tantum rationales communicantes quarum longior plus possit breuiori quam est quadratum lineae sibi incommensurabilis in longitudine inuenire.

CAMPANVS. In hac quoque remaneat eadem dispositio eademque hypotheses quae in praemissa: hoc solum mutato quod proportio numeri d e ad neutrum duorum numerorum d f & f e, sit sicut numeri quadrati ad numerum quadratum. hoc autem facile fiet: posito d e quolibet numero quadrato diuiso in duos numeros non quadratos. ut si d e sit 9: & d f 6, & f e 3. argumetur do ut prius: hoc duntaxat excepto quod a b & a c sint incommensurabiles in longitudine per ultimam partem 7. **CAMPANI additio.** Et sciendum quod duae lineae quales haec & praemissa docent inuenire: componunt binomium. & minori earum abscissa de maiori: quae reliqua est dicitur residuum. Non etiam quod lineae tantum potentia rationales communicantes: possunt esse una rationalis & alia irrationalis. sicut latera tetragonica duarum superficierum quarum: una sit 25 pedum & alia 24: sunt rationalia potentia tantum communicantia. latus enim primae superficierum est 5: latus vero secundae non numeratur. Et possunt esse ambae irrationales: ut latera tetragonica duarum superficierum quarum una sit 24 pedum, & alia 23: neutrius enim numeratur latus, suntque in longitudine incommensurabilia ex ultima parte septimae. **CO.** si libeat etiam inuenire plures lineas duabus potentia tantum rationales communicantes, quarum una sit potentior qualibet aliarum in quadrato lineae secum non communicantis in longitudine: sumatur talis numerus qui possit pluries sic diuidi quod ipse ad nullam suarum partium nec alicuius ad aliquam aliarum sit proportio ut numeri quadrati ad numerum quadratum. ut 25: potest diuidi in 2 & 23, item in 5 & 20, & rursus in 7 & 18. Et sic processus idem qui fuit in praemissa.



Eucl. ex Camp.

Propositio 19.

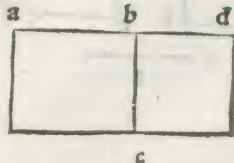
19 **M**inis superficies quam continent duae lineae potentialiter tantum rationales communicantes: est irrationalis, diciturque superficies medialis. eiusque latus tetragonicum scilicet quod in eam potest: est irrationalis: diciturque linea medialis

CAMPANVS. Sint duae lineae a b, b c, continentes superficiem a c: rationales potentia tantum communicantes, quae qualiter reperiantur: ex praemissa & antepremissa manifestum est. dico superficiem a c esse irrationalem. Sit enim d c quadratum b c. eritque rationale per hypothesin: eo quod linea b c est rationalis in potentia. Et quia ex prima sexti a c ad c d sicut a b ad b d, non communicat autem a b cum b d quia ex hypothesi non communicat cum sua aequali quae est b c: sequitur per secundam partem 10 ut etiam a c non comunicet cum c d. quare per diffinitionem / superficies a c est irrationalis: ideoque & suum latus tetragonicum est etiam irrationale. Dicitur autem haec superficies medialis: quoniam ipsa est medio loco proportionalis inter duas superficies rationales videlicet inter quadrata duarum linearum ipsam continenti. Et lineam potens in ipsis dicitur medialis: quoniam ipsa quoque est medio loco proportionalis inter duas lineas potentia tantum rationales communicantes. & haec duae lineae sunt latera dictae superficierum. Et hoc est quod volumus.

THEON.

Lemma.

Potens irrationalem aream: irrationalis est.
Possit enim a, irrationalem aream: hoc est id quod fit ex a quadratum aequale irrationali areae. Dico quod a irrationalis est, si enim est rationalis



le a: erit rationale quoque id quod ex a quadratum. sic enim in diffinitionibus non est autem irrationalis igitur est a. Potens irrationalis igitur: & reliqua. quod erat ostendendum.

Eudl. ex Zamb.

Theorema 81

Propositio 21

Sub rationalibus potentia tantum commensurabilibus rectis lineis comprehensum rectangulum irrationale est: illud quod potens irrationalis est: voceturque media.

THEON ex Zamb. Sub rationalibus enim potentia tantum commensurabilibus rectis lineis a b & b c: comprehendatur rectangulum a c. Dico quod a c irrationale est: potensque illud irrationalis est: & media appellatur. Describatur enim per 46 primi ex a b: quadratum a d. Et quoniam incommensurabilis est a b ipsi b c longitudine (potentia namque tantum supponitur commensurabiles) æqualis autem est a b ipsi b d: incommensurabilis igitur est & b d ipsi b c longitudine. Estque sicut d b ad b c: sic est a d ad a c. incommensurabilis igitur est p 11 decimi d a ipsi a: . Rationale autem est d a. irrationale igitur est a c. quare & ipsum potens a c, hoc est potens æquale ei quadratum: irrationalis est. voceturque media: eo quia ex ipsa quadratum æquale est ei quod fit ab b c, & eo quia ipsa media per secundam partem 17 sexti proportionalis est ipsis a b & b c. Sub rationalibus igitur potentia tantum: & reliqua. quod oportuit demonstrasse.

Eudl. ex Camp.

Propositio. 20



Vm adiuncta fuerit lineæ in longitudine rationali superficies æqualis quadrato lineæ medialis: latus eius secundum potentialiter tantum erit rationale / laterique primo in longitudine incommensurabile.

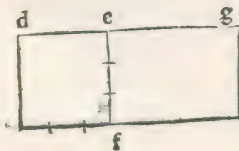
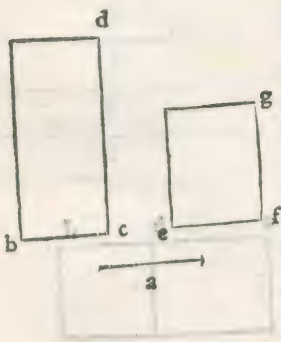
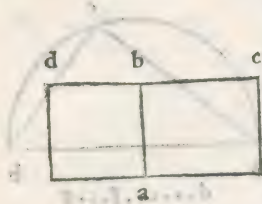
CAMPANVS. Hæc est quasi cōuersa præmissæ. Sit a linea medialis. sitque linea b c rationalis in longitudine: cui adiungatur superficies b d æqualis quadrato lineæ a. Quod hoc modo fiet. Subiungatur duabus lineis b c & a, linea c d in continua proportionalitate ut docet 10 sexti: eritque superficies ex b c in d æqualis quadrato lineæ a, per 16 eiusdem. dico latus eius secundum / quod est d c: esse rationale in potentia tantum / & incommensurabile in longitudine lateri b c. Eritque ex præmissa contentum lineæ medialis: ut linea a possit in aliquam superficiem / quæ tam a duabus lineis potentia tantum rationalibus communicantibus / quæ sit superficies e g cuius latera e f & f g. Eruntque duæ superficies b d & e g per primam partem 13 sexti laterum mutuorum: propter hoc quod ipse sunt æquales & rectangulæ. proportio ergo b c ad e f: sit sicut f g ad c d. Quare per 10 cum b c communicet in potentia cum e f, eo quod quadrata vtriusque earum sunt rationalia ex hypothesi: f g communicabit in potentia cum c d. Cui igitur quadratum f g sit rationale per hypothesin: erit quoque quadratum c d rationale per diffinitionem. At quia superficies b d est irrationalis sicut sua æqualis e g, per præmissam: sequitur ut quadratum lineæ c d ad superficiem b d est per primam sexti sicut c d ad c b: erit per secundam partem 10 ut c d non communicet cum b c. Quare cum b c sit rationalis in longitudine ex hypothesi: erit c d irrationalis in longitudine / & potentia tantum rationalis. Patet ergo proposita conclusio.

THEON.

Lemma.

CS fuerint binæ rectæ lineæ: est sicut prima ad secundam sic quod sit a prima ad id quod sub duabus rectis lineis.

Sint binæ rectæ lineæ: f e, e g. Dico quod est sicut f e ad e g: sic est quod ex f e, ad id quod sub f e & e g. Describatur enim per 46 primi ex f e quadratum d f: compleaturque f g. Quoniam igitur est sicut d e ad e g: sic est f d ad f g, & est quidem f d id quod fit ex f e, at f g iam id est quod sub

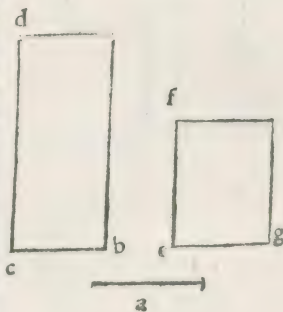


sub d e & e g hoc est quod sub f e & e g: est igitur sicut f e ad e g, sic quod ex f e ad id quod sub f e & e g, similiter quoque & sicut quod sub g e & e f: ad id quod ex e f, hoc est sicut g d ad d f: sic e g ad e f.

Eucl. ex Zamb. Theorema 10. Propositio 22.

Media ad rationalem comparata: latitudinem efficit rationalem & ei incommensurabilem ad quam comparatur longitudine.

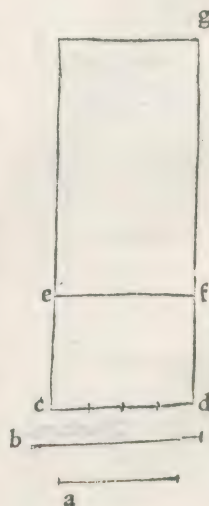
THEON ex Zamberto. Sit per 21 decimi media quidem a: rationalis autem c b, & ei quidem quæ sit ex a æqua ad b c comparetur per 45 primi areæ rectangula b d: latitudinem efficiens c d. Dico quod rationalis est c d: & incommensurabilis ipsi c b longitudine. Quoniam per 21 decimi a media est: aream potest comprehendere sub rationalibus potentia tantum commensurabilibus, possit autem g f, potest autem & b d, æqualis igitur est b d ipsi g f, est autem & ei æquiangulara. Aequalium autem & æquiangularum parallelogrammorum per 14 sexti reciproca sunt latera: quæ circum æquales angulos, proportionalis igitur est sicut b c ad e g: sic e f ad c d, est igitur per 22 sexti: & sicut id quod ex b c ad id quod ex e g: sic est id quod ex e f ad id quod ex c d. Commensurabilis autem est per hypothesin quæ ex b c: ei quæ ex e g. Rationalis enim est utraq; ipsarum. Commensurabilis igitur est per 11 decimi & quæ ex e f: ei quæ ex c d. Rationalis autem est quæ ex e f, rationalis igitur & quæ ex c d, rationalis igitur est c d. Et quoniam incommensurabilis est e f ipsi e g longitudine (potentia enim tantum sunt commensurabiles ex constructione) sicut autem e f ad e g sic per lemma præcedens quod ex e f ad id quod sub e f & e g: incommensurabilis igitur est per 11 decimi quæ sit ex e f ei quæ sub f e & e g. Sed ei quidem quæ sit ex e f: commensurabilis est ea quæ sit ex c d, rationales enim sunt potentia. Quæ autem sub f e & e g sit incommensurabilibus & quæ sub d c & c b: æquales sunt ei quæ ex a. Incommensurabilis igitur est per 13 decimi (& quomodo aduenit) quæ ex c d ei quæ sub d c & c b. Sicut autem quæ ex c d ad eā quæ sub d c & c b: sic per lemma præcedens est d c ad c b. Incommensurabilis igitur est d c ipsi c b longitudine. Rationalis igitur est c d: & ipsi c b longitudine commensurabilis. Quod erat ostendendum.



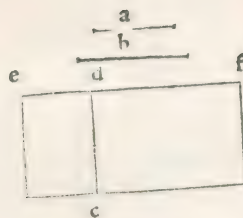
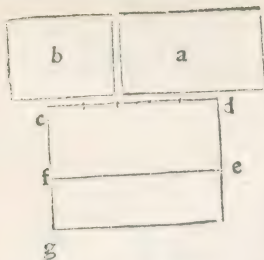
Eucl. ex Camp.

Propositio 21.

Mnis linea communicans mediali: est medialis. CAMPANVS. Sit linea a medialis: cui ponatur linea b esse communicans siue in longitudine siue in potentia tantum. Dico quod etiam linea b est medialis. Sitenim linea c d rationalis in longitudine: cui adiungatur superficies c f æqualis quadrato lineæ a, & item superficies e g æqualis quadrato lineæ b, hoc autem qualiter fiat: in præmissæ demonstratione dictum est. Eritque per præmissam linea d f rationalis in potentia tantum: & incommensurabilis lineæ c d. Et quia per primam sexti e g ad c f sicut f g ad d f, communicat autem e g cum c f eo quod quadratum b communicat cum quadrato a per hypothesin quibus quadratis dictæ superficies positæ sunt æquales: sequitur per primam partem decimæ ut linea f g communicet cum linea d f, quare f g est rationalis in potentia tantum sicut est d f, & incommensurabilis in longitudine lineæ e f, cum linea d f sibi communicans sit incommensurabilis eidem e f eo quod suæ æquali. Hoc enim probatum est in 8/ quod si fuerint duæ quæritates communicantes: cuiuscunque una earum non communicat nec reliqua. Itaque per 19 erit superficies e g medialis: & eius latus tetragonum quod est b, mediale. Quod est propositum.



t. j.



Zamb. 26.

GEO.

ELE.

EV.

CAMPANI additio. **T** Similiter quoque omnis superficies communica-
 nicas superficiei medialis esse conuincitur. Sit enim superficies
 a medialis: cui ponatur superficies b esse comunicans. dico superficiem
 b esse medialem. quod sic constabit. Sit linea c d rationalis in longitudine:
 adiungaturque ei superficies e, quæ sit æqualis superficiei a, quod hoc mo-
 do fiet. Inueniatur linea c f ad quam sic se habeat vnum ex lateribus super-
 ficiei a: sicut linea c d se habet ad reliquum. hæc autem linea qualiter reperias-
 tur: in 10 sexti dictum est. eritque ex 15 eiusdem superficies d f æqualis a.
 Itemque eodem modo ad lineam e f adiungatur superficies e g: quæ sit æqua-
 lis b. erit itaque per 20 linea c f potentia tantum rationalis: erit quoque lineæ
 e d in longitudine incommensurabilis. Et quia a & b erant comunicantes
 ex hypothesi: erunt quoque c e & e g eis æquales comunicantes. itaque per
 primam sexti & per primam partem decimæ huius / erunt duæ lineæ
 c f & f g: comunicantes in longitudine. Est igitur linea f g rationalis
 in potentia tantum: & lineæ e f incommensurabilis in longitudine. quare
 per 19 superficies e g erit medialis: cum linea e f sit rationalis in longitu-
 dine sicut c d sibi æqualis. Cum sit ergo b æqualis e g: erit quoque b media-
 lis. quod est propositum. **E**t nota quod omnes superficies mediales comu-
 nicantes: componunt superficiem medialem. Vnde tota d g est medialis:
 quia cum duæ lineæ c f & f g sint rationales in potentia tantum: & non co-
 municantes in longitudine: sequitur ut tota c g sit rationalis in potentia
 tantum: & non comunicans c d in longitudine. itaque per 19 d g est me-
 dialis. Eodemque modo si sint plures.

Eucl. ex Zamb. Theorema 20. Propositio 23.

Quæ mediæ commensurabilis: mediæ est.

THEON ex Zamb. **S**it mediæ a: & ipsi a commensurabilis esto b. Di-
 co quod b mediæ est. Exponatur enim rationalis c d. & ei quæ ex a sit æqua-
 lis: ad c d comparetur area rectangula c e per 44 primi: latitudinem effi-
 ciens e d. Rationalis igitur est per præcedentem e d: incommensurabilis
 ipsi c d longitudine. ei autem quæ ex b æqualis: ad c d comparetur per
 44 primi area rectangula c f: latitudinem efficiens d f. Quoniam igitur
 commensurabilis est a ipsi b: commensurabile est quoque id quod ex a ad
 id quod ex b. Sed ei quidem quod ex a: æquum est e c. ei autem quod
 sit ex b: æquum est c f. Commensurabile igitur est e c ipsi c f: estque sicut e c
 ad c f: sic e d ad d f. Commensurabilis igitur est per 11 decimi e d ipsi
 d f longitudine. Rationalis autem est e d: & ipsi d c incommensurabilis lo-
 gitudine. Rationalis igitur est & d f & ipsi d c longitudine incommensu-
 rabiles. Igitur c d & d f per 13 decimi rationales sunt potentia tantum
 mensurabiles. Quod autem sub rationalibus potentia tantum commensu-
 rabilibus rectis lineis comprehenditur rectangulum: irrationale est per
 21 decimi. & illud potens/irrationale est: appellaturque mediæ. potes igitur
 id quod sub c d & d f: mediæ est. potesque b quod sub c d & d f sit me-
 diæ igitur est b. quod erat ostendendum.

CORRELARIUM. **H**inc igitur est manifestum: quod mediæ areæ rati-
 onali commensurabilis mediæ est. possunt enim eas rectæ lineæ quæ po-
 tentia sunt commensurabiles: quarum altera mediæ. quare & reliqua me-
 diæ est. Similiter autem ex eis quæ de rationalibus & medijs dicta sunt:
 sequitur ut mediæ longitudine commensurabilis/mediæ appelletur. quoniam in
 vniuersali longitudine commensurabiles omnino & potentia. Si vero
 mediæ commensurabiles potentia tantum: dicuntur mediæ potentia tan-
 tum commensurabiles.

Eucl. ex Camp.

Propositio 22.



Mnis differentia qua abundat mediale a mediali:
 irrationalis esse probatur.

CAMPANVS. **S**it utraq; duarum superficierum a b & a: medialis.

dico q̄ superficies b quæ est earum differentia: est irrationalis. Sit enim linea c d rationalis in longitudine cui adiungatur superficies d e æq̄lis superficie a: & superficies d f æqualis totali superficie a b. hoc autem qualiter fiat: in præmissa docuimus. Quia ergo d f est æqualis a b, & d e æqualis a: erit per cōceptionē g f æqualis b. Si itaq̄ superficies b nō est irrationalis sed rōnalis: erit & f g sua æq̄lis rōnalis. At cū linea e f sit rationalis in longitudine sicut sua æqualis c d: erit per 16 linea e f rationalis in longitudine & cōmunicās lineæ e g. p 20 autē est vtraq̄ duarū linearū c e & e f potentialiter tantum rationalis: & lineæ c d incommensurabilis in longitudine. itaq̄ e f linea est incommensurabilis lineæ c e in longitudine. Et quia per primam sexti quadratum lineæ e f ad superficiem quæ fit ex e fin c e est sicut e f ad c e: sequitur per secundam partem decimæ vt quadratum lineæ e f sit incommensurabile superficie factæ ex e f in c e. quare & ipsum quadratum erit incommensurabile duplo superficie ex e f in c e. quadratum vero c e cum sit rationale: est cōmunicans quadrato e f. totum igitur ex ambobus compositum erit per 9 cōmunicās quadrato e f. Et ideo incommensurabile duplo superficie ex e f in c e. Et quia per 4 secundum quadratum lineæ c f est æquale duobus quadratis duarum linearū c e & e f & duplo superficie ex c e in e f, & duplum superficie c e in e f est incommensurabile aggregato ex duobus quadratis duarum linearum c e & e f: sequitur per ea quæ addita sunt in 9 vt quadratum c f sit incommensurabile aggregato ex duobus quadratis duarum linearum c e & e f. At cum aggregatū ex his quadratis sit rationale: sequitur quadratum lineæ c f non esse rationale. & ideo linea c f non est rationalis in potētia. & idcirco non erit superficies d f medialis: neq̄ a b sibi æqualis. quod est inconueniēs: cū sit cōtrarium positis. Relinquitur igitur q̄ superficies b: est irrationalis. quod est propositum.

Euclī ex Camp.

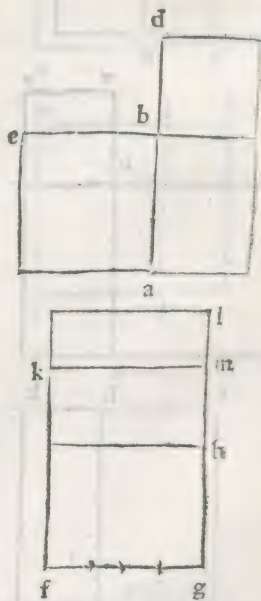
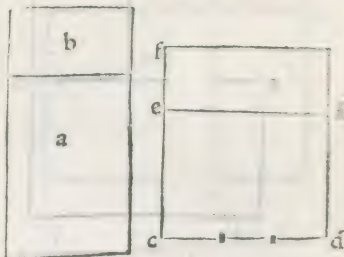
Propositio 23.

Zamb. 25.

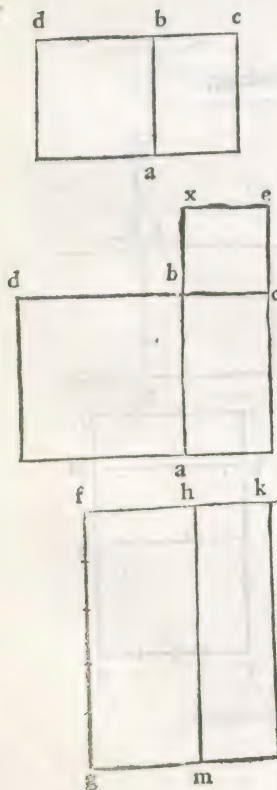
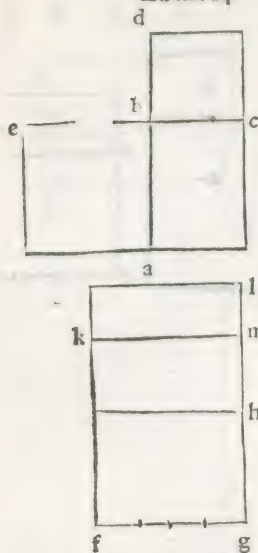
Nnis superficies quam continent duæ lineæ mediales potentialiter tantum comunicātes: aut rationalis est aut medialis.

CAMPANVS. ¶ Sint duæ lineæ a b & b c mediales potentia tantum comunicantes: dico q̄ superficies a c ab eis cōtenta aut est rationalis / aut medialis. Sint enim: c d quadratum lineæ b c, & a e quadratū lineæ a b. eruntq̄ ex hypothesi hæc duo quadrata cōmunicantia. & erit per primam sexti superficies a c medialis medio loco proportionalis inter ipsa quadrata. Sumatur igitur linea f g quæ sit rationalis in longitudine: cui adiungatur superficies f h æqualis quadrato a e, & h k æqualis superficie a c, & k l æqualis quadrato d c. erūtq̄ hæc tres superficies f h, h k & k l cōtinue proportionales: sicut suæ æquales a e, a c, & d c. quare per primā sexti erūt etiā tres lineæ g h, h m, & m l, quæ sunt bases earum: cōtinue proportionales. Et cum superficies f h & k l sint cōmunicātes sicut duo quadrata a e & c d eis æqualia: sequitur per primam sexti & decimā huius vt linea g h sit cōmunicans cum m l. vtraq̄ autem earum est rationalis: in potentia per 20 huius. igitur superficies vnius earū in alteram est rationalis. omnis enim superficies quam continēt duæ lineæ rationales in potētia: cōmunicantes in longitudine: necessario est rationalis / vt patet ex prima sexti & prima parte decimæ huius & ex diffinitione superficies rationalium. Et quia ex prima parte decimæ sextæ quadratum lineæ l m est æquale superficie ex g h in m l: erit quadratum lineæ h m rationale. Si ergo linea h m est rationalis in longitudine siue cōmunicans lineæ k m quæ est æqualis lineæ f g: erit per 15 superficies h k rationalis, ideoq̄ & sua æqualis a c. Si autē h m sit irrationalis in longitudine siue incommensurabilis lineæ k m quæ est æqualis lineæ f g: cum ipsa sit rationalis saltem in potētia eo q̄ suum quadratum est rationale / erit ex 19 superficies h k medialis. quare & sua æqualis a c. Constat ergo propositum.

t. ij.



Zamb. 24.



CAMPANI annotatio. Et nota qd si duæ lineæ a b & b c essent mediales in longitudine communicantes: esset superficies a c medialis tantum. esset enim superficies a c communicans vtriq; duorū quadratorū a e & c d per primam sexti & per præsentem hypothefin: & per 10 huius: & ideo superficies h k æqualis a c: esset communicans vtriq; superficiei f h & k l. igitur per primam sexti: & 10 huius lineæ h m esset communicans vtriq; duarum linearum g h & l m. Et quia hæc ambæ essent rationales in potetia tantum: non cōmunicantes in lōgitudine lineæ f g: esset quoq; h m rationalis in potentia tantum: non communicans in lōgitudine lineæ f g. quare per 19 esset superficies h k medialis tantum. & ideo etiam a c sibi æqualis. Si autem duæ lineæ a b & b c essent mediales neq; in longitudine neq; in potentia cōmunicantes: superficies a c neq; esset rationalis neq; medialis. si enim sic esset: scilicet qd duæ lineæ a b & b c essent mediales neq; i lōgitudine neq; in potetia cōmunicantes: essent duo quadrata a e & c d incōmunicantia. itaq; & duæ superfices f h & k l eis æquales quoq; essent incōmunicantes. quare & duæ lineæ g h & m l essent incōmēsurabiles per primam sexti: & per secundā partē decimi. Et quia vtraq; earū est rationalis tantum in potentia: per 20 esset superficies vnius earum ad alteram medialis per 19. Cum ergo quadratum lineæ h m sit æquale dictæ superficiei quæ sit ex g h in m l, per primā partē 16 sexti: esset per 19 lineæ h m lineæ medialis. per 15 ergo non esset superficies h k rationalis, nec etiā per 20 medialis, quare nec sua æqualis a c.

Præcedentes duæ ex Campano propositiones scilicet 22 & 23: tribus ex Zamberto sequētib; videlicet 24, 25, & 26, inuerso ordine respondent. 22 namq; ex Camp. 26 ex Zamb. 26 autem ex Camp. cum additione: 24 & 25 ex Zamberto respondent.

Eucl. ex Zamb. Theorema 21. Propositio 24.

Sub medijs longitudine cōmensurabilibus rectis lineis compræhensum rectangulum: medium est.

THEON ex Zāb. Sub medijs inquā lōgitudine cōmensurabilibus rectis lineis a b, b c: compræhendatur rectangulū a c. dico qd a c mediū est. Describatur enī per 4-6 primi ex a b: quadratum a d. medium igitur autē a d. Et quoniam cōmensurabilis est a b ipsi b c longitudine: æqualis autē est a b ipsi b d: cōmensurabilis igitur est d b ipsi b c lōgitudine. Quare est d a ipsi a c per correlariū 23 decimi cōmēsurabilis est. medium autem est d a. medium igitur est & a c. quod oportebat ostendere.

Eucl. ex Zamb. Theorema 22. Propositio 25.

Sub medijs potentia tantum cōmensurabilibus rectis lineis compræhensum rectangulū: aut rationale aut mediū est.

THEON ex Zamberto. Sub medijs potentia tantum cōmensurabilibus rectis lineis a b, b c: compræhendatur rectangulum a c. Dico qd a c: aut rationale: aut medium est. Describatur inquā per 4-6 primi ex a b & b c: quadrata a d & b e. medium est igitur vtrunq; ipsorum a d & b e. Exponaturq; rationalis f g. ipsiq; a d æquum ad f g comparatur per 4-4 primi rectangulum parallelogrammum g h, latitudinem efficiens f h. Ipsi autē a c ad h m æquū comparatur per eandem rectangulum parallelogrammum m k: latitudinem efficiens h k. Et insuper per eandē ipsi b e æquum similiter ad k n cōparetur n l: latitudinē efficiens k l. Quoniam itaq; rectas lineas igitur sunt f h, h k, & k l, & quoniam vtrūq; ipsorū a d & b e medium est: estq; æquale a d ipsi g h, & b e ipsi n l: mediū igitur est & vtrūq; ipsorū g h, n l, & ad rationale f g cōparant. Rationalis igitur est & 22 decimi vtrūq; ipsarū f h & k l: & incōmensurabilis ipsi f g lōgitudine.

Quoniam igitur commensurabile est a ad ipsi b : commensurabile igitur est per 11 decimi & g ipsi n . Estque sicut g ad n : sic per primam texti est fh ad kl . Commensurabilis igitur est per eandem $11/f$ ipsi kl longitudine. Ipsa igitur t h , k l rationales sunt longitudine commensurabiles. Rationale est igitur per 19 decimi quod sub f h , k l . Et quoniam equalis est quidem d b ipsi ba , & x b ipsi bc : est igitur sicut d ba b c , sic est a ba b x . Sed sicut quidem d ba bc : sic est per primam texti & per 11 quinti da ad a c , sicut autem a ba bx : sic est a c ad x . Est igitur sicut da ad a c : sic est a c ad x . æquū autem est ad ipsi g h , & a c ipsi m k , & c x ipsi n l , est igitur per 17 sexti sicut g h ad m k : sic est m k ad n l . Est igitur sicut & fh ad ipsum h k : sic est h k ad ipsum k l . Igitur quod sub f h , k l : æquū est ei quod fit sub h k . Rationale autem est quod sub fh , f l , rationale igitur est & quod fit ex h k . Rationale est igitur per 19 decimi ipsi h k . & si quidem commensurabilis est ipsi f g longitudine: rationale est per 22 decimi h n . Si autem incommensurabilis est ipsi f g longitudine: ipsa h k & h m rationales per 21 decimi sunt potentia solum commensurabiles. medium igitur est h n . Igitur h n aut rationale est aut medium. æquum autem est h n ipsi a c . igitur a c vel rationale vel medium est. Sub medijs igitur potentia tantum commensurabilibus: & quæ sequuntur reliqua. Quod erat ostendendum.

Eucl. ex Zamb. Theorema 23. Propositio 26.

Medium: non excedit medium rationali.

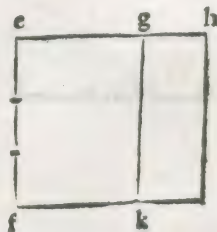
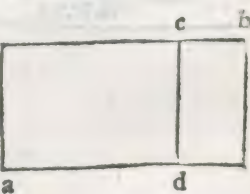
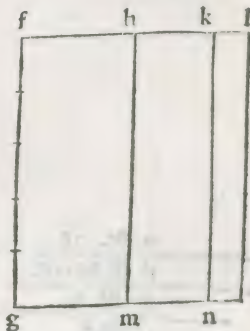
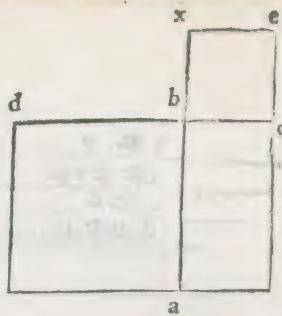
THEON ex Zamb. Si enim possibile: medium a b , mediū a c excedat rationali d b , ponaturque rationalis e f , ipsique a b æquum ad e f comparatur per 44 primi parallelogrammum rectangulū f h : latitudinē efficiens e h , ipsi autem a c æquum auferatur f g , reliquum igitur b d : per tertiam communem sententiam reliquo k h est æquale. Rationale autem est d b : rationale igitur est & k h . Quoniam igitur medium est utrunque ipso rum a b , a c , estque a b ipsi f h æquale per correlarium 23 decimi: ita c ipsi f g : medium igitur est utrunque ipsorum f h , f g , & ad rationalem e f comparatur. Igitur rationalis est utraque ipsarum h e & e g : & incommensurabilis ipsi e f longitudine per 22 decimi. Et quoniam rationale est d b , estque ipsi k h æquale: rationale igitur est & k h . ad rationalemque e f comparatur. rationalis igitur est per 20 decimi g h : & ipsi e f longitudine commensurabilis. Sed e g rationalis est: & ipsi e f longitudine incommensurabilis. incommensurabilis igitur est per 13 decimi e g ipsi g h longitudine. estque sicut e g ad g h : sic quod fit ex e g ad id quod sub e g & g h . Incommensurabile igitur est per 11 decimi & lemma 21 decimi quod fit ex e g ei quod sub e g & g h . Sed ipsi quidem quod fit ex e g : commensurabilia sunt quæ fiunt ex e g & g h quadrata rationalia etenim utraque ei autem quod sub e g & g h commensurabile est per 13 decimi id quod bis sub e g & g h . duplum namque est illius. Incommensurabilia igitur sunt per 16 decimi quæ fiunt ex e g & g h : ei quod bis sub e g & g h . & utraque igitur quæ ex e g & g h & quod bis sub e g & g h quod est quod fit ex e h : per 4 secundi incommensurabile est eis quæ fiunt ex e g & g h . Rationalia autem sunt quæ fiunt ex e g & g h per diffinitionem. Irrationale igitur est quod fit ex e h . irrationalis igitur est e h . sed & rationalis. quod est impossibile. medium igitur medium non excedit rationali. quod erat ostendendum.

Sequētes duę ex Zāb. neutiq̃ in Cāpano respōdētes hñt.

Eucl. ex Zamb. Problema 4. Propositio 27.

Medias inuenire potentia tantum commensurabiles: rationale comprahendentes.

THEON ex Zamb. Exponentur binæ rationales potentia tantum commensurabiles a , b . sumanturque per 13 sexti ipsarū a , b , media proportionalis c . Fiatque per 12 sexti sicut a ad b , sic c ad d . Et quoniam ipse a , b , t . 11j.



a	9
c	54
b	6
d	24

rationales sunt per tota tantum commensurabiles: igitur quod sub a, b, hoc est quod ex c fit per 21 decimi medium est. media igitur est c. Et quoniam est sicut a ad b sic c ad d, ipsae autem a, b, potentia tantum sunt commensurabiles: & c, d, igitur per 11 decimi/potentia tantum sunt commensurabiles: estque media. media igitur est per 23 decimi/ & d. Ipsae igitur c, d, per constructionem: mediae sunt potentia tantum commensurabiles. Dico quod & rationale comprehendunt. Quoniam enim est sicut a ad b sic est c ad d: vicissim igitur per 16 quinti est sicut a ad c sic est b ad d. Sed sicut a ad c: & c ad b. & sicut igitur per 11 quinti c ad b sic b ad d. igitur quod sub c, d: æquum est ei quod fit ex b. Rationale autem est quod fit ex b. Rationale igitur est quod sub c, d. Invenit igitur sunt mediae potentia tantum commensurabiles: rationale comprehendentes. quod fecisse oportuit.

Eucl. ex Zamb. Problema 5. Propositio 28.

¶ Medias comperire potentia tantum commensurabiles: medium comprehendentes.

¶ THEON ex Zamberto. ¶ Exponentur enim tres rationales potentia tantum commensurabiles: a, b, c, suscipiaturque per 13 sexti ipsarum a, b, media proportionalis d. Fiatque per 12 sexti sicut b ad c: sic d ad e. Quoniam enim a, b, rationales sunt/potentia tantum commensurabiles: igitur per 21 decimi/quod sub a b hoc est id quod fit ex d, medium est. media igitur est d. Et quoniam b, c, potentia solum sunt commensurabiles: estque sicut b ad c sic est d ad e: ipsae igitur d, e, per 11 decimi potentia tantum sunt commensurabiles. media vero est d. & igitur e. Igitur ipsae d, e, mediae sunt potentia tantum commensurabiles. Dico quod & medium comprehendunt. Quoniam enim est sicut b ad c sic est d ad e: vicissim igitur per 16 quinti sicut b ad d sic est c ad e. Sicut autem b ad d: sic d ad a. Et sicut igitur per 11 quinti d ad a: sic c ad e. Quod igitur sub a, c: per 16 sexti æquum est ei quod sub d, e. medium autem quod sub a, c. medium igitur per correlarium 23 decimi quod sub d, e. Invenit igitur sunt mediae potentia tantum commensurabiles: medium comprehendentes. quod fecisse oportuit.

¶ THEON.

¶ Comperire duos quadratos numeros: ut ex eis compositus sit quadratus. Lemma.

¶ THEON ex Zamb. ¶ Exponentur bini numeri a b & b c, sintque aut pares aut impares. Et quoniam si a pari par auferatur & si ab impari impar per 16 noni reliquus erit par: si igitur ab a b pari par b c, aut ab impari a b, impar b c auferatur/reliquus a c par est. Secetur a c bifariam in d. sint autem ipsi a b, b c: aut similes plani/aut quadrati qui & similes plani sunt. Igitur qui sub a b, b c, una cum eo qui fit ex c d quadrato: æquus est per 6 sexti cundi ei qui fit ex b d quadrato. estque quadratus qui sub a b, b c: quoniam paruit per primam noni quod si bini similes plani multiplicantes se adinvicem aliquem fecerint/factus quadratus est. Invenit igitur sunt bini quadrati numeri qui sub a b, b c, & qui ex c d: qui compositi in b d quadratum conficiuntur. ¶ CORRELARIUM. ¶ Ac manifestum quod inveniuntur rursus bini quadrati & qui ex b d & qui ex c d: & perinde eorum excessus qui sub a b, b c, est quadratus/quando ipsi a b, b c, similes fuerint plani. Quando autem non fuerint similes plani: inveniuntur sunt bini quadrati & qui ex b d & qui ex c d, quorum excessus qui sub a b & b c non est quadratus.

¶ Lemma præcedentis oppositum. ¶ Invenire binos quadratos numeros: ut ex eis compositus non sit quadratus.

¶ Sint enim a b, b c, similes plani ut qui sub a b, b c, per 1 noni sit quadratus: sitque par c a. seceturque c a bifariam in d. Manifestum iam est quod qui sub a b, b c, quadratus una cum eo qui fit ex c d quadrato: æquus est ei qui

a 9.

c 54.

b 6.

d 24.

a 16.

d 128.

b 8.

c 6.

e 72.

ad.....c.....b

a, g, h, d, e, f, c,b

qui ex b d quadrato. Auferatur autem vnitas d e. Igitur qui sub a b & b c vna cum eo qui ex c e minor est eo qui fit ex b d quadrato. Dico igitur qd qui sub a b, b c, quadratus vna cū eo qui ex c e: nō est quadratus. Si enim est quadratus: vel est æqualis ei qui ex b e, vel eo minor. Maior autē nō erit: cum qui sub a b, b c, quadratus vna cum eo qui ex c d quadrato hoc est qui ex b d, primus sit maiorū quadrato qui ex b e, vnitas enim nō secatur. maior autē est eo qui sub a b, b c, vna cū eo qui ex c e, c d enim: ipso c e vnitate maior. Sit autem (si possibile est) prius qui sub a b, b c, vna cū eo qui fit ex c e: æqualis ei qui ex b e. sitq; ipsius d e vnitatis: duplus g a. Quoniam igitur totus a c rotius c d duplus est / & a g ipsius d e est duplus: & reliquus igitur per 7 septimi g c reliqui e c duplus est. bifariam igitur ipsum g c: ipse e dispescit. Igitur qui sub g b & b c vna cū eo qui fit ex c e: æquus est ei qui fit ex b e quadrato. Sed qui sub a b, b c, vna cū eo qui ex c e: æquus supponitur ei qui ex b e quadrato. Qui sub g b, b c, igitur vna cū e c qui fit ex c e: æquus ei est qui fit sub a b, b c, vna cum eo qui fit ex c e. Cōmuni igitur sublato qui ex c e: ducitur a b æqualis ipsi g b. quod est impossibile. Qui sub a b, b c, igitur vna cū eo qui ex c e: æquus nō est ei qui fit ex b e. Dico iam qd neq; minor eo qui ex b e. Si enim possibile: sit ei qui ex b e æqualis, & ipse us d f duplus h a. Cōducaturq; duplus rursus h e ipsius c f: & vt f ipsum h c bifariam secet. ac per hoc eo qui sub h b, b c, vna cū eo qui ex c e: æquus erit ei qui ex b f. Supponitur autem qd qui sub a b, b c, vna cū eo qui ex c e: est æqualis ei qd ex b f. Cōducatur igitur æqualis qd sub a b, b c, vna cū eo qui ex c e: ei qui ex h b & b c vna cū eo qui fit ex c f. quod absurdum est. Igitur qui sub a b, b c, vna cum eo qui fit ex c e: æquus non est minori eo qui fit ex b e. patuit autē qd neq; ei qui ex b e. neq; eo maiori. Igitur qui sub a b, b c, vna cum eo qui fit ex c e: quadratus non est. Cum autem sit possibile & pluribus modis prædicta ostendere: sufficiant nobis tamen prædicta: ne materia lōgior existens lōgius protrahatur.

Eudi. ex Zamb.

Problema 6.

Propositio 29.

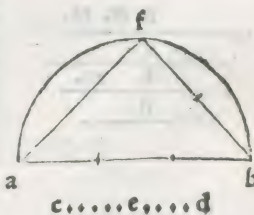
Comperire binas rationales potentia tantum commensurabiles: vt maior minore maius possit eo quod fit ex commensurabili sibi longitudine.

THEON ex Zamb. Exponatur enim quædā rationalis a b. & bis in quadrato c d, d e, vt ipsorū residuus c e nō sit quadratus per correlariū 1 lemmatis 28 decimi. & super a b describatur semicirculus a f b. Fiatq; sicut per correlariū 6 decimi d c ad c e: sic qd ex b a quadratum ad id quod ex a f quadratū. cōnectaturq; f b. Quoniam igitur est sicut quod ex b a ad id quod est a f, sic ex d e ad c e: igitur quod ex b a ad id quod ex a f, eā habet rationē quā numerus c d ad numerū c e. Cōmensurabile igitur est quod ex b a: ei quod ex a f. Rationale autē quod fit ex a b. rationale igitur & id quod fit ex a f. Rationalis igitur est & a f. Et quoniam d c ad c e rationē nō habet quā quadratus numerus ad quadratū numerū: neq; quod ex a b igitur ad id quod ex a f rationē habet quā quadratus numerus ad quadratū nūerū. Igitur a b: p 9 decimi ipsi a f lōgitudine incommensurabilis est. Ipsæ igitur a f, a b: rationales sunt potētia tantū cōmensurabiles. Et quoniam est sicut d c ad c e, sic est quod ex a b ad id quod ex a f: cōuertendo igitur p correlariū 19 quinti sicut c d ad d e, sic quod ex a b ad id quod ex b f. At c d ad d e eā habet rationē quā quadratus numerus ad quadratū numerū. Quod igitur ex a b ad id quod ex b f: eā habet igitur quā quadratus nūerus ad quadratū numerū. Cōmensurabilis æquū est p 9 decimi a b ad b f lōgitudie. Et quod ex a b per 47 primi f sibi cōmensurabili. Inuētæ igitur sunt binę rationales potētia tātū commensurabiles a b & a f: vt b maior ipsa a f maius possit eo quod ex f b sibi longitudine commensurabili. Quod facere, oportebat.

t. iii j.

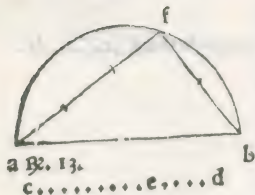
a, g, h, d, e, f, c, b

Camp. 17



c.....e.....d

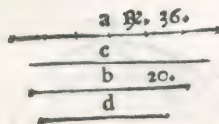
Comperire binas rationales potentia tantum commensurabiles: ut maior minore maius possit eo quod sit a sibi longitudine incommensurabili.



THEON ex Zamb. Exponatur rationalis a b: binique numeri quadrati c e & e d, ut ex eis compositus non sit quadratus per lemma 2 vice si maior octaua decimi. Describaturque super a b, semicirculus a f b: fiatque per correlarium 6 decimi sicut d c ad c e, sic quod sit ex a b ad id quod ex a f, connectaturque f b. Similiter iam ostendimus sicut in precedenti: quia ipsa b a & a f rationales sunt potentia tantum commensurabiles. Et quoniam est sicut d c ad c e sic est quod ex b a ad id quod ex a f: conuertendo igitur per correlarium 19 quinti sicut c d ad d e, sic quod ex a b ad id quod ex f b. At c d ad d e rationem non habet quam quadratus numerus ad quadratum numerum, neque igitur quod ex a b ad id quod ex b f rationem habet quam numerus quadratus ad quadratum numerum. Incommensurabilis igitur est a b ipsi b f longitudine: potestque a b ipsa a f maius eo quod sit ex b f sibi incommensurabili. Ipsa igitur a b, b f, rationales sunt potentia tantum commensurabiles & a b ipsa a f maius potest eo quod sit ex b f sibi longitudine incommensurabili, quod fecisse oportuit.

Vas lineas mediales potentia tantum communicantes superficiemque rationalem continentes: quarum longior sit potentior breuiore: augmento quadrati lineae communicantis eidem longiori in longitudine: inuenire.

CAMPANVS. Cum omnes duae lineae mediales potentia tantum communicantes contineant superficiem rationalem aut medialem / ut ex praemissa patet: docet inuenire eas duas quae continent superficiem rationalem & eas quae medialem. Vnde propositum est inuenire duas lineas mediales potentia tantum communicantes: quarum longior possit amplius breuiori in quadrato alicuius lineae sibi communicantis in longitudine: quae contineant superficiem rationalem. Ad hoc secundum doctrinam 17 superius mo duas lineas a & b potentia tantum rationales communicantes: quarum longior quae sit a, possit amplius breuiori quae sit b, in quadrato alicuius lineae secum communicantis in longitudine. & ponam lineam c cuius lineae secum communicantis in longitudine. & ponam lineam d secundum doctrinam 9 sexti: medio loco proportionalem inter a & b. & ponam ut sit proportio a ad b: sicut c ad d. quod qualiter fiat: in 10 sexti dictum est. Dico tunc duas lineas c & d: esse quas quaerimus. Patet enim ex 19: quia superficies quae continent duae lineae a & b, est medialis. Et quia per primam partem 16 sexti: quadratum lineae c est dictae superficiei aequale: erit igitur per 19 linea c medialis. Cum autem sit a ad b sicut c ad d, & b communicet cum a in potentia tantum ex hypothesi quia tam a quam b rationalis est in potentia: sequitur per 10 quod c quoque communicet cum d in potentia tantum. Itaque per 21 cum c sit linea medialis: erit etiam d medialis. & per primam partem 12 erit linea c potentior linea d: in quadrato lineae sibi communicantis in longitudine. Si ergo duae lineae c & d contineant superficiem rationalem: ipsae sunt quales inquirimus. Eas autem continere superficiem rationalem: sic habeto. Cum sit a ad b sicut c ad d: erit permutatim a ad c sicut b ad d. sed erat a ad c: sicut c ad b: igitur est c ad b: sicut b ad d. itaque per primam partem 16 sexti superficies quae continet duae lineae c & d: est aequalis quadrato b. est autem quadratum b, rationale per hypothesin: cum ipsa sit rationalis in potentia. Superficies ergo quae continent duae lineae c & d: est rationalis. Quare constat propositum.

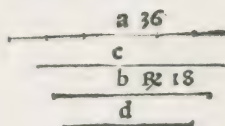


Eucl. ex Camp.

Propositio 25.

Duas lineas mediales potentia tantum communis-
cantes superficiemque rationalem continentes / qua-
rum longior sit potentior breuiori / quadrato lineę
eidem longiori in longitudine incommensurabilis:
inuenire.

CAMPANVS. Positis duabus lineis a & b rationalibus potētia tā-
tum communicantibus quarum longior possit amplius breuiori in qua-
drato lineę secum non communicantis in longitudine quę quidem re-
periuntur secundum doctrinam 18, ceterisque positionibus manentibus
sicut in præmissa: argumentando modo consimili patebit duas lineas c
& d esse quales quærimus. Et nota q. duę lineę quas hæc & præmissa
docent inuenire: componunt bimediale primum. & minori earum ab-
scissa de maiori: quę reliqua est: dicitur residuum mediale primum.

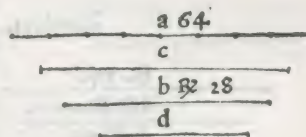


Eucl. ex Zamb. Problema s. Propositio 31.

Comperire binas medias potentia tantum commensu-
rabiles rationale comprahēdentes: vt maior minore maius
possit eo quod fit a sibi longitudine commensurabili.

Camp. 24.

THEON ex Zamb. Exponantur per 29 decimi binę rationales po-
tentia tantum cōmensurabiles / a, b: vt a maior existens / ipsa b minore
maius possit eo quod fit ex sibi longitudine commensurabili / & ei quod
sub a, b, cōprehēditur equū esto id quod ex c. Medium autē est quod sub
a, b. medium igitur est per correlarium 23 decimi quod sub c. media igi-
tur est c per 21 decimi. Ei vero quod fit ex b: æquū esto quod sub c, d. Et quo-
niā autē est quod fit ex b, rationale igitur & quod sub c, d. Et quo-
niā per 1 sexti est sicut a ad b sic est quod sub a, b, ad id quod ex b, sed
ei quidē quod sub a, b, æquū est id quod fit ex c, ei autem quod fit ex
b æquū est quod sub c, d: sicut igitur a ad b, sic quod ex c ad id quod
sub c, d. Sicut autem quod fit ex c ad id quod sub c, d: sic est c ad d. & si-
cut igitur a ad b, sic c ad d. Commensurabilis autē est per hypothesin a:
ipsi b potētia tantū. cōmensurabilis igitur p 11 decimi & c ipsi d potētia
tāū. At c: media est. media igitur est per 2; decimi & d. Et quoniam est
sicut a ad b & c ad d, at a ipsa b maius potest eo quod fit ex sibi com-
mensurabili: & c igitur ipsa d maius potest eo quod fit ex sibi com-
mensurabili. Inuentę sunt igitur binę medię potentia tantum commē-
surabiles c, d, rationale cōprehēdentes: & c ipsa d maius potest eo quod
fit ex sibi longitudine commensurabili. Similiter iā ostendetur q. &
eo quod ex incommensurabili: quādo a ipsa b maius potuerit eo quod
fit ex sibi incommensurabili. Quod facere oportuit.



Camp. 25.

Eucl. ex Camp.

Propositio 26.

Duas lineas mediales potentia tantum commu-
nicantes superficiemque medialem continentes /
quarum longior breuiore tanto amplius possit
quantum est quadratum alicuius lineę incommē-
surabilis ipsi longiori in longitudine: inuenire.

CAMPANVS. Cum docuerit inuenire duas lineas mediales potē-
tia tantum communicantes superficiemque rationalem continentes / qua-
rum longior plus possit breuiori in quadrato lineę secum communican-
tes in longitudine / & secum incommensurabilis in longitudine: nūc do-
ceat inuenire duas lineas mediales potentia tantum communicantes su-
perficiemque medialem continentes quarum longior sit potentior breuiore
in quadrato lineę non secū cōmensurabilis / sed solū sibi incommensu-

$$\begin{array}{r}
 a \ 36 \\
 \hline
 d \ 32. 32. 864 \\
 \hline
 b \ 32. 24 \\
 \hline
 c \ 32. 12. \\
 \hline
 e \ 32. 96
 \end{array}$$

Zamb. 32.

$$\begin{array}{r}
 32. 54. \\
 \hline
 d \ 32. 32. 1944 \\
 \hline
 d \ 32. 36 \\
 \hline
 e \ 32. 496 \\
 \hline
 c \ 32. 18
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 a \ 32. 64. \\
 \hline
 d \ 32. 32. 3072. \\
 \hline
 b \ 32. 48 \\
 \hline
 e \ 32. 32. 1456 \\
 \hline
 c \ 32. 28
 \end{array}$$

rabilis in longitudine, illud enim facile habetur ex isto. Sine itaq; tres si-
neae sumptae secundum doctrinam 18: a, b, c, potentia tantum ratio-
nales & in ea solum communicantes: sitq; a potentior b & c, quadrato li-
neae sibi incommensurabilis in longitudine. & ponatur d medio loco
proportionalis inter a & b ut docet 9 sexti: & sit d ad e sicut a ad c. dico
duas lineas d & e esse quales inquirimus. Cum sit enim quadratū lineae
d aequale superficiei quae continetur sub a & b per primā partē 16 sexti
sitq; superficies contēta sub a & b medialis ex 19 cum a & b sint poten-
tia tantum rationales communicantes: erit ex eadem linea d medialis.
At quia a ad c sicut d ad e, communicat autem a cum c in potentia tan-
tum ex hypothesi: sequitur ex 10 ut e quoq; cōmunicet cum d in poten-
tia tantum. Itaq; per 21 erit e linea medialis. Et etiam quia a est poten-
tior c, quadrato lineae sibi incommensurabilis in longitudine: erit quoq;
per 12 d potentior e quadrato lineae sibi incommensurabilis in longitu-
dine. Si igitur duae lineae d & e contineant superficiem medialem: sic
stat eas esse quales inquirimus. Eas autē cōtinere superficiē medialem: sic
habetur. Cum sit ex hypothesi a ad c sicut d ad e: erit permutatim a ad d
sicut c ad e. Sed a ad d est sicut d ad b per hypothesin. itaq; d ad b sicut
c ad e, igitur per primam partem 12 sexti superficies quā continent d &
e: est aequalis ei quam continent c & b. Sed b & c continent superficiem
medialem per 19: cum ipsae sint rationales in potentia tantum. Commu-
nicantes ex hypothesi. itaq; d & e continent superficiem medialem. Quod
est propositum. ¶ CAMPANVS. ¶ Si autem cura esset inuenire duas li-
neas mediales potentia tantum communicantes superficiemq; media-
lem continentes/ quarum longior esset potentior breviori, quadrato li-
neae secum communicantis in longitudine: numeremus tres lineas secū-
dum doctrinam 17 a, b, c, potentia tantum rationales & in ea solum cō-
municantes/ & poneremus lineam a esse potentiores lineae c, quadrato
alicuius lineae sibi communicantis in longitudine: cetera vero manerēt
ut prius. & argumentatione consimili concluderemus: duas lineas d & e
esse quales proponitur inquirere. ¶ Et nota q; duae lineae quas haec 16
docet inuenire: componunt bimediale secundum. & minori earum abscis-
sa de maiori: quare reliqua est/ dicitur residuum mediale secundum.

Eucl. ex Zamb. Problema 9. Propositio 32.

Inuenire duas medias potentia tantum commensurabi-
les medium cōprehendentes: ut maior minore maius pos-
sit eo quod sit ex sibi commensurabili.

¶ THEON ex Zamb. ¶ Exponantur tres rationales potentia tantum
commensurabiles a, b, c: ut a per 29 decimi ipsa c maius possit eo quod
sit ex sibi commensurabili. & ei quidem quod sub a, b: aequum sit per 13
& 17 sexti quod sit ex d. medium autem est quod sub a, b. medium igitur
est per eandem quod ex d. & d igitur media est. Ei autem quod sub b, c:
aequum esto quod sub d, e. Et quoniam per primam sexti & lemma 21
decimi sicut quod sub a, b, ad id quod sub b, c, sic est a ad c, sed ei quide-
m quod sub a, b, aequum est id quod sit ex d, ei autem quod sub b, c, aequū
est id quod sub d, e: est igitur per 9 quinti: sicut a ad c sic quod sit ex d ad
id quod sub d, e. Sicut autē quod sit ex d ad id quod sub d, e, sic est d ad
e. & sicut igitur per 11 quinti a ad c: sic d ad e. Commensurabilis autem
est a ipsi c potentia tantum. cōmensurabilis igitur est per 11 decimi & d
ipsi e potentia tantum. Media autem est d: media igitur per 22 decimi
est & e. Et quoniam est sicut a ad c sic est d ad e, & a q̄ c maius potest
eo quod sit ex sibi cōmensurabili: & d igitur q̄ e maius poterit eo quod
sit ex sibi commensurabili per 14 decimi. Dico insuper q; cōprehē-
sum sub d, e, mediū est. Quoniam enim aequū est quod sub b, c, ei quod
sub d, e, mediū autē quod sub b, c: mediū igitur per correlarium 22 &
quod sub d, e. Inuentae sunt igitur duae mediae potentia tantum commen-

surabiles d, e, medium compræhentes: vt maior minore maius possit eo quod fit ex sibi commensurabili. ¶ Similiter ita rursus ostendetur quod ei quod ex incommensurabili: quando a ipsa c maius poterit eo quod fit ex sibi incommensurabili, quod facere oportuit.

Eucl. ex Camp.

Propositio 27.

Câp. 26.



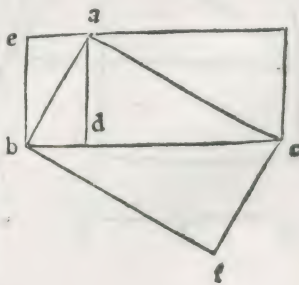
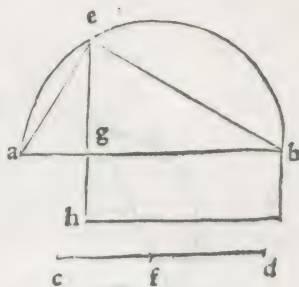
Vas líneas potentialiter incommensurabiles superficiei mediam continentis/quarum quadrata ambo pariter accepta sint rationale: inuenire.

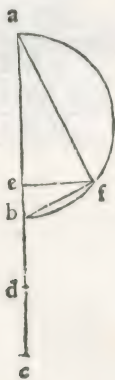
¶ CAMPANVS. ¶ Propositum est inuenire duas líneas incommensurabiles tam in potentia quam in longitudine: quæ contineant superficiem medialem & quadrata ambarum pariter accepta faciant superficiem rationalem. Ad hæc autem sumo per 13 duas líneas a b & c d potentia tantum rationales communicantes: quarum longior quæ sit a b, sit potentior c d, quadrato alicuius lineæ secum incommensurabilis in longitudine. Et super lineam a b describo semicirculum a e b. Et diuido lineam c d æqualia ad punctum f. Et diuido lineam a b ad punctum g: ita quod linea e f cadat in medio loco proportionalis inter a g & g b, & qualiter hoc fiat: in 13 dictum est. Et pono quod superficies b h fiat ex a g in g b, eritque ex prima parte 16 sexti/quadratum c f æquale superficiei b h. Et quia quadratum c f est æquale quartæ parti quadrati c d ex quarta secundi & quia superficies b h deest ad complendam lineam a b, superficies quadrata cum a g sit æqualis g h, & quia linea a b potentior est lineæ c d, quadrato lineæ sibi incommensurabilis in longitudine ex hypothesi: erit ex secunda parte 14 lineæ a g incommensurabilis lineæ g b. Educo igitur a puncto g perpendicularem super lineam a b usque ad circumferentiam semicirculi: quæ sit g e, & protraho lineas a e & e b. Quas dico esse quales quærimus. erit enim e g æqualis c f: eo quod utraq; cadit medio loco proportionalis inter a g & g b. prima quidem per primam partem correlarij 8 sexti: secunda vero per hypothesin. propter quod quadratum utriusque earum per primam partem 16 sexti est æquale superficiei a g in g b, quæ est b h, ipse igitur sunt æquales. At quia per quartam sexti proportio a e ad e b est sicut a g ad g e, sunt autem a g & g e & g b continue proportionales: erit a e ad e b duplicata: sicut a g ad g b, quare per 18 sexti erit quadratum lineæ a e ad quadratum lineæ e b: sicut a g ad g b. Cum sit igitur a g incommensurabilis g b: erit per secundam partem 10 quadratum a e incommensurabile quadrato e b, quare duæ lineæ a e & e b sunt incommensurabiles in potentia. Et quia per penultimam primi quadratum a b est æquale quadratis duarum linearum a e & e b pariter acceptis/quadratum autem a b est rationale cum a b sit rationalis in potentia per hypothesin: erunt quoque quadrata duarum linearum a e & e b pariter accepta/rationale. Si vero hæc duæ lineæ continerent superficiem medialem: habitum est propositum. Erat autem c d rationalis in potentia & in ea tantum communicans lineæ a b: quare & c f. & ideo etiam g e sibi æqualis erit potentia rationalis: & tantum in eadem communicans cum a b. itaque per 19 superficies a b in g e est medialis. Quia igitur per 4 sexti & per primam partem 15 eiusdem superficies a e in e b est superficiei a b in g e æqualis: constat duas lineas a e & e b, esse quales volumus. ¶ Et nota quod duæ lineæ quas docet hæc 27 inuenire: componunt lineam maiorem, & minori eorum abscissa de maiori: quæ reliqua est dicitur linea minor.

THEON

Lemma.

¶ THEON ex Záb. ¶ Esto triangulum rectangulum b a c: rectum habens q sub b a c: excuteturque per 11 primi/perpendicularis a d. Dico quod sub c b & b d: æquum est ei quod fit ex b a, quod vero sub b c, c d: ei quod sub c a, quod autem sub d b & d c: æquum est ei quod fit ex a d, & insuper id quod sub b c, a d: æquum est ei quod fit sub b a & a c. In primis quod id quod sub c b & b d æquum est ei quod ex a b. Quoniam enim in rectangulo triangulo b a c, ab angulo recto in basin excitata est a d: igitur per 5 sexti/triangula





EV.

Eucl. ex Zamb. Problema 10. Propositio 33.

quod vero sub ipsis medium,
CTHEON ex Zamberto. **C**Exponantur per 30 decimi binæ rationales
 potentia tantum commensurabiles a b, b c: ut maior a b minore b c ma
 ius possit eo quod fit ex sibi incommensurabili. Seceturq; per 10 primi b c
 bifariam in d, & ei quod fit ex altera ipsarum b d, d c, per 26 sexti equan
 ad ipsam a b comparetur parallelogrammum deficiens speciem a quadrat
 to: sitq; quod sub a c b, D. Describaturq; super a b semicirculus a f b: ex
 turq; per 11 primi ipsi a b ad angulos rectos e f. connectaturq; a f & b f. Et
 quoniam binæ rectæ lineæ sunt a b, b c, & a b ipsa b c maius potest eo ipso
 fit a sibi incommensurabili/quartæ autem parti illius quod fit ab ipsa b c
 minore hoc est ab eius dimidio æquum ad ipsam ab parallelogrammū
 comparatū est deficiens speciem a quadrato/efficitq; id quod sub a c, e, b
 incommensurabili igitur est per secundam partem 18 decimi a e ipsi e
 b. Estq; sicut a e ad e b: sic quod sub b a, a e, ad id quod sub a b & b c. Et
 autem quod sub b a & a e: æquum est id quod fit ex a f. Quod autem sub
 a b & b c: per lemma præcedentis ei quod ex b f est æquale. Incommensura
 bile igitur est quod fit ex a f ei quod fit ex b f. Ipsæ igitur a f, b f: potentia
 sunt incommensurabiles. Et quoniam a b rationalis est: rationale igitur
 est per 7 diffinitionē decimi quod fit ex a b, quare & compositum ex eis
 quæ ex a, f, f b, rationale est. Et quoniam rursus quod sub a e, e b, æquū est
 per lemma præcedentis ei quod fit ex e f, supponitur autem id quod sub
 a e, e b, ipsi quod ex b d æquale: æqualis igitur est e ipsi b d. Dupla igitur
 tur est b c: ipsius f e. Quare & qd sub a b, b c: duplū est eius quod fit sub
 a b, e, f. medium autem est qd sub b, b c: medium igitur & id quod sub
 a b, e, f. æquum autem est quod sub a b, e, f: ei quod sub a f, f b. medium
 igitur & quod sub a f, f b. patuit vero qd & rationale compositum ex eis
 quæ ab ipsis quadrata. Invenitæ igitur sunt binæ rectæ lineæ potentia in
 commensurabiles a f, b f: efficientes compositū in quæ ex eis quæ ab ipsis
 sunt quadratis rationale/& quod sub ipsis medium, quod erat agendum.

Propositio 23.

D Vas lineas potentialiter incommensurabiles stu-
ficiemq; rationalem continentes / quarum ambo
quadrata pariter accepta sint mediale: inuenire.

CAMPANVS. ¶ Sit hic prorsus eadem dispositio quæ prius in præmissa. Sint autem duæ lineæ a b & c d: quales proponit 25. eruntq; simili argumentatione præmissæ duæ lineæ a e & e b: quales hæc 18 proponit. Cum sit enim a b linea medialis: erit eius quadratum mediale per 19. et ideo quadrata duarum linearum a e & e b: sunt mediale per penultimā primi. Et quia a b in c d continet superficiem rationalem: sequitur etiam ut a b in c f, & ideo in g e sibi æqualem, cōtineat superficiem rationalem. itaq; a e in e b. Pater ergo quod quæritur. ¶ Vnde duæ lineæ quas hæc 28 docet inuenire: componunt lineam potētem in rationale & mediale. & minori earū abscissa de maiori: quæ reliqua est dicitur linea quæ iuncta cum rationali componit totum mediale.

Eucl. ex Zamb. Problema 11. Propositio 34.

34. ¶ Binas rectas lineas potentia incommensurabiles efficientes compositum ex ijs quæ ab ipsis sunt quadrata medium/ quod vero sub ipsis rationale: comperire.

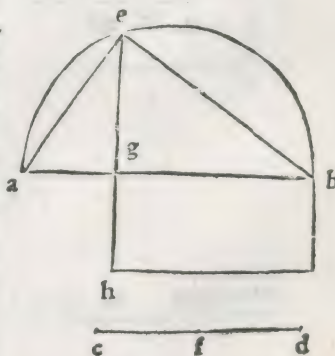
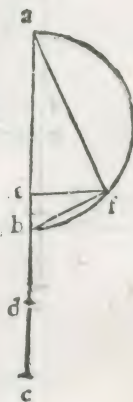
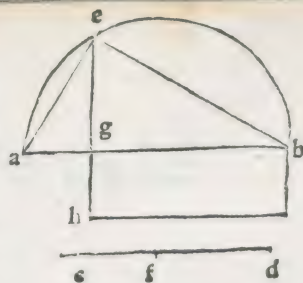
THEON ex Zamberto. ¶ Exponentur binæ medię potentia tantum incommensurabiles a b, b c, rationale compræhendentes quod sub ipsis: ut a b, ipsa b c maius possit eo quod sit a sibi incommensurabili. Describaturq; super ipsa a b: semicirculus a d b. seceturq; per 10 primi b c, bifariā in e. comparaturq; per 28 sexti ad ipsam a b, ei quod ex b e æquū parallogrammum specie deficiens a quadrato: sitq; quod sub a f, f b. Incommensurabilis igitur est a f ipsi f b longitudine. Exciteturq; per 11 primi ab ipsi ab ad angulos rectos f d, connectanturq; ipsæ a d & d b. Quoniam igitur incommensurabilis est a f ipsi f b: incommensurabile est igitur & quod sub b a & a f, ei quod sub a b & b f. Aequale autem est id quod sub b a & a f, ei quod fit ex a d. quod autē sub a b, b f: ei quod ex d b. incommensurabile igitur est & id quod ex a d: ei quod ex d b. Et quoniam mediū est quod fit ex a b: medium igitur est & compositum ex eis quæ sunt ex a d, d b. Et quoniam dupla est b c ipsius d f: duplum igitur est quod sub a b, b c, eius quod sub a b, f d. Rationale autē est quod sub a b, b c, supponitur enim rationale. Igitur & quod sub a b, f d. Ei autem quod sub a b, f d: æquum est per lemma 32 decimi quod sub a d, d b. Quare & quod sub a d, d b: rationale est. Inuentæ sunt igitur binæ rectæ lineæ potentia incommensurabiles a d, d b: efficientes compositū ex eis quæ ab ipsis sunt quadratis medium/quod vero sub ipsis rationale. Quod facere oportuit.

Eucl. ex Camp.

Propositio 29.

19. ¶ Vas lineas potentialiter incommensurabiles superficiemq; medialem continentes/ quarum quadrata ambo pariter accepta sint mediale/ duplo superficiē vnus in alteram incommensurabile: inuenire.

CAMPANVS. ¶ Huius quoq; dispositio: a duarum præmissarum dispositione nō sit in quocūq; diuersa. Sint autem lineę duæ a b & c d: quales 26 proponit. eruntq; præmissa argumentatione duæ lineæ a e & e b: quas inquirimus. Cum enim a b sit linea medialis: erunt quadrata duarum linearum a e & e b pariter accepta mediale. at cum a b & c d contineat superficiem medialem: sequitur ut a b in e f, & ideo in e g sibi equali contineat quoq; superficiem medialem. omnis enim superficies mediāli communicans: medialis esse conuincitur/ quēadmodum in 21 mōstratum est. superficies igitur a e in e b medialis est: cum ipsa sit æqualis superficiē a b in g e. Quia vero linea a b est incommensurabilis lineæ c d: erit etiam incommensurabilis lineæ c f, quare & lineæ e g. Quare per primam sexti & secundam partem decimæ huius/ superficies a b in e g quæ est æqualis superficiē ia e in e b: erit incommensurabilis quadrato lineæ a b. itaq; & quadratis duarum linearum a e & e b pariter acceptis,



Quod cum ita sit: sequitur quoque ut duplum superficiei $a e$ in $e b$ sit incommensurabile quadratis predictis duarum linearum $a e$ & $e b$ pariter acceptis. Et hoc erat monstrandum. ¶ Duæ lineæ quas hæc 29 docet inuenire: componunt lineam potentem in duo medialia. & minori earum abscissa de maiori: quæ reliqua est: dicitur linea quæ iuncta cum mediali facit totum mediale.

Eucl. ex Zamb.

Problema 12. Propositio 35.

¶ Comperire binas rectas lineas potentia incommensurabiles: efficientes compositum ex earum quadratis mediū: & quod sub ipsis mediū: & insuper incommensurabile compositum ex earum quadratis.

¶ THEON ex Zamberto. ¶ Exponatur per 28 decimi binæ mediae potentia tantum commensurabiles $a b$, $b c$, mediū comprehendentes: ut $a b$ ipsa $b c$ maius possit eo quod sit ex sibi incommensurabili. Describaturque super $a b$, semicirculus $a d b$: & reliqua fiat quæ in superioribus. Et quoniam per secundam partem 18 incommensurabilis est $a f$ ipsi $f b$ longitudine: incommensurabilis est $p 11$ decimi & $a d$ ipsi $d b$ potentia. Et quoniam quod ex $a b$ mensurabilis est: mediū igitur est & compositum ex ijs quæ ex $a d$, $d b$. Et quoniam quod sub $a f$, $f b$, æquum est ei quod ex utraque ipsarum $b e$, $d f$: æqualis igitur est $b e$ ipsi $d f$. Dupla igitur est $b c$ ipsius $f d$. quare & quod sub $a b$, $b c$: duplum est eius quod sub $a b$, $f d$. Mediū autem quod sub $a b$, $b c$, mensurabile igitur & quod sub $a b$, $f d$, æquumque est ei quod sub $a d$, $d b$, mensurabile igitur est per correlariū 23 decimi & per lēma primū decimi quod sub $a d$, $d b$. Et quoniam incommensurabilis est $a b$ ipsi $b c$ longitudine: commensurabilis autem est $b c$ ipsi $b e$: incommensurabilis igitur est per 13 decimi & $a b$ ipsi $b e$ longitudine. Quare & quod ex $a b$: ei quod ex $a b$, $b e$, incommensurabile est. Sed ei quidē quod ex $a b$ æqualia sunt q ex $a d$, $d b$, per 47 primi. ei autē quod ex $a b$, $b e$, æquū est id quod sub $a b$, $f d$. hoc est quod sub $a d$, $d b$, incommensurabile igitur est compositū ex ijs quæ ex $a d$, $d b$: rei quod sub $a d$, $d b$. Inuētae igitur sunt binæ rectæ lineæ $a d$, $d b$, potentia incommensurabiles: efficientes compositū ex earum quadratis mediū: & quod sub ipsis mediū: & insuper compositum ex earum quadratis incommensurabile. Quod fecisse oportuit.

Eucl. ex Camp.

Propositio 30.



¶ Si duæ lineæ potentialiter tantum rationales communicantes in longum directumque coniungantur: tota linea ex his composita erit irrationalis: diciturque binomium.

¶ CAMPANVS. ¶ Sint duæ lineæ $a b$ & $b c$ in continuū directūque coniunctæ rationales in potentia tantū communicantes: quas per 17 & 18 res peries: dico totam lineā $a c$ ex eis compositā esse irrationalem: & ipsa vocatur binomium. Est enim per quartam secundū quadratū $a c$ æquale quadratis duarum linearum $a b$ & $b c$ & duplo superficiei vnius earum in alteram. quadrata autem ambarū faciunt superficiem rationalem ex hypothesi. duplum vero superficiei vnius earum in alteram facit superficiem mediam ex decimanona. itaque quadrata ambarum pariter acceptarum faciunt superficiem incommensurabilem duplo superficiei vnius earum in alteram. erit igitur ex 9 quadratū $a c$ incommensurabile duobus quadratis duarum linearum $a b$ & $b c$ pariter acceptis. quare irrationale per diffinitionē: cum duo illa quadrata faciāt superficiē rationalem. ideoque suum latus tetragonum quod est $a c$: irrationale quoque per diffinitionē. constat ergo propositum.

Eucl. ex Zamb. Theorema 24. Propositio 36.

¶ Si binæ rationales potentia tantum commensurabiles compositæ

$$\begin{array}{r} a \text{ } 12 \quad b \text{ } 4 \quad c \\ \hline a \text{ } c \text{ } 256 \end{array}$$



posita fuerint: tota irrationalis est/voceturq; ex binis nominibus.

THEON ex Zamb. Componantur enī binæ rationales potentia tantum cōmensurabiles: a b, b c. Dico q; a c irrationalis est. Quoniam enim incōmensurabilis est a b ipsi b c longitudine: potentia tantum sunt cōmensurabiles. sicut autē a b ad b c: sic per lemma 21 decimi, quod sub a b, b c, ad id quod ex b c. Incommensurabile p 11 decimi igitur est quod sub a b, b c, ei quod ex b c. sed ei quod sub a b, b c, cōmensurabile quidē est qd bis sub a b, b c. Et autem quod ex b c: cōmensurabilia sunt quæ ex a b, b c. Quare & quod bis sub a b, b c, eis quæ ex a b, b c, incōmensurabile est. Componendoq; per 4 secundi quod bis sub a b, b c, vna cum eis quæ ex a b, b c, hoc est quod ex a c: incōmensurabile est composito ex ijs quæ ex a b, b c. rationale autē est compositū ex ijs quæ ex a b, b c. irrationale igitur est per diffinitionem decimi quod ex a c. Quare & a c irrationalis est, vocatur autem ex binis nominibus. Vocauit sane ipsam ex binis nominibus: eo quia ipsa ex binis rationalibus constat, proprium nomen appellans: rationale quatenus rationale. Quod fecisse oportuit.

$$\begin{array}{r} a \quad 20 \quad b \quad 6 \quad c \\ \hline b \, c. \, \text{B.} \, \text{B.} \, 640. \end{array}$$

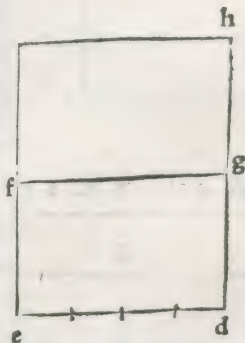
Eucl. ex Camp.

Propositio 31.

SI duæ lineæ mediales potentia tantum communicantes superficiemq; rationalem continentēs directe cōiungantur: tota linea ex his composita erit irrationalis/diceturq; bimediale primum.

CAMPANVS. Sint duæ lineæ a b & b c, in continuū directumq; cōiunctæ quales proponuntur: quas per 24 & 25 reperies. dico totam lineā a c esse irrationalem: & ipsa vocatur bimediale primum. Est enim duplū superficiē a b in b c rationale per hypothesin: duosq; quadrata duarum linearū a b & b c pariter accepta faciunt mediale/cū vtrumq; quadratum sit mediale per hypothesin/ & vnum eorum cōmunicans aliq. duplū igitur superficiē vnius earū in alteram est incōmunicans duobus quadratis pariter acceptis, totū ergo aggregatū ex duplo superficiē & duobus quadratis (& ipsum est quadratum totū a c per 4 secundi) est incōmensurable duplo superficiē vnius earū in alterā per 9 huius. Cum itaq; duplū superficiē sit rationale: erit quadratum a c irrationale. ideoq; & lineā a c, quod est propositum. IDEM aliter. Sit linea d e rationalis in longitudine: cui adiūgatur superficies d f equalis duobus quadratis duarum linearum a b & b c. eritq; superficies hæc d f medialis: cum vtrumq; quadratum sit mediale per hypothesin/ & vnum eorum cōmunicans aliq. quare per 20 linea d g est rationalis in potentia tantum/non cōmunicans in longitudine lineæ d e. Rursus ad lineam f g quæ est æqualis d e, adiūgatur superficies f h æqualis duplo superficiē a b in b c. eritq; f h rationalis per hypothesin. quare per 16 linea g h erit rationalis in longitudine. duæ itaq; lineæ d g & g h sunt potentialiter rationales: & in ea tantū communicantes. ergo per 30 tota ex eis composita quæ est d h: est binomialis & irrationalis. quare per 16 a destructione consequentis superficies e h est irrationalis. At quia per 4 secundi latus eius tetragonum est lineā a c: ipsa erit irrationalis per diffinitionē. quod oportuit demonstrare.

$$\begin{array}{r} a \, \text{B.} \, \text{B.} \, 54. \quad b \, \text{B.} \, \text{B.} \, 24 \, c \\ \hline \end{array}$$



Eucl. ex Zamb. Theorema 25. Propositio 37.

SI binæ mediæ potentia tantum cōmensurabiles composita fuerint rationale comprahendentes: tota irrationalis est/vocatur autem ex binis prima medijs.

THEON ex Zamberto. Componantur enim binæ mediæ potentia tantum cōmensurabiles a b, b c, rationale comprahendentes. Dico q; a c irrationalis est. Quoniam enim incōmensurabilis est a b ipsi b c longitudine: & quæ ex a b, b c, igitur sunt incōmensurabilia ei quod

$$\begin{array}{r} a \, \text{B.} \, \text{B.} \, 27 \quad b \, \text{B.} \, \text{B.} \, 12 \, c \\ \hline \end{array}$$

bis sub a b, b c. Componendo igitur quæ ex a b, b c, una cū eo quod bis sub a b, b c, hoc est illud quod ex a c: incōmensurable est ei quod sub a b, b c. Supponuntur autem ipsæ a b, b c, rationale compræhēdentes. Irrationale igitur est id quod ex a c. Irrationalis igitur est a c. vocatur sane ex binis medijs prima. vocauit autem eam ex binis medijs primam: quoniam am rationale compræhendit & conerit rationale.

Eucl. ex Camp.

Propositio 32.

Si duæ lineæ mediales potentialiter tātum communis nīcantes superficiemq; medialem continentes directæ coniungantur: tota lineæ erit irrationalis dicitur q; bimediale secundum.

a 128 b 72 c



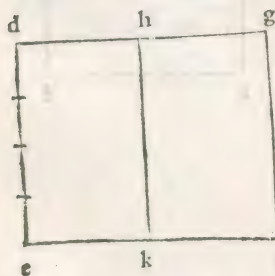
CAMPANVS. ¶ Sint duæ lineæ ab & b c in continuū directumq; cōiunctæ ut præponitur: quas per 26 contingit reperiri, dico totam a c ex eis composita esse irrationalem: & ipsa vocatur bimediale secundū. Eſto enī lineæ d e rationalis in longitudine: cui adiungatur superficies d f equalis duobus quadratis duarum linearū a b & b c pariter acceptis. Et quia ex hypothesi duo illa quadrata sunt communicantia & utrūq; mediale: erit superficies d f medialis. quare per 20 lineæ d g quæ est eius latus secūdu: est rationalis in potentia tantum & lineæ d e incōmensurabilis in longitudine. Rursus adiungatur ad lineam g f quæ est æqualis lineæ d e, superficies f h æqualis duplo superficiei a b in b c. eritq; etiam superficies f h medialis. erat enim per hypothesin superficies a b in b c medialis. ergo duplum eius cui est æqualis f h erit mediale. per 20 igitur est lineæ g h rationalis in potentia tantum & incōmensurabilis in longitudine: erit per g f. Quia vero a b & b c sunt potentialiter tātum cōmunicantes: erit per primam sexti & per secundam partem 10 huius superficies vnus in aliteram/incōmensurabilis quadrato vtriusq;. At quia quadrata earū cōmunicāt per hypothesin: erit dicta superficies: quare & duplū eius/incōmensurabilis per quadratis earū pariter acceptis, duæ ergo superficies d f & f h sunt incōmunicantes. per primā itaq; sexti & secundam partem 10 huius erit lineæ d g incōmensurabilis lineæ g h. quæ cum sint rationales in potentia: erit per 30 tota lineæ d h binomium & irrationalis. Et quia latus eius tetragonum per 4. secundū est lineæ a c: sequitur per diffinitionem q; lineæ a c sit irrationalis. quod propositum erat ostendere.

Eucl. ex Zamb.

Theorema 26. Propositio 35.

Si binæ mediæ potentia tantum commensurabiles compositæ fuerint medium compræhēdentes: tota irrationalis est/vocatur autem ex binis secunda medijs.

a 8 b 6 c



THEON ex Zamberto. ¶ Componātur enī binæ mediæ potentia tantum cōmensurabiles a b, b c: mediū compræhēdentes. Dico q; irrationalis est a c. Exponatur rationalis d e. ei autē quod ex a c per 44 primitiū æquum ad ipsam d e comparetur d f latitudinem efficiens d g. Et quoniam quod ex a c æquum est & eis quæ ex a b, b c, & ei quod bis sub a b, b c, quod autē ex a c æquū est ipsi d f igitur & d f æquū est & eis quæ ex a b, b c, & ei quod bis sub a b, b c. Comparetur per eandē iam eis quæ ex a b, b c, ad ipsam d e æquū ipsum e h. reliquū igitur h f æquum est ei quod bis sub a b, b c. Et quoniam media est vtriusq; ipsarum a b, b c: media igitur sunt & ea quæ ex a b, b c. mediū autem supponitur quod bis sub a b, b c, æquū eis autē quæ ex a b, b c, æquū est e h. ei vero quod bis sub a b, b c, æquū est f h. mediū igitur est vtrūq; ipsorū e h, h f: & ad rationalem d e cōparatur. Rationalis igitur & incōmensurabilis est a b ipsi b c longitudine. Estq; sicut a b ad b c sic quod ex a b ad id quod sub a b, b c. incōmensurable igitur est ei quod ex a b: id quod sub a b, b c. at ei quidem quod ex a b cōmensurabile est compositū ex ijs quæ ex a b, b c, sunt quadrata. ei vero quod sub a b, b c cōmensurabile est id quod bis a b, b c. Incō-

mensurable igitur est compositum ex ijs quæ ex a, b, c , ei quod bis sub a, b, c . Sed eis quidem quæ ex a, b, c , equum est e, h , ei autem quod bis sub a, b, c , æquum est f, h . Incommensurable igitur e, h ; ipsi h, f . Quare & d, h ipsi h, g est incommensurabilis longitudine. Ostensum est autem quod rationalis. Ipsa igitur d, h, g , rationales sunt potentia tantum comensurabiles. Quare d, g irrationalis est. rationalis autem d, e . Quod autem sub irrationali & rationali comprehenditur rectangulum: irrationale est per 22 decimi. Igitur area d, f irrationalis est: ipsamque potes irrationalis est, ipsum autem d, f ipsa a, c potest. irrationalis igitur est a, c . vocaturque ex binis medijs secunda. Vocavit autem eam ex binis medijs secundam: quoniam medium comprehendit quod sub ipsis & non rationales in secundo vero est loco medium rationali. Quod autem sub rationali & irrationali comprehenditur rectangulum sit irrationale: patet, si enim sit rationale: comparaturque ad rationale. rursusque erit aliud latus rationale. sed & irrationale. quod est absurdum. Quod igitur sub rationali & irrationali: irrationale est. Quod ostendere oportuit.

Eucl. ex Camp.

Propositio 33.

Cum coniunctæ fuerint duæ lineæ potentialiter incommensurabiles superficiemque mediale continentes/ quorum ambo quadrata pariter accepta sint rationale: tota linea erit irrationalis / diciturque linea maior.

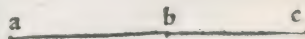
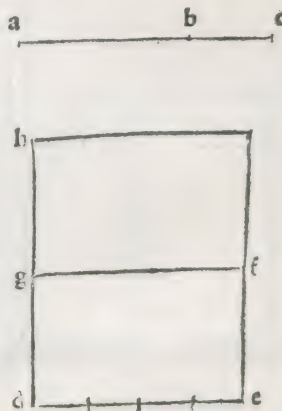
CAMPANVS. Sint duæ lineæ a, b & b, c sibi in continuum directumque compositæ sicut proponitur: quas contingit ex 27 reperire. Dico a, c ex eis compositam esse lineam irrationalem: & ipsa vocatur linea maior. Cum enim ambo quadrata pariter accepta sint rationale / superficies vero alterius in alterâ (quare & eius duplum) mediale per hypothesin: erit totum ex duobus quadratis pariter acceptis incommensurabile duplo superficie vnus in alterâ. itaque totum aggregatum ex duobus quadratis & duplo superficie (& ipsum est æquale quadrato a, c per 4 secundi) erit per 9 huius incommensurabile duobus quadratis a, b & b, c pariter acceptis. Per diffinitionem ergo est quadratum lineæ a, c irrationale: & linea a, c irrationalis. quod est propositum. Idem aliter. Sicut in præmissis ad lineam d, e quæ sit rationalis in longitudine / adiungatur superficies d, f : quæ sit æqualis duobus quadratis duarum linearum a, b & b, c pariter acceptis. eritque rationalis per hypothesin. quare per 16 latus eius secundum quod est d, g : erit etiam rationale in longitudine & cõicans lineæ d, e . Rursus ad lineam f, g adiungatur superficies f, h æqualis duplo superficie a, b in b, c . eritque mediale per hypothesin. quare per 20 linea g, h quæ est eius latus secundum quod est rationalis in potentia tantum. per 30 igitur est linea d, h binomium & irrationalis. ideoque per 16 a destructione consequentis superficies e, h est irrationalis. quare latus eius tetragonum quod per 4 secundum quod est a, c : est irrationale per diffinitionem. quod volumus ostendere.

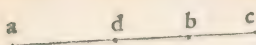
Eucl. ex Zamb. Theorema. 27. Propositio 39.

Si binæ rectæ lineæ potentia incommensurabiles compositæ fuerint conficientes compositum ex quadratis quæ ab ipsis rationales / quod autem sub ipsis medium: tota recta linea irrationalis est / vocatur autem maior.

THEON ex Zamb. Cõponantur enim binæ rectæ lineæ potentia commensurabiles a, b, c : efficietes ea quæ proposita sunt. Dico quod a, c irrationalis est. Quoniam enim per hypothesin quod sub a, b, c , medium est: & quod bis igitur sub a, b, c , medium est. Compositum vero ex ijs quæ ex a, b, c : rationale est. Quare & quæ ex a, b, c , vna cum eo quod bis sub a, b, c , quod est id quod ex a, c : incommensurabile est composito ex ijs quæ ex a, b, c . Rationale autem est compositum ex ijs quæ ex a, b, c . Irrationale igitur est quod ex maioribus & a, c irrationalis est. Vocatur autem maior. Vocavit autem ipsam / dijs. cum quæ sit ab ipsorum rationalium familiari denominationem ordinare.

V. j.





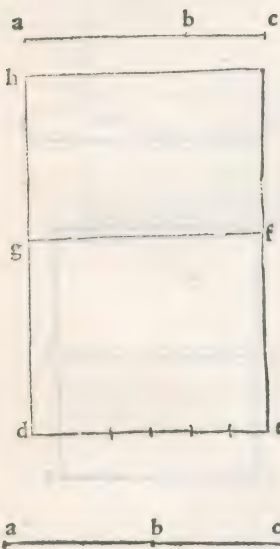
¶ Oportet autē quæ ex a, b, b, c, maiora sint eo quod bis sub a, b, b, c, sic ostendū est. Manifestū quidē est q̄ inæquales sunt ipsæ a, b, b, c. Si enī æq̄les esset: quæquæ līa quocūq̄ essent p̄ 7 secūdi/et q̄ ex a, b, b, c: ei quod bis sub a, b, b, c, esset quocūq̄ id quod sub a, b, b, c, rōnale. Quod nō supponit. Inæquales igitur sunt ipsæ a, b, b, c. Supponatur maior a, b, ponaturq̄ ipsi b, c æq̄lis b, d. Quæ igitur ex a, b, b, d, æqualia sunt ei quod bis sub a, b, b, d, & ei quod ex a, d, æqualis autem est d, b ipsi b, c. Quæ igitur ex a, b, b, c: æqua sunt ei quod bis sub a, b, b, c, & ei quod ex a, d. Quare quæ ex a, b, b, c, maiora sunt eo quod bis sub a, b, b, c: eo quod ex d, a, quod erat demonstrandum.

Eucl. ex Camp.

Propositio 34.



¶ Vm cōiunctæ fuerint duæ lineæ potentialiter incōmensurabiles superficiemq̄ rationalē continētes / quarū ambo quadrata pariter accepta sint mediale: tota lineæ erit irrationalis / diciturq̄ potens in rationale & mediale.



¶ CAMPANVS. ¶ Sint vt in præmissis duæ lineæ a, b & b, c in cōtinuū dīes-ctumq̄ cōiunctæ quales proponitur: & ipsæ sunt ex 28 sumēde. Dico q̄ tota lineæ a, c ex eis cōposita / erit irrationalis: & illa vocatur lineæ potens in rationale & mediale. Cū sit enī superficies a, b in b, c rationalis per hypothesin, ideoq̄ & duplū eius / ac ambo quadrata pariter accepta sint mediale: sequitur per 4 & 9 huius quæadmodū in p̄missis / q̄ quadratū totius a, c sit incōmensurans duplo superficiei a, b in b, c, per diffinitionem igitur ipsum est irrationalis: & lineæ a, c irrationalis, quod est propositum. ¶ Idem aliter. Sit vt in præmissis lineæ d, e rationalis in longitudine: superficiesq̄ d, f sibi adiuncta æqualis duobus quadratis pariter acceptis duarū linearum a, b & b, c, eritq̄ mediale per hypothesin, per 20 igitur erit lineæ d, g rationalis in potētia tantum non cōmunicans in longitudine lineæ d, e. Sitq̄ superficies f, h adiuncta ad lineam g, f: æqualis duplo superficiei a, b in b, c, eritq̄ rationalis per hypothesin, & ideo per 16 latus eius secundum / quod est g, h: rationale in lōgitudine, quare per 30 lineæ d, h est binomium & irrationalis: & superficies e, h per 16 a destructione cōsequētis est irrationalis. Cū itaq̄ lineæ a, c sit eius latus terragoniū, per 4 secundū: sequitur vt a, c sit irrationalis per diffinitionem, constat ergo propositū.

Eucl. ex Zamb.

Theorema 28. Propositio 40.

¶ Si binæ rectæ lineæ potentia incōmensurabiles composita fuerint efficientes compositum quidem ex earum quadratis medium / quod vero sub ipsis rationale: tota recta lineæ irrationalis est / vocatur autem rationale mediumq̄ potens.

¶ THEON ex Zamb. ¶ Componentur enim binæ magnitudines sue rectæ lineæ potentia incōmensurabiles a, b, b, c: efficientes præcedentia. Dico q̄ irrationalis est a, c. Quoniam enim compositum ex ijs quæ ex a, b, b, c, medium est / quod vero bis sub a, b, b, c, rationale: incōmensurable igitur est compositum ex ijs quæ ex a, b, b, c, ei quod bis sub a, b, b, c. Quare & compositum ex a, c, do per 16 decimi & 4 secūdi / quod ex a, c: incōmensurable est ei quod bis sub a, b, b, c. Rationale autem est quod sub a, b, b, c. Irrationale igitur est quod ex a, c. Irrationalis igitur est a, c. Vocatur autem rationale mediumq̄ potens: rationale autem & medium potētē eam appellauit: eo quia binas potētē areas vnam quidem rationalem / alteram vero mediam, ac propter rationalis præsentiam: primam rationalem appellauit, quod erat ostendendum.

Eucl. ex Camp.

Propositio 35.



¶ Vm cōiunctæ fuerint duæ lineæ potentialiter incōmensurabiles superficiemq̄ medialem cōtinentes / quarū ambo quadrata pariter accepta sint mediale duplo superficiei vnius in alteram incōmensurable: tota lineæ erit irrationalis / diciturq̄ potens in duo media.

CAMP. **S**int quoque duae lineae hic a b & b c in cōtinuū directūq; cōiūctae ut proponit: q̄ ex 29 sumēdē sūt. Dico q̄ linea a c ex eis cōposita est irrationalis: ac ipsa dici potēs in duo medialia. Adiūgatur enī ad lineā d e q̄ sit rationalis in lōgitudine: superficies d f æq̄lis duobus quadratis duarū linearū a b & b c pariter acceptis. eritq; medialis p̄ hypothesin. quare per 20 linea d g erit rationalis in potētia tñ. At q̄a p̄ hypothesin abo quadrata pariter accepta sūt incōsurabile duplo superficie vnus in alterā: seq̄tur vt d f sit incōmesurabilis f h. quare p̄ primā sexti & 2 partē 10 huius: linea d g est incōmesurabilis g h. per 30 igitur est linea d h: binomiū & irrōnalis. itaq; superficies e h est irrationalis: & eius latus tetragonū qd̄ est a c, vt in p̄missis. quare cōstat p̄positū. Si autē duplū superficie a b in b c nō esset incōmesurabile abobus quadratis pariter acceptis: esset linea a c medialis. esset enī d f cōicans f h. ideoq; linea d g lineæ g h. tota igitur d h esset rationalis in potētia tantum. incommensurabilis in longitudine lineæ d e. per 19 igitur esset superficies e h medialis: eiusq; latus tetragonū quod est a c, linea mediali s.

Eucl. ex Zamb. Theorema. 29. Propositio 41.

Si bina rectae lineae potētia incōmesurabiles cōpositae fuerint/efficientes cōpositū ex earū quadratis mediū/quod vero sub ipsis mediū/& insuper incōmensurabile cōposito ex earū quadratis: tota recta linea irrationalis est/vocat̄ autē bina potēs media.

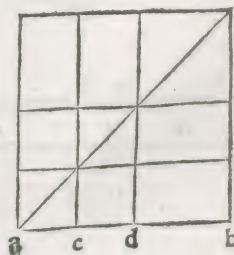
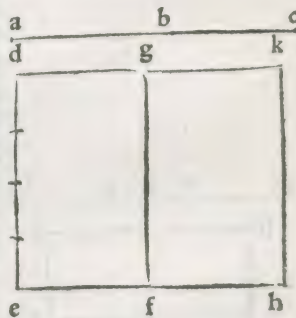
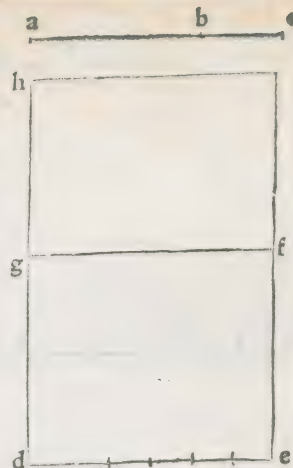
THEON ex Zāb. **C**ōponantur enī binę rectę lineæ potētia incōmesurabiles a b, b c: efficiētes cōpositū ex ijs quæ ex a b, b c, mediū/quodq; sub ipsis a b, b c, mediū / & insuper incōmesurabile cōposito ex ijs quæ ex a b, b c, quadratis. Dico q̄ a c irrationalis est. Exponatur rationalis d e, cōparetq; per 44 primi/adiplam d e, ipsis qd̄ q̄ ex a b, b c, æquū d f: ei vero quod bis sub a b, b c, æquū g h. totū igitur d h: æquū est ei quod ex a c quadrato. Et quoniā cōpositū ex ijs quæ ex a b, b c, mediū est/ac est æquale ipsi d f: mediū igitur est et d f, & ad ipsam d e rationalē cōparatur, rationalis igitur est d g: & ipsi d e lōgitudine incōmesurabilis. Ac per hoc iā & p̄ 44 decimi g k: rationalis est & ipsi g f incōmesurabilis hoc est ipsi d e longitudine. Et quoniā incōmesurabilia sunt q̄ ex a b, b c, ei qd̄ bis sub a b, b c: incōmesurabile est d f ipsi g h. quare & d g ipsi g k, p̄ 1 sexti & 11 decimi incōmesurabilis est. sūtq; rōnales. ipsæ igitur d g, g k, rōnales sunt: potētia tñ cōmesurabiles. Irrationalis igitur est d k p̄ 6 decimi: appellata ex binis noibus. Rōnalis autē d e. irrōnale igitur est d h: & illud potēs irrationalis est. pōt autē ipsū d h: ipsa a c. Irrationalis igitur est a c: vocaturq; bina potēs media. Appellat vero ipsam bina potēte media: eo quia ipsa potest duas medias areas aliam cōpositam ex ijs quæ ex a b, b c, & aliam quæ bis sub ipsis a b, b c, quod erat ostendendum.

CAMPANVS. **V**t autem facilius fiat doctrina sequentium: præmonstranda arbitramur hoc loco duo/ quorum primum est.

Si aliqua linea per duo inæqualia diuidat: quadrata ābarū sectionū pariter accepta tāto āplius sūt duplo superficie vnus earū in alterā/quātū est q̄ dratū eius lineæ qua maior excedit minorē.

Sit enī linea a b diuisa p̄ duo inæqualia in p̄cto c. sitq; maior portio c b: de qua sumatur c d æqualis a c. Dico q̄ quadrata duarū linearum a c & c b sunt ex a c in c b bis/cū quadrato duarū linearū a c & c b, est æquale ei quod fit ex a c in c b quater/cum quadrato d b: eo q̄ vtrāq; hæc æqualia sunt quadrato p̄tis itaq; vtrinq; æqualibus/videlicet eo quod fit ex a c in c b bis: erūt residua quæ sūt de primo qd̄ quadrata duarū linearū a c & c b, de secūdo vero quod fit ex a c in c b bis cū quadrato d b, æqualia. quare cōstat p̄positū. Ex hoc er

v. ij.



go manifestū est qd si aliqua linea per duo inæqualia diuidatur: quadrata amborum partium pariter accepta plus sunt duplo superficiei vnius earum in altera. Et hoc est: propter quod istud præmissimus.

¶ Si aliqua linea per duo inæqualia iteq; alia duo inæqualia diuidatur: quadrata magis inæqualiū pariter accepta tāto sunt amplius quadratis minus inæqualiū pariter acceptis: quāti est duplū quadrati illius lineę quę in vtraq; est sectiones: & quadruplum eius quod fit ex eadē linea in eā quę est inter punctū sectionis minus inæqualium & pūctum quod diuidit totam lineam per æqualia.

¶ Si linea a b diuisa per duo inæqualia in pūcto c, iteq; p alia minus inæqualia in puncto d: rursum per æqualia in e. Dico qd quadrata duarū partiū magis inæqualiū quę sunt a c & c b, tantū sunt amplius duobus quadratis duarū linearū minus inæqualiū quę sunt a d & d b: quantum est duplum quadrati lineę c d & quadruplum eius quod fit ex c d in d e. Sunt enim per 9 secundi quadrata duarū linearū a c & c b pariter accepta dupla quadratis duarū linearū b e & e c pariter acceptis. At per eandem 9 secundi quadrata duarū linearū a d & d b pariter accepta: dupla sūt quadratis duarū linearū b e & e c pariter acceptis. Itaq; quadrata duarū linearū a c & c b pariter accepta excedunt quadrata duarū linearū a d & d b pariter accepta: in eo quo duplū quadrati lineę c e excedit duplū quadrati lineę d e. hoc autē: per 4 secundi est duplū quadrati lineę c d & quadruplū eius quod fit ex c d in d e. quare cōstat propositū. Ex hoc manifestū est qd quāto fuerit sectiones alicuius lineę magis inæquales: tāto erit eārū quadrata pariter accepta, maiora. & hoc est: ppter quod istud pmissimus.

Eudl. ex Camp.

Propositio 36.

Nalias duas lineas sub earum termino ex quibus cōiunctum & nominatum est binomiū: diuidi impossibile est.

¶ CAMPANVS. ¶ Sit linea a b binomiū. eritq; ex 30 cōposita ex duabus lineis in potētia tātū rationalibus cōmunicatibus: q̄ sint a c & c b. Dico qd impossibile est eā diuidi i alias duas lineas sub hac diffinitione videlicet qd ipsi sint potētia tñ rationales cōmunicātes. Si enī pōr: diuidat in a d & d b, q̄ sint potētia rationales tantum cōmunicantes. Eslo quoq; linea e f rationalis in lōgetudine: cui adiungat superficies e g q̄ sit equalis qdratis duarū linearū a c & c b pariter acceptis. et superficies f h q̄ sit equalis quadrato lineę a b. Eritq; superficies e g rōnalis: eo qd vtrūq; quadratorū linearū a c & c b pariter acceptorum est rōnale p hypothesin & superficies g h medialis p 19. quoniam ipsa est equalis duarū linearū a c in c b p 4 secundi. Si igitur rursum superficies f k equalis quadratis duarū linearū a d & d b pariter acceptis q̄ cū sint diuersę a duabus lineis a c & c b: erit p secūdū p dēmonstratorū antecēdētū superficies f k diuersa a superficie e g: qui sit k h equalis duplo eius quod fit ex a d in d b. & propter hoc erit etia superficies f k rōnalis: & superficies k l medialis. Itaq; superficies k g cū ipsa sit differentia duarū superficialiū rationaliū q̄ sunt e g & f k: erit rationalis. Nō enī differentia duarū superficialiū rationaliū q̄ sunt e g & f k: erit irrationalis per 22. quod est impossibile. Eadem quoq; cum ipsa sit differentia duarū superficialiū mediarum quę sunt g h & k l: erit irrationalis per 22. quod est impossibile.

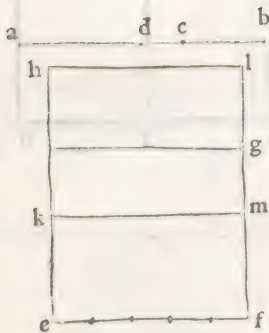
¶ Qz autem prædictę irrationales solūmodo diuidātur in eas rectas lineas ex quibus componuntur efficientibus propositas species ostēdemus iam huiusmodi proponentes lemmatum.

Lemma.

¶ THEON.

¶ Exponatur recta linea a b: seceturq; tota in inæqualia per vtrūq; signū d, c, supponatq; maior a c ipsa d b. Dico qd quę ex a c, b c: maiora sunt eis quę ex a d, d b. Secetur enī per 10 primi a b bisariam in e. & quoniam maior est a c ipsa d b: cōmunis auferatur d c. Reliqua igitur a d: reliqua c b maior est: equalis autē est a e ipsi e b. minor igitur est d e ipsa e c. igitur c & d signa: nō equaliter distāt a bisaria sectione. Et quoniam per 5 secundi quod sub a c, c b, vna cū

a c d e b



a d e c b

eo quod ex e c æquū est ei quod ex e b, at quod sub a d, d b, vna cū eo quod ex d e, æquū est ei quod ex e b: igitur quod sub a c, c b, vna cū eo quod ex e c, æquū est ei quod sub a d, d b, vna cū eo quod ex d e. quorū quod ex d e: min⁹ potest eo quod ex e c, & reliquū igitur quod sub a c, c b, minus est eo quod sub a d, d b. Quare & qd bis sub a c, c b: minus est eo quod bis sub a d, d b, & reliquū igitur cōpositū ex ijs quæ ex a c, c b: maius est cōposito ex ijs quæ sūt ex a d, d b, liquidē vtrāq; æqualia sunt ei quod ex a b, quod ostendere oportuit.

Eucl. ex Zamb. Theorema 30. Propositio 42.

¶ Quæ ex binis nominibus: ad vnum duntaxat signum diuiditur in nomina.

THEON ex Zāb. ¶ Sit ex binis nominibus a b: diuisa in nomina in c. igitur ipsæ a c, c b, rationales sunt potentia tantum cōmensurabiles. Dico qd ipsa a b ad aliud signum non diuiditur in binas rationales potētia tantū cōmensurabiles. Si enim possibile: diuidatur in d: vt ipsæ a d, d b, sint rationales potētia tantum cōmensurabiles. manifestum iam qd a c ipsi b d non est eadē. Si enī fieri potest: esto. erit iā & a d: ipsi b c eadē. eritq; sicut a c ad c b: sic b d ad d a. eritq; a b in eadem qua c diuisione: diuisa & in d. quod positū non est. Ipsa igitur a c ipsi d b non est eadem. Ac per hoc iam & signa c, d: non equidistant a b in eadem sectione. Quo itaq; differunt quæ ex a c, c b, ab eis quæ ex a d, d b: eo etiā differunt & quod bis sub a d, d b, ab eo quod bis sub a c, c b. Quare & quæ ex a c, c b, vna cū eo quod bis sub a c, c b, & quæ ex a d, d b, vna cū eo quod bis sub a d, d b: sunt æqualia ei quod ex a b. Sed quæ ex a c, c b: ab eis quæ ex a d, d b, rationali differunt. vtrāq; enim rationalia per 21. decimi. Ac quod bis igitur sub a d, d b: ab eo quod bis sub a c, c b, differunt rationali: quæ media existunt. medium autem: medium non excedit rationali per 16 decimi. Ex binis igitur nominibus: ad aliud & aliud signum nō diuiditur. ad vnum duntaxat igitur. Quod erat ostendendum.

Eucl. ex Camp.

Propositio 37.

¶ Mediali primo secundum terminū suū in duas lineas mediales diuiso: sub earum termino in alias duas lineas mediales idem diuidi est impossibile.

CAMPANVS. ¶ Sit quoq; hic linea a b, bimediale primū: diuisa in duas lineas mediales potentia tantum cōmunicantes superficiemq; rationalem continentem: ex quibus 31. asserit eam componi quæ sint a c & c b. Dico qd impossibile est eam diuidi in alias duas lineas sub earum diffinitione. Qd si possibile fuerit: diuisam eam in puncto d. assumptaq; linea rationali e f, adiungas f h æqualis duobus quadratis duarum linearum a c & c b, & superficies f h æqualis quadrato a b, & superficies f k æqualis quadratis duarum linearum a d & d b. eritq; per quartam secundi g h æqualis duplo superficiē a c in c b, & per eandem erit k l æqualis duplo superficiē a d in d b. propter hypothesein quoq; erit vtrāq; duarum superficialium e g & k f medialis: & vtrāq; duarum linearum g h & k l rationalis. hoc autem impossibile. esset enim per primum superficies k g: irrationalis ex 22. per secundum autem eadem esset rationalis ex diffinitione & 9. Quod est inconueniens.

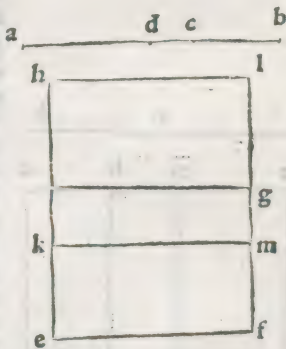
Eucl. ex Zamb. Theorema. 31. Propositio 43.

¶ Ex binis medijs prima: ad vnum duntaxat signum diuiditur in nomina.

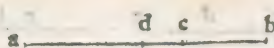
THEON ex Zamberto. ¶ Esto ex binis prima medijs a b diuisa in c: vt ipsæ a c, c b, mediæ sint potentia tantum cōmensurabiles rationales comprehendentes. Dico qd ipsa a b: ad aliud signum non discinditur. Si enim possibile: diuidatur in d, vt a d & d b sint potentia tantum cōmensurabiles rationales comprehendentes. Quoniam igitur quo differt quod bis sub a d, d b, ab eo quod bis sub a c, c b: differunt quæ ex a c, c b, ab eis qd ex a d, d b, rationali autē differt qd bis sub a d, d b, ab eo qd bis sub a c, c b: rationales. v. ii.

a d e c b

a d c b



a d c b



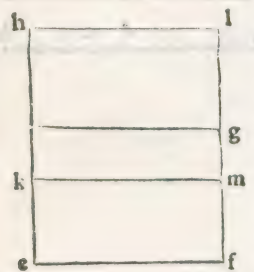
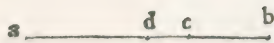
lia eni vtraq. Rationali igitur differunt & quæ ex a, c, b ab eis quæ ex a, b, d, media existit, qd est impossibile. Ex binis igit medijs prima: ad aliud & aliud signu nō diuiditur in nomina. ad vnu dūtaxat igitur. quod erat demonstrandum.

Eucl. ex Camp.

Propositio 35.



Bimediale secundum: nisi in duas lineas tantum sub ter-
mino suo diuidi non potest.



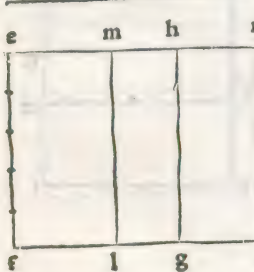
CAMPANVS. ¶ Sit vt prius linea a b bimediale secundū diuisa in duas lineas a c et c b mediales/potentia tū cōmunicātes superficiēq; mediale continentes: ex quibus 32 proponit eam cōponi. Dico q; impossibile est eam diuidi sub earū diffinitione in alias duas. Sin autē: diuidatur in d. sintq; vt prius superficies e g, f h, & f k: adiūctæ ad lineā rationālē e f. eritq; per præfentes hypothesēs/vtraq; superficies e g, et g h: medialis. quare per 20 vtraq; duarū linearū f g & g l erit rationalis in potentia tantū: nō cōmunicās in longitudine linearū e f. At quia duæ linearū a c, & c b, erūt incōmensurabiles in longitudine: sequitur per primā sexti & per secundā partē 10 huius q; vtrūq; quadratorū linearū a c & c b sit incōmensurable superficiē vnus in alterā. Cūq; dipta sint incōmensurable superficiē vnus in alterā. ideōq; & eius duplo. Quare superficies e g incōmensurabilis est superficiē g h: & linea g f, lineæ g l per primā sexti & secundā partē 10 huius. Itaq; per 30 linea f l est binomiū: diuisa secundū suū terminū in pūcto g. Eodēq; modo p̄babif ipsam binomiū esse: mediāribus suis terminū in pūcto m. Eodēq; modo p̄babif ipsam binomiū esse: mediāribus suis terminū in pūcto m. qd est impossibile. le p 36. Nō enī pōt dici: q; linea f l diuisa sit ad pūcta g et m i partes cōsimiles. sic enī: esset linea f m ēq̄lis g l. sed ipsa est maior linea m l, vt patet ex primo p̄missorū añcedentiū huius & prima sexti: cū e m superficies sit maior h m superficie. Huius autē demonstratiōis modus potest esse cōis 37 ceterisq; eā sequētib;.

Eucl. ex Zamb.

Theorema 32.

Propositio 44.

Ex binis secunda medijs: ad vnum duntaxat signum diuiditur in nomina.



THEON ex Zāberto. ¶ Sit ex binis medijs secūda a b, diuisa in c: vt a c, c b, mediæ sint potentia tantum cōmensurabiles medium comprehendentes. manifestum iam est q; c non est in diuidua sectione: quandoquidem non sunt longitudine cōmensurabiles. Dico q; ipsa a b: ad aliud signum non diuiditur. Si enim possibile: diuidatur in d vt a c ipsi d b non sit eadem / sed per hypothesin sit maior a c. nempe etiam & quæ ex a, c, c b: maiora sunt eis quæ ex a, d, d b, sicuti supra demonstrauimus. Et a d, d b, medias esse potentia tantum cōmensurabiles: medium comprehendentes. Exponaturq; rationalis e f. & ei quidē quod ex a b æquū / ad ipsum e f cōparetur per 44 primi e h: eis autem quæ ex a, c, c b, æquum auferatur e g. reliquum igitur h k æquum est ei quod bis sub a, c, c b. Rursus iā eis quæ ex a, d, d b, quæ minora sunt eis quæ ex a, c, c b: æquum auferatur e l. & reliquum igitur m k: æquum est ei quod bis sub a, d, d b. Et quoniam media sunt quæ ex a, c, c b: medium igitur est e h: & incommensurabilis ipsi e f longitudine. Ac per hoc iam & h n rationalis est & ipsi e f longitudine incommensurabilis. Quoniam ipsæ a c, c b, mediæ sunt potentia tantum cōmensurabiles: incommensurabilis est igitur a c ipsi c b longitudine. sicut autem a c ad c b: sic quod ex a c ad id quod sub a, c, c b. Incommensuratur est quod ex a c: ei quod sub a, c, c b. Sed ei quidem quod ex a c, c b, ei rationalia sunt quæ ex a, c, c b: potentia enim sunt cōmensurabiles ipsæ a c, c b. & quæ ex autem quod sub a, c, c b, cōmensurabile est quod bis sub a, c, c b. Sed eis quidem quæ a c, c b, igitur: incōmensurabilia sunt ei quod bis a c, c b. Sed eis quidem quæ ex a c, c b: æquum est e g. ei autem quod bis sub a, c, c b: æquum est h k. Incommensurabile igitur est e g: ipsi h k, quare & ipsa e h ipsi h n: est longitudine incommensurabilis. Et ipsæ e h & h n: sunt rationales. igitur rationales sunt potentia tantum cōmensurabiles. Si vero binæ rationales potentia tantum cōmensurabiles composite fuerint: tota irrationalis est / vocaturq; ex binis nomina

nibus per 36 decimi. ipsa igitur e n ex binis nominibus: est diuisa in h . Per eadem iam ostenduntur & ipsæ e m, m n: rationales potentia tantum commensurabiles. Igitur ipsa e n ex binis nominibus per aliud signum & aliud diuisa & in h & in m . nec est e h ipsi m n eadem: quandoquidem quæ ex a c, cb , maior est eis quæ ex d b, a d. sed quæ ex a d, db : maior sunt eo quod bis sub a d, db . multo igitur magis quæ ex a c, cb , hoc est e g: maior est eo quod bis sub a d, db , hoc est m k. Quare & e h: ipsa m n maior est. Igitur e h: ipsi m n non est eadem. Ex binis igitur nominibus in alio & alio signo diuiditur, quod est absurdum. Ex binis secunda medijs igitur: in alio & alio signo non diuiditur, in vno igitur tantum signo diuiditur. Quod erat ostendendum.

Eucl. ex Camp.

Propositio 39.



Inea maior: nisi in duas lineas tantum ex quibus constat sub earum termino diuidi non potest.

CAMPANVS. Sit quoque hæc linea maior a b diuisa ad punctum c , in duas lineas potentialiter incommensurabiles superficiemque medialis compositas: quarum ambo quadrata pariter accepta sint rationale. ex talibus enim compositur: ut affirmat 33. Dico quod impossibile est ad aliud punctum in alias duas lineas sub hac diffinitione ipsam diuidi. Quod si potest: sit hic ad d . maneatque sub his eadem figura eademque hypotheses quæ prius. & argue quemadmodum in 36 superficiem g k esse rationalem & irrationalem. quod est impossibile.

Eucl. ex Zamb.

Theorema 33.

Propositio 45.

Maiores ad vnum duntaxat signum diuiditur in nomina.

THEON ex Zamb. Sit maior a b, diuisa in c : ut per 39 decimi a c, c b, potentia tantum sint commensurabiles efficientes compositum ex ijs quæ ex a c, c b, quadratis rationale: quodque sub ipsis a c, c b, medium. Dico quod ipsa a b: ad aliud signum non diuiditur. Si enim possibile: diuidatur in d , ut ipsæ a d, d b, potentia sint incommensurabiles efficientes quidem compositum ex quadratis quæ ex a d, d b, rationale: quodque sub ipsis medium per 39 decimi. Et quoniam quo differunt quæ ex a c, cb , eis quæ ex a d, db , hoc differt & quod bis sub a d, db , ei quod bis sub a c, cb , sed quæ ex a c, cb , ea quæ ex a d, db , excedunt rationali (rationalia enim vtrique) & quod bis sub a b, d b, igitur id quod bis sub a c, c b, excedit rationali/media existentia. quod est impossibile. Maior igitur: ad aliud & aliud signum non diuiditur, per idem igitur vnum tantum signum. quod demonstrare oportebat.

Eucl. ex Camp.

Propositio 40.

Inea potens in rationale & mediale: nisi in suas duas lineas tantum sub termino suo non diuiditur.

CAMPANVS. Hæc quoque 40: manentibus prioribus figura & positionibus (excepto quod ipsa linea a b diuidatur in punctum c , in illas duas lineas ex quibus 34 dicit eam componi) probabitur: quemadmodum 37. Si autem aliter fuerit quod proponat: erit superficies g k rationalis & irrationalis. quod esse non potest.

Eucl. ex Zamb.

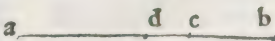
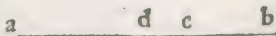
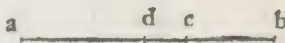
Theorema 34.

Propositio 46.

Rationale mediumque potens: ad vnum duntaxat signum diuiditur in nomina.

THEON ex Zamb. Est rationale mediumque potens a b, diuisa in c : ut ipsæ a c, c b, potentia sint incommensurabiles efficientes compositum ex ijs quæ ex a c, cb , medium: quod autem sub a c, c b, rationale. dico quod ad aliud signum ipsa a b non diuiditur. Si enim possibile est: diuidatur & in d , & ut a d, db , potentia sint incommensurabiles efficientes compositum ex a d, d b, medium: quod vero sub ipsis a d, db , rationale per 40 decimi. Quoniam enim quo differunt quod bis sub a c, cb , ei quod bis sub a d, db , eo differunt & quod bis sub a c, cb , quod autem sub a c, cb , id quod bis sub a d, db , rationali excedit: & quod bis sub a d, db , igitur quod bis sub a c, cb , rationali excedit: cum media existat. quod impossibile est. Rationale mediumque potens igitur: ad aliud aliudque signum non diuiditur, ad vnum igitur signum diuiditur. quod oportuit demonstrare.

v. iij.



Eucl. ex Camp.

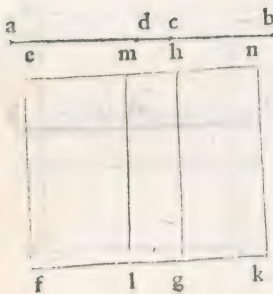
Propositio 41.



Inea potens in duo medialia nequit diuidi in alias duas sub termino earum ex quibus coniuncta est: sed in suas tantum duas ex quibus componitur est diuisibilis.

CAMPANVS. Hæc enim 41 diuisa linea a b ad punctum c in eas ex quibus 35 asserit eam componi: ceterisq; vt supra tam figura q positionibus manentibus: probatur sicut 38. nam dato opposito propositi: sequitur oppositum 36. quod est impossibile.

Eucl. ex Zamb. Theorema 35. Propositio 47.



Bina potens media: ad vnũ duntaxat signũ diuiditur in noia.

THEON ex Zamb. Sit bina potens media a b diuisa in c: vt ipse a c, c b, potentia sint incõmensurabiles/efficiẽtes per 35 decimi compositũ ex eis quæ ex a c, c b, mediũ/quod vero sub a c, c b, mediũ/ & in/ũper incõmensurabile cõposito ex ijs quæ ab ipsis sunt quadratis. Dico q ipsa a b in alio signo non diuiditur: efficiens ea quæ proposita sunt. Si enim possibile: diuidatur in d, vt videlicet ipsa a c ipsi d b nõ sit eadem/ sed maior per hypothesin sit a c, ponaturq; rationalis ef. cõpareturq; per 43 primi ad ipsam e f eis quæ ex a c, c b: æquũ e g. ei autem quod bis sub a c, c b, æquũ h k. Totum igitur e k: æquũ est ei quod ex a b quadrato. Rursus cõparetur ad ipsam e f: eis q ex a d, d b, æquũ e l. reliquũ igitur quod bis sub a d d b: reliquo ipsi m k est equale. At quoniã mediũ supponitur compositum ex ijs quæ ex a c, c b: medium igitur est & e g. & iuxta rationalem e f comparatur. Rationalis igitur est per 26 decimi h e: & ipsi f longitudine incõmensurabilis. Id propterea & h n rationalis est: & ipsi h g longitudine incõmensurabilis. Et qm cõpositũ ex ijs quæ ex a c, c b, incõmensurabile est cõposito ex eo quod bis sub a c, c b: igitur & e g ipsi h k est incommensurabile. Quare & e h ipsi h n est incõmensurabilis. Itaq; ipsa igitur e h, h n, rationales sunt potentia tãtum cõmensurabiles. Ipsi igitur e h, h n, ex binis nominibus est diuisa in h. Similiter iam demonstramus q & in m diuiditur: & q e h ipsi m n est eadem. Ex binis igitur nominibus in alio & alio signo diuiditur quod est absurdũ. Bina potens media igitur in alio & alio signo non diuiditur. in vno igitur tantum signo diuiditur, quod erat ostendendum.

Eucl. ex Camp.

Binomiorum diffinitiones.

Si fuerit binomij longior portio breuiore potentior augmento quadrati lineæ cõmunicantis eidem longiori in longitudine: fueritq; eadem longior lineæ positæ rationali cõmunicans: ipsum vocabitur binomium primum.

Si vero breuior positæ rationali cõmunicet: dicetur binomium secundum.

Qz si neutra portionum eius positæ rationali cõmunicet: appellabitur binomium tertium.

Item si longior/breuiore tanto amplius possit quãtum est quadratum alicuius lineæ ipsi longiori incommensurabilis in longitudine: fueritq; longior portionum positæ lineæ rationali cõmunicans in longitudine: ipsum nuncupabitur binomium quartum.

Si vero breuior/positæ rationali cõmunicet in longitudine: quintum nominabitur.

Si autem neutra portionum eius positæ rationali cõmunicet in longitudine: erit binomium sextum.

Inuenire ex binis nominibus primam.

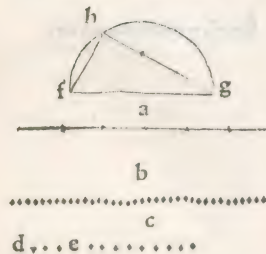
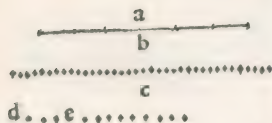
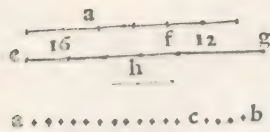
THEON ex Zamb. Exponantur bini numeri a c, b c, vt cōpositū ex ipsis a b ad b c rationē habeat quā quadratus numerus ad quadratū numerū ad ipsum autem c a rationē non habeat quā quadratus numerus ad quadratū numerū. exponaturq; quādam rationalis d. ac ipsi d cōmensurabilis esto per correlariū 6 decimi longitudine e f. rationalis igitur est e f. fiatq; per 9 decimi sicut b a numerus ad c a: sic quod ex e f ad id quod ex f g. At a b ad a c rationē habet quā numerus ad numerū. Igitur & quod ex e f ad id quod ex f g rationē habet quā numerus ad numerū. Quare quod ex e f ei quod ex f g est cōmensurabile. Est autem rationalis e f. rationalis igitur est & f g. Et quoniam a b ad a c rationem non habet quā quadratus numerus ad quadratū numerū: neq; quod ex e f ad id quod ex f g rationem habet quam quadratus numerus ad quadratū numerum, incōmensurabilis igitur est e f: ipsi f g longitudine. Ipse igitur e f, f g, rationales sunt potētia tantum cōmensurabiles. ex binis igitur nominibus est ipsa e g. Dico qd & prima. Quoniam enim est sicut b a numerus ad a c ita quod ex e f ad id quod ex f g, maior autem est ipse b a ipso a c: maius igitur est & quod ex e f eo quod ex f g. esto igitur ei quod ex e f aequalia quæ ex f g, h. Et quoniam est sicut b a ad a c, sic quod ex e f ad id quod ex f g: conuertendo igitur per correlariū 19 quinti est sicut a b ad b c, sic quod ex e f ad id quod ex h. At a b ad b c rationem habet quam quadratus numerus ad quadratū numerum. & quod ex e f igitur ad id quod ex h rationē habet quam quadratus numerus ad quadratū numerum. Cōmensurabilis igitur est e f ipsi h longitudine. Ipsa igitur e f ipsa f g maius potest eo quod fit ex sibi cōmensurabili. Ipsa itaq; e f, f g, rationales sunt. Cōmensurabilisq; est e f ipsi d longitudine. ipsa igitur e g ex binis nominibus prima est. quod erat ostendendum.

Eudl.ex Camp.

Propositio 43.

Inomium secundum reperire.

CAMPANVS. Sit vt prius a rationalis linea posita. b vero numerus quadratus. c vero sit numerus non quadratus diuisibilis in d nō quadratū et e quadratū. ita tñ qd proportio totius c q est in d nō quadratū ad d qui est etiā nō quadratus: sit sicut numerorū quadratorū. talis autē numerus est 12 & 48. diuisibilis enī est 12 in 9 quadratū numerū: & 3 nō quadratū. estq; proportio 12 ad 3: sicut 16 ad 4, quorū vterq; quadratus. eodē modo 48 diuisibilis est in 36 & 22. Tales autē nūeros sic reperies. Sit a numerus quadratus. b quoq; sit vnitāte minor: cuius quadratū sit c. at vero d proueniat ex b in a. eritq; ex prima incidentiū noni b: differētia d ad c. ducatur idem a in c: & proueniat e. eritq; e quadratus ex prima parte correlarij 2 noni: eo qd vterq; numerorū a & c est quadratus per l. hypothēsin. Fiat rursus f ex a in d. eritq; f qualē quærimus. Est enī ex vltima parte prædicti correlarij numerus f non quadratus: eo qd d numerus sit nō quadratus. Si enim d numerus esset quadratus: esset quoq; b quadratus ex 2 parte eiusdē correlarij 2 noni & ex 22 octau. & quia a est quadratus: esset per 16 eiusdē tertius cōtinue proportionalis inter a & b. qd est impossibile: cū sint sola vnitāte distātes. nō est igitur d quadratus. quare nec f. est enim f equalis d & e. quoniam cū b sit differētia d ad c, vt patet ex præmissis: erit per primā incidentiū noni quod fit ex a in d, æquū ijs quæ sūt ex a in b & in c. quia ex a in b fit d, & in c fit e: sequitur vt d sit differētia f ad e. & quia per 18 septimi est f ad e sicut d ad c: erit permutatim f ad d sicut e ad c. Cūq; vterq; duorū numerorū e & c sit quadratus: manifestū est numerū f esse qualē volumus. est enī non quadratus diuisibilis in d nō quadratū & e quadratū: cuius proportio ad d est sicut quadrati ad quadratum videlicet e ad c. Cætera oīa sint vt prius. Dico qd lineæ f g & g h cōponunt binomium secundū. Cū enī sit quadratum a ad quadratum f g sicut b ad c, rursusq; quadratū f g ad quadratum g h sicut c ad e: erit per æquā proportionalem tatem quadratum a ad quadratū g h, sicut b ad e. Cū igitur vterq; duorū numerorū b & e sit quadratus: erit per 2 partē 7 lineæ g h cōmunicans in longitudine lineæ a rationali posita. de lineæ vero f g constat qd ipsa sit rationalis in



potentia tantū non cōmunicans lineę a rationali positę in lōgitudine per vltimā partē 7. quę cū sit potentior lineę h in lineā f h per 30 tertij & penultimā primū cōmunicet autē lineā f h lineę f g in longitudine per secundā partē 7 eo q̄ eorū quadrata sunt in proportione numerorū c & d quorū est proportio sicut numerorū quadratorū per hypothesin: constat propositū. ¶ Aliter quoq; idem. ¶ Est lineā g h cōmunicans a rationali positę in longitudine: quā facile est inuenire, sitq; c numerus quadratus diuisibilis in quadratū d, & non quadratū e, sitq; proportio quadrati lineę g h ad quadratū lineę f g: sicut numerus e ad numerū c. eritq; f g incōmensurabilis lineę g h in longitudine per vltimā partē 7: & potentior ea in quadrato lineę f h, cui cōmunicat in longitudine primo per cōuersam deidē per euerlam proportionalitatē & per secundā partē 7. ex diffinitione igitur lineę f g et g h: cōponūt binomiū secundū.

Eucl. ex Zamb. Problema 44. Propositio 49.

¶ Comperire ex binis nominibus secundam.

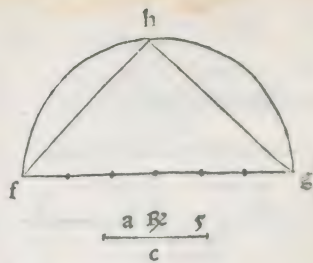
¶ THEON ex Zamberto. ¶ Explicentur binī numeri a, c, b: vt ex ipsis cōpositum a b, ad b c, rationē habeat quam quadratus numerus ad quadratū numerum/ ad ipsum autem c a rationem non habeat quā quadratus numerus ad quadratū numerū. Exponaturq; rationalis d. ipsiq; d cōmensurabilis esto longitudine f g. ipsa igitur f g rationalis est. Fiat etiā per correlariū 6 decimi & sicut c a numerus ad b: sic quod ex g f ad id quod ex f e. cōmensurabile igitur est id quod ex g f: ei quod ex f e. rationalis igitur est et f e. Et quoniā c a numerus ab a b rationē nō habet quā quadratus numerus ad quadratū numerum: neq; igitur quod ex g f ad id quod ex f e rationem habet quā quadratus numerus ad quadratū numerū. Incōmensurabilis igitur est g f: ipsi f e longitudine. Ipse igitur c f, f g, rationales sunt potentia tantū cōmensurabiles. ex binis igitur nominibus est ipsa e g. Ostendendū vero q̄ & secunda. Quoniā rursus est sicut b a numerus ad a c sic quod ex e f ad id quod ex f g, maior autē est b a ipso a c: maius igitur & quod ex e f eo quod ex f g. esto autem ei quod ex e f: æqualia quę ex g f, h. Cōuertendo igitur per correlariū 19 quinti est sicut a b ad b c sic quod ex e f ad id quod ex h. At a b ad b c rationem habet quam quadratus numerus ad quadratū numerū. & quod ex e f igitur ad id quod ex h: rationem habet quam quadratus numerus ad quadratū numerum. Cōmensurabilis igitur est e f: ipsi h longitudine per 9 decimi. Quare e f, ipsa f g maius potest: eo quod sit ex sibi cōmensurabili. & ipsę e f, f g, rationales sunt potentia tantum cōmensurabiles. & f g nomen minus cōmensurabile est lōgitudine ipsi d rationali expositę. ipsa igitur e g ex binis nominibus est secundā, quod erat faciendum.

Eucl. ex Camp.

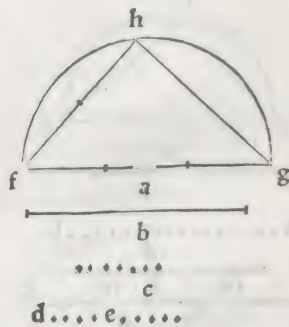
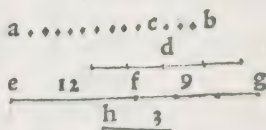
Propositio 44.

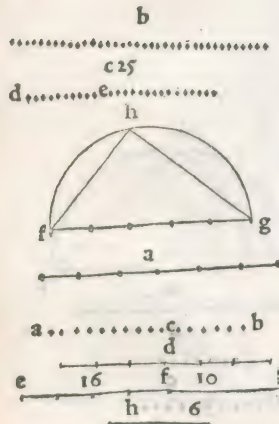
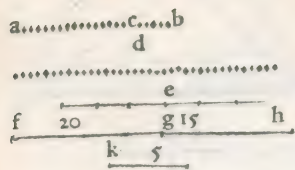
Inomium tertium inuestigare.

¶ CAMP. ¶ Binomiū quoq; tertium sic reperitur. Posita vt prius lineā a rationali in lōgitudine: sit b numerus primus. c vero quadratus: diuisibilis in quadratū d, & non quadratū e. cetera omnia sint vt prius. dico q̄ duę lineę f g & g h cōponunt binomiū tertium. neutra enī earum est cōmensurabilis in longitudine lineę a rationali positę: sed vtraq; incōmensurabilis. f g quidē per vltimā partē 7: h g vero per equā proportionem ad quadratū lineę g h sicut numerus b ad numerum e: mediātib; hinc quidē ne aliquorū quadratorū: cum b sit numerus primus. si enim essent in proportionē numerorū quadratorū: necesse esset per 16 octauī & octauā eiusdē tertium eis in continua proportionalitate interesse. esset igitur per 17 eiusdē numerus b bilis est itaq; lineā g h: lineę a rationali positę/ ex vltima parte 7. Quia ergo lineā f g potentior est lineā g h in quadrato lineę f h ex 30 tertij & penultima primū quę cōmunicat ei in longitudine ex secunda parte 7: ex diffinitione binomij tertij patet nostra intentio.



d.....e.....





Inuenire ex binis nominibus tertiam.
THEON ex Zāb. ¶ Exponantur bini numeri a c, c b: vt ex ipsis cōpositum a b ad b c rationem habeat quā quadratus numerus ad quadratū numerū ad ipsum autem a c rationem nō habeat quā quadratus numerus ad quadratū numerum. Expliceturq; aliquis etiam alius numerus qui sit d & ad vtrūq; ipsorum b a, a c, rationem non habeat quā quadratus numerus ad quadratū numerum. Exponaturq; aliqua rationalis recta linea quæ sit e. Fiacq; sic cut d ad a b: sic quod ex e ad id quod ex f g. Cōmensurable igitur est quod ex e: ei quod ex f g. Est autē e rationalis. rationalis igitur est & f g per diffinitionē. Et quoniam d ad a b rationem non habet quā quadratus numerus ad quadratū numerū: neq; quod ex e ad id quod ex f g rationē habet quā quadratus numerus ad quadratū numerum. Incōmensurabilis igitur est ei ipsi f g longitudine per 9 decimi. Fiat iam rursus sicut a b numerus ad a c: sic quod ex f g ad id quod ex g h. Cōmensurable igitur est quod ex f g: ei quod ex g h. Rationalis autē est f g: rationalis igitur & g h. Et quoniam b a ad a c, rationē non habet quā quadratus numerus ad quadratū numerū: neq; quod ex f g ad id quod ex h g rationē habet quā quadratus numerus ad quadratū numerū. Incōmensurabilis igitur est f g: ipsi g h longitudine. Ipsæ igitur f g & g h: rationales sunt potentia tantū cōmensurabiles. Igitur ipsa f h ex binis nominibus est. Aio etiam q & tertia. Quoniam enim est sicut d ad a b sic est id quod ex e ad id quod ex f g, sicut autē b a ad a c sic quod ex f g ad id quod ex g h: ex æquali igitur per 22 quinti est sicut d ad a c, sic quod ex e ad id quod ex g h. At d ad a c, rationē non habet quā quadratus numerus ad quadratū numerū. neq; quod ex e igitur ad id quod ex g h rationē habet quā quadratus numerus ad quadratū numerū. incōmensurabilis est igitur ei ipsi g h longitudine. Et quoniam est sicut b a ad a c, sic quod ex f g ad id quod ex g h: maius igitur est quod ex f g eo quod ex g h. Esto igitur ei quod ex f g æqualia quæ ex g h, k. Cōuertendo igitur per 19 quinti & eius correlarium est sicut a b ad b c: sic quod ex f g ad id quod ex k. At a b ad b c rationē habet quā quadratus numerus ad quadratū numerū. & quod ex f g igitur ad id quod ex k, rationē habet quā quadratus numerus ad quadratū numerū. Cōmensurabilis igitur est f g: ipsi k longitudine. Ipsa igitur f g: ipsa g h maius potest eo quod sit ex sibi longitudine cōmensurabilia. Ipsæq; f g, g h: rationales sunt potentia tantum cōmensurabiles. Ac neutra ipsarum cōmensurabilis est ipsi e longitudine. ipsa igitur f h ex binis nominibus tertia est. quod inuenire oportebat.

Eucl. ex Camp. Propositio 45.

Inomium quartum scrutari.
CAMPANVS. ¶ In inuentione binomij quarti eodem modo procedendum est sicut in inuentione primi: excepto q; quadratus numerus c diuidatur in duos nō quadratos qui sunt d & e. Cetera omnia negotianda sunt hic ex diffinitione binomij quarti: sicut ibi ex diffinitione binomij primi.

Eucl. ex Zamb. Problema 16. Propositio 51.

Inuenire ex binis nominibus quartam.
THEON ex Zamb. ¶ Exponantur bini numeri a c, c b, vt a b ad vtrūq; ipsorum rationē nō habeat quā quadratus numerus ad quadratū numerū. Exponaturq; rationalis d. Ipsiq; d cōmensurabilis esto longitudine ipsa e f. Rationis igitur est ipsa e f. Fiacq; sicut b a numerus ad a c: sic quod ex e f ad id quod ex f g. Cōmensurable igitur est per diffinitionem quod ex e f: ei quod ex f g. Rationalis autē est per correlariū 6 decimi e f. Rationalis igitur est per 6 decimi mi & f g. Et quoniam b a ad a c rationem non habet quā quadratus numerus ad quadratū numerū: neq; quod ex e f igitur ad id quod ex f g rationē habet quā quadratus numerus ad quadratū numerum. Incōmensurabilis igitur est ei ipsi f g longitudine. Ipsæ igitur e f, f g, rationales sunt potentia tantū cōmensurabiles. Quare ipsa e g: ex binis nominibus est. Dico iam q & quarta. Quoniam

enim est sicut $b a$ ad $a c$ sic quod $e f$ ad $i d$ quod $f g$, maior autem est $b a$ ipsa $a c$ maius igitur & quod $e f$ eo quod $e f g$, esto nempe ei quod $e f$ & $f g$ equalia quæ $e f g, h$. Convertendo igitur per 19 quinti & eius correlariū sicut $a b$ numerus ad $b c$ sic quod $e f$ ad $i d$ quod $e h$. Ipsa vero $a b$ ad $b c$ ratione non habet quam quadratus numerus ad quadratū numerū, neque igitur quod $e f$ ad $i d$ quod $e h$ ratione habet quā quadratus numerus ad quadratū numerū. Incōmensurabilis igitur est per 9 decimi $e f$ ipsi h longitudine. Ipsa igitur $e f$ ipsa $g f$ maius potest eo quod sit ex sibi incōmensurabili, & ipsæ $e f, g$ rationales sunt potentia tantū cōmensurabiles, & $e f$ ipsi d cōmensurabilis est longitudo, ipsa igitur $e g$ ex binis nominibus est quarta, quod erat inveniendum.

Eucl. ex Camp.

Propositio 46.

Inomium quintum querere.

CAMPANVS. **C**uius inuentio sic est sicut binomij secundi: excepto quod numerus non quadratus diuidetur in d non quadratū & quadratū, ita tamē quod proportio c ad d non sit sicut numeri quadrati ad numerū quadratū. Cætera omnia sunt hic perquirenda ex diffinitione binomij quinti: sicut ibi quaesita sunt ex diffinitione binomij secundi. Vel pone quod linea $g h$ sit cōmunicas lineæ a rationali positæ in longitudine, & pone numerū c quadratū diuisum in duos non quadratos qui sūt d & e . Pone itaque proportionē quadrati lineæ $g h$ ad quadratū $f g$ sicut numeri ad numerū c , deinde alitue ppositū ex vltima pte 7, & p̄sentibus hypothēsibus & conuerſa & euerſa proportionibus & iterū ex vltima parte 7 et diffinitione binomij quinti.

Eucl. ex Zamb.

Problema 17.

Propositio 52.

Inuenire ex binis nominibus quintam.

THEON ex Zamb. **E**xplicentur bini numeri a, c, b : ut $a b$ ad utrūque ipsorum rationem non habeat quam quadratus numerus ad quadratū numerum. Exonaturque aliqua rationalis recta linea d , ac ipsi d cōmensurabilis esto per diffinitionē: longitudine, $f g$. Fiatque sicut $c a$ ad $a b$ sic quod $e f$ ad $i d$ quod $e g$. Cōmensurabile igitur est quod sit $e f$ quod $e f e$. Rationalis igitur est per 6 decimi & $f e$. Et quoniam $c a$ ad $a b$ ratione non habet quā quadratus numerus ad quadratū numerum, neque quod $e f g$ igitur ad $i d$ quod $e f e$ ratione habet quam quadratus numerus ad quadratū numerū. Incōmensurabilis igitur est per 9 decimi $g f$ ipsi $f e$ longitudine. Ipsæ igitur $e f, f g$, rationales sunt potentia cōmensurabiles tantū, ex binis igitur nominibus est ipsa $e g$ per 36 decimi. Disco itam quod & quinta. Quoniam enī est sicut $c a$ ad $a b$ sic quod $e f$ ad $i d$ quod $e g$, rursus sicut $b a$ ad $a c$ sic quod $e f$ ad $i d$ quod $e f g$, maior autē est $b a$ ipsa $a c$ maius igitur est quod $e f$ eo quod $e f g$. Esto nempe ei quod $e f$ & $f g$ equalia quæ $e f g, h$. Conuertendo igitur per 19 quinti & eius correlariū est sicut $a b$ numerus ad $b c$ sic quod $e f$ ad $i d$ quod $e h$. At $a b$ ad $b c$ ratio nem non habet quam quadratus numerus ad quadratū numerū, neque igitur quod $e f$ ad $i d$ quod $e h$ ratione habet quā quadratus numerus ad quadratū numerū. Incōmensurabilis igitur est per 9 decimi $e f$ ipsi h longitudine. Quare & ipsa $f g$ maius p̄t eo quod sit sibi ex incōmensurabili. Suntque rationales potentia tantum cōmensurabiles, & $f g$ nomen minus cōmensurabile est expositæ rationali d longitudine. Ipsa igitur $e g$ per 48 decimi quinta est ex binis nominibus, quod erat inveniendum.

Eucl. ex Camp.

Propositio 47.

In binomio sexto demum oportet insillere.

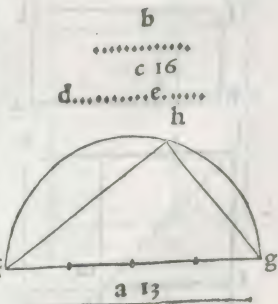
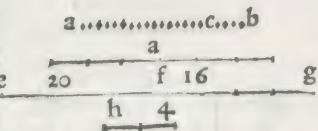
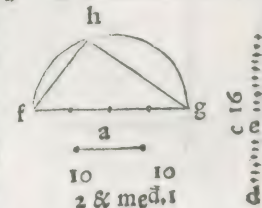
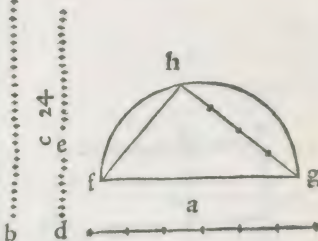
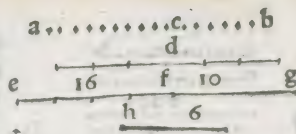
CAMPANVS. **C**Binomium sextū sicut tertium scrutandū est, & tamē erit hic numerus quadratus c diuisus in duos non quadratos d & e . Cætera ut ibi. eritque ex diffinitione binomij 6 linea quā cōponunt $f g$ & $g h$ sibi inuicem directe coniunctæ: binomium sextum, quod est propositum inuenire.

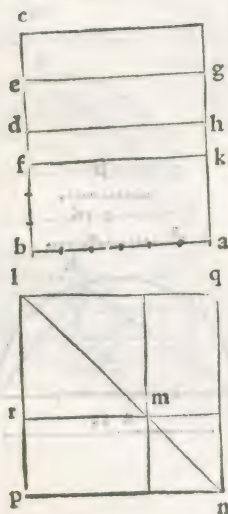
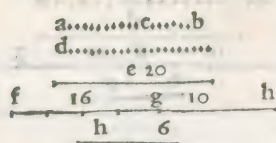
Eucl. ex Zamb.

Problema 18.

Propositio 53.

Inuenire ex binis nominibus sextam.





THEON ex Zab. **Explicetur** hinc numeri a, c, b, ut a bad vtrūq; ipso-
rum rationē non habeat quā quadratus numerus ad quadratū numerum. Sing-
etia alius numerus d nō existens quadratus: qui ad vtrūq; ipso- b a, c, ratio-
nē non habeat quā quadratus numerus ad quadratū numerū. exponaturq; ali-
qua recta linea rationalis q̄ sit. Fiatq; per diffinitionē sicut d ad a b: sic quod
ex e ad id quod ex f g. Cōmensurabilis igitur est per 6 decimi e ipsi f g potens-
tia. estq; rationalis c. rationalis igitur est & f g. Et qm d ad a b rationē nō habet
quā quadratus numer⁹ ad quadratū numerū: neq; quod ex e igitur ad id quod ex
f g rationē habet quā quadratus numerus ad quadratū numerū. Incōmensuras-
bilis igitur est e: ipsi f g longitudine. Fiat iā rursus sicut b a ad a c: sic quod ex
f g ad id quod ex g h. Cōmensurabile igitur est per 6 decimi quod ex f g: ei
quod ex g h. Rationale autē est quod ex f g. rationale igitur & quod ex g h. ra-
tionalis igitur g h. Et quoniā b a ad a c rationē nō habet quā quadratus nume-
rus ad quadratū numerū: neq; igitur quod ex f g ad id quod ex g h rationem
habet quā quadratus numerus ad quadratū numerū. Incōmensurabilis igitur
est f g ipsi g h lōgitudine. Ipsa igitur f g, g h, rationales sunt potētia tātū cō-
mēsurabiles. ex binis igitur nominibus est f h, per 36 decimi. Ostendendū ve-
ro q̄ & sexta. Quoniā enī est sicut d ad a b sic quod ex e ad id quod ex f g, est
autē & sicut b a ad a c sic quod ex f g ad id quod ex g h: ex equali igitur per
22 quinti est sicut d ad a c sic quod ex e ad id quod ex g h. At d ad a c rationē
nō habet quā quadratus numerus ad quadratū numerū, neq; igitur quod ex e
ad id quod ex g h rationē habet quā quadratus numer⁹ ad quadratū numerū.
Incōmensurabilis igitur est e ipsi h g lōgitudine. patuit autem q̄ & ipsi f g.
Incōmensurabilis est igitur vtrāq; ipsarū f g & g h: ipsi e longitudine. Et qm
est sicut b a ad a c sic est quod ex f g ad id quod ex g h: maius igitur est quod
ex f g eo quod ex g h. Esto igitur ei quod ex f g equalia: quē ex g h, k. Cōuer-
tō igitur per 19 quinti & correlariū eiusdē sicut a b ad b c: sic quod ex f g ad
id quod ex k. At a b ad b c rationē non habet quā quadratus numerus ad qua-
dratū numerū. Quare neq; quod ex f g ad id quod ex k rationē habet quā qua-
dratus numerus ad quadratū numerū. Incōmensurabilis igitur est f g ipsi k lon-
gitudine. ipsa igitur f g, g h, maius potest eo quod sit ex sibi incōmensura-
bili. Sūtq; ipsa f g, g h, rationales: potētia tantū cōmensurabiles. Ac ipsa
rum f g, g h, neutra cōmensurabilis est longitudine ipsi e exposita rationali.
ipsa igitur f h: ex binis nominibus est sexta, quod erat inueniendum.

Eucly. ex Camp.

Propositio 43.

Si fuerit superficies binomio primo lineaq; rationali con-
tenta: latus quod super eā pōt binomiū esse necesse est.
CAMPANVS. Sit superficies a c: cōtēta lineā rationali a b, &
binomio primo quod sit b c. Dico q̄ latus terragoniū superficiei a
c est binomiū. Sit enī punctus d cōmunis terminus duarū portionū binomij
primi in b c: cuius maior portio sit b d. eritq; rationalis in longitudine ex diffi-
nitione: & cōmensurabilis lineā a b rationali positā. Diuidatur itē minor por-
tio quā est d c per æqualia ad punctū e. lineaq; d b diuidatur sub ea conditio-
ne ad punctū f: q̄ inter partes eius quā sunt b f & f d: cadat d e medio loco pro-
portionalis. quod qualiter fiat in 13 dictū est. ducantur autē lineæ e g, d h, f k,
æquidistantes lineæ a b. Et quia ex diffinitione binomij primi lineā d b est potē-
stior lineā d c in quadrato lineæ sibi communicātis in longitudine: sequitur ex
secūda parte 13 q̄ duæ lineæ b f & f d sint cōmunicātēs. per 9 igitur est vtrāq;
earum cōmunicāns toti lineæ b d. quare per diffinitionē ambæ sunt rationales
in lōgitudine. ideoq; per 15 vtrāq; duarū superficierū a f & f h: est rationalis.
Describatur itaq; quadratum l m cuius latus l r, æquale superficiei a f, cuius enī
eumponatur gnomon protracta diagonalis m n, ad eam quāritatem: q̄ ipsius
gnomonis quadratum quod sit m n, sit æquale superficiei f h. duosq; eius sup-
plementa sint p m & m q: quæ necesse est esse æqualia duabus superficieribus d
g & g c. Quod sic collige. Cum enī sit lineā d e medio loco proportionalis inter
lineas b f & f d: erit superficies d g, ex prima sexti medio loco pportionalis in-
ter superficies a f & f h. quare & inter quadrata l m & m n. Et quia supplemē-

tum p est etiā medio loco proportionale inter quadrata dicta ex prima sexti: sequitur vt p m sit equalis d g. ideoq; m q; g c. igitur linea l p: est latus tetragonū superficiē a c. Hanc lineā dico esse binomiū. Cū sint enī ambo quadrata l m, & m n, rationalia: erunt ex diffinitione duæ lineæ l r & r p potentialiter rationales. Est autem per primam sexti a f ad d g: sicut b f ad d e. sed b f est icōmēsurabilis d e: scilicet q; a b f est rōnalis simpliciter vt probatū est. d e vero quia cōmunicat i longitudine d c rationali in potētia tm: erit etiā ipsa rōnalis in potētia tm p i s. quod ex pmissis hypothēsib; manifestū est. Itaq; per 2 partē 10/ superficies a f est incōmensurabilis superficie d g. igitur & quadratū l m: supplemento p m. quare per primā sexti & secundā partē 10 linea l r: est incōmensurabilis lineæ r p. Ex 30 igit cōstat lineā l p esse binomiū. qd erat mōstrādū.

THEON.

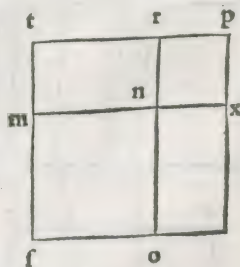
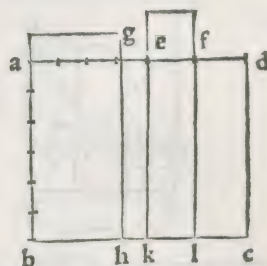
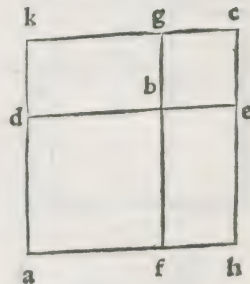
Lemma.

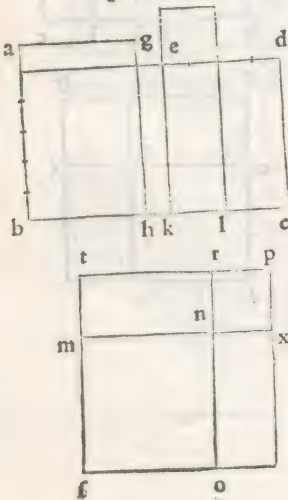
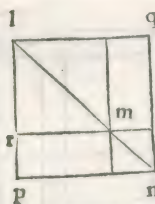
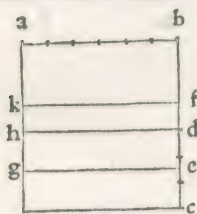
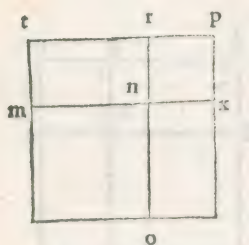
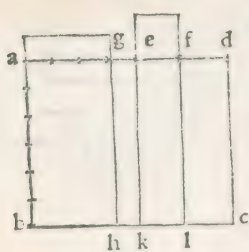
¶ Sint bina quadrata a b, b c. exponaturq; per 14 primi: vt d b ipsi b e sit in rectas lineas. In rectas lineas igitur est & f b: ipsi b g. Compleaturq; parallelogrammū a c. Dico q; a c quadratū est: & q; d g ipsorū a b, b c, mediū est proportionale: & insuper d c ipsorū a c, c b, mediū proportionale est. Quoniā enī d b ipsi b f est equalis: & b e ipsi b g: totū igitur d e toti f g est equalis. Sed d e: vtriq; ipsarū a h, k c, est equalis. Igitur per 33 primi parallelogrammū a c: æquilaterum est. est quoq; & rectangulum. quadratum igitur est a c per 46 primi. Et quoniam est sicut f b ad b g: sic d b ad b e, sed sicut quidem f b ad b g sic per primam sexti a b ad d g, sicut vero d b ad b e sic d g ad b c: & sicut igitur a b ad d g, sic d g ad b c. Igitur d g: ipsorū a b, b c, mediū proportionale est. Dico iam q; & d c: ipsorū a c, c b, mediū proportionale est. Quoniā igitur est sicut a d ad d k sic est k g ad k c (æqualis est enim altera alteri) & componendo per 16 quinti sicut a k ad k d sic k c ad c g, sed sicut a k ad k d sic a c ad c d, sicut autem k c ad c g sic per primam sexti d c ad c b: igitur d c ipsorū a c, c b, mediū & proportionale est.

Eucl. ex Zamb. Theorema 36. Propositio 54.

¶ Si areola comprahendatur sub rationali ac ex binis nominibus prima: quæ areolam potest irrationalis est/ ex binis nominibus vocata.

¶ THEON ex Zāb. ¶ Areola etenim a b c d: cōprehendatur sub rationali a b, & ex prima ex duobus nominibus a d. Dico q; ipsam a c areolā potēs: irrationalis est: ex binis vocata nominibus. Quoniā enim ex binis nominibus est prima ipsa a d: diuidatur per 4 2 decimi in nomina in e, sitq; maius nomen a e. Manifestū iam: q; ipsæ a e, e d, rationales sunt potentia tantū cōmensurabiles: & a e ipsa e d maius potest eo quod fit ex sibi cōmensurabili: & a e per 4 8 decimi cōmensurabilis est expositæ rationali a b longitudine. Secetur iam per 10 primi e d: bifariā in signo f. Et quoniā a e ipsa e d maius potest eo quod fit ex sibi cōmensurabili: si quartæ igitur parti eius quod ex minore hoc est ei quod ex e æquum ad maiore a e comparatū fuerit deficiēs specie a quadrato/ in cōmensurabilia distribuit per 17 decimi. Cōparetur per 28 sexti igitur ad ipsam a e: ei quod ex e f, æquū quod sub a g, g e. cōmensurabilis igitur est a g: ipsi g e longitudine. Exciteturq; per 31 primi per ipsa g, e, f, vtriq; ipsarū a b, d c, parallelū g h, e k, f l. Et ipsi quidē a h parallelogramo: æquū per 14 secundi quadratū constituitur f n: ipsi autē g k, n p. Ponaturq; per 14 primi sicut in rectas lineas m n ipsi n x. in rectas igitur lineas est & r n: ipsi n o. Cōpleaturq; ipsū f p parallelogrammū. quadratū igitur est f p. Et quoniā quod sub a g, g e, æquū est ei quod e f: est igitur per cōstructionē sicut a g ad e f, sic f e ad e g. & sicut igitur per primā sexti a h ad e l: sic e l ad k g. Ipsorū igitur a h, g k, mediū e l proportionale est. Sed a h quidē æquum est ipsi f n: & g k, æquū est ipsi n p. Ipsorum igitur f n, n p, mediū e l proportionale est. Est autem ipsorū f n, n p, mediū m r proportionale per præostensum lēma. æquū est igitur m r: ipsi e l. Sed m r quidē ipsi o x æquū est: & e l ipsi f c. totū igitur e c: ipsis m r, o x, est æquale. Sunt autem & ipsa a h, g k: ipsis f n, n p, æqualia/ per 4 4 primi. totum igitur a c: æquū est toti f p, hoc est ei quod ex m x fit quadrato. igitur ipsa m x: ipsū





potest a c. Dico iam qd ipsa m x: ex binis nominibus est. Quoniam eni cōmensurabilis est per 17 decimi a g ipsi e g: cōmensurabilis igitur est per 12 decimi & diffinitionē & a e: vtrūq; ipsarū a g, g e. Supponit autē per diffinitionē primā ex binis noib⁹ a e ipsi a b cōmensurabilis. & ipsa igitur a g, g e: ipsi a b sunt cōmensurabiles. Rationalis igitur est & vtrūq; ipsorū a h, g k. Cōmensurabile autē est per primā sexti & 11 decimi a h ipsi g k. Sed a h: ipsi qdē f n est aequale. ipsum ve ro g k: ipsi n p. & ipsa igitur f n, n p, hoc est quod ex m n, n x, rationalia sūt & cōmensurabilia. Et quoniam incōmensurabilis est a e ipsi e d longitudine/ sed ipse quidē a e ipsi a g est cōmensurabilis/ ipsa autē d e ipsi e f cōmensurabilis: per 13 decimi incōmensurabilis igitur est & a g ipsi e f. Quare & a h ipsi e l, incōmensurabilis est. Sed a h quidē: ipsi f n est aequale. ipsum vero e l: ipsi m r, incōmensurabilis igitur est o n ad n r. Aequalis autē est o n ipsi m n: & n r ipsi n x, incōmensurabilis igitur est m n ipsi n x. Et quod ex m n: cōmensurabile est ei quod ex n x: vtrūq; rationale. Ipsa igitur m n, n x: rationales sunt potentia tantum cōmensurabiles. ipsa igitur m x: ex binis nominibus est/ ipsamq; a c potest. quod erat ostendendum.

Eucl. ex Camp.

Propositio 49.

Si fuerit superficies linea rationali binomioq; secundo contenta: latus eius tetragonum erit bimediale primum. **CAMPANVS.** Sit eadē figura eadēq; hypotheses q̄ in premissa. eritq; ex diffinitione binomij secundū/ linea d c: rationalis in longitudine, quare p 15 vtrūq; duarū superficierū d g & g e (ideoq; & duo supplementa p m, m q) erit ratio nalis, linea vero b d erit rationalis in potentia tantū: & diuisa in duas lineas cōmunicantes f d & b f, ex diffinitione binomij secundi & premissis hypothesibus/ & secunda parte 13, per 19 igitur erit vtrūq; duarū superficierū a f & f h, (ideoq; & vtrūq; quadratorū l m & m n) medialis. itaq; ambæ lineæ l r & r p: sunt mediales in potentia quoq; cōmunicantes, nam cum linea b f cōmunicet li neæ f d: sequit vt a f cōmunicet f h, quare quadratū l m: quadrato m n, ideoq; & linea l r: lineæ r p in potentia, in longitudine autē nō cōmunicant: qm p 1 sexti vna earū ad alterā est sicut l m ad m p. Cū igitur l m nō cōmunicet m p, eoq; altera medialis videlicet l m, altera vero rationalis videlicet m p: sequitur vt l r non cōmunicet in longitudine r p. Quia igitur ipsa continent superficiem rationalem quæ est m p: constat lineam l p ex 31 huius esse bimediale primum.

Eucl. ex Zamb.

Theorema 37. Propositio 51.

Si areola comprehensa fuerit sub rationali/ & ex binis nominibus secunda: areolam potens irrationalis est/ vocaturq; binis ex prima medijs.

THEON ex Zāb. Comprahēdatur areola a b c d sub rationali a b, ac ex binis nominibus secunda a d. Dico qd a c areā potens: ex binis medijs est prima. Quoniam eni ex binis nominibus secunda est a d, diuisa in nomina in signo e, vt maius nomē sit a e: ipsa igitur a e, e d, per 4-9 decimi rationales sūt, potētia tantū cōmensurabiles. & a e, ipsa e d maius potest eo quod sit ex sibi cōmensurabili: ac nomē minus e d cōmensurabile est ipsi a b longitudine. Secē p 28 primi ipsa e d: bifariā in signo f, & ei qd ex e f equū ad ipsū a e cōparet p 17 decimi a g ipsi g e longitudine. Et p ipsa g, e, f, signa excitēt p 31 primi parallelogrammū lēl ipsi a b, c d: sintq; g h, e k, f l. Ac ei quidē quod est a h parallelogrammū cōstruatur per 14 secundi æquū quadratū f n: ipsi autē g k, æquū quadratū n p. Ponaturq; per 14 primi sicut in rectas lineas m n, ipsi n x, in rectas lineas igitur est & r n ipsi n o. Compleaturq; f p quadratū. Manifestū iam est: ex p 1 ostēso lēmate qd m r mediū proportionale est ipsorū f n, n p, & per præcedens theorema æquū ipsi e l, & qd a c aream potest m n et n x. Ostendū iam qd m x ex binis medijs est prima. Quoniam a e ipsi e d est incōmensurabilis longitudine/ cōmensurabilis autē est per 4-9 decimi e d ipsi a b: incōmensurabilis igitur

tur per 13 decimi est a e ipsi a b longitudo. Et quoniam commensurabilis est a g ipsi e g: commensurabilis est a e vtriusque ipsarum a g, g e. Et a e rationalis est. rationalis igitur & vtriusque ipsarum a g, g e, per comparationem. Et quoniam incommensurabilis est a e ipsi a b, commensurabilis autem est a e vtriusque ipsarum a g, g e: & ipsi a g, g e, igitur commensurabiles sunt ipsi a b. Ipsa b a, a g, g e, igitur per 13 decimi rationales sunt: potentia tantum commensurabiles. Quare per 21 decimi vtriusque ipsarum a h, g k: media est. quare & vtriusque ipsarum f n, n p: medium est. & ipsi f n, n x, igitur mensurabile est & a h ipsi g k, hoc est f n ipsi n p, hoc est quod ex m n ei quod ex n x. quare & ipsa m n, n x: potentia sunt commensurabiles. Et quoniam incommensurabilis est a e ipsi e d longitudo: sed ipsa quidam a e commensurabilis est ipsi a g, & e ipsi e f: incommensurabilis igitur est per 13 decimi a g ipsi e f. Quare per 1 sexti & 11 decimi & a h ipsi e l incommensurabile est: hoc est f n ipsi m r, hoc est o n ipsi n r, hoc est m n ipsi n x, incommensurabilis longitudo est. Ostenditur autem est quod ipsi m n, n x, media existens: potentia sunt commensurabiles. Ipsa igitur m n, n x, media sunt: potentia tantum commensurabiles. Dico itaque quod & rationales comprehendunt. Quoniam enim de supponitur vtriusque ipsarum a b, e f, commensurabilis: commensurabilis igitur per 12 decimi est & f e ipsi e k. Et vtriusque ipsarum rationalis, rationale igitur est e l: hoc est m r. Sed m r: est quod sub m n & n x. Si vero per 37 decimi binarum media potentia tantum commensurabiles/compositae fuerint rationale comprehendentes: tota irrationalis est/vocaturque ex binis prima medijs. Igitur ipsa m n x: ex binis est prima medijs. Quod erat ostendendum.

Eucl. ex Camp.

Propositio 50.

In binomio tertio ac linea rationali super superficies continetur: linea in eam potens erit bimediale secundum.

CAMPANVS. Dispositio & hypotheses maneant ut supra.

Eritque ex his hypothesis & diffinitione binomij tertij & 19 vna: vtriusque quatuor superficies in quas diuisa est superficies a c: medialis. quare vtriusque duorum quadratorum l m, m n, & vtriusque supplementorum p m & m q: erit etiam mediale. vtriusque igitur duarum linearum l r & r p: erit medialis. Et cum duae superficies a f & f h sint communicantes: eo quod duae lineae b f & f d sint communicantes: per secundam partem 13 erunt duae lineae l r & r p communicantes in potentia. in longitudo vero non: quia superficies l m non communicat cum superficie m p, eo quod neque a f communicat cum d g. Nam linea b f non communicat cum d e. Cum igitur ipsae contineant superficiem quae est p m: constat ex 32 lineam l p esse mediale secundum. Quod est propositum.

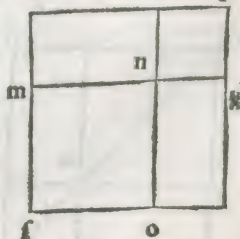
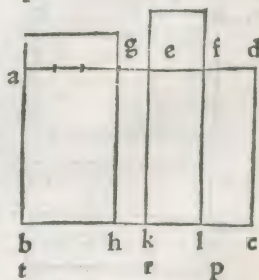
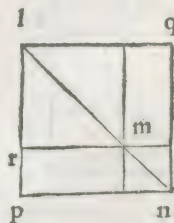
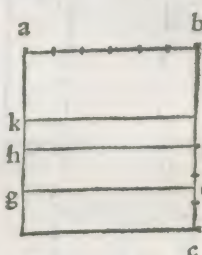
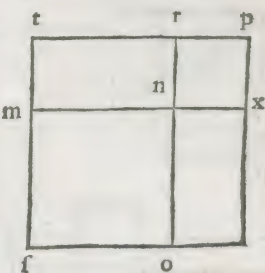
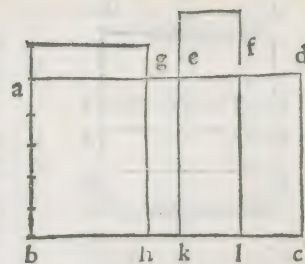
Eucl. ex Zamb.

Theorema 38. Propositio 56.

Si superficies sub rationali & ex binis nominibus tertia comprehendens fuerit: superficiem potens irrationalis est/appellaturque ex binis secunda medijs.

THEON ex Zamberto. Areola namque a b c d: comprehendatur sub rationali a b, ac ex binis nominibus tertia a d diuisa in nomina in e, quorum maius sit a e. Dico quod areolam a c potens irrationalis est/vocaturque ex binis secundis nominibus. Construantur namque eadem quae prius. Et quoniam a d ex binis nominibus: ipsa igitur a e, e d, rationales sunt potentia tantum commensurabiles/& ipsa a e ipsa e d maius potest eo quod fit ex sibi commensurabili/& ipsarum a e, e d, neutra ipsi a b est commensurabilis longitudo. Similiter iam ex ijs quae prius sunt ostensa/demonstrabimus: quod ipsa m n, n x, media sunt potentia tantum commensurabiles. Quare m n x: ex binis est medijs. Ostendendum etiam quod & secunda. Quoniam incommensurabilis est ipsi e f: incommensurabilis igitur est per 13 decimi e f ipsi e k longitudo. Suntque rationales ipsae f e, e k, igitur rationales sunt potentia tantum commensurabiles. Medium igitur per 21 decimi est e l: hoc est m r. comprehenditurque sub m n, n x, medium igitur est quod sub m n, n x. Ipsa igitur m n x: ex binis est secunda medijs. Quod fuerat ostendendum.

x. j.



Eucl. ex Zamb. Theorema 40. Propositio 58.

58 ¶ Si areola cōprehendatur sub rationali/ac ex binis quinta no-
minibus: areolam potens irrationalis est/appellata rationale me-
diumq; potens.

THEON ex Zāb. ¶ Areola etenī a c: cōprehēdatur sub rationali a b, ac ex
binis quinta noibus a d diuisa in noia in e, vt maius nomē sita e. Dico q; ip-
sam a c areolā potens: irrationalis est/appellata rationale mediūq; potens. Con-
struantur enī ea quæ superius demonstrata sunt. Nō dubiū q; a c areolā potens: est
m x. Ostendendum tam: q; m x est rationale mediūq; potens. Quonā enī incō-
mēsurabilis est a g ipsi g e: incōmēsurabile igitur est per primā sexti & 11 de-
cimi & a h ipsi h e, hoc est quod ex m n ei quod ex n x. Ipsæ igitur m n, n x:
potētia sunt incōmēsurabiles. Et qm a d ex binis est quinta noibus, ac eius
minis segmentū est e d: cōmēsurabilis igitur est e d ipsi a b lōgitudine. Sed a
e: ipsi e d est incōmēsurabilis. & a b igitur per 13 decimi ipsi a e est incōmē-
surabilis lōgitudine. Ipsæ igitur a b, a e, rationales sunt: potētia tantū cōmēsu-
rabiles. mediū igitur est per 21 decimi a k: hoc est cōflatū ex ijs quæ ex m n, n
x. Et quonā cōmēsurabilis est d e ipsi a b lōgitudine hoc est e k, sed d e ipsi
e f cōmēsurabilis est: & e f igitur per 12 decimi ipsi e k cōmēsurabilis est. Ra-
tionalis autem e k, rationale igitur per 19 decimi & e l, hoc est m r: hoc est quod
sub m n, n x. Ipsæ igitur m n, n x, per 40 decimi potētia incōmēsurabiles sūt:
efficientes cōflatum ex ipsarum quadratis medium/& quod sub ipsis rationa-
le. ipsa igitur m x: est rationale mediūq; potens, ipsamq; potest aream a e.
Quod fuerat demonstrandum.

Eucl. ex Camp.

Propositio 53.

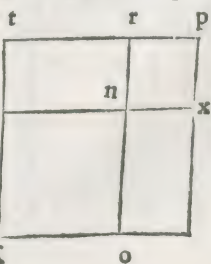
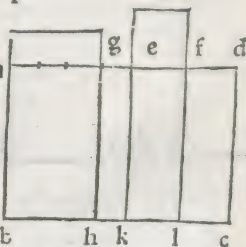
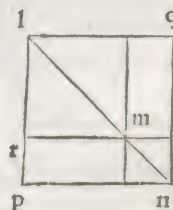
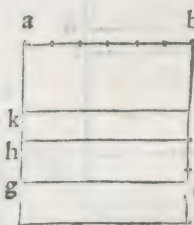
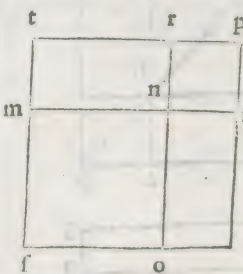
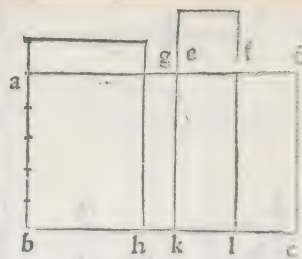
¶ I binomio sexto lineaq; rōnali superficies cōtineatur: linea
quę in eam potest/in duo medialia potēs esse probatur.

CAMPANVS. ¶ Hęc 53: adhuc te sustinet ociari a pigēdis figu-
ris, cōtēta enī est pmissis dispositione & positionibus. Quibus stantis
mi & 19/ quālibet ex superficiebus a d & d g & g c (propter quod & ambo qua-
drata l m & m n pariter accepta & p m & m q) esse medialē. Cūq; b f & f d (pro-
pter quod a f & f h, ideoc; l m & m n) sint incōmēsurabiles: erūt duæ lineæ b
c & r p incōmēsurabiles in potētia. At quia ipsæ cōtinent superficiem media-
lem p m, earūq; ambo quadrata pariter accepta sunt medialia: quod est duplo su-
perficiē vnus in alterā incōmēsurabile/quod ex eo probatur q; superficies b h
est incōmēsurabilis superficiēi h c, propter hoc q; linea d b est incōmēsurabi-
lis lineæ d c: sequitur ex 35 lineam l p esse/quæ potest in duo medialia.

Eucl. ex Zamb. Theorema 41. Propositio 59

59 ¶ Si areola cōprehendatur sub rationali/& ex binis sexta noibus:
areolam potens irrationalis est/appellata bina potens media

THEON ex Zamberto. ¶ Areola namq; a b c d: cōprehendatur sub ra-
tionali a b, & ex binis nominibus a d diuisa in nomina in e, vt maius nomen
sit a e. Dico q; ipsam a c potens: irrationalis est/appellata bina potens media.
Construantur enim quæ & in præostensis. Non dubiū q; m x est potens ipsam
a c: & q; incōmēsurabilis est m n ipsi n x potētia. Et quonā incōmēsurabi-
lis est a e ipsi a b lōgitudine: ipsæ igitur a e, a b, rationales sunt potētia tan-
tum cōmēsurabiles. medium igitur est per 21 decimi a k: hoc est cōpositū ex
ijs quæ ex m n, n x. Rursus quonā incōmēsurabilis est e d ipsi a b lōgitudine:
incōmēsurabilis igitur est e f ipsi e k. Et f e, e k, igit rōnales sūt: potētia tantū
cōmēsurabiles. mediū igitur est per eandē e l: hoc est m r, hoc est cōflatū sub
m n, n x. Et quonā incōmēsurabilis est a e ipsi e f: & a k ipsi e l incōmēsurabi-
le est. Sed a k quidē est cōflatum ex ijs quæ ex m n, n x: & e l est quod sub m
n, n x. incōmēsurabile igitur est per primā sexti & 11 decimi cōpositum
ex ijs quæ ex m n, n x: ei quod sub m n, n x. & ipsorum vtrūq; medium est,
x. l j.



Ipsæ igitur m, n, x : potentia sunt incommensurabiles. Ipsa igitur m, x bina potens est media per 4. & decimi: & ipsam potest a c. quod ostendere oportebat.

Eucl. ex Camp.

Propositio 54.

SI lineæ rationali æquū quadrato binomij rectangulū adiū gatur: latus eius secundū binomij primū esse cōueniet.

CAMPANVS. Hæc sex sequētes: cōuersæ sunt sex præcedentiū per ordinē. Huius autē est hæc intentio. Sit lineæ a b binomij: diuisa ad punctū c in duas lineas a c & c b, secundū suā diffinitionē aut terminum. eiusq; a b quadratū sit b d. sitq; lineæ e frationalis in longitudine: cui adiūgat superficies e g æqualis quadrato b d. Dico q; latus secundū huius superficiē: quod est lineæ f g: est binomij primū. Diuidatur enī quadratū b d in duo quadrata b h & h d, quæ sint quadrata duarū linearū portionū binomij: & in duo supplementa a h & h k, quorum utrūq; cōtinetur sub duabus portionibus binomij, eritq; ex diffinitione binomij quæ habetur per 30. utrūq; istorū quadratorum rationale: & per 19. utrūq; supplementū mediale. Ex superficie igitur e g, abscindatur superficies e l æqualis quadrato d h, & l m æqualis quadrato h b, & n p æqualis vni duorū supplementorum a h vel h k. eritq; p g residua: æqualis reliquo supplemento. quare per primam sexti lineæ n q: est æqualis lineæ q g. Ex præmissis autem manifestum est q; utraq; duarū superficiē e l & l m (& ideo tota superficies e n) est rationalis. Et utraq; duarū æqualiū n p & p g (& ideo tota m g) medialis. quare per 16. utraq; duarum linearū f l & l n, & tota lineæ f n, rationalis in longitudine: & lineæ e frationali positæ cōmensurabilis, & per 20. utraq; duarum n q & q g, & tota n g: rationalis in potentia tantum: incommensurabilis lineæ m n (& ideo lineæ e f sibi æquali: & per consequens & lineæ f n) in longitudine. Si igitur lineæ f n, quæ est maior lineæ n g vt ex primo duorum antecedentiū 35 demonstrationi subiunctorū & prima sexti apparet: fuerit potentior lineæ n g minori in quadrato lineæ secum cōmunicantis in longitudine: tunc ex diffinitione binomij primi manifestum est lineam f g esse binomij primū. Hoc autem ita esse sic habeto. Cum inter duo quadrata d h & m h b, sit per primā sexti superficies a h medio loco proportionalis: conuincitur ex prioribus hypothesibus superficiem m q esse inter superficies e l & l m medio loco proportionalis. quare per primam sexti lineæ n q quæ est media: etas lineæ n g est medio loco proportionalis inter duas lineas f l & l n. Quod igitur sit ex f l in l n: est quantum quod ex n q in se per 16. sexti. ideoq; per 4. secundi quantum quarta pars quadrati lineæ n g. Itaq; per primam partem 13. cum lineæ n g datur a superficie sibi adiuncta æquali quartæ parti quadrati breuioris lineæ n g itaq; ad complendā totam lineam f n desit superficies quadrata: in duo cōmunicatā ad punctū l: erit f n potentior n g in quadrato lineæ sibi cōmunicatis in longitudine. Constat ergo propositum.

Lemma.

THEON.

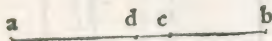
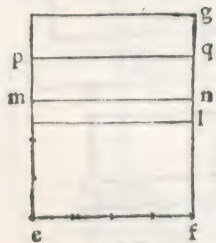
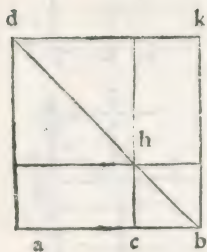
Si recta lineæ secetur in inæqualia: quæ ab inæqualibus quadrata/maiora sūt eo qd bis sub inæqualibus cōprehensum est rectangulū.

Sit recta lineæ a b: seceturq; in inæqualia in c, sitq; maior a c. Dico q; quæ ex a c, c b: maiora sunt eo quod bis sub a c, c b. secetur enim per 10. primi a b bis fariam in d. Quoniam igitur recta lineæ secta est in æqualia in d, & in inæqualia in c: igitur per 5. secundi quod sub a c, c b, vna cum eo quod ex c d æquum est ei quod ex a d, & perinde quod sub a c, c b: minus est eo quod ex a d. Quod igitur bis sub a c, c b: est minus qd duplum eius quod ex a d. Sed quæ ex a c, c b: dupla sunt eorū quæ ex a d, c d. ergo quæ ex a c, c b: maiora sunt eo quod bis sub a c, c b. quod erat ostendendum.

Eucl. ex Zamb. Theorema 42. Propositio 60.

Quæ ab ex binis nominibus ad rationalem comparata latius do: efficit ex binis nominibus primam.

THEON ex Zamb. **E**sto ex binis nominibus a b: diuisa in noia in c, vt maius nomē sit a c. exponaturq; rōnalis d e. & ei quod ex a b æquū ad ipsam d e cō-



paretur p 44 primi d e f g: latitudinē efficiēs d g. Dico q d g ex binis est prima noibus. Cōparetur enī per 44 primi ad d e, ei qdē quod ex a c equū d h: ei autē quod ex b c, æquū k l. Reliquū igit quod bis sub a c, c d: p 4 secūdi equū est ipsi m f. Secet p 10 primi qdē m g bifariā in n: exciteturq p 31 primi parallelus n x vtrūq ipsarū m l, g f. Vtrūq igitur ipsorū m x, n f, æquū est ei quod sub a c, c b. Et quoniā a b ex binis noibus est diuisa i noia in c: ipsæ igitur a c, c b, rōnales sūt potētia tantū cōmensurabiles. Quæ igitur ex a c, c b: rōnalia sūt & sibi inuicē cōmensurabilia. Quare per 15 decimi & cōstatū ex ijs quæ ex a c, c b: cōmensurabile est eis q ex a c, c b, rationale igitur est cōpositū ex ijs q ex a c, c b. Et ipsi d l est equale, rōnale igit est d l. Et ad ipsā d e cōparat, rōnalis igitur p 20 decimi d m: & ipsi d e lōgitudine cōmensurabilis. Rursus qm a c, c b, rōnales sūt potētia tantū cōmensurabiles: mediū igitur est quod bis sub a c, c b, hoc est m f, & ad ipsā cōparatur m l rationale, rationalis igit est & m g: ipsi l m incōmensurabilis (hoc est ipsi d e) lōgitudine, est autē & m d rationalis: & ipsi d e lōgitudine cōmensurabilis. Incōmensurabilis igitur est per 13 decimi d m: ipsi m g lōgitudine. Sūtq ipsæ igitur d m, m g, rōnales: potentia tantū cōmensurabiles, ex binis noibus igitur est per 36 decimi d g. Ostendendū q & prima. Qm enī per lēma pcedens 54 decimi eorū q ex a c, c b, mediū proportionale est quod sub a c, c b: & ipsorū igitur d h, k l, mediū proportionale est m x. Est igitur per constructionē sicut d h ad m x: sic m x ad k l, hoc est sicut d k ad m n: sic m n ad m k, quod igitur sub d k, k m: æquū est ei quod ex m n. Et qm cōmensurabile est quod ex a c ipsi quod ex b c: cōmensurabile est & d h ipsi k l, quare per 1 sexti & 11 decimi & d k ipsi k m cōmensurabilis est. Et quoniā maiora sunt quæ ex a c, c b, eo quod bis sub a c, c b: maius igitur est & d l ipso m f. Quare p lēma pcedens & per primā sexti & d m: ipsa m g maior est, & est æquale quod sub d k, k m: ei quod ex n g, hoc est quartæ parti eius quod ex m g, & cōmensurabilis est d k ipsi k m. Si vero per 17 decimi fuerint binæ rectę linę inæquales/quartæ autē parti eius quod ex minore æquū/ad maiore cōparet deficiēs specie a quadrato: & in cōmensurabilia ipsam diuiserit: maior minore maius potest eo quod fit ex sibi cōmensurabili. Ipsa igitur d m: ipsa m g maius potest eo quod fit ex sibi cōmensurabili. Suntq rōnales ipsæ d m, m g: & d m nomē maius existēs/cōmensurabilis est longitudine ipsi d e expositæ rationali: ipsa igitur d g: ex binis nominibus est prima, quod oportuit demonstrare.

Eucl. ex Camp.

Propositio 55.

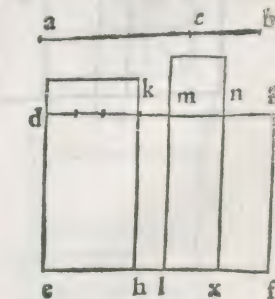
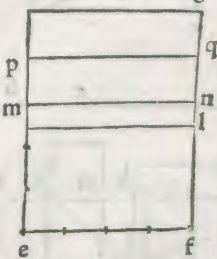
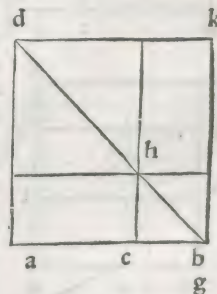
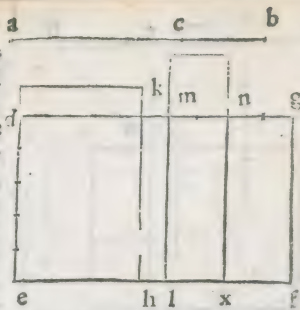
S I linę rōnali equa supficies quadrato bimedialis primi adiūgat: latus eius reliquū binomiū scdm esse oportebit. **CAMP.** Sit linea a b bimediale primū: diuisa ad pūctū c scdm suū terminū. cetera autē sint vt prius. Dico linę f g esse binomiū scdm suū terminū. Erit enī supficies m g rōnalis: eo q partes bimedialis primi cōtinēt supficiē rōnalē, & supficies tres e l, l m, & tota e n, mediales cōmunicātes: eo q portiones bimedialis primi sunt linę mediales potētia tantū cōmunicātes ex 31. Per 16 igitur erit linea n g rationalis in longitudine: cōmensurabilis linę e f rationali positę, & per 20 linea f n rōnalis in potentia tantū, quæ cū sit maior linę n g ex primo duorū antecedentiū demonstratiōni 35 adiunctorū & 1 sexti/ eaq potētiō quadrato linę cōmunicātis secū in longitudine ex prima parte 13: erit a diffinitione linea f g binomium secundū, quod est propositum.

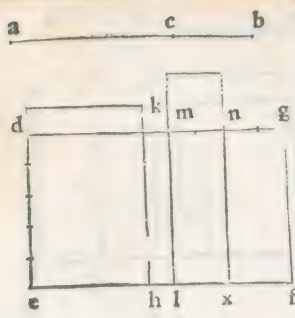
Eucl. ex Zamb. Theorema. 43.

Propositio 61.

Q ua ab ex binis medijs prima ad rationalem comparata latitudo: efficit ex binis nominibus secundam.

THEON ex Zāb. **E**st p 43 decimi ex binis medijs prima a b: diuisa in medias i c, quartū a c maior sit, exponatq rōnalis d e. Cōpareturq p 44 primi ad ipsam d e, ei quod ex a b æquū parallelogramū d f: latitudinē efficiēs d g. Dico q ipsa d g: ex binis est secūda noibus. Cōstruātur enī eadē quæ & in pcedēti. Et qm a b ex binis medijs est prima diuisa i c: ipsę a c, c b, igit p 37 decimi mediæ sunt potentia tantum cōmensurabiles rationale cōprehēdētes. Quare p 14 decimi & q ex a c, c b, media sunt, mediū igitur per correlariū 23 x, iij.





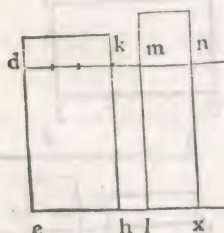
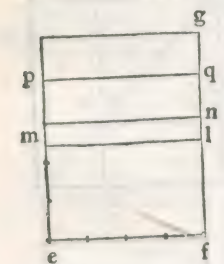
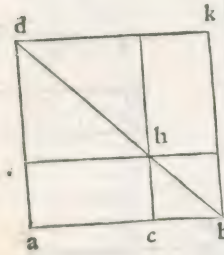
decimi/est d l. Et ad ipsa d e cōparatur. rōnalis igitur est p 22 decimi m d. & ipso si d e lōgitudine incōmensurabilis. Rursus quoniā rationale est quod bis sub a c, c b: rationale est & m f. ad ipsam q m l rationale cōparatur. rationalis igitur est per 20 decimi m g: & longitudine cōmensurabilis ipsi m l, hoc est ipsi d e. Incōmensurabilis igitur est d m: ipsi m g longitudine. Suntq; rationales. ipse igitur d m, m g: rationales sunt potentia tantum cōmensurabiles. ex binis igitur noibus est per 36 decimi d g. Ostendendū iam q; & secunda. Quoniā enī q; ex a c, c b, maiora sunt eo quod bis sub a c, c b: maius est igitur & d l ipso m f. quare per primā sexti & d m ipsa m g. Et quoniā cōmensurabile est quod est ex a c, ei quod ex c b: cōmensurabile est & d h ipsi k l. Quare & d k ipsi k m cōmensurabilis est. & id quod sub d k, k m: æquū est ei quod ex n g. Ipsa igitur d m: ipsa m g maius potest eo quod fit ex sibi cōmensurabili. & m ipsi d e lōgitudine cōmensurabilis est. ipsa igit d g: ex binis noib; est secūda. qd erat ostendū.

Eucl. ex Camp.

Propositio 56.



Vm adiuncta fuerit lineę in longitudine rationali superficies rectangula æqualis quadrato bimedialis secūdi: latus eius secundum binomium tertium esse necesse est.



CAMPANVS. Si fuerit linea a b bimediale secundū diuisa per terminū suū ad punctū c, reliqua vero omnia fuerint vt prius: erit linea f g binomium tertium. Erit enī ex 32 & nostris positionibus vtrq; superficierum e n & m g: medialis. quare per 20 vtrq; duarū linearū f m & n g erit rationalis in potentia tantū: lineæ e f rationali potētia cōmensurabilis. At quia bimedialis secūdi partes sunt cōmunicantes in potentia tantum: erit superficies e l cōmunicans superficiēi m, & ideo linea f l lineæ l n. potentior ergo est per primā parē em 13 f n q; sit n g: in quadrato lineę sibi cōmunicātis in lōgitudine. Cūq; sint superficies a h & quadratū h b incōmensurabilia eo q; lineæ a c & c b incōmensurabiles/ideoq; & ambo quadrata pariter accepta ambobus supplementis pariter acceptis eo q; quadrata sibi inuicem cōmunicant ex hypothesi supplementa quoq; cū sibi inuicē sint equalia: sequitur vt superficies e n sit incōmensurabilis superficiēi m g. & ideo linea f n: lineę n g. per diffinitionem igitur est linea f g: binomium tertium. Quod est propositum.

Eucl. ex Zamb.

Theorema. 44. Propositio 62.

Quæ ab ex binis secunda medijs ad rationalem comparata latitudo: efficit ex binis nominibus tertiam.

THEON ex Zāb. Esto per 44 decimi ex binis medijs secūda a b: diuisa i medias in c, vt maius segmētū sit a c. rationalis autē esto d e. & ad ipsam d e, ei qd ex a b æquū parallelogramū cōparetur per 44 primū d f. latitudinē efficiens d g. Dico q; d g est ex binis nominibus tertia. Construatur eademque in præcedentibus. Et quoniā a b ex binis est secunda medijs diuisa in c: ipsa igitur a c, c b, per 38 decimi mediæ sunt potentia tantum cōmensurabiles medium cōprehēdentes. quare & cōflatum ex ijs quę ex a c, c b, medium est. & est æquale ipsi d l. mediū igitur est et d l. cōparaturq; ad rationalem d e. Rationalis igitur est per 22 decimi m d: & ipsi d e longitudine incōmensurabilis. Id propterea iam & m g rationalis est: & ipsi m l incōmensurabilis (hoc est ipsi d e) lōgitudine. Rationalis igitur est vtrq; ipsarū d m, m g: & ipsi d e lōgitudine ne incōmensurabilis. Et quoniā a c ipsi c b lōgitudine est incōmensurabilis: sicut autē p lēma pcedēs 22 decimi a c ad c b sic qd ex a c ad id quod sub a c, c b: incōmensurabile igitur est et qd ex a c ei qd sub a c, c b. Quare et cōflatū ex ijs q; ex a c, c b: ei qd bis sub a c, c b, incōmensurabile est. hoc est d l ipsi m f. Quare per 1 sexti et 11 decimi et d m ipsi m g incōmensurabilis est. Suntq; rationales. Ipsa igitur d g: ex binis nominibus est. Ostendendum iam q; et tertia. Similiter iam sicut in præcedentibus ratiocinabimur q; maior est d m ipsa m g: ex m d k ipsi k m cōmensurabilis est. Estq; quod sub d k, k m, æquum ei quod ex m g. Ipsa igitur d m: ipsa m g maius potest eo quod fit ex sibi cōmensurabili. & neutra ipsarū d m, m g: cōmensurabilis est ipsi d e, longitudine. ipsa igitur d g: ex binis est tertia nominibus. quod erat ostendendum.

Eucl. ex Camp.

S I lineæ rōnali rectāgūlū æquū quadrato lineæ maioris ad iūgatur: alterū se cōtinentiū laterū erit binomiū quartū. **CAMPANVS.** Si hæc quoq; fuerit linea a b linea maior diuisa secundū terminū suū ad punctū c, cūq; reliqua nō fuerint aliter q̄ prius: erit linea f g binomiū quartū. Cū enī sint ambo quadrata portio nū lineæ maioris pariter accepta rationale: erit superficies e n rationalis. ideoq; p 16 linea f n rationalis in longitudine: cōicans lineæ e f rationali positæ, superficies vero m g erit medialis: propter illud q̄ portiones lineæ maioris cōtinent superficiē mediale. itaq; per 20 linea n g est in potētia rationalis tantū. et quia etiā portiones præfatæ lineæ a b sūt potētiā incommensurabiles: superficies el incommensurabilis erit l m. ideoq; linea f l: lineæ l n. igitur per primā partē 14 linea f n est potentior linea n g: in quadrato lineæ sibi incommensurabilis. Ex diffinitione igitur est linea f g binomium quartum. quod erat propositum.

Eucl. ex Zamb. Theorema. 45. Propositio 63.

Quæ ex maiore ad rationalem comparata latitudo: efficit ex binis quartam nominibus.

THEON ex Zāb. Sit maior a b diuisa in c: ut maior sit a c ipsa c b. Rationalis vero esto d e. & ei quod ex a b æquum ad ipsam d e comparatur per 44 primi d f parallelogrammum: latitudinem efficiēs d g. Dico q̄ d g ex binis est quarta nominibus. Construatur eadē quæ in præostensis. Et quoniam per 39 decimi maior est a b diuisa in c: ipsæ a c, c b, potētia sunt cōmensurabiles efficiētes conflātū ex ijs quæ ex ipsis sūt quadrata rationale/quod vero sub ipsa mediū. Quoniam igitur rationale est conflātum ex ijs quæ ex a c, c b: rationale igitur est d l. rationalis igitur est & m d: & ipsi d e longitudine cōmensurabiles. Rursus qm mediū est quod bis sub a c, c b, hoc est m f, & ad rationale comparatur m l: rationalis igitur per 22 decimi est & m g, & ipsi d e longitudine incommensurabiles. Incommensurabilis igitur est per 13 decimi & d m ipsi m g longitudine. Ipsæ igit d m, m g, rationales sunt potētia tantū cōmensurabiles. ex binis igitur nominibus est d g. Ostendēdū iam q̄ & quarta. Similiter iā sicut & in præcedētibz ratiocinabimur q̄ maior est d m ipsa m g: & q̄ quod sub d k, k m æquū est ei quod ex n g. Quoniam igitur incommensurable est quod ex a c: ei quod ex c b: incommensurable igitur est & d h ipsi k l. Quare per primā sexti & 11 decimi & d k ipsi k m incommensurabilis est. Si autē fuerint binæ rectæ lineæ inæquales: quartæ autem parti eius quod fit ex minore per 17 decimæ æquum comparatum fuerit parallelogrammum ad maiorem specie a quadrato efficiēs: & in incommensurabilia ipsam diuiserit: maior minore maior potētia quod sit a sibi incommensurabili lōgitudine. ipsa igitur d m: ipsa m g maior potētia quod sit a sibi incommensurabili, sunt & ipsæ d m, m g, rationales potētia tantū cōmensurabiles. & d m cōmensurabilis est ipsi expositæ rationali d e. ipsa igitur d g: ex binis nominibus est quarta. quod erat ostendendum.

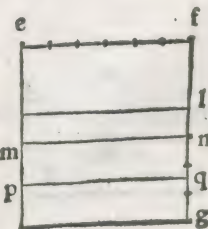
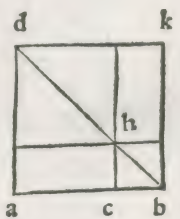
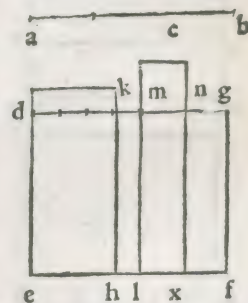
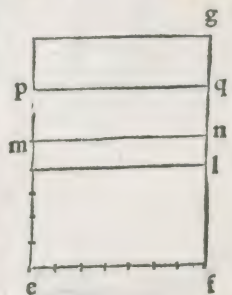
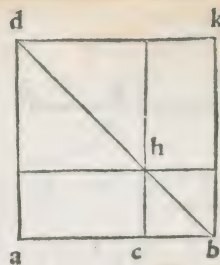
Eucl. ex Camp.

Propositio 58.

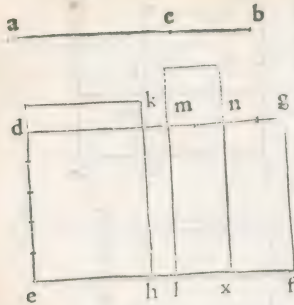
S I lineæ rōnali quadrato lineæ potētis supra rōnale & mediale æqualis parte altera longior forma adiungatur: alterum latus eius binomium quintum esse necesse est.

CAMP. Proposita linea a b ea q̄ potest supra mediale & rōnale diuisa secundū diffinitionē ad punctū c: nihil inutē dereliquis. seq̄q; lineā f g esse binomium quintū. Cū enim partes huius lineæ a b cōtineant rationale superficiem: necesse est ut superficies g m (ideoq; p 16 linea n g) sit rationalis. Cūq; abo quadrata partē huius lineæ pariter accepta sint mediale: erit superficies e n medialis & per 20 linea f n rationalis in potētia tantū lineæ f e potētia rōnali cōmunicans. At quia portiones prædictæ lineæ sunt incommensurabiles in potētia: erit superficies e l incommensurabilis superficiē m l. ideoq; & linea f l: lineæ l n. potentior igit est per primā partē 14 linea f n linea n g: in quadrato lineæ sibi incommensurabilis. Per diffinitionē itaq; binomij quinti: conclude propositū.

x. iiii



Eucl. ex Zamb. Theorema 46. Propositio 64.

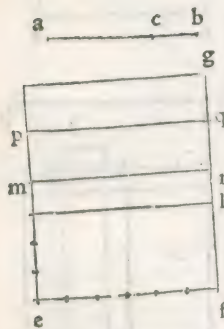


Quæ ex rationale mediumque potente ad rationalem comparata latitudo efficit ex binis quintam nominibus.

THEON ex Zamb. **¶** Sit rationale mediumque potens a b diuisa in rectas lineas in c, ut sit maior a c exponaturque rationalis d e, & ei quod ex a b æquum ad d e comparetur d f per 44 primi: latitudinē efficiens d g. Dico qd d g ex binis est quinta nominibus. Cōstruatur eadē quæ in præcedentibus. Et quoniam a b est rationale mediumque potens diuisa in c: ipsæ igitur a c, c b, potentia sunt incommensurabiles efficientes conflatur ex earū quadratis medium: quod vero sub ipsis rationale. Quoniam igitur conflatum ex ijs quæ ex a c, c b, medium est: medium igitur est d l. Quare rationalis est d m: & ipsi d e longitudine incommensurabiles. Rursus quoniam rationale est quod bis sub a b, b c, hoc est m: irrationalis igitur est m g, & ipsi d e commensurabiles. Incommensurabilis igitur est d m: ipsi m g, ipsæ igitur d m, m g, rationales sunt potentia tantū commensurabiles, ex binis igitur nominibus est d g. Dico qd & quinta. Similiter namque ostendetur qd quod sub d k, k m, æquum est ei quod ex n g: & qd k ipsi k m longitudine incommensurabilis est, & ipsæ d m, m g, rationales sunt potentia tantū commensurabiles, & minor m g: commensurabilis est ipsi d e longitudine. Ipsa igitur d m: ex binis est quinta nominibus. Quod erat ostendendum.

Eucl. ex Camp.

Propositio 59.

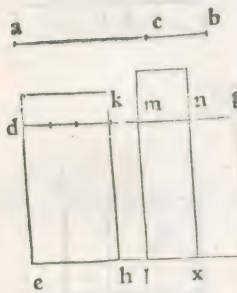


¶ Votiens adiuncta fuerit lineæ rationali superficies recta: gula equalis quadrato lineæ potentis in duo medialia: eiusdē superficie latus secundū binomium sextū esse cōiunctū.

CAMPANVS. **¶** In hac 59 sit lineæ a b lineæ potens supra duo medialia: autē præter hæc sunt: sicut supra/ maneant, & erit tūc lineæ f g binomium sextum: quod ignorare non poteris: si præmissorum eiusque quod 35 proponit/ in memor non fueris. & sic patet in hac: nostra intentio.

Eucl. ex Zamb. Theorema 47. Propositio 65.

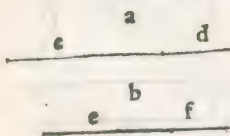
Quæ ex bina media potente ad rationalem comparata latitudo efficit ex binis nominibus sextam.



THEON ex Zamb. **¶** Esto per 47 decimi bina potens media a b: diuisa in c. rationalis autem esto d e, & ad ipsam rationalem d e: ei quod ex a b æquum in c. rationalis autem esto d e, & ad ipsam rationalem d e: ei quod ex a b æquum comparetur per 44 primi d f, latitudinē efficiens d g. Dico qd ipsa d g: ex binis nominibus est sexta. Cōstruantur etenim eadem quæ & in præcedentibus. Et quoniam a b bina media potens est diuisa in c: ipsæ igitur per 41 decimi a c, c b, potentia sunt incommensurabiles efficientes compositū ex earū quadratis medium: & quod sub ipsis medium & insuper incommensurable compositū ex earū quadratis. Quare per ea quæ ostensa sunt: medium est utrumque ipsorum d l, m l. Et ad rationalem d e comparatur, rationalis igitur est per 22 decimi utraque ipsarum d m, n g, & ipsi d e longitudine incommensurabiles. Et quoniam conflatum ex ijs quæ ex a c, c b, incommensurable est ei quod bis sub a c, c b: incommensurable igitur est per secundā partē 11 decimi d l ipsi m f. Incommensurabilis igitur est per primā sexti & 11 decimi & d m ipsi m g. Ipsæ igitur d m, m g: rationales sunt potentia tantū commensurabiles, ex binis igitur nominibus est d g. Dico qd & sexta. Similiter namque: rursus ut prius demonstrabimus: quia quod sub d k, k m, æquum est ei quod ex n g, & qd k ipsi k m longitudine incommensurabilis est, & neutra ipsarū d m, m g, commensurabilis est expositæ rationali d e longitudine. Ipsa igitur d g: secundas diffinitiones ex binis est sexta nominibus. qd erat ostendendum.

Eucl. ex Camp.

Propositio 60.



¶ Mnis lineæ cuiuslibet binomiorum communicans: sub eadem specie binomium esse probatur.

CAMPANVS. **¶** Sit lineæ a binomium cuiusvis speciei. sitque lineæ b ei communicans in longitudine. Dico lineam b esse binomium eiusdē speciei cuius a.

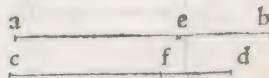
sint enī binomiales portiones a: c & d. eruntq; abae rationales in potentia tāū communicantes per 30. linea vero b diuidatur per 12 sexti secundū proportiōē c ad d: in e & f. eritq; per coniunctā & euerfā & permutatā proportionalitatem c ad e, & d ad f: sicut a ad b. Cum sint igitur a & b communicantes: erūt etiam per primam partē 10 c & e, itemq; d & f, cōmunicantes. Si igitur fuerit c rationalis in potentia tantū: erit & e. si autē in longitudine: & e. Eodē modo si d est rationalis in potentia tantum vel etiam in longitudine: erit quoq; & f similiter. & ex 12 si potērior est c, d, i quadrato lineae sibi cōmensurabilis in longitudine/ vel si forte incōmensurabilis: erit & e potērior f in quadrato lineae sibi cōmensurabilis vel etiam incōmensurabilis. necesse est ex diffinitionibus sex specierum binomiorū: vt eiusdem speciei binomij sint a & b. ¶ Si autem linea b cōmunicet binomio a in potentia tantum: erit etiā & sic linea b. Binomiu autē eiūsdē esse speciei non est necessarium: immo im possibile est vt ambae simul cadant sub prima specie binomiorū vel sub secunda/ quarta vel quinta. sed necesse est vt ambo cadant sub primis tribus aut ambo sub tribus postremis. vnum enim eorū esse in aliqua ex tribus primis speciebus: & aliud in aliqua ex tribus postremis: est impossibile. Cum enim a cōmunicet cum b in potentia tantum: c quoq; cum e, & d cum f cōmunicabit tantum in potentia ex 10. Si igitur alterutra duarum linearum e & d fuerit rationalis in longitudine: non erit sua compar ex lineis e & f rationalis in longitudine. Non est itaq; possibile vt a & b cadant simul sub aliqua ex illis speciebus binomiorū: in quibus altera duarū portionū binomii est rationalis in longitudine. hae autem species sunt: prima & secunda/ quarta & quinta. At vero quia per 12 duae lineae c & e simul potēiores sunt duabus lineis d & f in quadratis duarum linearum sibi in lōgitudine communicantiū aut incōmunicantium: necesse est vt ambo binomia a & b simul cadant sub primis tribus speciebus binomiorum aut simul sub tribus postremis ex diffinitione ipsarum specierum. Lineā autem b quid dubitas esse binomiu: cū sint enim c & e communicantes in potentia tantum similiter quoq; d & f, sint autem c & d rationales in potentia: conuincitur e & f esse rationales in potentia tantum. quae quia non communicant in longitudine sicut nec eis proportionales c & d: ipsae componunt indubitanter binomium per 30 huius.

Eucl. ex Zamb.

Theorema 4^sPropositio 6^a.

¶ Ei quē ex binis nominibus longitudine cōmensurabilis: ipsa quoq; ex binis nominibus est ac in ordine eadem.

¶ THEON ex Zāberto. ¶ Esto ex binis nominibus a & b ipsi a b longitudine cōmensurabilis esto c d. Dico q; ipsa c d ex binis nominibus est: & in ordine ipsi a b eadem. Quoniam enim per 42 decimi ex binis nominibus est a b: diuidatur in nomina in e, sit maius nomē a e. Ipsae igitur a e, e b, rationales sunt potentia tantum cōmensurabiles. Fiatq; sicut a b ad c d sic a e ad c f. Et reliqua igitur e b: ad reliquam f d per 19 quinti est sicut a b ad c d. Cōmensurabilis autem est per hypothesin a b ipsi c d longitudine. Cōmensurabilis igitur est per 11 decimi & ipsa a e ipsi c f: & e b ipsi f d. Suntq; rationales ipsae a e & e b, rationales igitur sunt per 11 decimi & ipsae c f, f d. Et quoniam est sicut a e ad c f sic est e b ad f d: vicissim igitur per 16 quinti sicut a e ad e b sic est c f ad f d. Ipsae autem a e, e b, potentia sunt cōmensurabiles. & ipsae c f, f d, igitur potētia tantum sunt cōmensurabiles. suntq; rationales. ex binis igitur nominibus est ipsa c d. Dico iam q; in ordine est eadem ipsi a b. ¶ Ipsa a e: ipsa e b aut maius potest eo quod sit ex sibi cōmensurabili/ vel eo q; sit ex sibi incōmensurabili. Si vero a e ipsa e b maius potest eo q; sit ex sibi cōmensurabili: & c f ipsa f d per 14 decimi maius poterit eo qd sit ex sibi cōmensurabili. Et si a e expositae rationali cōmensurabilis fuerit: & c f eidem cōmensurabilis erit per duodecimam decimi. Idq; propterea vtraq; ipsarum a b, c d, ex binis nominibus est prima/ hoc est in ordine eadem. Si vero e b cōmensurabilis est ipsi expositae rationali: & f d eidem cōmensurabilis est. Ac per hoc rursus in ordine eadem est ipsi a b. vtraq; enim ipsae





rum est ex binis nominibus secunda. Si vero neutra ipsarum a e, e b, commensurabilis est expositae rationali; neutra etiam ipsarum c f, f d, eidem erit commensurabilis. & utraq; tertia est. Si autem a e ipsa e b maius potest eo quod fit ex sibi incommensurabili; & c f, ipsa f d maius poterit eo quod fit ex sibi incommensurabili. & si a e expositae rationali commensurabilis est: & c f eidem commensurabilis est, & utraq; erit quarta. Si autem e b: & f d, erit utraq; quinta. Si vero neutra ipsarum a e, e b: & ipsarum c f, f d neutra commensurabilis est expositae rationali, eritq; utraq; sexta. Quare ei quae ex binis nominibus longitudine commensurabilis, ex binis nominibus est / & in ordine eadem, quod erat ostendendum.

Eucl. ex Cam.

Propositio 61.



Mnis linea alterutri bimedialium commensurabilis: sub eadem specie bimedialis esse ex necessitate conuincitur.

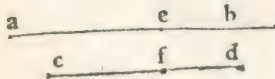
CAMPANVS. Veritatem habet quod dicitur: siue in longitudine siue etiā in potētia tantū comunicet aliqua linea alterutri bimedialiū. Sint enim duae lineae communicantes a & b quouis duorum mediorum predictorum, sitq; a bimediale primū vel secundū. dico qd etiam b bimediale primū vel secundū: prout fuerit a. Diuiso enim a bimediali in suas bimediales portiones ex quibus componitur per 31 & 32 quae sint c & d, b quoq; bimediales portiones ex quibus componitur per 31 & 32 quae sint e & f, erit per cōiecturā cōtēta sub c & d, & k sub e & f, et posito h quadrato d, & l, f, erit per cōiunctā & euerlā & permutatā proportionalitatē quēadmodū in premissa c ad e & d ad f, sicut a ad b, sicut igitur ex positione a & b sunt comunicatōes siue hoc sit in longitudine siue in potētia: sic c & e, itemq; d & f, similiter erūt comunicatōes. At quia c & d sunt mediales potētia tantū comunicantes cum ex 12 ut e & f sint etiā mediales / & ex 10 potētia tantū comunicantes cum ipsae per hypothesin sint proportionales c & d. Cūq; sit per primā sexti g ad h sicut c ad d, & k ad l sicut e ad f: erit g ad h sicut k ad l, & permutatim g ad k sicut h ad l. Quia igitur h est comunicatō l, eo qd duo eorū latera quae sūt d & f comunicant in longitudine vel in potētia secundū qd a & b in alterutro eorum comunicant: sequitur ex 10 ut g & k quoq; sibi inuicē comunicent, erit igitur k rationalis aut medialis prout fuerit g, ex diffinitione superficiei rationalis aut 21. In hoc enim tantū differt bimediale primū a bimediali secundo: qd portiones bimedialis primi in quas secundum suum terminū diuiditur / continēt superficiē rationālē. bimedialis autem secundū: medialē. Si igitur a fuerit bimediale primū: erit superficies g rationalis / quare & k, & ideo b bimediale primū per 31. Q2 si a fuerit bimediale secundū: erit superficies g medialis / ob hoc etiam & k, b itaq; per 32 erit bimediale secundū, quare cōstat propositū. Idem aliter. Ad lineā rationālē c d (posita a alterutro bimedialiū / & b sibi in lōgitudine vel potētia comunicante) adiungatur superficies c e & f g comunicantes: eo qd quadrata eis aequalia quae sunt quadrata linearū a & b sunt comunicatōia ex hypothesi. ex prima igitur sexti & decima huius: necesse est duas lineas d e & e g esse comunicatōes. Et quia si a fuerit bimediale primū linea d e erit binomium secundū per 55 / ideoq; e g etiā binomium secundū per prēmiam / quare latus tetragonici superficiei f g (& ipsum est b) bimediale primū per 49 / at vero si a fuerit bimediale secundū per prēmiam / quare & latus tetragonici superficiei f g (et ipsum est b) bimediale secundū per 50: manifestū est igitur verum esse quod proponitur.

Eucl. ex Zamb.

Theorema 49. Propositio 67.

Ei quae ex binis medijs longitudine commensurabilis: & ipsa ex binis est medijs / & in ordine eadem.

THEON ex Zamb. Eslo ex binis medijs a b: & ipsi a b commensurabilis esto lōgitudine c d. Dico qd c d ex binis est medijs & in ordine ipsi a b eadē.



Quoniam enim a b ex binis medijs est diuisa in medias in e: ipsa igitur a e, e b, per 37 & 38 decimi mediae sunt potentia tantum commensurabiles. Fiantque per 11 sexti sicut a b ad c d: sic a e ad c f. & reliqua igitur e b ad f d reliqua per 19 quinti est sicut a b ad c d. Commensurabilis autem est a b ipsi c d longitudine. commensurabilis igitur est & a e ipsi c f: & e b ipsi f d. sicutque mediae ipsae a e, e b, mediae igitur sunt & c f, f d. Et quoniam est sicut a e ad e b & c f ad f d, ipsae autem a e, e b, potentia tantum sunt commensurabiles: & ipsae igitur c f, f d, potentia tantum sunt commensurabiles. Ostensum autem quod mediae. Ipsa igitur c d: ex binis est medijs. Dico quod & in ordine eadem est ipsi a b. Quoniam enim est sicut a e ad e b sic est c f ad f d: & sicut igitur quod ex a e ad id quod sub a e, e b, sic quod ex c f ad id quod sub c f, f d. vicissim igitur per 16 quinti sicut quod ex a e ad id quod ex c f: sic quod sub a e, e b, ad id quod sub c f, f d. Commensurabile autem est quod ex a e ei quod ex c f. Commensurabile igitur & quod sub a e, e b, ei quod sub c f, f d. Si igitur rationale est quod sub a e, e b: & quod sub c f, f d, rationale est. ac per hoc est ex binis medijs prima. Si autem medium fuerit quod sub a e, e b: medium erit & quod c f, f d, & utraq; est secunda. ac per hoc & c d erit ipsi a b in ordine eadem. Quod erat ostendendum.

Eucl. ex Camp.

Propositio 62.

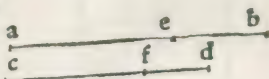
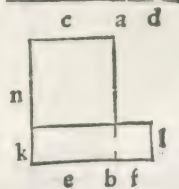
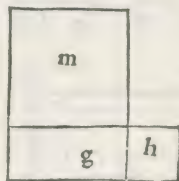
Mnis linea comunicans lineam maiori: est linea maior.

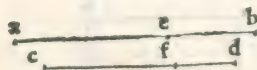
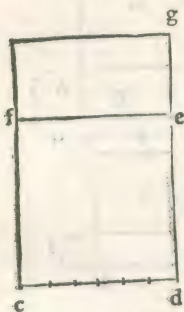
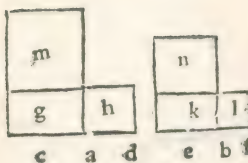
CAMPANVS. Et haec quoque veritatem habet: si utrobet modo communicans fuerit aliqua linea lineam maiori. Esto enim a linea maior: b vero quouis sibi comunicans modo. erit b linea maior. Diuisa namque a in eas portiones ex quibus constat per 33 quae sunt c & d, & b secundum earum proportionem in e & f, positoque quod g sit superficies contenta sub c & e, & k sub e & f, et m et h sint quadrata c et d, at n et l, et fierit m ad h sicut n ad l per 2 partem 18 sexti, & coniunctim m & h ad h: sicut n & l ad l, et permutatum m et h ad n et l: sicut h ad l, quia ergo h communicat cum l eo quod d communicat cum f, aut in longitudine aut in potentia prout a communicat cum b: segetur ut ambo quadrata m et h pariter accepta communicent cum ambobus quadratis n et l pariter acceptis. Cum itaque duo prima pariter accepta sint rationale per 33: erunt quoque et duo postrema rationale per diffinitionem. At quia superficiei k necessesse est esse mediale sicut g ex 21 lineaeque e et f esse incommensurabiles in potentia sicut c et d ex 10: concluditur per 33 lineam b esse lineam quae dicitur maior. quod est propositum. Idem aliter. Cum sit a linea maior cui b comunicat siue hoc fuerit in longitudine siue in potentia: sumpta linea rationali quae sit c d, adiungatur superficies ei c e, equalis quadrato lineae a, deinde f g equalis quadrato lineae b. Cum igitur quadrata duarum linearum a et b sint comunicantia ex hypothesis: erit superficies c e comunicans superficiei f g, ideoque per primam sexti & 10 huius linea d e lineae e g in longitudine. At quia ex 57 linea d e est binomium quartum: erit quoque per 60 linea e g binomium quartum, igitur ex 51 linea b potens in superficiem f g: est linea maior.

Eucl. ex Zamb. Theorema 50. Propositio 65.

Maiori commensurabilis: eadem quoque maior.

THEON ex Zamb. Esto maior a b: et ipsi a b commensurabilis esto c d. Dico quod & c d maior est. Diuidatur a b in e. Ipsa igitur a e, e b per 39 decimi potentia sunt incommensurabiles: efficietes quidem conflatum ex earum quadratis rationale/quod vero sub ipsis medium. Fiantque eadem quae in precedentibus. Et quoniam est per 12 sexti sicut a b ad c d sic est a e ad c f & e b ad f d, commensurabilis autem est a b ipsi c d: commensurabilis igitur est & utraq; ipsarum a e, e b, utriusque ipsarum c f, f d. Et quoniam est sicut a e ad c f sic e b ad f d: & vicissim per 16 quinti sicut a e ad e b sic est c f ad f d. Et componendo igitur per 18 quinti sic sicut a b ad e b: sic c d ad f d. & sicut igitur per 22 sexti quod ex a b ad id quod ex b e sic quod ex c d ad id quod ex f d. Similiter iam demonstrabimus quod & sicut quod ex a b ad id quod ex a e, sic quod ex c d ad id quod ex c f. Et sicut igitur per 11 quinti quod ex a b ad ea quae ex a e, e b: sic quod ex c d, ad ea quae ex c f, f d. Et vicissim igitur per 16 quinti sicut quod ex a b ad id quod ex c d: sic quae ex a e, e b, ad ea quae ex c f, f d. Commensurabile autem est id quod ex a b:





ei quod ex c d. Commensurabilia sunt igitur & quæ ex a e, e b: eis quæ ex c f, f d. Suntque quæ ex a e, e b, simul: rationale. & quæ ex c f, f d, simul: rationale. Similiter autem & quod bis sub a e, e b: commensurabile est ei quod bis sub c f, f d. At quod bis sub a e, e b: medium est. mediū igitur est & quod bis sub c f, f d. Ipsę igitur c f, f d, potentia sunt incommensurabiles: efficientes conflatum ex earum quadratis simul rationale: & quod bis sub ipsis mediū. Tota igitur c d: per 57 decimi irrationalis est: maior appellata. Maiori igitur commensurabilis: & eadē maior est. quod ostendendum fuerat.

Eucl. ex Camp.

Propositio 63.

Siqua linea lineæ potēti in rōnale & mediale cōmunicet: ipsa in rationale & mediale potens esse comprobatur.
CAMPANVS. Verū quoque est: quod qualitercūque linea aliqua sit cōmunicans potēti in rationale & mediale siue in longitudine siue in potentia tantum: ipsa etiam est potens in rationale & mediale, quod sicut prius duplici modo probatur. necesse est autem quantum ad primū modum: quod sicut dux lineæ c & d sunt in potentia incommensurabiles: ita sint etiam e & f per 10. & quæadmodū g est superficies rationalis (nam talē cōtinent portiones lineæ potēti in rationale & mediale) ita etiam per diffinitionem sit k rationalis. & quæadmodum duo quadrata m & h pariter accepta sūt mediale: sic etiā p 21 duo quadrata m & l pariter accepta erūt mediale. igitur ex 34 b est potens in rōnale et mediale. Quantum autē ad secūdū modum: necesse est ex 53 ut lineæ d e sit binomium quintū. ideoque & per 60 lineæ e g est binomium quintū. quare per 52 latus tetragonum superficiē f g, quod est b: erit lineæ potens in rationale & mediale. quod est propositum.

Eucl. ex Zamb. Theorema 51. Propositio 69.

Rationale ac medium potēti commensurabilis: & eadem rationale ac medium potens est.

THEON ex Zāb. Esto rationale mediumque potens a b: ipsi a b cōmensurabilis esto c d. Ostendendū: quod c d rationale ac mediū potens est. Distribuat per 46 decimā a b in rectas lineas in e. ipsæ igitur a e, e b, per 40 decimā potentia sunt incommensurabiles: efficientes quidem cōpositū ex earū quadratis mediū: quod vero sub ipsis rationale. & eadem constuantur quæ in præcedentibus. Similiter iam demonstrabimus quod c f, f d, sunt incommensurabiles. & cōmensurabile est conflatum ex ijs quæ ex a e, e b, cōflato ex ijs quæ ex c f, f d: quod autem sub a e, e b, ei quod sub c f, f d. Quare & conflatum ex ijs quæ ex c f, f d, quadratis mediū est: quod vero sub c f, f d, rationale. Rationale igitur est ac medium potens: ipsa c d. Quod erat ostendendum.

Eucl. ex Camp.

Propositio 64.

Mnis linea comunicans potēti in duo mediale: ipsa quoque potens est in duo mediale.
CAMPANVS. Hæc quoque manentibus eisdem dispositione & positionibus: eo duplici modo quo præmissæ probabitur vera esse: siue in longitudine siue in potentia cōmunicet lineæ b cū lineæ a potēti in duo mediale. Quantum enī ad primū argumentationis modū erit per 35 superficies medialis. ideoque & k per 21: cū cōmunicet ei, duo quoque quadrata m & h pariter accepta erunt ex eadem 35 mediale: ideoque duo n & l pariter accepta per 21. At quia duo quadrata m & h pariter accepta ex prædicta 35 sunt incommensurabile duplo superficiē g: sequitur per 10 & nostras positiones ut duo quoque n & l pariter accepta sunt incommensurabile duplo superficiē k. cū itaque sint e & f incommensurabiles in potentia quemadmodū c & d: erit ex 35 lineæ b potens in duo mediale. Quantum autem ad secundum solitæ argumentationis modum erit per 59 de binomium sextum. ideoque etiam per 60 lineæ e g erit binomium sextum. quare per 53 latus tetragonum superficiē f g quod est b: erit potens in duo mediale. Quod est propositum.

Eucl. ex Zamb. Theorema. 52. Propositio 70.

70 **B**ina potenti media cōmensurabilis: bina potens est media.

THEON ex Zamb. **E**sto bina potens media a b: & ipsi a b cōmensurabilis esto c d. Ostendendū q̄ & c d, bina potens est media. Quoniam enī bina potens est media a b: distribuatur per 47 decimi in rectas lineas in e. igitur a e, e b, per 47 decimi potētia sunt incōmensurabiles: efficientes cōflatum ex ipsarū quadratis mediū: & quod sub ipsis rationale. & incōmensurable est cōflatum ex ipsarū a e, e b, quadratis: ei quod sub a e, e b. Cōstruatur eadē quā in p̄ce dentibus. Similiter iam demonstrabimus q̄ & ipsa c f, f d, potentia sunt incōmensurabiles. & cōpositū ex ijs quā ex a e, e b: cōposito ex ijs quā ex c f, f d, cōmensurat: ille est. quod autē sub a e, e b: ei quod sub c f, f d. quare & cōflatū ex ipsarū c f, f d, quadratis mediū est: & insuper incōmensurable est cōflatū ex ipsarū c f, f d, quadratis / ei quod sub c f, f d. Ipsa igitur c d: bina potens est media. quod ostendere oportuit.

Eucl. ex Camp.

Propositio 65.

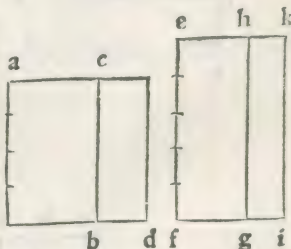
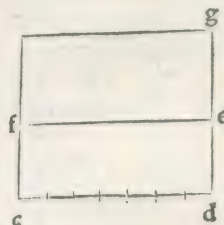
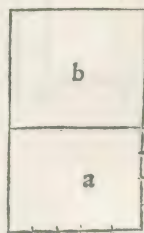
Camp. **E**st duae superficies quarum altera rationalis altera vero medialis/ coniungantur: linea potens in totam superficiē inde compositam aliqua erit quatuor irrationaliū linearum/ videlicet aut binomium/ aut bimediale primū/ aut linea maior/ aut potens in rationale & mediale.

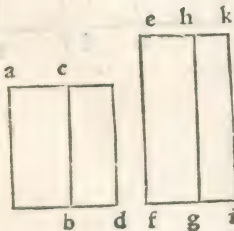
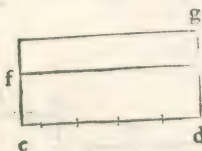
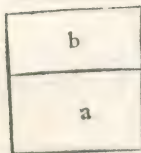
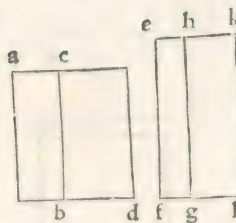
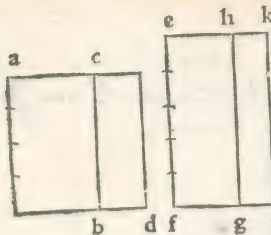
CAMPANVS. **E**st si a sit rationalis superficies/ & b medialis: erit linea potens in totā a b, aliqua p̄missarū quatuor. Sit enī linea c d rationalis: cui adiungatur c e aequalis a, & f g aequalis b. eritq̄ ex 16 linea d e rationalis in longitudine: cōmunicās lineā c d rationali posite. & ex 20 linea e g rationalis i potētia tantū. & ex 30 linea d g binomii. cuius cū altera binomialiū portionū quē est d e, sit rationalis in longitudine cōmunicās lineā rationali posite quā est c d: ipsum erit ex diffinitione specierū binomii aut binomii primū/ aut secundū/ aut quartū/ aut quintū. tertiū autē aut sextū non erit ex diffinitione. itaq̄ ex 44, 49, 51, & 52, linea potens in totā c g quā est aequalis duabus simul a & b: erit aut binomii/ aut bimediale primū/ aut linea maior/ aut potēs in rationale & mediale. quod est propositū. Bimediale vero secundū/ aut potēs in duobus medialia non erit. quoniam si esset bimediale secundū: esset ex 56 linea d g binomii tertium. q̄ si esset potens in duobus medialia: esset ex 59 linea d g binomii sextum. sed neutrum erat. Vnde patet nostra intentio.

Eucl. ex Zamb. Theorema 53. Propositio 71.

71 **R**ationali ac medio compositis: quatuor sunt irrationales/ quae ex binis nominibus/ quae ex binis prima medijs/ maior/ ac rationalis/ le mediumque potens.

THEON ex Zamberto. **E**st rationale a b: mediū autem c d. Dico q̄ ipsam areolā potēs: aut ex binis nominibus est/ aut ex duobus prima medijs/ aut maior/ aut rationale mediūq̄ potens. Ipsa etenī a b: ipsa c d aut maior aut minor est. Est prius maior. exponaturq̄ rationalis e f, cōpareturq̄ per 44 primū ad ipsam e f ipsi a b aequa areola e g: latitudinem efficiens e h. Ipsi autē d c aequum ad e f hoc est h g, cōparetur h i: latitudinē efficiēs h k. Et qm̄ rationale est a b & aequale est ipsi e g: rationale igitur est & e g. Et ad ipsam rationale e f cōparetur: latitudinē efficiens e h. rationalis igitur est e h: & cōmensurabilis est ipsi e f longitudine. Rursus quoniam mediū est c d, & aequū est ipsi h i: mediū igitur est & h i. Et ad rationale e f cōparetur hoc est ad ipsam h g: latitudinē efficiens h k. mediū igitur est h k: & ipsi e f longitudine incōmensurabilis. Et quoniam mediū est c d, rationale autē a b: incōmensurable igitur est ab ipsi c d, & e g h k. Incōmensurable est ipsi h i. Sicut autē g e ad h i: sic per primū sexti est e h ad h k. Incōmensurable igitur est p̄ 11 decimi & e h: ipsi h k longitudine. Et amabiles. ex binis igitur nominibus est e k: diuisa in h. Et quoniam maius est a b





ipsa c d æquū autem est ab ipsi e g, & c d ipsi h i: maius igitur est e g ipso h i. & e h igitur maior est ipsa h k. Igitur e h, ipsa h k maius potest aut eo qd fit ex sibi longitudine cōmensurabili/aut eo quod fit ex sibi incōmensurabili. Possit prius: maius eo qd fit ex sibi cōmensurabili. Et hocq; maior e h cōmensurabilis exposita: rationali e f. Ipsa igitur e k: per secundas diffinitiones ex binis noibus est prima. Rationalis autem est e f. Si areola potest ex binis noibus est per 54. decimi. Igitur quæ ipsam e i potest: ex binis nominibus est. Quare & ipsum a d potest: ex binis nominibus est. Possit vero e h ipsa h k: maius eo quod fit ex sibi incōmensurabili. Et hocq; maior e h: cōmensurabilis ipsi e f exposita: rationali longitudine. Ipsa igitur e k: ex binis nominibus est quarta. Rationalis autem est e f. Si vero areola cōprehendatur sub rationali ac ex binis quarta noibus: q areolā potest/irrationalis est appellata maior/per 57. decimi. Igitur q ipsam e i potest areolā: maior est. Sed iā esto minus a ipso c d, & e g igitur ipso h i minus est. Quare & e h: minor est ipsa h k. At h k, ipsa e h maius potest: aut eo qd fit ex sibi cōmensurabili/aut eo quod fit ex sibi incōmensurabili. Possit prius: maius eo quod fit ex sibi cōmensurabili longitudine. & minor esto e h: cōmensurabilis longitudine ipsi e f exposita: rationali. Ipsa igitur e k: ex binis nominibus est secunda. Rationalis autem est e f. Si vero areola cōprehendatur sub rationali: & ex binis secunda nominibus: quæ areolā potest / ex binis est prima medijs per 55. decimi. quæ igitur ipsam e i potest areolā: ex binis est prima medijs. Quare & quæ ipsam a d areolā potest: ex binis medijs est prima. Atqui h k, ipsa e h maius potest: eo quod fit ex sibi incōmensurabili, & minor esto e h: cōmensurabilis exposita: rationali e f. Ipsa igitur e k: ex binis nominibus est quinta. Rationalis autem est e f. Si vero areola cōprehendatur sub rationali & ex binis nominibus quinta: quæ areolā potest/rationale ac mediū potens est per 53. decimi. Quæ igitur ipsam e i areolā potest: rationale ac mediū potest. Quare & ipsam a d areolā potens: rationale ac mediū potest. Rationali igitur ac mediū cōpositis/ quatuor irrationales sunt: quæ ex binis nominibus / quæ ex binis prima medijs/ maior/ & rationale mediusque potens. quod demonstrasse oportuit.

Eucl. ex Camp.

Propositio 66.



Vm coniunctæ fuerint duæ superficies mediales altera mensurabilis: linea potens in totam superficiem altera utra erit duarum irrationaliū linearū/ videlicet aut bimediale secundum/ aut potens in duo medialis.

CAMPANVS. ¶ Vt si a & b sint duæ superficies mediales incōmensurabiles (si enim essent cōmensurabiles: esset composita ex eis medialis ex 9 & 21. quare & linea potens in eā: medialis ex 19) dico q linea potens in cōposita ex amabus: erit aut bimediale secundum/ aut potens in duo medialis. Sit quidem linea c d, rationalis: superficies vero sibi adiuncta c e æqualis a, & superficies f g æqualis b. eritq; ex 20. linea d e, similiter quoq; linea e g: rationalis in potest ita æqualis b. eritq; ex 20. linea d e, similiter quoq; linea e g: rationalis in potest ita æqualis b. Cūq; superficies c e & f g, sint incōmensurabiles sicut a & b eis æquales: ideoq; lineæ d e & e g ex prima sexti & 10. huius: erit ex 30. linea d g binomialis. Cuius cum utraq; binomialiū portionū quæ sunt d e & e g, sit incōmensurabilis lineæ rationali positæ quæ est c d: ipsum erit ex diffinitione binomialiū tertiū aut sextū. Linea ergo potens in tota c g æqualem cōpositæ ex a & b: erit ex 50 & 53. aut bimediale secundum/ aut potens in duo medialis. Quod est propositum.

Eucl. ex Zamb. Theorema. 54.

Propositio 72.

Binis medijs adinuicem incōmensurabilibus compositis: ita ut quæ duæ irrationales fiunt: quæ ex binis secunda medijs/ & quæ bina potens est media.

CHEON ex Zamb. ¶ Cōponantur etenim bina media adinuicē incōmensurabilia: a b, c d. Dico q a d areolā potens: aut ex binis est secunda medijs/ ac bina potens est media. Ipsū nāq; a b: ipso c d aut maius est aut minus. Sit prius maius a b ipso c d, exponaturq; rationalis e f, & ipsi a b æquū ad ipsā e f p 44. prima

cōparet e g: latitudinē efficiēs e h. ipsi autē c d, equū h i: latitudinē efficiēs h k. Et qm̄ utrūq; ipsorū a b, c d, mediū est: et utrūq; igit ipsorū e g, h i, mediū est. Erad ipsā e h rōnalē cōparat: latitudinē efficiēs h k. utrūq; igit ipsarū e h, h k, rationalis est per 22 decimi: & ipsi e f longitudine incōmēsurabilis. Et quoniā a b ipsi c d incōmēsurabile est: & equū est quidē a ipsi e g, & c d ipsi h i: incōmēsurabile igitur est & e g ipsi h i. Sicut autē per primā sexti e g ad h i: sic est e h ad h k. incōmēsurabilis igitur est per 11 decimi e h ipsi h k longitudine. Ipsa igitur e h, h k, rationales sunt: potētia tantū cōmēsurabiles. Ipsa igitur e k: ex binis nominibus est. Ipsa autē e h: ipsa h k aut maius potest eo quod fit ex sibi cōmēsurabili/at eo quod fit ex sibi incōmēsurabili. Possit prius: maius eo quod fit ex sibi cōmēsurabili longitudine. & neutra ipsarū e h, h k, cōmēsurabilis est longitudine ipsi e f expositae rationali. Ipsa igitur e k per 50 decimi ex binis est tertia nominibus. Rationalis autē est e f. Si vero areola cōprehendatur sub rationali & ex binis nominibus tertia: quae areolā potest/ex binis est secunda medijs per 56 decimi. Quae areolā igitur e i, hoc est a d potest: ex binis est secūda medijs. Sed iam e h, ipsa h k, maius possit: eo quod fit ex sibi longitudine incōmēsurabili. Et quoniā incōmēsurabilis est utrūq; ipsarū e h, h k, ipsi e f longitudine: ipsa igitur e k ex binis est sexta nominibus per 53 decimi. Si vero sub rationali et ex binis sexta nominibus areola cōprehendatur: quae areolam potest/bina potens est media per 59 decimi. Quare & quae a d potest areolā: bina potens est media. Similiter iam ostēdemus: q̄ et si minor fuerit a b ipsa c d: quae ipsam a d areolā potest/aut ex binis est secūda medijs/aut bina potens est media. Binis igitur medijs inuicē incōmēsurabilibus cōpositis reliquae irrationales fiunt: quae ex binis secūda medijs/& quae bina potens est media. Quod erat ostendendum.

Eucl. ex Camp.

Propositio 67.

¶ Vm posita fuerit linea binomialis ceteraq; irrationales sequentes eam: non erit earū aliqua sub termino alterius.

¶ CAMPANVS. ¶ Vult q̄ si linea aliqua vt a, fuerit aliqua ex sex prae habitis lineis irrationalibus quae sunt binomium & eius quinq; comites: ipsa non erit aliqua aliarū. Si enim quadrato eius aequalis superficies adiungatur ad lineā rōnalē b c quae sit b d: si quidē a fuerit binomiu/erit ex 54 linea c d binomiu primum. Quae si fuerit bimediale primū: erit c d ex 55 binomiu secundū. Si autē bimediale secundū: erit c d ex 56 binomiu tertium. Et si linea maior: erit c d ex 57 binomiu quartum. At si potens in rationale & mediale/aut si potens in duo medialia: erit ex 58 c d binomiu quintum/aut ex 59 binomiu sextū. Et quia impossibile est c d esse simul sub diuersis speciebus sex prae habitarū linearū irrationaliū. De linea autē mediali constat q̄ ipsa quoq; nō sit aliqua sex sequentiū: videlicet neq; binomiu/neq; aliqua ex ipsius comitibus. Cū enim superficies equalis quadrato lineae medialis adiungitur ad lineā rōnalē: latus eius secundum est rationale in potentia ex 20. Cū autē superficies aequalis quadrato binomij/aut alicuius suarū comitū: latus eius secundū est binomiu/aut primū/aut secundū. & sic de ceteris per 54 & quinq; eam sequentes. Quare ipsum est irrationale & in lōgitudine & in potentia per 30. Cum igitur sit impossibile eandē lineam esse rōnalē in potentia & irrationalē tam in lōgitudine q̄ in potentia: nimirū impossibile lineam medialem esse binomialē/aut aliquam ex quinq; suis comitibus.

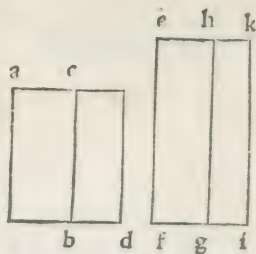
¶ THEON.

¶ Quae ex binis nominibus/& post ipsam irrationales: neq; media/neq; inuicem sunt eadem.

¶ A media namq; ad rōnalē comparata latitudo: efficit rōnalē/& ei longitudine incōmēsurabilem ad quam comparatur per 22 decimi.

¶ Ab ea quae ex binis nominibus ad rōnalē comparata latitudo: efficit ex binis nominibus primam per 60 decimi.

¶ Ab ea vero quae ex binis prima medijs ad rōnalē comparata latitudo: efficit ex binis nominibus secundam per 61 decimi.



Ab ea autem quæ ex binis secunda medijs ad rationalem comparata latitudo: efficit ex binis nominibus tertiam per 62 decimi.

Verum quæ a maiori ad rationalem comparata latitudo: efficit ex binis nominibus quartam per 63 decimi.

Sed quæ ex rationalem ac medium potente ad rationalem comparata latitudo: efficit ex binis nominibus sextam per 65 decimi.

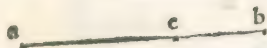
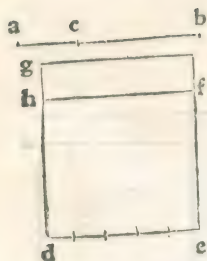
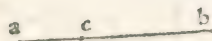
Quoniam prædictæ latitudines differunt & a prima & adinuicem/a prima quoniam rationalis est/adinuicem vero quia in ordine non sunt eadem: manifestum est quod & ipsæ irrationales adinuicem differunt.

Eucl. ex Camp.

Propositio 68.



I linea de linea abscindatur/fuerintque ambæ potèntialiter tantum rationales comunicantes: reliqua linea erit irrationalis/diceturque residuum.



CAMPANVS. Si linea b c abscisa ex a b, sintque ambæ rationales tantum potentia comunicantes: quales docuit inuenire 17 & 18. & hæ sunt quæ componunt binomium. Dico quod a c reliqua est irrationalis & ipsa vocatur residuum. Constat enim ex 7 secundi: quod quadrata duarum linearum a b & b c pariter accepta quæ componunt superficiem rationalem ex hypothesi & diffinitione rationalis superficiei & 9 huius tantum sunt quantum duplum superficiei a b & b c cum quadrato a c. Cumque ex 19 superficies a b in b c sit medialis, ideoque & duplum eius mediale per 21 & ideo irrationale per 19: sequitur ut ambo quadrata duarum linearum a b & b c pariter accepta sint incommensurable duplo superficiei vnius earum in alteram. quare per 9: & quadrato linearum a c. Ex diffinitione igitur quadrati linearum a c est irrationalis: cum ipsum sit incommensurable rationali videlicet duobus quadratis duarum linearum a b & b c pariter acceptis. itaque etiam ex diffinitione linea a c est irrationalis. quod est propositum. Exemplariter in figura. esto superficies e g æqualis duobus quadratis duarum linearum ab & b c pariter acceptis: eritque rationalis. itemque sit superficies d f æqualis duplo superficiei vnius in alteram: eritque ex 19 medialis. & erit ex 7 secundi superficies f g æqualis quadrato linearum a c. Cumque superficies e g sit incommensurable superficiem d f: eadem erit ex 9 incommensurable f g. quare f g irrationalis: & eius tetragonum latus a c.

Incipiunt hexades per apheresin hoc est per abscissionem.

Eucl. ex Zamb.

Theorema 55.

Propositio 71.

Si a rationali rationalis auferatur/potentia tantum commensurabilis existens toti: reliqua irrationalis est/vocatur autem apotome.

THEON ex Zāberto. A rationali namque a b, rationalis auferatur b c: potentia tantum toti commensurabilis existens. Dico quod reliqua a c irrationalis est: apotome appellata. Quoniam a b ipsi b c longitudine est incommensurable sub a b, estque per lemma 21 decimi sicut a b ad b c sic quod ex a b ad id quod sub a b, b c: incommensurable igitur est per 11 decimi quod ex a b: ei quod sub a b, b c. Sed ei quidem quod ex a b: commensurable sunt quæ ex a b, b c, quadrata. ei autem quod sub a b, b c: commensurable est quod bis sub a b, b c. Quæ igitur ex a b, b c: incommensurable sunt ei quod bis sub a b, b c. & reliquo igitur quod sit ex a c, incommensurable sunt quæ ex a b, b c: quoniam per 5 secundi & quæ ex ab, b c, æqua sunt ei quod bis sub a b, b c, vna cum eo quod ex a c. Rationalia autem sunt ea quæ ex a b, b c, quadrata. irrationalis igitur est linea a c, vocatur autem ipsa: apotome.

Eucl. ex Camp.

Propositio 69.



I fuerit linea de linea abscisa/fuerintque ambæ mediales potèntialiter tantum comunicantes superficiemque rationalem continentes: reliqua linea erit irrationalis/diceturque residuum mediale primum.

CAMPANVS. ¶ Sit linea b c abscissa ex linea a b. sintq; ambæ quales ponitur: quas ex 24 & 25 reperies. & hæ sunt q̄ coniungūt bimediale primū. Dico q; reliqua linea a c erit irrationalis: & ipsa dicitur residuū mediale primū. Erunt enī ambo earū quadrata pariter accepta/mediale: duplū vero superficies vnus in alterā/rationale. itaq; ambo quadrata pariter accepta: incōmensurabile sunt duplo superficie vnus in alterā. Quia itaq; ambo quadrata pariter accepta cōponunt ex duplo superficie vnus in alterā & qdrato lineæ a c: sequitur per 9 vt quadratū lineæ a c sit incōmensurable duplo superficie vnus in alterā. quare tam ipsum quadratū q̄ latus eius a c: est irrationale per diffinitionē. constat ergo propositū. Quod (quēadmodū in præmissis) si liber potes declarare exēplār in figura. ¶ Aliter idē sic. ¶ Sit linea d e rationalis in lōgitudine: cui adiūgatur superficies d f æqualis duplo superficie vnus in alterā & superficies g e æqualis ambobus quadratis pariter acceptis. eritq; per 7 secūdi superficies fg: æqualis quadrato lineæ a c. Cū itaq; per hypothesin sit superficies e g medialis: erit per 20 linea d g rationalis in potentia tantum. Cum vero sit superficies e h rationalis per hypothesin: erit ex 16 linea d h rationalis in longitudine. Itaq; per 68/linea g h est residuū: & irrationalis. ideoq; per 16 a destructione cōsequētis superficies f g est irrationalis: & eius latus tetragonīcū quod est a c, est irrationale. Et sic patet propositum.

Eucl. ex Zamb. Theorema 56. Propositio 74.

¶ Si a media auferatur media potentia tantū toti subsistens cōmensurabilis/cum tota vero rationale comprahēdens: reliqua irrationalis est/vocetur vero mediæ apotome prima.

THEON ex Zāb. ¶ A mediā nāq; ab: media auferat b c potētia tantū cōmensurabilis subsistens toti a b, & cū ipsa a b rationale comprahēdens quod sub a b, b c. Dico q; reliqua a c irrationalis est: appellaturq; mediæ apotome prima. Quoniam enim a b, b c, mediæ sunt: media quoq; sunt quæ ex a b, b c. Rationale autem: quod bis sub a b, b c. incōmensurabilia igitur sunt quæ ex a b, b c: ei quod bis sub a b, b c. & reliquo igitur ei quod ex a c: per 16 decimi incōmensurabile est quod bis sub a b, b c, quoniam & si tota vni earū incōmensurabilis fuerit: & quæ in principio magnitudines/incōmensurabiles erunt per 16 decimi. Rationale autē est quod bis sub a b, b c. irrationale igitur quod ex a c. Irrationalis igitur est a c, vocatur sane mediæ apotome prima. Quod fuerat ostendendum.

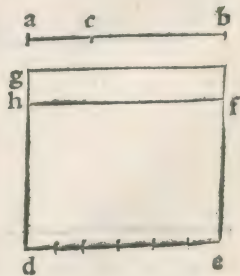
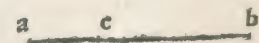
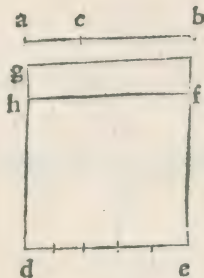
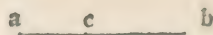
Eucl. ex Camp. Propositio 70

¶ Si linea de linea secetur/fuerintq; ambæ mediales potentialiter tantū cōmunicantes/cōtinentesq; mediale: reliqua linea erit irrationalis diciturq; residuū mediale secundū.

CAMPANVS. ¶ Sit hic quoq; linea b c: abscissa ex linea a b. vtraq; autem a b & b c: sint vt ponitur. & ipsæ per 26 reperiuntur: & sunt quæ cōponunt bimediale secundū. Dico q; linea reliqua quæ est a c, est irrationalis: & ipsa dicitur residuū mediale secundū. Sunt enim ex hypothesi & 21 ambo quadrata duarum linearū a b & b c pariter accepta/mediale: similiter quoq; duplū superficie vnus in alterā/est mediale. Cum itaq; ex 22 mediale nō differat a mediali nisi in irrationali: erit quadratum lineæ a c in quo per 7 secūdi duo quadrata a b & b c pariter accepta excedūt duplū superficie vnus in alterā/irrationale. quare si linea a c irrationalis. ¶ Figurali quoq; exēplo patefieri potest istud vt prius. Si enim sit e g æqualis ambobus quadratis a b & b c, similiter & d f duplo superficie vnus in alteram: erit f g per 7 secūdi æqualis quadrato a c. quæ cum sit differentia superficie vnus medialis e g ad superficiem medialem d f ipsa est irrationalis per 22/ & eius tetragonīcum latus a c irrationale.

IDEM aliter. ¶ Sit linea d e rationalis: cui adiūgatur superficies d f æqualis duplo superficie vnus in alterā/ & e g æqualis ambobus quadratis pariter acceptis. erit per 7 secūdi f g: æqualis quadrato a c. Quia vero e g est medialis: erit ex 20 linea d g in potētia tñ rationalis. Similiter quoq; cū e h sit medialis: erit ex eadē/linea d h rationalis similiter in potētia tantū. Et quoniam a b & b c sūt incōmensurabiles in lōgitudine/ideoq; quadratū vtriusq; earū superficie vnus

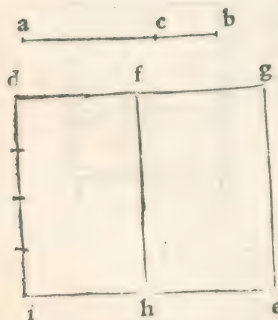
y.j.



inalteram/& propter hocambo quadrata pariter accepta (cū ipsa ex hypot hee si cōmunicent) sunt quoq; incōmensurabilia duplo superficiei vnus in alterā: sequitur vt e g sit incōmensurabilis h c. quapropter linea d g: linea d h. igit ex 68/ linea g h est residuum:& irrationalis. ideoq; per 16 a destructione cōsequē tis superficies f g irrationalis:& eius latus tetragonicum a c irrationale.

Eucl. ex Zamb. Theorema 57. Propositio 75.

¶ Si a media media auferatur potētia tantum toti cōmensurabilis subsistens/& cum tota medium comprahendens: reliqua irrationalis est/vocetur autem mediæ secunda apotome.

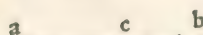


¶ THEON ex Zāb. ¶ A media nāq; a b: media auferatur c b potētia tantum toti a b cōmensurabilis subsistens/vnaq; cū ipsa tota a b mediū comprahē dens quod sub a b, b c. Dico q; reliqua a c irrationalis est: appellatur autem me diæ secunda apotome. Exponatur enim rationalis d i. Et ipsi quidem quæ ex a b, b c, æquum ad d i cōparetur per 44 primi d e: latitudinem efficiēs d g. et vero quod bis sub a b, b c, æquum ad ipsam d i cōparetur per 44 primi d h: latitudinem efficiens d f. Reliquū igitur f e: æquum est ei quod ex a c. Et quos niam ea quæ ex a b, b c, media sunt: mediū igitur est & d e. & ad ipsam ratio nalem d i cōparatur: latitudinem efficiens d g: rationalis igitur est per 22 deci mi d g: & ipsi d i lōgitudine incōmensurabilis. Rursus quoniā quod sub a b, b c, mediū est: & quod bis igitur sub a b, b c, mediū est. & est equale ipsi d h. & d h igitur medium est. & ad ipsam d i rationale comparatū est: latitudinē efficiēs d f: rationalis igitur est d f: & ipsi d i longitudine incōmensurabilis. Et quoniā a b, b c, potētia tantum sunt cōmensurabiles: incōmensurabilis est igitur a b ipsi b c longitudine. Incōmensurable igitur per lemma 21 decimi & 11 decimi & quod ex a b quadratū: ei quod sub a b, b c. Sed ei quidē quod ex a b, cōme surabilia sunt q̄ ex a b, b c: ei autē quod sub a b, b c, cōmensurable est q̄ sub a b, b c. Incōmensurabilia igitur sunt quæ ex a b, b c: ei quod bis sub a b, b c. Sed eis quidē quæ ex a b, b c, æquum est d e: ei autem quod bis sub a b, b c, æquum est d h. Incōmensurable igitur est d e: ipsi d h. Sicut autē d e ad d h: igitur g d, d f: per 11 decimi rationales sunt potētia tantum cōmensurabiles. Ipsi igitur f g: apotome est. Rationalis autem d i. Quod autē sub rationali & irra tionali comprahensum: irrationale est per lēma 20 decimi. & quæ illud potest igitur irrationalis est. Ipsum autem f e: potest ipsa a c. ipsa igitur a c irrationalis est: appellatur autem mediæ secunda apotome.

Eucl. ex Camp.

Propositio 71.

¶ Si linea de linea detrahatur/fuerintq; amba potentialiter incōmensurabiles/continentesq; mediāle/ quadrataq; earum ambo pariter accepta rationale: reliqua linea erit irrationalis/vocabiturq; minor.



¶ CAMPANVS. ¶ Si sint a b & b c quales proponit/ q̄ per 27 reperitur & cō ponunt lineam maiorem: erit linea a c irrationalis/& ipsa est quæ dicitur linea minor. Quod qui præmissa firmiter tenuerit/ positionesq; diligenter attendit: duplici modo vt antecedentes facile probabit.

Eucl. ex Zamb. Theorema 68. Propositio 76.

¶ Si a recta linea recta linea auferatur potētia toti subsistens in cōmensurabilis/cum tota vero efficiens quod ab eis simul ratio nale/quod vero sub ipsis medium: reliqua irrationalis est/appe laturq; minor.



¶ THEON ex Zāb. ¶ A recta linea namq; a b, auferatur recta linea b c: potē tia toti subsistens incōmensurabilis/ efficiens cum tota quidem a b cōpositū ex ijs q̄ ex a b, b c, simul rationale/quod vero bis sub ipsis a b, b c, simul me dium. Dico q; reliqua a c irrationalis est: appellata minor. Quoniam namq; cō possum quidē ex ijs quæ ex a b, b c, quadratis rationale est/quod vero bis ip

sis a b, b c, medium: incommensurabilia igitur sunt quæ ex a b, b c, ei quod bis sub a b, b c. Et conuertendo igitur per correlariū 19 quinti/incommensurabilia sunt quæ ex a b, b c: ei quod ex a c. Rationale autem est: conflatum ex ijs quæ ex a b, b c, irrationale: igitur quod fit ex a c, ipsa igitur a c irrationalis est: appellatur autem minor.

Eucl. ex Camp.

Propositio 72.

Si linea delinea dematur/fuerintq; ambæ potentialiter incommensurabiles / superficiemq; rationalem continentes/quadrataq; earum ambo pariter accepta mediale: linea reliqua erit irrationalis/diceturq; iuncta cum rationali componens totum mediale.

CAMPANVS. Et hoc quoq; nescire non potest qui priora nouerit / nisi si a memoria exciderint: quin positis lineis a b & b c (quales proponitur/quæ & per 28 reperiuntur/& lineam potentem in rationale & mediale componunt) fit a c reliqua/irrationalis.& ipsa dicitur quæ iuncta cū rationali componit totum mediale.

Eucl. ex Zamb. Theorema 59. Propositio 77.

Si a recta linea recta linea auferatur potentia toti subsistens incommensurabilis/& cū tota efficiens conflatum quidem ex ipsarū quadratis medium/quod vero bis sub ipsis rationale: reliqua irrationalis est/vocatur autē cum rationali medium totū efficiens.

THEON ex Zamb. A recta enim linea a b, recta linea auferatur b c: toti a b potentia subsistens incommensurabilis/efficiens conflatum quidem ex ipsarū a b, b c, quadratis medium/quod vero bis sub ipsis rationale. Dico q; reliqua a c irrationalis est: vocatur autem cum rationali mediū totū efficiens. Quoniam enim conflatum ex ipsarū a b, b c, quadratis medium est/quod vero bis sub ipsis a b, b c, rationale: incommensurabilia igitur sunt quæ ex a b, b c, quadrata ei quod bis sub a b, b c.& reliquum igitur quod ex a c: incommensurabile est ei quod bis sub a b, b c. Quod vero bis sub a b, b c, rationale est, quod igitur ex a c: irrationale est. Irrationalis igitur est ipsa a c: vocatur autem cum rationali medium totum efficiens. Quod erat ostendendum.

Eucl. ex Camp.

Propositio 73.

Si linea a linea detrahatur/fuerintq; ambæ potentialiter incommensurabiles / superficiemq; medialem continentes/quadrataq; earum ambo pariter accepta mediale duplo superficie alterius in alteram incommensurabile: reliqua linea erit irrationalis/diceturq; iuncta cum mediale faciens totum mediale.

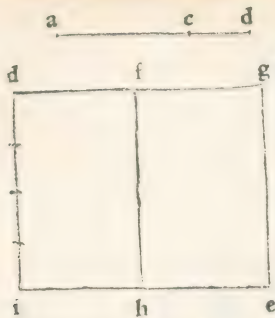
CAMPANVS. Sint etiā hic a b & b c quales proponitur/q; per 29 reperiuntur:& ipsæ sūt q; cōponūt lineā potentē in duo medialia. eritq; a c reliqua irrationalis dicta: q; iuncta cū mediali cōponit totū mediale. Quod ut facile/ sicut pmissa/ duplici argumentatione cōcludes: processum 70 moneo diligēter attendas.

Eucl. ex Zamb. Theorema 60. Propositio 78.

Si a recta linea recta linea sublata fuerit potētia toti subsistens incommensurabilis/& cum tota efficiens conflatum ex ipsarū quadratis medium/quod vero bis sub ipsis medium/ insuper ipsarū quadrata incommensurabilia ei quod bis sub ipsis: reliqua irrationalis est/appellatur autē cum medio mediū totū efficiens.

THEON ex Zamb. A recta nāq; linea a b, recta linea auferatur b c potentia incommensurabilis subsistens toti: efficiens compositū ex ipsarū a b, b c, quadratis.

y. ij.



GEO.

ELE.

EV.

tis mediū/qđ vero sub ipsis a b, b c, mediū/in sup ipsarū a b, b c, quadrata in-
cōmensurabilia ei quod bis sub a b, b c. Dico qđ reliqua a c irrationalis est: vo-
catur autē cum medio mediū totum efficiens. Exponatur rationalis d i: & eis
quidem quæ ex a b, b c, æquū ad ipsam d i comparatur per 4-4 primi d e, la-
titudinem efficiens d g, ei autem quod bis sub a b, b c, æquū auferatur d h: lat-
tudinē efficiens d f, reliquum igitur f e: æquum est ei quod ex a c, quare a c
potest ipsum f e. Et quoniā cōpositum ex ipsarū a b, b c, quadratis mediū est: &
ipsi d e est æquale: ipsum igitur d e medium est. Et ad ipsam d i rationalem cō-
paratur: latitudinem efficiens d g, rationalis igitur est per 22 decimi d g: & ipsi
d i longitudine incommensurabilis. Rursus quoniam quod bis sub a b, b c, me-
diū est: & ipsi d h æquale: igitur d h mediū est. Et ad ipsam d i rationalem cō-
paratur: latitudinem efficiens d f, rationalis igitur est d f: & ipsi d i longitudine
incommensurabilis. Et quoniā incommensurabilia sunt quæ ex a b, b c, ei quod bis
sub a b, b c: incommensurable igitur est d e ipsi d h. Sicut autem per primā see-
xti d e ad d h: sic est & d g ad d f. Incommensurabilis igitur est g d ipsi d f: & utroq;
sunt rationales. Ipsæ igitur g d, d f: rationales sunt potentia tantum cō-
mensurabiles. Apotome igitur est f g. Quod vero sub rationali & apotome cō-
prehensum rectangulum: irrationale est: & illud potens irrationalis est per 73
decimi. Ipsum autē f e: potest ipsa c a. Igitur ipsa c a irrationalis est, appellatur
sane cum medio medium totum efficiens. Quod erat ostendendum.

CAMPANVS. Est autem præmittendū hic antecedens
necessarium ad demonstrationes sequentium.

**Si fuerint quatuor quantitates quarum differentia primæ ad
secundam sit sicut tertiæ ad quartam: erit permutatim differentia
primæ ad tertiam sicut secundæ ad quartam.**

**Intelligendum est hoc de quantitativis eodem modo relatis, ut cum prima
maior fuerit secunda: sit quoq; tertia maior quarta, cum vero minor: & minor.
Exempli gratia sit differentia a ad b: sicut c ad d. dico qđ erit a ad c sicut b ad d. est
enī (per hanc cōmunē animi cōceptionem, differentia extremorū: cōposita est ex
differentiis ipsorū ad media) differentia a ad c: cōposita est ex ea quæ est a ad
b, & ea quæ est b ad c. At ea quæ est b ad d: per eandē cōceptionē cōponitur ex
ea quæ est b ad c, & ea quæ est c ad d. Et quia ex hypothesi differentia a ad b si-
cut c ad d, ea vero quæ est b ad c est cōmunis: sequitur per cōmunem scientiam
ut sit a ad c sicut b ad d. Quod est propositum.**

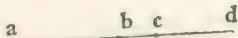
Eucl. ex Camp.

Propositio 74

Nulla linea nisi una tantum residuo coniungi potest: ut
sint ambę sub termino earum quæ erant ante separa-
tionem.



CAMPANVS. Sit linea a c residuum: quæ fuerit reliqua/ab-



scifa b c ex a b. eruntq; a b & b c: rationales tantū potētia cōmunicantes ex 68.
Dico qđ ipsa a c, nulli alij lineæ qđ b c poterit cōponi sub hac diffinitione: neq;
maiori b c neq; minori b c. Si autem potest componi cum c d, indifferēter
maiori aut minori qđ b c, erūtq; ob hoc ambę lineæ a d & d c: rationales in po-
tentia tñ cōcantes. Quia ergo ex 7 secundi quadrata ambarū linearū a b & b
c pariter accepta excedūt duplum superficiēi vnius earū in alterā in quadrato
c, similiter quoq; quadrata duarū linearū a d & d c pariter accepta excedūt du-
plū superficiēi vnius ipsarū in alterā in quadrato eiusdē a c: sequitur ex præ-
misso antecedente ut differentia duorum quadratorum duarum linearum a b
& b c pariter acceptorum ad duo quadrata duarum linearum a d & d c pariter
accepta sit sicut differentia dupli superficiēi a b in b c ad duplum superficiēi
d in d c. Cum autem sint duo quadrata vtriusq; sectionis pariter accepta ratio-
nale ex hypothesi, duplum vero superficiēi vnius in alteram portionē duarū
sectionis mediale per hypothesin/ & 19: erit una & eadē differentia enī superfi-
cierū rōnaliū & duarū medialium, hoc autē est impossibile. rationales enī superfi-
ciei & per 9, mediale autē: nō differt a medialī nisi irrōnali superficiē per 12.

Hoc autem fit manifestius in figura: sic. Sit enim superficies ef , adiuncta ad lineam eg , aequalis abobus quadratis duarum superficierum $a b$ & $b c$ pariter acceptis. at gh sit aequalis duplo superficierum unius in alteram. Eruntque fh : aequalis quadrato lineae $a c$ ex 7 secundi. Similiter quoque sit kl , adiuncta ad lineam km : aequalis duobus quadratis duarum linearum $a d$ & $d c$ pariter acceptis. & $m n$ sit aequalis duplo superficierum unius in alteram. eritque ex 7 secundi nl aequalis quadrato lineae $a c$: ideoque etiam aequalis $h f$. Est itaque differentia $e f$ ad $g h$ sicut $k l$ ad $m n$. Quare per antecesses primum/erit permutatim differentia $e f$ ad kl (& ipsa sit p) sicut $g h$ ad $m n$. Et quia utraque duarum superficierum ef & kl est rationalis/utraque vero duarum superficierum gh & $m n$ medialis: sequitur impossibile/videlicet superficiem p esse rationalem & irrationalem.

Eucl. ex Zamb. Theorema 61. Propositio 79.

79 Apotome una tantum congruit recta linea rationalis: potentia tantum toti subsistens commensurabilis.

THEON ex Zab. Sit apotome $a b$: congruens autem ei sit $b c$. ipsae igitur $a c$, $c b$: potentia tantum sunt commensurabiles. Dico quod ipsi $a b$: altera non congruit rationali potentia tantum subsistens toti commensurabilis. Si enim possibile: congruat/utque $b d$. Ipse igitur $a d$, $d b$: potentia tantum sunt commensurabiles. Et quoniam per 7 secundi quo excedit ea quod ex $a d$, $d b$, id quod bis sub $a d$, $d b$, hoc excedit et quod ex $a c$, $c b$, id quod bis sub $a c$, $c b$ (eodem namque id est quod ex $a b$: utraque excedit) vicissim igitur per 16 quinti quo excedit quod ex $a d$, $d b$, ea quoque ex $a c$, $c b$, eo excedit & id quod bis sub $a d$, $d b$, id quod bis sub $a c$, $c b$. Sed quia ex $a b$, $b d$, ea quoque ex $a c$, $c b$, excedunt rationali. utraque namque rationalia sunt. & quod bis igitur sub $a d$, $d b$: id quod bis sub $a c$, $c b$, rationali excedit. quod est impossibile. Utraque namque media sunt: & per 22 decimi medium medium non excedit rationali. Ipse igitur $a b$: altera non congruit rationali potentia tantum commensurabilis existens toti. Una igitur tantum ipsi apotomae congruit: rationalis potentia tantum toti subsistens commensurabilis. Quod erat ostendendum.

Eucl. ex Camp.

Propositio 75.

Vlla linea nisi una tunc residuo mediali primo coniungi potest:

ut sint ambe sub termino earum quae erant ante separationem.

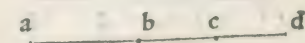
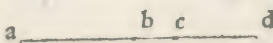
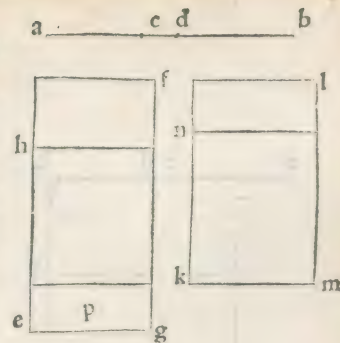
CAMP. Haec quoque probabis simili modo. Sint enim utraque sectione abo quadrata pariter accepta/mediale: duplum vero superficierum unius in alteram rationale. Et quia ut prius eadem differentia quadratorum unius sectionis ad quadrata alterius est dupli superficierum unius ad duplum superficierum alterius: erit una & eadem superficies differentia duarum mediarum & duarum rationalium. Quod est impossibile.

Eucl. ex Zamb. Theorema 62. Propositio 80.

80 Media apotome primae una tantum congruit recta linea media: potentia tantum toti subsistens commensurabilis/ & cum tota rationale comprehendens.

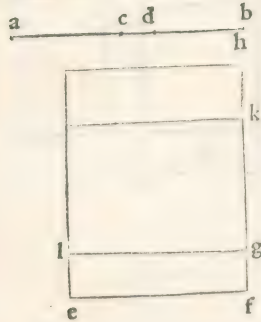
THEON ex Zab. Esto namque media apotome prima $a b$: & ipsi $a b$ congruat $b c$. Ipse igitur $a c$, $c b$: mediae sunt potentia tantum commensurabiles/rationale comprehendentes quod sub $a c$, $c b$. Dico quod ipsi $a b$: altera non congruit media: toti potentia tantum subsistens commensurabilis/ & cum tota rationale comprehendens. Si enim possibile: congruat et $d b$. Ipse igitur $a d$, $d b$: mediae sunt potentia tantum commensurabiles/rationale comprehendentes quod sub $a d$, $d b$. Et quoniam per 7 secundi quo excedunt ea quoque ex $a d$, $d b$, id quod bis sub $a d$, $d b$, hoc excedunt & quod ex $a c$, $c b$, id quod bis sub $a c$, $c b$ (eodem etenim rursus excedit: id est quod ex $a b$) vicissim igitur per 16 quinti quo excedit quoque ex $a d$, $d b$, ea quoque ex $a c$, $c b$, eo excedit & id quod bis sub $a d$, $d b$, id quod bis sub $a c$, $c b$. At quod bis sub $a d$, $d b$: id quod bis sub $a c$, $c b$, excedit rationali. utraque nempe rationalia. Et quod ex $a d$, $d b$, igitur quadrata: quod ex $a c$, $c b$, excedit rationali. Quod est impossibile. Media etenim utraque & per 26 decimi medium sane medium non excedit rationali. Mediae igitur apotome primae una congruit recta linea media: potentia tantum toti subsistens commensurabilis/ & cum tota rationale comprehendens. Quod oportuit demonstrare.

y. iij.





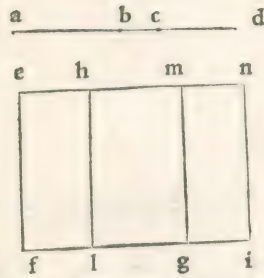
Vlla linea residuo mediali secundo coniungibilis est
vt sub termino earum fiant: nisi tantum quæ ab ea
te separata erat.



CAMPANVS. Sit enim a c residuū mediale secundum: quæ fuit residua
ascisa b c ex a b. eruntq; ex 70 duæ lineæ a b & b c: mediales potentia tantum
communicantes mediale cōtinentes. Dico q; ipsa a c: nulli lineæ alij q; c b, sub
hac diffinitione coniungi potest. Sin autem: coniū gatur lineæ c d. Sitq; lineæ
e f rationalis in longitudine: ad quam coniū gatur superficies e h, equalis
quadratis duarum linearum a b & b c pariter acceptis/ & e k æqualis quadratis
linearū a d & d c pariter acceptis/ a qua abscindatur e g equalis quadrato lineæ
a c. eritq; per 7 secundi superficies l h equalis duplo superficiæ a b in b c: & l
k per eandem equalis duplo superficiæ a d in d c. Quia ergo quadrata ambarū
partium primæ sectionis sunt mediale/ & duplum etiā superficiæ mediale in
cōmēsurabile duobus quadratis pariter acceptis (quæ nescire diligēs Geometra
non poterit qui positiones diligenter seruauerit) erit superficies e h media
cum ipsa sit equalis duobus quadratis pariter acceptis/ & superficies l h media
lis cum ipsa sit equalis duplo superficiæ vnus in alteram, per 20 igitur est
vtraq; duarum linearum f h & g h: rationalis in potentia tantum. Et quia vna
est incommensurabilis alij eo q; superficies e h est incommensurabilis superfi
ciei h l sicut duo quadrata duplo superficiæ: erit ex 68 lineæ f g residuū. Quæ
re lineæ f g quæ est residuum: componitur lineæ g h, vt sint amba sub termino
earum quæ erant ante separationem. Similiter quoq; probabis eandem f g cum
lineæ g k componi eadem cōditione: mediantibus superficiibus e k & k l. quæ
rū prima est æqualis quadratis duarū linearū a d & d c pariter acceptis: & se
cūda duplo superficiæ vnus in alterā, quod est impossibile per 74. Et hic mo
dus demonstrationis potest esse cōmunis 75 ceterisq; quatuor eā sequentibus.

Eucl. ex Zamb. Theorema. 62. Propositio 81.

**Media apotomæ secundæ vna tantum congruit recta linea
media: potentia tantum toti commensurabilis & cum tota me
dium compræhensens.**



THEON ex Zamberto. Esto apotome secunda a b: & ipsi a b congruēs sit
b c. Ipse igitur a c, b c: mediae sunt potentia tantum cōmēsurabiles/ medium
compræhensentes quod sub a c, b c. Dico q; ipsa b, alia non congruit recta li
nea media: potentia tantū toti subsistēs commensurabilis & cum tota mediū
compræhensens. Si enim possibile: conueniat b d. igitur a d & d b: mediae sunt
potentia tantum commensurabiles/ medium compræhēdentes quod sub a d,
d b. Exponaturq; rationalis e f. Et eis quidem quæ ex a c, b c, æquum ad ipsam
e comparetur per 44 primi e g: latitudinem efficiens e m. ei vero quod sub a
c, b c, equū auferatur h g: latitudinē efficiēs h m. Reliquū igitur e l: per 7 secun
di equū est ei qd ex a b. Quare a b: ipsū pōt e l. Rursus iā eis q; ex a d, d b, equū
ad ipsā e f cōparet per 44 primi e i: latitudinē efficiēs e n. Est autē e l: æquū
ei quod ex a b quadrato. reliquū igitur h g: p 7 secundi equū est ei quod sub a
d, d b. Et quoniā ipse a c, b c, mediæ sunt: media igitur sunt & quæ ex a c, b c,
et æqualia sūt ipsi e g, mediū igitur per 16 decimi & correlariū 23 est e g. Et ad
ipsam rationalem e f apponitur: latitudinem efficiēs e m. rationalis igitur est
per 22 decimi e m: & ipsi e f longitudine incommensurabilis. Rursus quoniam
quod sub a c, b c, medium est: & quod bis sub a c, b c, medium est per cor
relariū 23 decimi. & æquum est ipsi h g, & h g igitur medium est. Ad ip
samq; e f rationalem apponitur: latitudinem efficiēs h m. rationalis igitur est
h m per 22 decimi: & ipsi e f lōgitudine incommensurabilis. Et quoniā a c, b c, po
tentia tantum sunt cōmēsurabiles: incommensurabilis igitur est a c ipsi c b lon
gitudine. Sicut autē a c ipsi c b: sic est p lēma 21 decimi qd ex a c ad id qd sub
a b, c b. Incommensurabile igitur est p 11 decimi quod ex a c: ei quod sub a c,
Sed ei quod ex a c: cōmēsurabilia sunt quæ ex a c, b c. Ei autem quod sub a c,

e, b , cōmensurable est quod bis sub a, c, b . Incommensurabilia igitur sunt quæ ex a, c, b : ei quod bis sub a, c, b . Eis autem quæ ex a, c, b , equū est e, g : ei vero quod bis sub a, c, b , æquū est g, h . Incommensurable igitur est e, g : ipsi h, g . Sicut autē e, g ad h, g : sic est e, m ad h, m . Incommensurable igitur est e, m : ipsi h, m lōgitudine. Et utraq; rationales. Ipsæ igitē m, h , rationales sunt potētia tñ cōmensurabiles. Apotome igitur est h . cōgruēs autē ei est h, m . Similiter ostendemus q & h, n ei congruit. Apotomē igitur: alia & alia congruit recta linea potentia tantū toti subsistens cōmensurabilis. quod per 79 decimi est impossibile. Mediæ igitur apotomæ secundæ vna tantum congruit recta linea potentia tantum toti subsistens commensurabilis & cum tota medium cōpræhendens. quod erat ostendendum.

Eucl. ex Camp.

Propositio 77

Villa linea minōri coniungibilis est ut sub termino suo fiant: nisi tantū quæ ante sibi abscissionē cōiungebatur. **CAMPANVS.** Intellige quid sit linea minor. quod si oblitus es: cōfule 21. & sine obiectione concludes propositum: si (quæ admodum in 74) processeris. poterisq; si libuerit: quemadmodum in 76 procedere.

Eucl. ex Zamb. Theorema 64. Propositio 82.

Minori vna tantum congruit recta linea potentia toti incōmensurabilis subsistēs: efficiens cum tota compositum ex earum quadratis rationale/quod vero bis sub ipsis medium.

THEON ex Zāb. Esto minor a, b : & ipsi a, b congruens esto b, c . ipsę igitur a, c, b , potentia sunt incommensurabiles: efficientes conflatum quidem ex ipsarū quadratis rationale/quod vero bis sub ipsis mediū. Dico q; ipsi a, b : alia recta linea non congruit efficiēs eadē. Si enim possibile: congruat b, d . & ipsę igitur a, d, b , potentia sunt incōmensurabiles efficientes quæ ex a, d, b , quadrata simul rationale/quod autē bis sub ipsis a, d, b , mediū. Et qm̄ quo excedunt quæ ex a, d, b , ea quæ ex a, c, b , eo excedit & quod bis sub a, d, b , id quod bis sub a, c, b , quę autem ex a, d, b , quadrata ea quadrata quæ ex a, c, b , rationali excedunt: utraq; enim rationalia: & quod bis igitur sub a, d, b , id quod bis sub a, c, b , rationali excedit. quod per 26 decimi est impossibile. utraq; nāq; media sunt. Minori igitur vna tantū congruit recta linea potentia tantum toti subsistens incommensurabilis: efficiens quæ ex ipsis quadratis simul rationale/quod vero bis sub ipsis medium. quod ostendere oportebat

Eucl. ex Camp.

Propositio 78.

Inea quæ coniuncta cum rationali facit totum mediale: nisi vni tantum componi non potest ut sub earum termino fiant quæ erant ante separationem.

CAMPANVS. Quid sit linea quæ proponitur: ex 72 didicisti. Cum ergo de ea volueris quod per hanc 78 dicitur demonstrare: a processu 75 in quoq; non devies. sed sicut in 76: si te delectauerit/ingenio duce poteris procedere.

Eucl. ex Zamb. Theorema 65. Propositio 83.

Efficiēti cum rationali medium totum vna tantū congruit recta linea potentia toti incommensurabilis subsistens: & cum tota efficiens conflatum quidem ex ipsarum quadratis medium/quod vero bis sub ipsis rationale.

THEON ex Zāb. Sit cū rationali mediū totū efficiēs a, b : ipsi a, b congruat b, c . ipsę igitur a, c, b , potētia sunt incōmensurabiles: efficiētes cōflatum quē ex ipsarū quadratis mediū/quod vero bis sub ipsis a, c, b , rationale. Dico q; ipsi a, b : alia nō cōgruit eadē efficiēs. Si enī possibile: cōgruat b, d . & ipsę igitur a, d, b , rectę lineę: potētia sunt incōmensurabiles: efficiētes conflatū ex ipsarum a, d, b , quadratis mediū/quod vero bis sub ipsis a, d, b , rationale. y. iij.

a ————— b c ————— d

a ————— b c ————— d

Ex Campano: Residuorum diffinitiones:

Cōe initium trium priorum diffinitionum.

Positis duab⁹ lineis altera rationali altera residuo/ adiecta^q ipsi residuo secundū eius terminū/ si fuerit totū cōpositū potētius linea adiecta/ i quadrato lineę ipsi toti cōcantis in longitudine:

Cōmune initium trium posteriorum diffinitionum.

Positis duabus lineis altera rationali altera residuo/ adiecta^q ipsi residuo secundū eius terminū/ si fuerit totū cōpositum potētius linea adiecta/ in quadrato lineę ipsi toti incommensurabilis in longitudine:

Ex Zamberto:

Cōmune initium trium priorum diffinitionum.

Supposita rationali & apotome/ si quidem tota cōgruēte maius potuerit eo quod sit ex sibi longitudine commensurabili:

Cōmune initium trium posteriorum diffinitionum.

Rursus supposita rationali et apotome/ si tota maius potuerit congruente eo quod sit ex sibi longitudine incommensurabili:

1 **S**i fuerit idē totū posita^q rationali lineę in lōgitudine cōmensurable: quod positum erat/ dicitur residuū primū.

2 **S**i vero linea adiuncta/ posita^q rationali communicet in lōgitudine: dicitur residuum secundum.

3 **Q** si fuerit vtraq^q rationali posita^q in longitudine incommensurabilis: vocabitur residuum tertium.

4 **S**i eadē tota posita^q rationali communicet in longitudine: nuncupabitur residuum quartum.

5 **S**i vero linea adiuncta/ posita^q rationali communicet in longitudine: vocabitur residuum quintum.

6 **Q** si fuerit vtraq^q rationali posita^q in longitudine incommensurabilis: appellatur residuum sextum.

apotomarum diffinitiones.

1 **S**i quidem tota exposita^q rationali longitudine cōmensurabilis fuerit: appellatur apotome prima.

2 **S**i vero congruens cōmensurabilis fuerit lōgitudine exposita^q rationali: secūda appellatur apotome.

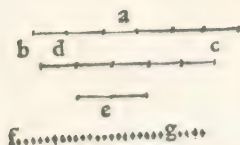
3 **S**i autem neutra cōmensurabilis fuerit exposita^q rationali longitudine: tertia appellatur apotome.

4 **S**i quidem tota cōmensurabilis fuerit exposita^q rationali longitudine: appellatur apotome quarta.

5 **S**i vero congruens: quinta.

6 **S**i autem neutra: sexta.

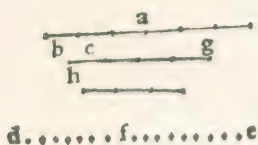
y.v.



Residuum primum inuestigare.
CAMPANVS. ¶ Ab inuentione omnium specierum residui: facile nos absoluat inuentio per ordinem omnium specierum binomij. Nam in qualibet specie binomiorum si minor portio abscindatur de maiori: linea reliqua erit residuum similis speciei: ut patet ex diffinitionibus tam binomiorum quam residuorum. ¶ Proprijs tamē inuentionibus residuorum insistentes: sic inquiramus primum. Sit linea a rationalis posita: cui commensurabilis in longitudine sumatur b c: sitq; e numerus quadratus: diuisus in f non quadratum & in quadratum g: sitq; proportio quadrati lineæ b c ad quadratū lineæ c d, sicut e ad f. eritq; per vltimam partem septimę c d rationalis in potentia tantum. Cum itaq; sit c b potentior c d in quadrato lineæ sibi comunicantis in longitudine: quod patet sicut in explanatione binomij primi: constat ex diffinitione lineam b d esse residuum primum.

Eucl. ex Zamb. Problema 19. Propositio 35.

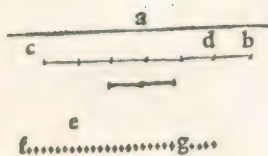
Inuenire primam apotomen.



THEON ex Zāb. ¶ Exponatur rationalis a: & ipsi a longitudine cōmensurabilis esto b g. rationalis igitur est b g. Exponaturq; bini quadrati numeri d e, e f: quorum excessus d f nō sit quadratus. Igitur per correlariū 1 lēmatīs 28 decimi e d ad d f rationem non habet quā numerus quadratus ad quadratū numerum. Fiatq; per correlariū 6 decimi sicut e d ad d f: sic quod ex b g quadratū ad id qd ex g c quadratū. cōmensurabile igitur est quod ex b g: ei qd ex g c. Rōnale autē qd ex b g. rationale igitur & quod ex g c. Rationalis igitur est per diffinitionē / & g c. Et qm e d ad d f rōnē nō habet quā quadratus numerus ad quadratū numerū: neq; igitur quod ex b g ad g c rationē habet quā quadratus numerus ad quadratū numerū. Incomēsurabilis igitur est b g ipsi g c lōgitudine. vtręq; autem sunt rationales. Ipse igitur b c, g c, per 9 decimi rationales sunt potentia cōmensurabiles. Igitur ipsa b c: apotome est per 73 decimi. Dico q; ex prima. Quo nāq; maius est quod ex b g, eo quod ex g c: sit quod ex h. Et quoniam sicut e d ad d f sic est quod ex b g ad id quod ex g c: cōuertendo igitur per correlariū 18 quinti / sicut d e ad e f, sic quod ex g b ad id quod ex h. At d e ad e f rationem habet: quā quadratus numerus ad quadratū numerū. vtręq; enim quadratus est. Quod igitur ex g b ad id quod ex h: rationem habet quā quadratus numerus ad quadratū numerū. cōmensurabilis igitur est b g ipsi h lōgitudine. & b g ipsa g c maius potest: eo quod ex h. ipsa igitur b g ipsa g c maius potest eo quod sit ex sibi longitudine cōmensurabili. estq; tota b g: ipsi a exposita rationali cōmensurabilis. Igitur per tertias diffinitiones / b c: apotome est prima. Inuēta igitur est prima apotome b c. quod erat agendum.

Eucl. ex Camp.

Propositio 31.

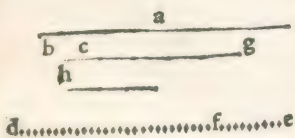


Residuum secundum patefacere.

CAMPANVS. ¶ Ad habēdum residuum secundū: sit a linea rationalis posita: eiq; cōmunicans in longitudine c d. & sit quadratum c d ad quadratum b c: sicut f ad e. eritq; b d residuum secundum ex diffinitione. Si dubitas: aut positas nō seruas hypothesēs / aut binomij secundi repetitione indiges.

Eucl. ex Zamb. Problema 19. Propositio 36.

Inuenire secundam apotomen.



THEON ex Zamb. ¶ Exponatur rationalis a: & ipsi a longitudine cōmensurabilis esto g c. Rationalis igitur est g c. Et exponatur bini numeri quadrati d e & e f: quorum excessus d f nō sit quadratus. Fiatq; per correlariū 1 lēmatīs 28 decimi sicut d f ad d e: sic quadratū quod ex g c ad quadratū quod ex g b. cōmensurabile igitur est per 11 decimi quod ex g c quadratū: ei quod ex g b quadrato. Rationale autem est quod ex g c. rationale igitur est quod ex g b. Rationalis igitur est b g. Et quoniam quod ex g c quadratū ad id quod ex g b quadratum non habet quam quadratus numerus ad quadratum numerum: incommensurabilis igitur est per 19 decimi c g ipsi g b longitudine. & ambę sunt rationales.

les. Ipsæ igitur c, g, b , rationales sunt potentia tantum commensurabiles. Igitur per 73 b c apotome est. Dico q & secunda. Quo etenim maius est quod ex b, g eo quod ex c : esto quod ex h . Quoniam igitur est per correlariū 6 decimi sicut quod ex b, g , ad id quod ex c sic est e d numerus ad d f , numerū: conuertēdo igitur per correlariū 19 quinti est sicut quod ex b, g ad id quod ex h , sic est d e ad d f , & uterque ipsorum d, e, f , quadratus est, quod igitur ex b, g : ad id quod ex h , per 9 decimi rationem habet quā quadratus numerus ad quadratum numerū. Commensurabilis igitur est b, g : ipsi h , & b, g , ipsa g, c maius potest: eo quod fit ex h . Igitur b, g , ipsa g, c : maius potest eo quod fit ex sibi longitudine commensurabilis. Et congruens est c, g : commensurabilis longitudine ipsi a exposita rationali. Ipsa igitur b, c per tertias diffinitiones secunda est apotome. Inuenta est igitur secunda apotome b, c . Quod facere oportebat.

Eucl. ex Camp.

Propositio 82

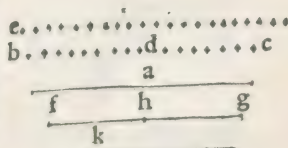
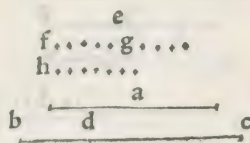
Residuum tertium perscrutari.

RECAMPANVS. Residuum tertium sic habetur. Posita ut prius a rationali/numeroque quadrato diuiso in f non quadratum & g quadratum/assumptoque h numero primo: sit quadratum lineæ a ad quadratum lineæ b, c : sicut h ad e , sitque quadratum lineæ b, c ad quadratum lineæ c, d : sicut e ad f , eritque ex diffinitione (de quo si hæsitis consule binomium tertium) lineæ d, b : residuum tertium.

Eucl. ex Zamb. Problema 20. Propositio 87.

Inuenire tertiam apotomen.

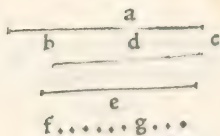
THEON ex Zamberto. Exponatur rationalis a , explicentur tres numeri e, b, c, d , rationē adinuicem non habentes quā quadratus numerus ad quadratum numerū. Ipse autē b, c : ad d b rationem habeat/quā quadratus numerus ad quadratum numerū. Fiatque per correlariū 6 decimi: sicut e ad b, c : sic quod ex a quadratum ad id quod ex f, g quadratum. sicut vero b, c ad c, d : sic quod ex f, g quadratum ad id quod ex g, h . Quoniam igitur est sicut e ad b, c sic quod ex a quadratum ad id quod ex f, g quadratum: quod igitur ex a quadratum e i quod ex f, g quadrato est commensurabile. Quadratum autē ex a : rationale est, rationale igitur est & quod ex f, g , rationalis igitur est f, g . Et quoniam e ad b, c rationem non habet quam quadratus numerus ad quadratum numerum: neque igitur quod ex a quadratum ad id quod ex f, g quadratum rationem habet quam quadratus numerus ad quadratum numerū. Incommensurabilis igitur est per 9 decimi a : ipsi f, g longitudine. Rursus quoniam est sicut b, c ad c, d sic quod ex f, g quadratum ad id quod ex g, h : commensurabile igitur est quod ex f, g : ei quod ex g, h . Rationalis autem est quod ex f, g , rationalis igitur quod ex g, h , rationalis igitur est g, h . Et quoniam b, c ad c, d rationem non habet quam quadratus numerus ad quadratum numerū: neque igitur quod ex f, g ad id quod ex g, h rationem habet quam quadratus numerus ad quadratum numerum. Incommensurabilis igitur est f, g : ipsi g, h longitudine. Et uterque sunt rationales, ipsæ igitur f, g, g, h : rationales sunt/potentia tantum commensurabiles. Apotome igitur est f, h per 73 decimi. Dico q & tertia. Quoniam enim est sicut e ad b, c sic quod ex a quadratum ad id quod ex f, g quadratum/sicut autem b, c ad c, d sic quod ex f, g ad id quod ex g, h : ex æquali igitur per 22 quinti sicut e ad c, d sic quod ex a ad id quod ex h, g . Sed e ad c, d rationem non habet quam quadratus numerus ad quadratum numerum. Neque igitur quod ex a : ad id quod ex g, h rationem habet quam quadratus numerus ad quadratum numerum. Incommensurabilis igitur est a ipsi g, h longitudine. Neutra igitur ipsarum f, g, g, h : commensurabilis est longitudine ipsi a exposita rationali. Quo nempe maius est quod ex f, g eo quod ex g, h : esto id quod ex k . Quoniam igitur est sicut b, c ad c, d , sic est quod ex f, g ad id quod ex g, h : conuertendo igitur per correlariū 19 quinti est sicut b, c ad b, d sic est quod ex f, g quadratum ad id quod ex k . At b, c : ad b, d rationem habet quā quadratus numerus ad quadratum numerū. & quod ex f, g igitur: ad id quod ex k rationem habet quā quadratus numerus ad quadratum numerū. Commensurabilis igitur est f, g , ipsi k longitudine. Et f, g , ipsa g, h maius potest: eo quod fit ex k . ipsa igitur f, g , ipsa g, h maius potest: eo quod fit ex sibi commensurabili. Et neutra ipsarum f, g, g, h :



cōmensurabilis est lōgitudine ipsi a exposita rationali. Igitur per tertias diffinitiones f h apotome est tertia. Inuenta igitur est tertia apotome, qd erat agēdū.

Eucl. ex Camp.

Propositio 33.

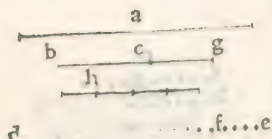


Residuum quartum inuenire.

CAMPANVS. ¶ Hic (sicut in inuentione residui primi) sit linea b c, cōmunicans lineā a rationali posita: numerus autem e quadratus sit diuisus in f & g, quorum sit uterq; non quadratus. Itaq; quadratum lineæ b c ad quadratū lineæ d e: sicut e ad f. & scies ex diffinitione lineam d b esse residuum quartum: si eorum quæ in inuentione binomij quādidiceras/oblitis non fueris.

Eucl. ex Zamb. Problema 21. Propositio 35.

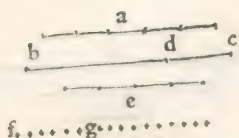
Inuenire quartam apotomen.



THEON ex Zāb. ¶ Exponatur rationalis a: & ei longitudine cōmensurabilis esto b g. rationalis igitur est & b g. Exponenturq; per lēma secūdū 18 decimi bini numeri d f, e: vt totus d e ad utrūq; ipsorū d f, e, rationem non habeat quā quadratus numerus ad quadratū numerū. Fiatq; per correlariū 6 sic cut d e ad e f: sic quod ex b g quadratū ad id quod ex g c quadratū. cōmensurabile igitur est per correlariū 11 decimi quod ex b g: ei quod ex g c. Rationale autē est id quod ex b g. rationale igitur & quod ex g c. rationalis igitur est p 7 diffinitionē decimi & g c. Et qm d e ad e f rationē non habet quam quadratus numerus ad quadratū numerū: neq; igitur quod ex b g ad id quod ex g c rationem habet/ quā quadratus numerus ad quadratū numerū. In cōmensurabilis igitur est per 9 decimi b g: ipsi g c lōgitudine. Et utrūq; rationales sunt. Ipse igitur b g, g c, rōnales sūt potentia tantū cōmensurabiles. Apotome igitur est b c. Dico qd & quarta. Quonēp maius est quod ex b g, eo quod ex g c: esto per lemma 13 decimi quod ex h. Quoniam igitur est sicut d e ad e f sic est d ex b g ad id quod ex g c: & conuertēdo igitur per correlariū 18 quinti sicut e d ad d f, sic quod ex g b ad id quod ex h. Sed e d ad d f, rationem nō habet quā quadratus numerus ad quadratū numerū. neq; igitur quod ex g b ad id quod ex h rationē habet quā quadratus ad quadratū numerum. In cōmensurabilis igitur est per 9 decimi b g ipsi h lōgitudine. & g b, ipsa g c maius potest: eo quod fit ex h. ipsa igitur b g, ipsa g c maius potest: eo quod fit ex h. In cōmensurabili, estq; tota b g: cōmensurabilis longitudine ipsi a rationali exposita. Ipsa igitur b c per tertias diffinitiones apotome est quarta. Inuenta igitur est quarta apotome, quod faciundum erat.

Eucl. ex Camp.

Propositio 34.

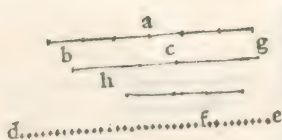


Residuum quintum demonstrare.

CAMPANVS. ¶ Cum residuum quintū inuenire libuerit: erit linea c d cōmunicans lineā a rationali posita in longitudine sicut erat in inquisitione secūdi. & erit quadratus numerus e, diuisus in f & g: quorū neuter quadratus sicut in prēmisa. & erit quadratum lineæ c d ad quadratū b c: sicut f ad e. ex quibus a diffinitione concludetur licet (habita sufficienti notitia binomij quinti) lineā d b esse residuū quintū.

Eucl. ex Zamb. Theorema 22. Propositio 39.

Inuenire quintam apotomen.



THEON ex Zamb. ¶ Exponatur rationalis a: & ipsa longitudine cōmensurabilis esto c g. rōnalis igitur est c g. Exponenturq; per secūdū lemma 25 decimi/ bini numeri d f, e: vt d e ad utrūq; ipsorū d f, e, rationem rursus nō habeat quam quadratus numerus ad quadratū numerū. Fiatq; per correlariū 6 decimi sicut f e ad e d: sic quod ex g c ad id quod ex b g. cōmensurabile per 11 decimi igitur est quod ex g c: ei quod ex b g. Rationale autē est quod ex g c: & e f sic est quod ex b g ad id quod ex g c, at d e ad e f rationē nō habet quā numerus quadratus ad quadratū nūerū: neq; igitur quod ex b g ad id quod ex g c rationem habet quā quadratus numerus ad quadratū numerū. In cōmensurabilis igitur est per 9 decimi b g: ipsi g c longitudine. Et utrūq; sunt rationales. Ipse

Eucl. ex Camp.

CAMPANVS. Residuum sextum sic reperitur. Erat vt prius linea a rationalis posita: & c numerus quadratus diuisus in f & g non quadratos. et erit h numerus primus. Et quadratū lineæ a ad quadratum lineæ b c: sicut h ad e. at vero quadratū b c ad quadratū c d: vt e ad f: eritq; ex diffinitione linea d b: residuum sextū. Cui si non placeat animus tunc affertur exemplum: conuenit in inuentione binomij sexti.

Eucl. ex Zamb. Pro
Inuenire sextam apotomen.

A diagram showing a horizontal line with several points labeled. Above the line is point 'a'. On the line, from left to right, are points 'b', 'd', and 'c'. Below the line, from left to right, are points 'e' and 'g'. The line segment between 'b' and 'c' is solid, while the segment between 'e' and 'g' is dotted.

Diagram illustrating the construction of a line segment a from segments f and g using a compass. Segment f is on the left, g is on the right, and h is the distance between them. A third segment a is shown below, which is the sum of f and g .

a d b c

¶ Sit prædictarum sex apotomarum inuentionis offensio concisior. Deturque ut inueniatur prima. Exponatur ex binis nominibus prima a c: cuius maius nomen sit a b. & ab ipsa quidē a b: auferatur ipsi quidē b c æqualis b d. Ipse igitur a b, b c, hoc est a b, b d: rationales sunt potentia tantum cōmensurabiles. et a b, ipsa b c hoc est ipsa b d, maius potest: eo quod fit ex sibi cōmensurabili. & a b cōmensurabilis est exposita rationali longitudine. Igitur a d prima est apotome. ¶ Similiter iam & reliquas apotomas inueniemus: eas quæ ex binis nominibus in numeros exponentes.

Eucl. ex Camp.

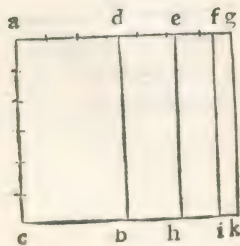
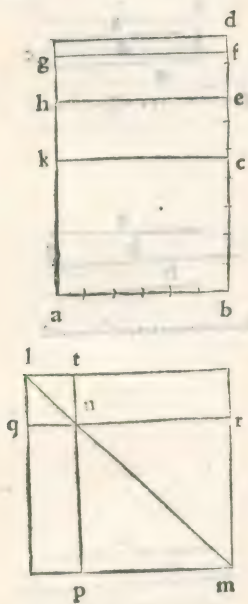
Propositio 86.

¶ I fuerit superficies linea rationali atq; residuo primo cōtenta: latus eius tetragonicum necesse est esse residuum. ¶ CAMPANVS. ¶ Sit superficies a c: contenta linea rationali a b, & residuo primo b c. dico latus tetragonicum superficiei a c esse residuum. Adiungatur enī ad lineā b c, lineā c d: sitq; illa cuius detractioe b c fuit residuum primum. Erigatur ex diffinitione b d rationalis ex longitudine: & c d in potentia tantū. b d quoq; erit potentior d c: in quadrato lineæ secum cōmunicatis in longitudine. Diuidatur igitur d c per æqualia in e. & tota b d diuidatur ea cōmunicata parte 13/b f cōmunicans in longitudine f d, per 9 igitur vtraq; earum cōmunicat cum tota lineā b d. quare per diffinitionē ambæ sunt rationales in lōgitudine. Ducantur itaq; lineæ f g, e h, & c k, æquidistantes a b, eritq; per 15 vtraq; duarum superficierum a f & g d rationalis. Sit quadratū ergo l m: æquale superficiei a c. eritq; rationale: & latus eius rationale in potentia. Intra illud quadratū protracta diagonali lineā l m, describatur quadratū n: æquale superficiei g d. eritq; ipsum rationale: & eius latus rationale in potentia. Protrahantur autem duæ lineæ m p, q n, æquidistantes lateribus totalis quadrati. Diuidetur ergo quadratū p r esse æquale superficiei a c: & eius latus quod est p n est residuum. Cum enim lineā d e sit ex hypothesi medio loco proportionalis inter b f & f d: erit ex prima sexti superficies h d medio loco proportionalis inter duas superficies a f & g d, ideoq; & inter duo quadrata l m & n l. Cūq; ex prima sexti sit superficies l p medio loco proportionalis inter eadē duo quadrata: erit p æqualis d h, & etiam h c. Et quia quadratū l n est æquale g d: erit t r æquale g e, totus itaq; gnomon circūscriptus quadrato m n: est æqualis c g. Et quia l m erat æquale a f: relinquitur m n æquale a c. Quia autem n p latus quadrati m n sit residuum: sic collige. Est enim vtraq; duarum p t & t n rationalis in potentia: eo q; vtrunq; quadratū l m & n l est rationale. vnaq; earū est incōmensurabilis aliq; per primam sexti & 10 huius: eo q; quadratū l m est incōmensurabile l r superficiei sicut superficies a f superficiei h d. De quibus manifestum est q; ipsæ sunt incōmensurabiles. est enim per primam sexti vna earum ad alteram: sicut lineā b f quæ est rationalis in lōgitudine ad lineam d e quæ est rationalis in potentia tantum. ex 68 igitur lineā p n quæ potest in superficiem a c: esse residuum. Et hoc est quod intendimus.

Eucl. ex Zamb. Theorema 67. Propositio 91.

¶ Si areola comprehendatur sub rationali & apotomæ prima: quæ areolam potest apotome est.

¶ THEON ex Zāb. ¶ Comprehendatur etenim areola a b: sub rationali a c, & apotomæ prima a d. Dico q; ipsam a b areolam potens: apotome est. Quia nām apotome est a d: esto eidem congruens per 79 decimi d g. Ipse igitur a g, d g: rationales sunt potentia tantum cōmensurabiles. & tota a g: per tertias diffinitiones cōmensurabilis est ipsi a c exposita rationali: & a g, ipsa g d per 79 decimi maius potest eo quod fit ex sibi lōgitudine cōmensurabili. Si igitur per speciem a quadrato: in cōmensurabilia ipsā p 17 decimi diuiserit. Secet per 10 p m d g bifariam in e. & ei quod ex e g æquum ad ipsam a g cōparetur per 25 sexti: deficient specie a quadrato. sitq; quod sub a f, f g. cōmensurabilis igitur est a f ipsi f g. Et per e, f, signa: per 31 primi ipsi a c paralleli excidentur e h, f i, g.



quoniam cōmensurabilis est a g ipsi f g longitudine: & a g igitur vtriq; ipsarū a f, f g, cōmensurabilis est longitudine. Sed a g cōmensurabilis est ipsi a c. & vtriq; igitur ipsarū a f, f g: cōmensurabilis est longitudine ipsi a c. & rationalis est a c. rationalis igitur est & vtriq; ipsarū a f, f g, quare & vtrunq; ipsorum a i, f k, rationale est. Et quoniam cōmensurabilis est d e ipsi e g (ęuales namq;) quæ vero æqualia cōmensurabilia sunt lōgitudine: & d g igitur vtriq; ipsarū d e, e g, longitudine cōmensurabilis est. Rationalis autē est d g: et ipsi a c longitudine incōmensurabilis. rationalis igitur est & vtriq; ipsarū d e, e g: & ipsi a c lōgitudine incōmensurabilis. vtrunq; igitur ipsorum d h, e k: medium est. Apponatur iam/ipsi quidem a i æquum quadratum l m: ipsi autem f k æquum auferatur communem ipsi l m angulū habēs eū qui sub l o, o m, sitq; n x, circa eundem igitur dimetientem sunt per 26 sexti: ipsa l m, n x, quadrata. sit eorum dimetiēs o r: ac describatur figura. Quoniam certe rectangulum cōprehensum sub a f, f g, æquū est ei quod ex g e quadrato: est igitur per 17 sexti sicut a f ad e g, sic e g ad f g. Sed sicut quidem a f ad e g, sic per primam sexti a i ad e k: sicut autem e g ad f g, sic est e k ad k f. Ipsorum igitur a i, k f: mediū proportionale est e k. est autem ipsorum l m, n x, mediū proportionale n m: sicut in præcedentibus paruit per lemma 53 decimi. & a i, ipsi quidem l m quadrato æquū est: at k f, ipsi n x, & e k igitur: ipsi m n est æquale. Sed e k: per 36 primi ipsi d h est æquale. & m n: ipsi l x. Igitur d k: æquum est ipsi y q z gnomoni, & ipsi n x. Est autem & a k: æquū ipsi l m, n x, quadratis. Reliquum igitur a b: per 43 primi æquum est ipsi f t, hoc est ei quod fit ex l n quadrato. Quod igitur ex l n quadratum: ipsi a b æquum est. Ipsa igitur l n: ipsam a b areolam potest. Dico qd & l n apotome est. Quoniam eni rationalia sunt a i, f k, & æqualia sunt ipsi l m, n x: & vtriq; igitur ipsorū l m, n x, rationale est/hoc est quod fit ex vtriq; ipsarū l o, o n. & vtriq; igitur ipsarū l o, o n: rationalis est. Rursus quoniam d h mediū est: & ipsi l x est æquale: medium igitur, est l x: ipsi n x. Sicut autem l x ad n x: sic est l o ad o n. Incōmensurabilis igitur est per 11 decimi l o: ipsi o n longitudine. Et vtriq; rationales. ipsæ igitur l o, o n: rationales sunt potētia tantum cōmensurabiles. Apotome igitur est per 73 decimi l n: & ipsam a b areolā potest. Quæ igitur ipsam a b areolam potest: apotome est. Si areola igitur cōprehendatur sub rationali & apotomæ prima: quæ areolam potest apotome est. Quod erat ostendendum.

Eucl. ex Camp.

Propositio 87

Si superficies aliqua linea rationali residuoq; secundo contineatur: linea in eadem potens erit residuum mediale primum.

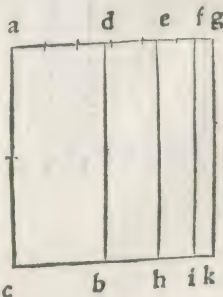
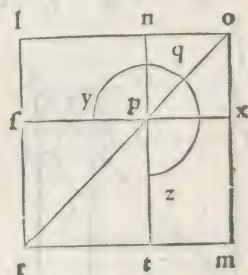
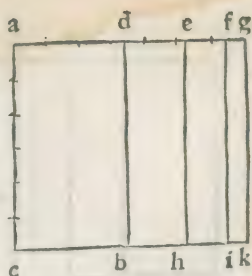
CAMPANVS. In hac quoq; argue sicut in præmissa ex diffinitione residui secundi & secunda parte 13 & nona & decimanona & 15 & 69.

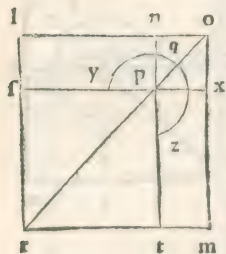
Eucl. ex Zamb.

Theorema 68. Propositio 92.

Si areola comprehensa fuerit sub rationali & apotomæ secunda: quæ areolam potest mediæ apotome est prima.

THEON ex Zamberto. Areola namq; a b: cōprehendatur sub rationali a c, & secunda apotomæ a d. Dico qd quæ a b areolā potest: mediæ apotome est prima. Esto enim per 79 decimi ipsi a d cōgruens d g. Ipsæ igitur a g, d g: rationales sunt potētia tantū cōmensurabiles per tertias diffinitiones. & ipsa d g congruens: cōmensurabilis est ipsi a c expositæ rationali. ipsa vero a g tota/ipsa congruente g d maius potest: eo quod fit ex sibi cōmparetur per 28 sexti quartæ parti eius quod fit ex g d æquum ad ipsam a g cōparetur per 17 decimi. Secetur per 10 primi nempe d g bifariam in e: & ei quod ex e g æquum ad ipsam a g comparetur specie deficiens a quadrato: sitq; quod sub a f, f g, cōmensurabilis igitur est a f: ipsi f g longitudine. Et per ipsa e, f, g, signa: per 31 primi ipsi a c paralleli excidentur e h, f i, g k. Et quoniam per 15 decimi a f ipsi f g longitudine cōmensurabilis est: & a g igitur vtriq; ipsarū a f, f g, longitudine





cōmensurabilis est. Rationalis autē est a g: & ipsi a c longitudine incommensurabilis. & vtrāq; igitur ipsarū a f, f g, rationalis est: & ipsi a c longitudine incommensurabilis. vtrūq; igitur ipsorū a i, f k: medium est. Rursus quoniam cōmensurabilis est d e ipsi e g: & d g igitur per 6 decimi & per 17 decimi vtrūq; ipsarū d e, e g, cōmensurabilis est. Sed d g: ipsi a c longitudine cōmensurabilis est. Rationalis igitur est vtrāq; ipsarū d e, e g: & ipsi a c longitudine cōmensurabilis. igitur & vtrūq; ipsorū d h, e k: per 19 decimi rationale est. Constituitur ergo per 14 secundi ipsi quidem a i æquum quadratum l m: ipsi autem f k æquum auferatur n x, circa eundem existens angulum ipsi l m qui sub l o m. Circa eundem igitur dinutientem sunt ipsa l m, n x, quadrata. Esto per 26 sex xti ipsorum dimetiens o r: & describatur figura. Quoniam nempe ipsa a i, f k, media sunt: & adinuicem cōmensurabilia: & eis quæ ex l o, o n, sunt æqualia: & quæ igitur ex l o, o n, media sunt. & ipsæ l o, o n, igitur: mediæ sunt potentia & quæ igitur ex l o, o n, mediæ sunt. Et quoniam quod sub a f, f g, æquum est ei quod ex e g: est igitur sicut a f ad e g: sic e g ad f g. Sed sicut quidem a f ad e g: sic a i ad e k: sicut autem e g ad f g: sic e k ad f k. Ipsorum igitur a i, f k: medium proportionale est e k. Sed ipsorum l m, n x, quadratorum: medium proportionale est per lemma 53 decimi m n. & a i quidem æquum est ipsi l m: & f k ipsi n x. Igitur m n: ipsi e k æquum est. Sed ipsi quidem e k, æquum est d h: at m n, ipsi l x per 36 primi est æquale. Totum igitur d k: æquum est ipsi y q z gnomoni & ipsi n x. Quoniam ergo totum a k æquum est ipsis l m, n x, quorum d k æquum est ipsi y q z gnomoni & ipsi n x: reliquū igitur a b ipsi t f est æquale. At t f: ei quod ex l n, quod igitur ex l n: ipsi a b areolæ æquum est, ipsam igitur a b areolam: ipsa l n potest. Dico qd l n mediæ apotome est prima. Quoniam enim e k rationale est: & ipsi n m æquale hoc est ipsi l x: rationale igitur est l x, hoc est ei quod sub l o, o n, per constructionem. Ostensum autem est: qd n x: medium est. Igitur l x: ipsi n x est incommensurable. Sicut autem l x ad n x: ad o n. Ipsæ igitur l o, o n, longitudine sunt incommensurabiles. Ipsæ igitur l o, o n, mediæ sunt potentia tantū cōmensurabiles: rationale comprehendentes. Ipsa igitur l n: mediæ apotome est prima per 74 decimi. Et ipsam a b potest areolā. Igitur quæ ipsam a b areolā potest: mediæ apotome est prima. Si areola igitur comprehensa fuerit: & quæ sequuntur reliqua, quod erat ostendendum.

Eucl. ex Camp.

Propositio 88

I linea rationali residuoq; tertio superficies continetur: erit linea super eam potens residuum mediale secundum.

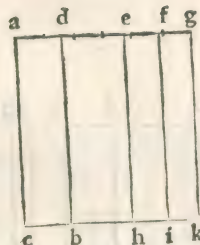
CAMPANVS. Priori demonstrationi insiste: & facile concludes propositionem ex diffinitione residui tertij & secunda parte 13 & 9 & 19 & 70.

Eucl. ex Zamb.

Theorema 69. Propositio 93.

Si areola comprehendatur sub rationali & apotomę tertię: quæ areolam potest mediæ apotome est secunda.

THEON ex Zamberto. Areola enim a b comprehendatur sub rationali a c, & apotomę tertię a d. Dico qd quæ ipsam a b areolam potest: mediæ apotome est secunda. Esto inq; per 79 decimi ipsi a d congruens d g. ipsæ igitur a g, g d, rationales sunt potentia tantum cōmensurabiles. & neutra ipsarū a g, g d: ipsi a c expostæ rationali cōmensurabilis est lōgitudine. At per 87 decimi tōra a g, ipsa d g congruente maius potest: eo quod sit ex sibi cōmensurabili. Sit igitur quartę parti eius quod sit ex d g æquum ad ipsam a g apponatur specie deficiens a quadrato: in incommensurabilia per 18 decimi ipsam diuiserit. Ecce per 10 primi nempe d g bisariam in e. & per 18 sexti ei quod ex e g æquū ad ipsam a g cōparetur specie deficiens a quadrato: sitq; quod sub a f, f g. Exponiturq; per 31 primi per e, f, g, signa: ipsi a c paralleli e h, f i, g k. cōmensurabiles igitur sunt a f, f g. cōmensurable igitur est & a i ipsi f k. Et quoniam a f, f g, cōmensurabiles sunt longitudine: & a g igitur per parabolem vtrūq; ipsarū a f, f g, cōmensurabilis est lōgitudine. Rōnalis autē est a g: & ipsi a c longitudine incommensurabilis. & vtrāq; igitur ipsarū a f, f g, rationalis est: & ipsa a c



longitudine incommensurabilis. & utrumque igitur ipsorum a i, f k: per 21 decimi medium est. Rursus quoniam commensurabilis est d e ipsi e g longitudine: & d g igitur utrumque ipsorum d e, e g, longitudine commensurabilis est per 16 decimi. Rationalis autem est g d: & ipsi a c longitudine incommensurabilis. rationalis igitur est & utrumque ipsorum d e, e g: & ipsi a c longitudine incommensurabilis. Vtrumque igitur ipsorum d h, e k: per 21 decimi medium est. Et quoniam a g, g d, potentia tantum sunt commensurabiles: incommensurabilis igitur est longitudine a g ipsi g d. Sed a g, ipsi quidem a f longitudine commensurabilis est: & d g, ipsi e g, incommensurabilis igitur est a f ipsi e g longitudine. Sicut autem a f ad e g: sic a i ad e k, incommensurabile igitur est a i ipsi e k. Constituat igitur per 14 secundi, ipsi quidem a i æquum quadratū l m: ipsi autem f k æquum auferatur n x, circa eundem existens angulū cū m l. Circa igitur eundem dimetiente: sunt l m & n x. esto per 26 sexti ipsorum dimetiens o r: describaturque figura. Quoniam igitur quod sub a f, f g, æquum est ei quod ex e g: est igitur per 17 sexti sicut a f ad e g, sic e g ad f g. Sed sicut quidem a f ad e g: sic est a i ad e k: sicut autem e g ad f g, sic est e k ad f k, & sicut igitur a i ad e k: ita e k ad f k. Ipsorum igitur a i, f k, medium proportionale est e k, est autem per lēma 53 decimi ipsorum l m, n x, quadratorum: mediū proportionale m n. & a l, æquū est ipsi l m: & f k, ipsi n x. Et e k igitur æquū est ipsi m n. Sed m n, ipsi l x est æquale: & e k, ipsi d h æquū est p 26 primi. & totū igitur d k: æquū est ipsi y q z gnomoni & ipsi n x. Est autem & a k æquū ipsi l m, n x, reliquum igitur a b: æquum est ipsi f t, hoc est ei quod ex l n quadrato. Igitur ipsa l n: ipsam a bareolam potest. Dico iam q l n mediæ apotome est secunda. Quoniam enim ostensum est q a i, f k, mediæ sunt & æqualia eis quæ ex l o, o n: medium igitur est per correlariū 23 decimi & utrumque ipsorum quæ ex l o, o n, mediæ igitur est utrumque ipsarum l o, o n. Et quoniam a i ipsi f k commensurabile est: igitur quod ex l o, ei quod ex o n commensurabile est. Rursus quoniam ostensum est q a i ipsi e k incommensurabile est: incommensurabile igitur est l m ipsi m n, hoc est quod ex l o, ei quod sub l o, o n, quare & l o: incommensurabilis est longitudine ipsi o n. Ipsæ igitur l o, o n: mediæ sunt potentia tantum commensurabiles. Dico iam q & medium comprehendunt. Quoniam patet q e k medium est: & ei est æquale quod sub l o, o n: medium igitur per correlariū 23 decimi est & quod sub l o, o n. Quare ipsæ l o, o n, mediæ sunt potentia tantum commensurabiles medium comprehendentes. Ipsa igitur l n mediæ apotome est secunda per 75 decimi: & ipsam potest a b. Quæ igitur ipsam a b areolam potest: mediæ apotome est secunda. Quod ostendere oportebat.

Eucl. ex Camp.

Propositio 89.

Si fuerit superficies linea rationali residuoque quarto contenta: linea super eam potens erit linea minor.

CAMPANVS. In hac quoque: non aliter procedas q̄ prius. facile erit ibi propositum concludere: si præmissam non despicias ex diffinitione residui quarti & secunda parte 14. & 9 & 19 & 15 & 71. & sic patebit propositū.

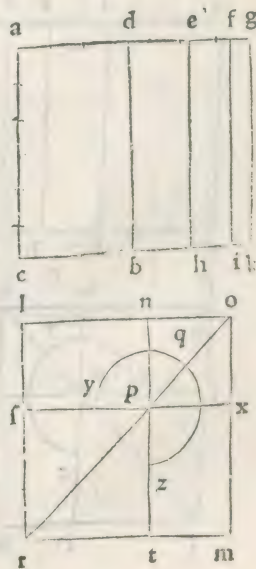
Eucl. ex Zamb.

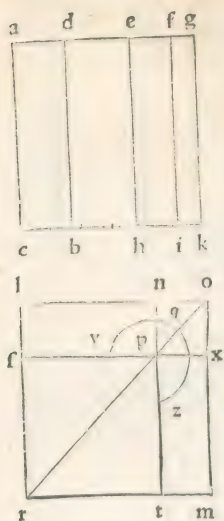
Theorema 70. Propositio 94.

Si areola comprehendatur sub rationali & quarta apotome: quæ areolam potest minor est.

THEON ex Zab. Areola namque a b: comprehendat sub rationali a c, & quarta apotome a d. Dico q̄ q a b areolā potest minor est. Sit enī per 80 decimi ipsi a d congruēs d g. ipsi igitur a g, g d: rationales sūt potentia tū commensurabiles. & a g: ipsa c expositæ rationali longitudine commensurabilis est. & tota a g: ipsa d g congruētem maius potest eo quod fit ex sibi longitudine incommensurabili: si decimi a g ipsa g d maius potest eo qd fit ex sibi longitudine incommensurabili: si igitur quartæ parti eius qd ex d g æquū ad ipsam a g cōparet per 28 sexti specie deficientes a quadrato: in incommensurabilia per 18 decimi ipsa diuiserit. Secet p 10 primi igitur d g bifariā in e: & ei qd ex e g p 28 sexti æquū ad ipsam a g cōparet per specie deficientes a quadrato: sitque quod sub a f, f g. Incommensurabilis igitur est longitudine a f: ipsi f g. Excitentur igitur per 31 primi per e, f, g, signa paralleli ipsi a c, b d: sintque e h, f i, g k. Quoniam igitur rationalis est a g, & ipsi a c longitu

z. j.





dine commensurabilis: rationale igitur est totum a k. Rursus quoniam commensurabilis est d g ipsi a c longitudine & utraq; sunt rationales: medium igitur est d k per 21 decimi. Rursus quoniam incommensurabilis est a f ipsi f g longitudine: incommensurabile igitur est per 9 decimi & a i ipsi f k. Constituitur igitur per 14 secundi ipsi quidem a i æquum quadratū l m: ipsi autem f k æquum auferatur n x. Ad eundem igitur sunt angulum qui sub l, o, m: ipsa l m & n x, quadrata. Sit circa igitur eundem dimetiētem sunt per 26 sexti: ipsa l m, n x, quadrata. Sit ipsorum dimetiēs o r: describaturq; figura. Quoniam igitur quod sub a f, f, g, æquū est ei quod ex e g: proportionale igitur est per decimāle primā sexti sicut a f ad e g, sic e g ad f g. Sed sicut quidem a f ad e g: sic a i ad e k. Sicut autem per primā sexti e f ad f g: sic e k ad f k. Ipsorum igitur a i, f k, medium proportionale est e k. Ipsorum autem l m, n x, quadratorū per lēma 53 decimi medium proportionale est n m. & a i æquū est ipsi l m: & f k ipsi n x. & e k igitur ipsi m n est æquale. Sed ipsi quidē e k, æquū est d h: ipsi autē m n, æquū est l x. Totū igitur d k: æquū est ipsi y q z gnomoni & ipsi n x. Quoniam igitur a i æquū est ipsi l m, n x, quadratis, quorū d k æquū est ipsi y q z gnomoni & æquū est ipsi l m, n x, quadratis, quorū d k æquū est ipsi y q z gnomoni & hoc est ei qd fit ex l n quadrato. Igitur l n: ipsam a b areolā potest. Dico q; l n irrationalis est: appellata minor. Qm̄ enī a k rationale est: & eis est æquale quæ ex l o, o n, sunt quadratis: conflatum igitur ex ijs quæ ex l o, o n, rationale est per diffinitionem. Rursus quoniam d k medium est: & d k æquū est ei quod bis sub l o, o n: quod igitur bis sub l o, o n, medium est. Et quoniam patuit q; a i ipsi f k est incommensurabile: incommensurabile igitur est per 11 decimi quadratum quod ex l o, ei quod ex o n quadrato. Ipsa igitur l o, o n: per 76 decimi potest ratione sunt incommensurabiles/efficientes conflatum quidem earum quadratis rationale/quod vero bis sub ipsis medium. Ipsa igitur l n, irrationalis est appellata minor: & ipsam areolam a b potest. Quæ igitur ipsam a b areolam potest minor est. Quod erat ostendendum.

Eucl. ex Camp.

Propositio 90.

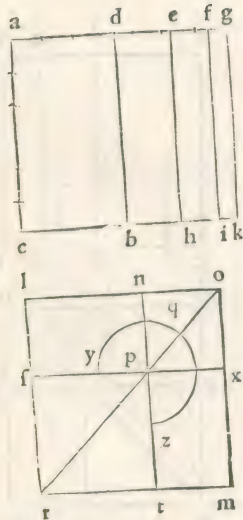


I fuerit linea rationali residuoq; quinto superficies mediale, latus eius tetragonū erit cū rōnali cōponēs residui quinti & secunda parte 14 & 9 & 19 & 15 & 72: quod propositum est concludere.

Eucl. ex Zamb.

Theorema 71. Propositio 95.

Si areola comprehendatur sub rationali & quinta apotomæ: quæ areolam potest/est quæ cum rationali medium totum conficit.



THEON ex Zamberto. Areola etenim a b: comprehendatur sub rationali a c, & quinta apotomæ a d. Dico q; quæ ipsam areolam a b potest: est quæ cū rationali medium totum conficit. Sit namq; per 79 decimi ipsa d congruens d g. Ipsa igitur a g, g d, per 80 decimi rationales sunt potentia tantum commensurabiles, & congruens g d, commensurabilis est longitudine ipsi a c: commensurabilis. Sed tota a g: congruente d g maius potest eo quod sit exposita rationali. Si igitur per 28 sexti quartæ parti eius quod ex d g, æquū sibi incommensurabili. Si igitur per 28 sexti quartæ parti eius quod ex d g, æquū ad ipsam a g per 17 decimi cōparetur deficientes specie a quadrato: in incommensurabilia ipsam diuidet. Secetur igitur per decimam primā d g bifariam in e l. gno: & ei quod ex e g per 28 decimi æquum ad a g comparetur specie deficientis a quadrato/sitq; quod sub a f, f, g. Incommensurabilis igitur est per 34 decimi a f ipsi f g longitudine. Excitenturq; per 31 primi per e, f, g, signa ipsi a c paralleli e h, f i, g k. Et quoniam a g ipsi a c longitudine est incommensurabilis: & utraq; sunt rationales: mediū igitur est d k. Rursus qm̄ d g est rationalis: & ipsi a c lōgitudine cōmensurabilis: rationale igitur est d k. Constituitur igitur per 14 secundi ipsi quidē a i æquū quadratū l m: ipsi autē f k æquū quadratū auferatur n x. Ad eundē angulū qui sub l, o, m: sunt ipsa l m et n x. ad eadē igitur diametru: sunt l m, n x quadrata. Sit p 26 sexti ipsorū dimetiēs o r: describaturq; figura. Similiter iā ostēdemus: q; l n pōt ipsā a b areolā, dico q; ipsa l n

quæ cum rationali mediū totū conficit. Quoniam enim ostensum quod a k mediū est & eis sunt æqua quæ ex l o, o n: conflatū igitur quæ ex l o, o n, mediū est, per correlariū 23 decimi. Rursus quoniam d k rationale est & ei est æquū qd bis sub l o, o n: & quod bis igitur sub l o, o n, rationale est. Et quoniam incommensurabile est a i ipsi f k: incommensurabile igitur est quod ex l o, ei quod ex o n, ipsæ igitur l o, o n: potentia sunt incommensurabiles efficientes conflatum ex ipsarum quadratis mediū quod autem bis sub ipsis rationale, reliqua igitur l n per 77 decimi irrationalis est: appellata cum rationali mediū totum efficiens. Et ipsam a b areolam potest, quæ igitur ipsam a b areolam potest: est quæ cum rationali mediū totum efficit. Quod oportuit demonstrare.

Eucl. ex Camp.

Propositio 91.

SI linea rationali residuoque sexto superficies contineatur: latus tetragonum quod super eam potest cum mediali constituens totum mediale esse comprobatur.

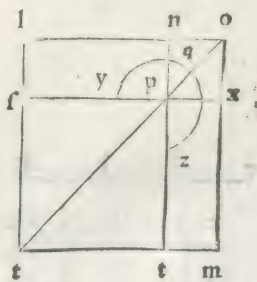
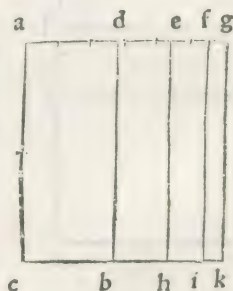
CAMPANVS. Nunc quoque ultimo quod per hanc dicitur: premisso modo satage concludere ex diffinitione residui sexti & secunda parte 14 & 9 & 19 & 73. In his autem omnibus processum tuum nihil offendere poteris: si primam earum & perfecte didiceris & memoriter teneris / & quid quoque supponet soleriter attenderis. Quod si forsan de aliquo in quadrato l m te dubitare contigerit: ad suū æquale in superficie a d tibi recurrēdū erit & patebunt tuo ingenio.

Eucl. ex Zamb. Theorema 62. Propositio 96.

Si areola comprehendatur sub rationali & apotome sexta: quæ areolam potest: est quæ cum medio mediū totum efficit.

THEON ex Zamb. Areola namque a b: comprehendatur sub rationali a c & apotome sexta a d. Dico quod quæ a b areolam potest: est quæ cum medio mediū totum efficit. Esto enim per 79 decimi ipsi a d congruens d g. ipsæ igitur a g, g d, per 90 decimi rationales sunt potentia tantum commensurabiles. Et neutra ipsarum a g, g d, per tertias diffinitiones commensurabilis est ipsi a c expositæ rationali longitudine: & tota a g ipsa d g congruente maius potest eo quod sit qd sit ex sibi longitudine incommensurabili. Quoniam igitur a g ipsa g d maius potest eo quod ex d g æquū ad ipsam a g cōparetur specie deficientes a quadrato in incōmensurabilia ipsam p 17 decimi divider. Secetur igitur p 10 primi a g bifariā in signo e: & ei quod ex e g per 28 sexti æquū ad ipsam a g cōparet specie deficientes a quadrato: sitque quod sub a f, f g. Incōmensurabilis igitur est per 18 decimi a f: ipsi ipsi f g longitudine. Sicut autem per primam sexti a f ad f g: sic a i a g, a c, incommensurabile igitur est per 9 decimi a i ipsi f k. Et quoniam ipsæ quoniam ipsæ a c, d g, rationales sunt longitudine incommensurabiles: mediū est & d k per 21 decimi. Quoniam igitur ipsæ a g, g d, potentia tantum sunt commensurabiles: igitur a g ipsi d g longitudine est incommensurabilis. Sicut autem a g ad g d: sic est a k ad d k. incommensurabile igitur est a k: ipsi k d. Constituat igitur per 14 secundi ipsi a i, æquum quadratū l m: ipsi autem f k, æquum auferatur n x, circa eundem dimetiētem igitur: per 26 sexti sunt ipsa l m, n x, quadrata. esto ipsorū dimetiēs o r: describat igitur figura. Similiter ita ex quæ cum medio mediū totum efficit. Quoniam namque patuit quod a k mediū est & eis est æquale quæ ex l o, o n: conflatum igitur ex ijs quæ ex l o, o n, mediū est per correlariū 23 decimi. Rursus quoniam patuit quod d k mediū est & ei æquale quod bis sub l o, o n: & quod igitur bis sub l o, o n, mediū est. Et quoniam patuit quod a k ipsi d k est incommensurabile: incommensurabilia igitur sunt & quæ ex l o, o n, sunt quadrata ei quod bis sub l o, o n. & quoniam a i ipsi f k est incommensurabile: incommensurabile est igitur & quod ex l o ei quod ex o n. Ipsæ l o, o n, igitur per 78 decimi potentia sunt incommensurabiles / efficientes conflatum ex ipsarum quadratis mediū / & quod bis sub ipsis mediū / insuper quæ ex ipsis quadrata incommensurabilia

z, ij.



ei quod bis sub ipsis. Ipsa igitur 10 irrationalis est: appellata cum mediometrum totum efficiens. Quod erat ostendendum.

Eucly. ex Camp.

Propositio 92.

I ad lineam rationalem superficies æqualis quadrato residui applicetur: alterum latus residuum primum esse necesse est.

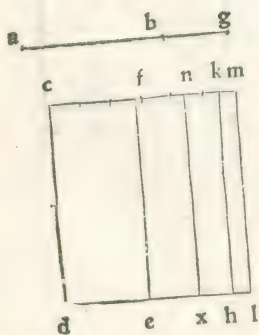
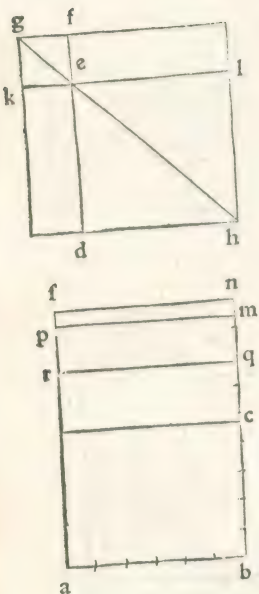
CAMPANVS. CHæ sex sequentes: sunt conuersæ sex præcedentium per ordinem. Huius autem primæ hæc est intentio. q. si sit superficies a c ad iuncta ad lineam rationalem a b, æqualis quadrato residui quod sit d e: erit eius latus secundum quod est b c necessario residuum primum. Adiciatur enim lineæ d e quæ proponitur esse residuum: lineæ per cuius abscissionem ipsa d e fuerit residuum. sitq. ei adiuncta e f. eritq. ex 68 vtriusque duarum linearum d f & f e ratio nalis in potentia: & vna earum incommensurabilis alij. Describatur ergo quadratum lineæ f e, quod sit e g: & quadratum d e quæ posita est esse residuum: quadratum lineæ d f & quadratum e h erit sicut superficies a c. Erat etiam quadratorum g h & g e. rationale. Sit igitur superficies a m adiuncta ad lineam a b: æqualis quadrato g h. eritq. ob hoc rationalis. quare per 16 linea m n est rationalis in longitudine. superficies vero p n sit æqualis quadrato e g: quæ etiam propter hoc erit rationalis. & per 16 linea m n rationalis in longitudine. itaq. tota linea b n est rationalis per 9. Diuidatur autem c n per æqualia in q: & ducatur q r æquidistans a b. eritq. ex prima sexti c r æqualis r n. Manifestum vero est q. cum tota superficies a n sit æqualis duobus quadratis g h & e g pariter acceptis quæ sunt quadrata duarum linearum d f & f e, & superficies a c sit æqualis quadrato lineæ d e quod est e h: erit per 7 secundum superficies residua ex a n sunt r n & d g: necesse est esse æqualia. Cūq. igitur ex prima sexti sit superficies g medio loco proportionalis inter duo quadrata g h & e g: ideoq. per es r n medio loco proportionalis inter duas superficies a m & p n. ideoq. per & m n. Cumq. sit q n dimidium lineæ n c, & linea b n diuisa per punctum m in duo communicantia inter quæ cadit q n medio loco proportionalis: sequitur ex prima parte 13 q. linea b n sit potentior linea n c in quadrato lineæ f e: ex hypothesi autem superficies c r sibi æqualis medialis: & linea c q rationalis in potentia tantum per 20: ideoq. etiam duplum eius quod est linea n c est rationalis in longitudine: sequitur ex diffinitione lineam b c esse residuum primum. Quod est propositum.

Eucly. ex Zamb. Theorema 73.

Propositio 97.

Quæ ab apotome ad rationalem comparata latitudo: primam efficit apotomen.


THEON ex Zāb. Sit apotome a b, rationalis autem sit c d: & ei quod ex a b æquum ad ipsam c d comparetur e, latitudinem efficiens e f. Dico q. c f est prima apotome. Esto inquit per 79 decimi ipsi a b congruens b g, ipse igitur a g, g b, per 80 decimi rationales sunt potentia tantum commensurabiles. Et ei quidem quod ex a g per 44 primi æquum ad ipsam c d comparetur c h: ei autem quod ex b g, comparetur k l. Totum igitur c h æquum est eis quæ ex a g, g b, quorum c e æquum est ei quod ex a b, reliquum igitur f l: æquum est ei quod bis sub a g, g b. Secetur per 10 primi f m bifariam in signo n: & ex hoc tetur per 31 primi per n, ipsi c d parallelus n x. Vtrumq. igitur ipforum: f x, n, æquum est ei quod sub a g, g b. Et quoniam quæ ex a g, g b, rationalia sunt, & eis quæ ex a g, g b, æquum est d m: rationale igitur est per diffinitionem decimi d m. Et ad rationale aopponitur c d: latitudinem efficiens c m. rationalis igitur est c m, per 20 decimi: & ipsi c d longitudine incommensurabilis. Rursus quoniam quod



bis sub a g, g b, medium est per 21 decimi / & ei quod bis sub a g, g b, æquum est f l: medium igitur est f l. Et ad ipsam c d rationalem apponitur: latitudinem efficiens f m. rationalis igitur est f m: & ipsi c d longitudine incommensurabilis. Et quoniam quæ ex a g, g b, rationalia sunt / quod autem bis sub a g, g b, medium est: incommensurabilia igitur sunt quæ ex a g, g b, ei quod bis sub a g, g b. Et eis quidē quæ ex a g, g b, æquum est c l: ei autem quod bis sub a g, g b, æquū est f l. incommensurabile igitur est per 9 decimi d m ipsi f l. Sicut autem per primam sexti d m ad f l: sic est c m ad f m, incommensurabilis igitur est per 13 decimi c m ipsi f m longitudine. Et utraq; sunt rationales, ipsæ igitur c m, m f: per 11 decimi rationales sunt potentia tantum commensurabiles. Igitur c f apotome est. Dico insup q & prima. Qm̄ nēpe eorū q̄ ex a g, g b, mediu pportionale est quod sub a g, g b, & quod ex a g æquū est ipsi c h, ipsi autē qd sub a g, g b, est n l, ei autē quod ex b g æquū est k l: & ipsorū igitur c h, k l, mediū proportionale est n l. Est igitur per 1 sexti sicut c h ad n l: sic est n l ad k l. Sed sicut quidem c h ad n l, sic est c k ad n m: sicut autem n l ad k l, sic est n m ad k m, & sicut igitur per 11 quinti c k ad n m: sic n m ad k m. Quod igitur sub c k, k m: per 17 decimi æquū est ei quod ex n m, hoc est quartæ parti eius quod ex f m. Et quoniam quod ex a g ei quod ex g b est commensurabile: commensurabile est c h ipsi k l. Sicut autem c h ad k l: sic c k ad k m. commensurabilis est igitur per 11 decimi c k ipsi k m. Quoniam igitur binę rectæ lineæ sunt inæquales scilicet c m, m f, & quartæ parti eius quod ex f m æquum ad ipsam c m apponitur specie deficiens a quadrato quod scilicet sub c k, k m, & c k ipsi k m commensurabilis est: ipsa igitur m c, ipsa m f maius potest eo quod sit ex sibi longitudine commensurabili. Et c m: commensurabilis est ipsi c d expositæ rationali. Ipsa igitur c f: per 85 decimi apotome est prima. Quæ igitur ex apotomæ ad rationalem comparata latitudo: efficit primam apotomen. Quod erat ostendendum.

Eucl. ex Camp.

Propositio 93.

 Vm adiuncta fuerit superficies æqualis quadrato residui medialis primi ad lineam rationalem: alterum latus eius erit residuum secundum.

CAMPANVS. Hic erit linea d e residuum mediale primum: & linea e f erit linea illa per cuius abscissionem d e fuerat residuum mediale primum. Dico q b c erit residuum secundum. Quod nescire non poteris: si demonstrationi premisse (quousq; eā solido amplectaris habitu) insitueris / & quales lineas oporteat esse d f & e f vigilanter attenderis. de quo si dubitas: 69 requirenda erit.

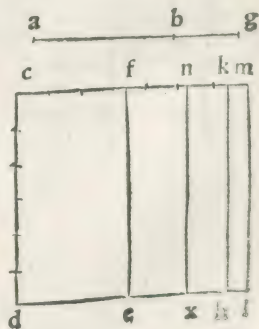
Eucl. ex Zamb.

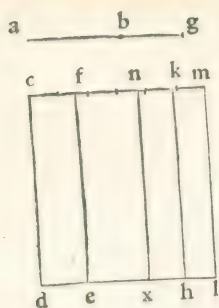
Theorema 74. Propositio 98.

Quæ a mediæ apotomæ prima ad rationalem comparata latitudo: secundam efficit apotomen.

THEON ex Zamberto. Sit mediæ apotome prima a b: rationalis autem esto c d. & ei quod ex a b per 44 primi æquum ad ipsam c d apponatur c e: latitudinem efficiens c f. Dico q c f apotome est secunda. Esto namq; ipsi a b congruens b g. ipsæ igitur a g, g b: mediæ sunt potentia tantum commensurabiles / rationale comprehendentes. Et ei quidem quod ex a g æquum ad ipsam c d comparetur per 44 primi c h: latitudinem efficiens c k. ei autē quod ex g b æquum ad ipsam k h comparetur k l: latitudinem efficiens k m. Totum igitur c l: æquum est eis quæ ex a g, g b, medium igitur est & c l. Et ad ipsam c d rationalem comparatur: latitudinem efficiens c m. rationalis igitur est & c m: & ipsi c d longitudine incommensurabilis per 22 decimi. Et quoniam c l æquum est eis quæ ex a g, g b, quadratis / quorum quod ex a b æquum est ipsi c e: reliquum igitur quod bis sub a g, g b, æquum est ipsi f l. Rationale autē est quod bis sub a g, g b, comprehenditur: rationale igitur & f l. Et ad f e rationalem comparatur: latitudinem efficiens f m. rationalis igitur est per vigesimam decimi & f m: & ipsi c d longitudine commensurabilis.

z. iij.





GEO. ELE. EV.

Quoniam igitur quæ ex a g, g b, hoc est ipsum c l, medium est / quod autem bis sub a g, b g, hoc est ipsum f l rationale: incommensurable igitur est per 9^{de} cimi c l ipsi f l. Sicut autem c l ad f l sic est c m ad f m, incommensurabilis igitur c m: ipsi f m lōgitudine. & utræque sunt rationales. Ipsæ igitur c m, m f, rationales sunt potentia tantum commensurabiles. Ipsa igitur c f apotome est per 7^{de} decimi. Dico etiam q & secunda. Secetur namque per 10 primi f m bisariam in n. Exciteturque per 31 primi per n ipsi c d parallelus n x. utrūque igitur ipsorum f x, n l, æquum est ei quod sub a g, g b. Et quoniam per lemma 53 decimi ipsorum quæ ex a g, g b, quadratorum medium proportionale est quod sub a g, g b, & quod ex a g æquum est ipsi c h, quod vero sub a g, g b, ipsi n l, quod autem ex b g ipsi k l: & ipsorum igitur c h, k l, medium proportionale est n l per idem lemma. Est igitur sicut c h ad n l sic n l ad k l, sed sicut quidem c h ad n l sic est c k ad n m: sic est n m ad k m. Igitur quod sub c k, k m, per 17 decimi ei est æquum quod ex n m: hoc est quartæ parti eius quod ex f m. Et quoniam quod ex a g commensurable est ei quod ex b g: commensurable est per primam sexti & 11 decimi & c h ipsi k l, hoc est c k ipsi k m. Quoniam igitur binæ rectæ lineę in æquales sunt c m & m f, quartæ autem parti eius quod ex m f per 17 decimi æquum ad maiorem c m apponitur deficiens specie a quadrato quod scilicet sub c k, k m, & ipsam in commensurabilia dispelit: ipsa igitur c m ipsa m f per eandem maius potest eo quod fit ex sibi longitudine commensurabilis. Et congruens f m: per 85 decimi est commensurabilis longitudine ipsi c d expositæ rationali. Ipsa igitur c f apotome est secunda per tertias diffinitiones. Quæ igitur a mediæ apotomę prima ad rationalem comparata latitudo: secundā efficitur apotomen. Quod erat ostendendum.

Propositio 94.

Eucl. ex Camp.

Propositio 94. Secundi 94

Si superficies aequalis quadrato residui medialis secunda applicata fuerit ad lineam rationalem: alterum latus eius residuum tertium esse conueniet.

CAMPANVS. ¶ Hic etiam erit de residuum mediale secundum
& sequetur vt sit c b residuum tertium. Quod vt facile concludas primæ domo
strationi insistas: & quales lineas conueniat esse d f & e, ex 70 collige. Propositio 99.

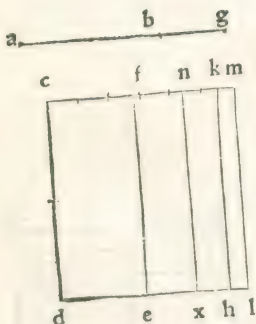
Eucl. ex Zamb.

Theorema 75. Propositio 99.

¶ Quæ a mediæ apotomæ secunda ad rationalem comparatio
latitudo: tertiam apotomen conficit.

latitudo: tertiam apotomen conficit.

¶ THEON ex Zamberto. ¶ Est media apotome secunda a b: rationalis autem esto c d: & ei quod ex a b per 44 primi æquum ad ipsam c d apponatur c e: latitudinem efficiens c f. Dico qd c f est apotome tertia. Sit namq; a b commensurabilis b g, ipsæ igitur a g, g b, per 81 decimi mediæ sunt potentia tantum commensurabiles medium comprehendentes. Et ei quidem quod ex a g per 44 primi æquum ad ipsam c d comparetur c h: latitudinem efficiens c i: latitudo autem quod ex b g, per eandem æquum ad ipsam k h comparetur k i: latitudinem efficiens k m. Totum igitur c l: æquum est eis quæ ex a g, g b. Et ea quæ ex a g, g b: media sunt, medium igitur est & c l. Et ad ipsam c d apponitur: latitudinem efficiens c m. Rationalis igitur est c m: & ipsi c d longitudine incommensurabilis. Et quoniam totum c l æquum est eis quæ ex a g, g b, quorum c e æquum est ei quod ex a b: reliquum igitur l f per 7 secunda æquum est ei quod ex a b: bis sub a g, g b. Secetur igitur per 10 primi f m bifariam in n signo: æquum est ei quod ex a b: per 31 primi parallelus excitetur n x, vtrunq; igitur iporum f x, n l: æquum est ei quod sub a g, g b. Medium autem est quod sub a g, g b, medium igitur est c f. Et ad ipsam e f comparatur: latitudinem efficiens f m, rationalis igitur est f m. Et per 22 decimi f m & ipsi c d longitudine incommensurabilis. Et quoniam ipsæ a g, g b, potentia tantum sunt commensurabiles: incommensurabilis igitur est a g, g b, per 9 decimi a g ipsi g b longitudine. Incommensurable igitur est & quod ex a g, g b: ei quod sub a g, g b. Sed ei quidem quod ex a g, cōmensurabilia sunt quæ ex a g, g b: ei autem quod sub a g, g b: commensurable est quod bis sub a g, g b.



b. Incommensurabilia igitur sunt quæ ex a g, g b: ei quod bis sub a g, g b. Sed eis quidem quæ ex a g, g b, æquum est c l: ei autē quod bis sub a g, g b, æquū est f l. Incommensurabile igitur est c l: ipsi f l. Sicut autem c l ad f l: sic est per primam sexti & 11 decimi c m ad f m. incommensurabilis igitur est c m: ipsi f m longitudine. Et utraq; sunt rationales. Ipsæ igitur c m, m f rationales sunt potentia tantum commensurabiles. Apotome igitur est c f. Dico q; & tertia. Quoniam enim quod ex a g commensurabile est ei quod ex b g: commensurabile igitur est & c h ipsi k l, quare & c k ipsi k m. Et quoniam eorum quæ ex a g, g h, per lemma 53 decimi medium proportionale est quod sub a g, g b, & ei quidē quod ex a g æquum est c h, ei autem quod ex g b æquū est k l, ei autem quod ex a g, g b, æquum est n l: & ipsorū c h, k l, igitur per lemma 53 decimi medium proportionale est n l. Est autem sicut c h ad n l: sic est n l ad k l. Sed sicut c h ad n l: sic per primā sexti est c k ad n m. sicut autem n l ad k l: sic est n m ad k m. quod igitur sub c k, k m: æquum est ei quod ex m n, hoc est quartæ parti eius quod ex f m. Quoniam igitur binę rectæ lineę inæquales sunt c m, m f, & quartæ parti eius quod ex f m per 17 decimi æquum ad ipsam c m apponitur specie deficiēs a quadrato: & in commensurabilia ipsam dividit: igitur c m ipsa m f maius potest eo quod fit ex sibi commensurabili. Et ipsorum c m, m f, neutra commensurabilis est longitudine ipsi c d expositæ rationali. Ipsa igitur c f: per 95 decimi apotome est tertia. Quæ igitur ex mediæ apotomæ secunda ad rationalem comparata latitudo: efficit tertiā apotomen. quod erat ostendendum.

Eucl. ex Camp.

Propositio 95.



¶ Vm adiuncta fuerit lineæ rationali superficies æqualis quadrato lineæ minoris: latus eius secundum erit residuum quartum.

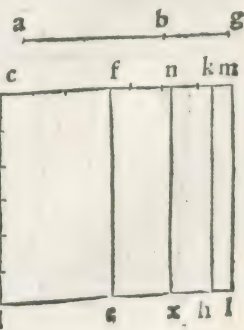
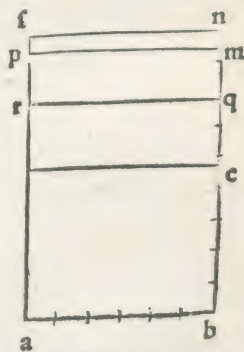
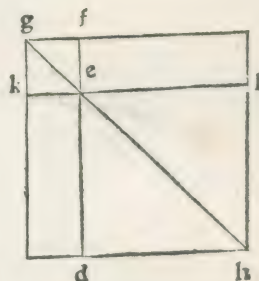
¶ CAMPANVS. ¶ Si fuerit d e lineæ minor: asserit hæc 95 q; b c erit residuum quartum. Est autem sumendum ex 71 quales lineas esse necesse sit d f & f e: cum d e fuerit lineæ minor: & est asserendum propositum præmissis modo: excepto q; in hac & duabus sequentibus necesse est lineam b n diuidi ad punctum m in duo incommensurabilia: quæ in tribus præmissis diuidebatur necessario in duo commensurabilia. nam in tribus præmissis fuerant duæ lineæ d f & f e communicantes in potentia tantum: & ideo earum quadrata communicantia: propter quod & superficies a m & p n quadratis earum equales communicantes: quapropter etiam & duæ lineæ b m & m n, ideoq; fuit in tribus præmissis lineæ b n potior lineæ n c: in quadrato lineæ secum communicantis in longitudine ex prima parte 13. In hac autem & duabus sequentibus sunt duæ lineæ d f & f e incommensurabiles in potentia: vt apparet ex 71 & 72 & 73. & ideo earum quadrata: propter quod & superficies a m & p n incommensurabiles: propter quod & duæ lineæ b m & m n incommensurabiles. ideoq; per primam partem 14 tam in hac q; in duabus sequentibus necesse est lineam b n esse potentiorē lineæ n c: in quadrato lineæ sibi incommensurabilis in longitudine. Cetera perquire vt prius.

Eucl. ex Zamb. Theorema 76. Propositio 100.

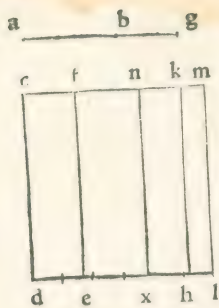
¶ CA minori ad rationalem comparata latitudo: efficit quartam apotomen.

¶ THEON ex Zāberto. ¶ Sit minor a b: rationali autē esto c d. & ei quod ex a b per 44 primi æquum ad ipsam c d comparetur c e: latitudinem efficiens c f. Dico q; c f apotome est quarta. Sit per 79 decimi ipsi a b congruens b g. Ipsæ igitur a g, g b, per 80 decimi potentia sunt incommensurabiles: efficiens b, medium. Et ei quidem quod ex a g per 28 sexti æquum ad ipsam c d comparetur c h, latitudinem efficiens c k: ei autem quod ex b g æquum esto k h b, & conflatum ex ijs quæ ex a g, g b, rationale est. rationale igitur est & c l. & ad rationalem c d comparatur: latitudinem efficiens c m. rationalis igitur est per 20 decimi c m: & ipsi c d longitudine commensurabilis. Et quoniam totum

z. iij.



EV.



GEO. ELE. EV.
 cl æquum est eis quæ ex a g, g b, quorum c e æquum est ei quod ex a b: reliquum
 igitur fl per 7 secundum æquum est ei quod bis sub a g, g b. Secetur per 10 pri-
 mi f bis bifariam in n signo. Exciteturq; per 31 primi p n signum: utriq; ipsarum
 c d, m l, parallelus n x, utrunq; igitur ipsorum f x, n l æquum est ei quod sub a
 g, g b. Et quoniam quod bis sub a g, g b, medium est f & ipsi f l æquale: mediū
 igitur est f & l. Et ad ipsam f e rationale comparatur: latitudinem efficiens f
 m. rationalis igitur est f m: & ipsi c d longitudine incommensurabilis. Et quoniam
 niam conflatum quidem ex ijs quæ ex a g, g b, rationale est / quod autem bis
 sub a g, g b, medium: incommensurabile igitur sunt quæ ex a g, g b, ei quod
 bis sub a g, g b. At c l, æquum est eis quæ ex a g, g b: ei autē quod bis sub a g,
 g b, æquum est f l. Incommensurable igitur est per 9 decimi c l ipsi f l. Sicut autē
 c l ad f l: per primam sexti & 11 decimi sic est c m ad m f. Incommensurabilis igitur
 est c m: ipsi f m longitudine. Et utraq; sunt rationales. Ipse igitur c m, n l,
 per 73 decimi rationales sunt potentia tantum commensurabiles. Apotome igitur
 tur est c f. Dico q; & quarta. Quoniam enim ipsæ a g, g b, potentia sunt inco-
 mensurabiles: incommensurable est igitur & quod ex a g ei quod ex g b. Et ei
 quidem quod ex a g, æquum est c h: ei autem quod ex g b, æquum est & k l. Inco-
 mensurable igitur est c h: ipsi k l. Sicut autem c h ad k l: sic est c k ad k m.
 incommensurabilis igitur est c per 9 decimi c k ipsi k m longitudine. Et quoniam
 ipsum quæ ex a g, g b, medium proportionale est per lemma 53 decimi quod
 sub a g, g b, & id quod ex a g æquum est ipsi c h, quod autem ex g b æquum
 est ipsi k l, quod vero sub a g, g b, æquum est ipsi n l: ipsum igitur c h, k l, me-
 dium proportionale est per idem lemma n l. Est igitur sicut c h ad n l: sic est n l
 ad k l. Sed sicut quidem c h ad n l: sic per primam sexti est c k ad k m. Sicut autē
 n l ad k l: sic est n m ad k m: & sicut igitur per 11 quinti c k ad m n: sic est m
 ad k m. Quod igitur sub c k, m: mæquū est ei quod ex m n, hoc est quæ p a & m
 ei eius quod ex f m. Quoniam igitur binæ rectę lineę inæquales sunt c m & m
 f, & quarta: parti eius quod ex m f per 17 decimi ad ipsam c m apponitur spe-
 cie deficiens a quadrato quod scilicet sub c k, k m, & in incommensurabilia spe-
 sam diuidit: ipsa igitur c m, ipsam f maius potest eo quod fit ei sibi incom-
 mensurabili, & tota c m: ipsi c d expōitæ rationali cōmensurabilis est longitu-
 dine. Ipsa igitur c f apotome est quarta p 85 decimi. A minori autē ostendendum,
 igitur comparata latitudo: quartam efficit apotomen, quod erat ostendendum.
 Propositio 96.

Eucl. ex Camp.

Propositio 96. rationali 96

l ad lineam rationalem quadrato lineæ cum ratione
constituentis mediale æqualis superficies adiungatur
latus eius secundum erit residuum quintum.

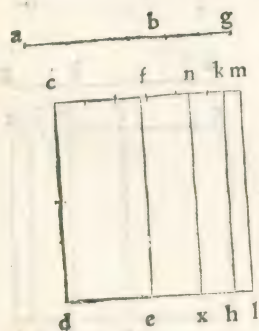
CAMPANVS. Pone similiter hic lineam d e esse illam q
iuncta cum rationali componat totum mediale: & attende ex 72 quales lineas
oporteat esse d & f. e. & concludes sine offendiculo/si prius habita demost
tioni oportune infisteris: lineam b c esse residuum quintum.

Eucl. ex Zamb.

Theorema 77. Propositio 101.

Ab ea quæ cum rationali mediū totum efficit / ad rationem
latitudo comparata; quintam efficit apotomen.

CTHEON ex Zamberto. ¶ Sit cum rationali medium totum efficiens
tionalis autem esto c d. & ei quod ex a b per 44 primi aequum ad ipsam c
comparetur c e: latitudinem efficiens c f. Dico g f capto me est quinta. Si
inquā per 77 decimi ipsi a b: congruens b c. Ipse igitur a g, g b, recte linq
potentia tantum sunt incommensurabiles: efficientes constatum quidem exp
farum quadratis mediū/quod autem bis sub ipso rationali. Et ei quidē quod
ex a g, per 44 primi æquū ad ipsam c d comparatur c h: ei autem quod ex
b, æquum esto k l. Totum igitur c l: æquum est eis quæ ex a g, g b. Quod aut
constatū ex ijs quæ ex a g, g b, simul: medium est. mediū igitur est per 22 de
cimi cl. Et ad ipsam rationalem c d, apponitur: latitudinem efficiēs c m, ratio
nalis igitur est m: & ipsi c d incommensurabiles. Et quoniam totum c l æqui
est ijs quæ ex a g, g b, quorum c e æquum est ei quod ex a b: reliquum igitur f l



æquum est ei quod bis sub a, g, b. Secetur inquam per 10 primi f m bifariam in n: exciteturq; per n per 31 primi utriq; ipsarum c d, m l, parallelus n x. Vtrūq; igitur ipsorum f x, n l: æquum est ei quod sub a, g, b. Et quoniam quod bis sub a, g, b, rationale est: & ipsi f l est æquale: rationale igitur est f l. Et ad rationalem e f, comparatur: latitudinem efficiens f m. rationalis igitur est per 20 decimi f m: & ipsi c d longitudine commensurabilis. Et quoniam c l quidem mediū est: at f l rationale: igitur c l ipsi f l est incommensurabile. Sicut autem c l ad f l: sic c m ad m f. incommensurabilis igitur est c m: ipsi m f longitudine. Et vtrūq; sunt rationales. ipsæ igitur c m, m f: per 73 decimi rationales sunt potentia tantum commensurabiles. Igitur c f apotome est. Dicoq; & quinta. Similiter nāq; ostendemus q; quod sub c, k, m: æquū est ei quod ex n m, hoc est quartæ partem eius quod ex f m. Et quoniam quod ex a, g, ei quod ex g, b est incommensurabile quod vero ex a, g æquum est ipsi c h, quod autem ex g, b ipsi k l: incommensurabile igitur est c h ipsi k l. Sicut autem c h ad k l: sic est c k ad k m. Igitur c k: ipsi k m longitudine est incommensurabilis. Quoniam igitur binæ rectæ lineæ inæquales sunt c m, m f, & quartæ parti eius quod ex f m per 17 decimi æquū ad ipsam c m apponit specie deficientes a quadrato: & in incommensurabilia ipsam dividit: igitur per 85 decimi c m, ipsa m f maius potest eo quod fit ex sibi longitudine incommensurabili. Et congruens f m: ipsi c d rationali exposita est commensurabilis. Igitur c f est apotome quinta. Ab ea igitur quæ cū rationali medium totum: & reliqua quæ sequuntur, Quod fuerat ostendendum.

Eucl. ex Camp.

Propositio 97.

SI ad lineam rationalem superficies æqualis quadrato lineæ cum mediali componentis mediale adiungatur: latus eius alterum erit residuum sextum.

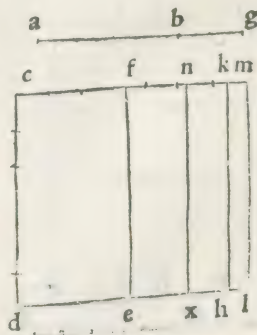
CAMPANVS. Nunc ultimo convenit lineam d e esse illam: quæ iuncta cū mediali componit totum mediale. cui adiuncta linea e f (quæ videlicet sit illa per cuius abscissionē linea d e fuerat quæ proponitur) si quales lineas d f & f e esse oporteat ex 73 didiceris: priorēq; argumentationem firma mente teneris: sine obice quoq; lineam b c esse residuum sextum concludere poteris. Si autem fortassis in aliquo te hæsitare contigerit: quicquid illud fuerit de quadrato g h, ad sibi æqualem superficiem a n conferendum erit. & sic patebit propositum nostrum.

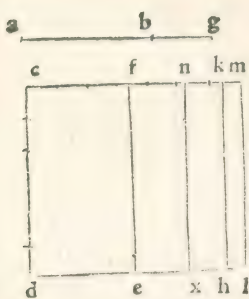
Eucl. ex Zamb.

Theorema 78. Propositio 102.

AB ea quæ cum medio medium totum efficit: ad rationalem comparata latitudo: efficit sextam apotomen.

THEON ex Zamberto. Sit cum medio medium totum efficiens a b: rationalis autem esto c d. & ei quidem quod ex a b per 44 primi æquum ad ipsam c d, comparetur e f: latitudinem efficiens c f. Dico q; c f sexta est apotome. Sit inquam per 84 decimi ipsi a b congruens b g. ipsæ igitur a, g, b, potentia sunt incommensurabiles: efficiētes conflatum quidem ex ijs quæ ab ipsis sunt quadratis medium: & quod bis sub a, g, b, medium: in super incommensurabilia quæ ex a, g, b, ei quod bis sub a, g, b. Comparetur inquam ad ipsam c d, ei quidem quod ex a, g æquum c h: latitudinem efficiens c k. ei autem quod ex b g: sit k l. Totum igitur c l: æquum est eis quæ ex a, g, b. Igitur c l medium est. Et ad rationalem c d, comparatur: latitudinem efficiens c m. rationalis igitur est per 22 decimi c m: & ipsi c d longitudine incommensurabilis. Quoniam igitur c l æquum est eis quæ ex a, g, b, quorum c e æquum est ei quod ex a, b: medium est. & f l igitur medium est. Et ad ipsam f e, comparatur: latitudinem efficiens f m. rationalis igitur est per 22 decimi f m: & ipsi c d longitudine incommensurabilis. Et quoniam quæ ex a, g, b, incommensurabilia sunt ei quod bis sub a, g, b, & eis quidem quæ ex a, g, b, æquum est c l, ei vero quod bis sub a, g, b, æquum est f l: incommensurabile igitur est c l ipsi f l. Sicut autem c l ad f l: sic est c m ad m f. incommensurabilis igitur est per 9 decimi c m ipsi m f longitudine. Et vtrūq; sunt rationales. ipsæ igitur c m, m f: rationales sunt po-





tentia tantum commensurabiles. Apotome igitur est e f per 73 decimi. Dico q & sexta. Quoniam si l equum est ei quod bis sub a , g , b ; secetur per 10 primi in n ipsa f m bifariam exciteturq; per 31 primi per n ad ipsam c d parallelus n x. Vtrunq; igitur ipsorum f x, n l; equum est ei quod bis sub a , g , b . Et quoniam ipse a , g , b , potentia sunt incommensurabiles: incommensurable igitur est quod ex a , g , ei quod ex g , b . Sed ei quidem quod ex a , g , equum est c h: ei autem quod ex g , b , equum est k l. incommensurable igitur est c h: ipsi k l. Sicut autem c h ad k l: sic est c k ad k m. incommensurable igitur est per 9 decimi c k: ipsi k m. Et quoniam eorum quæ ex a , g , b , medium proportionale est per lemma 53 decimi quod sub a , g , b , & quod ex a , g , equum est ipsi c h, ei autem quod ex g , b , æquum est k l, ei vero quod sub a , g , b , æquum est n l: ipsorum igitur c h, k l, mediū est proportionale n l. Est igitur sicut c h ad n l: sic est n l ad k l. & id propter ea iam per 87 decimi c m, ipsa m f maius potest eo quod fit ex sibi incommensurabili: & ipsarum neutra ipsi c d expositæ rationali est commensurabilis. ipsa igitur c h sexta est apotome. Ab ea igitur quæ cum medio: & quæ sequuntur res liqua. Quod erat ostendendum.

Eucly. ex Camp.

Propositio 98.



Minus linea residuo commensurabilis: ipsa quoq; in tertio minimo & ordine est idem residuum.

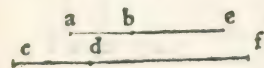
CAMPANVS. Quod 60 & quatuor eā sequentes de binomio eiusq; comitibus quinque proposuerūt: hæc 58 & quatuor eam sequentes de residuo suisq; comitibus verum esse proponunt. quibus qui visus ad solitum habitum insisterit: has ignorare non poterit. Quicquid autem in illis de communicantia in longitudine & potentia tantum dictum est: in his quoq; idem oportet intelligi. nam omnis linea residuo communicans in longitudine siue in potentia tantum: ipsa etiā est residuum. Sed si communicat in longitudine ne: non solum est ipsa residuum: sed etiam eiusdē speciei residuum. verbi gratia: linea communicans in longitudine residuo primo: est residuum primū. & secundo communicans: est secundum. sic quoq; in cæteris. Quæ autem linea communicat residuo in potentia tantum: ipsam quoq; necesse est esse residuum / sed non eiusdē speciei. imo impossibile est: ut linea communicans in potentia tantum residuo primo aut secundo aut tertio aut quarto aut quinto: cadat simul cum eo sub eadem specie. sed necesse est ut ambo cadant simul sub tribus primis speciebus: aut ambo simul sub tribus postremis. Sit itaq; exempli gratia: a residuum: cui communicet b in longitudine. dico q; b erit residuum eiusdē speciei cum a. Ad iungatur enim linea c ad lineam a: & c illa sit per cuius abscissionem a fuit residuum. Et ad b adiungatur alia quæ sit d: ad quā sic se habeat b sicut a ad c. siq; cōposita ex a & c, e: cōposita vero ex b & d, sit f. eritq; ex permutata proportionalitate a ad b: sicut c ad d. & per 13 quinti erit e ad f: sicut a ad b, vel sicut ad d. Cum itaq; a communicet cum b: erit per 10 c communicans cum d, & e communicans cum f. Et quia etiam est necessario ex permutata proportionalitate e ad c sicut f ad d: sequitur per 12 ut si fuerit e potentior c in quadrato lineæ sibi communicantis in longitudine vel si forte incommensurabilis / sit similiter f potentior d. At quoniam omnis linea communicans in longitudine lineæ rationali est similiter illi rationalis (similiter dico: quia ambæ erunt rationales in longitudine: vel ambe in potentia tantum / sequitur ex definitionibus residuorum ut b sit residuum eiusdē speciei cum a. Si autem b communicat in potentia tantum cum a: ipsa quoq; erit residuum. non tamen eiusdē speciei necessario: sed quæ admodum dictum est. cuius demonstratio ex ijs quæ in 60 de binomijs dicta sunt: colligenda est.

Eucly. ex Zamb.

Theorema 79. Propositio 103.

Quæ ipsi apotome longitudine est commensurabilis: apotome est & in ordine eadem.


THEON ex Zamberto. Sit apotome a b: & ipsi a b longitudine commensurabilis esto c d. Dico q; & c d apotome est: & in ordine eadem. Quoniam enim a b apotome est: sit ei congruens per 79 decimi b e. Ipsa igitur a e, c b,



per eandem rationales sunt potentia tantum commensurabiles. Et in ipsius a b ad c d ratione: eadē fiat ratio ipsius b e ad d f. Et quā sicut per 12 quinti vñ ad vñ/omnia sunt ad omnia: est igitur & sicut tota a e ad totam c f, sic est a b ad c d. Commensurabilis autem est a b ipsi c d longitudine. commensurabilis igitur est per 11 decimi & a e ipsi c f & b e ipsi d f. Et ipsa a e, e b, rationales sunt potentia tantum commensurabiles. Apotome igitur est c d. Dico etiam q, in ordine eadem ipsi a b. Quoniam est sicut a e ad c f, sic est b e ad d f. vicissim igitur per 16 quinti est sicut a e ad e b, sic est c f ad d f. Nam ipsa a e: ipsa e b aut maius potest eo quod fit ex sibi commensurabili aut eo quod fit ex sibi incommensurabili. Si quidem a e, ipsa e b maius potest eo quod fit ex sibi commensurabili: & c f, ipsa f d per 14 decimi maius poterit eo quod fit ex sibi commensurabili. Et si quidem commensurabilis est a b ipsi exposita rationali longitudine: & per 13 decimi c f quoq, si vero b e: & d f etiam. si autem neutra ipsarum a e, e b: & neutra ipsarum c f, f d. Si vero a e, ipsa e b maius poterit eo quod fit ex sibi incommensurabili: & c f, ipsa f d maius poterit eo quod fit ex sibi incommensurabili. Et si a e ipsi exposita rationali commensurabilis est longitudine: & c f per 13 decimi. si autē b e: & d f etiā. si vero neutra ipsarum a e, e b: neutra etiam ipsarum c f, f d. Igitur c d apotome est: & ipsi a b in ordine eadem. Quae ipsi igitur apotomae: & reliqua quae sequuntur. quod erat ostendendum.

Eucl. ex Camp.

Propositio 99.

99.  Mnis linea vtrilibet residuo mediali communicans: est sub ipsius termino & ordine residuum mediale.

CAMPANVS. Verum est quod dicitur: siue comunicet linea cum vtrilibet residuo mediali in longitudine/ siue in potentia. Sit enim a vtrilibet residuum mediale: cui b comunicet in longitudine vel potentia. Dico q, b est etiam residuum mediale: quale fuerit a. Adiungatur enim linea c ad lineam a: & sit c per cuius abscissionē a fuit residuum mediale. Et ad b ad iungatur alia quae sit d: sitq, b ad d, sicut a ad c, totaq, composita ex a & c, sit e: & ex b, d, sit f. Describantur igitur quadrata c & d: quae sint g & h. & superficies e in eis sit k. & f in d: sit l. Et quia est vt prius e ad f & c ad d sicut a ad b, sunt autē e & c mediales potentia tantum communicantes ex 69 & 70: sequitur ex 21 vt f & d eis communicantes sint etiam mediales potentia tantum communicantes. Constat autem ex prima sexti: q, sit k ad g sicut e ad c, & l ad h sicut f ad d. Et quia est e ad c sicut f ad d: sequitur vt sit k ad g, sicut l ad h. Et permutatim k ad l: sicut g ad h. Cum ergo g comunicet cum h: sequitur vt k comunicet cum l. Si igitur k est rationale (quod est in residuo mediali primo) erit etiā per divisionem l rationalis. quare per 69 b etiam est residuum mediale primum. Si autem k sit medialis (quod est in residuo mediali secundo) erit per 21 etiā l medialis, ideoq, b per 70 residuum mediale secundum. Quare constat propositum.

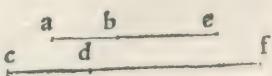
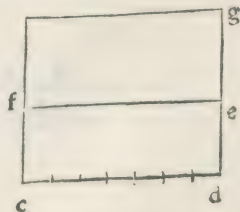
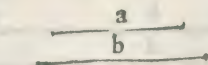
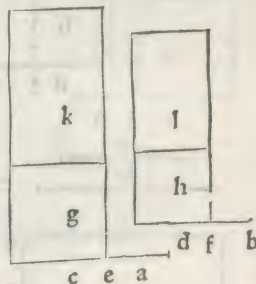
IDEM aliter. Si linea b comunicat cum linea a, quae est vtrilibet residuum mediale in longitudine vel in potentia: sit superficies c e adiuncta ad lineam rationalem c d, aequalis quadrato a, & f g aequalis quadrato b. eruntq, ob hoc c e & f g communicantes: quemadmodum & quadrata linearum a & b eis aequalia. ideoq, per primam sexti & 10 huius: d e & e g sunt communicantes in longitudine. Et quia si a est residuum mediale primum linea d e est residuum secundum per 93: & si a est residuum mediale secundum linea d e est residuum tertium per 94: at cum d e est residuum secundum linea e g est etiam residuum secundum: & cum illa est tertium similiter & hęc est tertium per 98: sequitur itaq, ex 87 & 88 vt b sit residuum mediale primum aut secundum / prout fuerit a. Et sic patet quod intendimus.

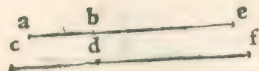
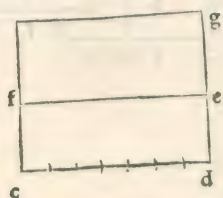
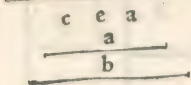
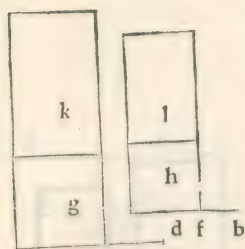
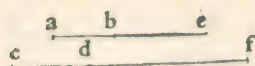
Eucl. ex Zamb.

Theorema 80. Propositio 104.

Media apotome commensurabilis: media apotome est: & in ordine eadem.

THEON ex Zamberto. Si media apotome a b: & ipsi a b commensurabilis esto c d. Dico q, & c d media apotome est: & in ordine eadem ipsi a b.





Quoniam enim medix apotome est a b: esto ei congruens per 80 decimi ipsa b e. ipsa igitur a e, e b, medix sunt potentia tantum commensurabiles. fiatq; per 12 sexti sicut a b ad c d, sic b e ad d f. commensurabilis igitur est per 6 decimi & a e ipsi c f: & b e ipsi d f. Ipsa autem a e, e b, medix sunt potentia tantum commensurabiles. Ipsa igitur c f, f d, medix sunt in potentia tantum commensurabiles. medix igitur apotome est per 74 & 75 decimi c d. Ostendendum est q; & in ordine eadem est ipsi a b. Quoniam enim est sicut a e ad e b sic c f ad f d, sed sicut quidem a e ad e b sic quod ex a e ad id quod sub a e, e b, sicut autem c f ad f d sic quod ex c f ad id quod sub c f, f d: est igitur per 11 quinti & sicut quod ex a e ad id quod sub a e, e b, sic quod ex c f ad id quod sub c f, f d, Et vicissim per 16 quinti: sicut quod ex c d ad id quod ex f c: sic quod sub a e, e b, ad id quod sub c f, f d. Commensurabile autem est quod ex a e: ei quod ex c f. cōmensurabile igitur est & quod sub a e, e b: ei quod sub c f, f d. Si quidē igitur quod sub a e, e b, rationale est: rationale est & quod sub c f, f d. Si autē medium est quod sub a e, e b: medium est & quod sub c f, f d. medix igitur apotome est c d: & ipsi a b in ordine eadem. Quod erat ostendendum: sicut theorema proponit.

Eucl. ex Camp.

Propositio 100.



I linea aliqua lineę minori cōmunicet: ipsa quoq; erit linea minor.

CAMPANVS. Facile est hanc probare duplici modo sicut præmissam: siue cōmunicet linea aliqua cum linea minori in longitudine siue in potētia. Hoc autem appositum / quantum ad prius modum q; cum sit f ad d sicut e ad c: erit ex secunda parte 18 sexti quadratum f ad quadratum d sicut quadratum e ad quadratum c. & coniunctum quadrata duarum linearum f & d ad quadratū d: sicut quadrata duarum linearum e & c ad quadratum c. & permutatim quadrata duarum linearum f & d ad quadratum d: sicut quadratum d ad quadratum c. Cōmunicat autem quadratum d: cum quadrato c. ergo duo quadrata duarum linearum f & d pariter accepta: cōmunicant cum duobus duarum linearum e & c pariter acceptis. Et quia ex 71 quadrata duarum linearum e & c pariter accepta sunt rationale: erit etiam per diffinitionem & duo duarum linearum f & d pariter accepta rationale. Cumq; sit superficies k medialis: erit etiam l sibi cōmunicans medialis. igitur ex 71 b est linea minor. Quātum autem ad secundū modū: erit per 95 linea d e residuum quartum. ideoq; per 98 & linea e g erit etiam residuum quartum. ideoq; etiā per 89 linea b est linea minor.

Eucl. ex Zamb. Theorema 81.

Propositio 105.

Minori commensurabilis: minor est.

THEON ex Zamberto. Sit minor a b: & ipsi a b commensurabilis esto c d. Dico q; c d minor est. Fiat in quā supradicta. Et quoniam ipsa a e, e b, potentia sunt incommensurabiles: & ipsa c f, f d, potentia sunt incommensurabiles. Quoniam igitur est sicut a e ad e b sic est c f ad f d: est igitur per 22 sexti & sicut quod ex a e ad id quod ex e b, sic est quod ex c f ad id quod ex f d. Cōponendo igitur per 18 quinti est sicut quod ex a e, e b, ad id quod ex c f, f d. Commensurabile autem est per 6 decimi quod ex b e: ei quod ex d f. cōmensurabile igitur est & conflatum ex ipsarū a e, e b, quadratis: conflatum ex ipsarū c f, f d, quadratis. Rationale autē est per 22 decimi conflatū ex ipsarū a e, e b, quadratis: rationale igitur est p correlariū 23 decimi & 11 quinti & cōflatū ex ipsarū c f, f d, quadratis. Rursus quoniam est sicut quod ex a e ad id quod sub a e, e b, sic quod ex c f ad id quod sub c f, f d, & vicissim / cōmensurabile autem est per 6 decimi quod ex a e quadratum ei quod ex c f quadrato: cōmensurabile igitur est quod sub a e, e b, ei quod sub c f, f d. Medium autem quod sub a e, e b: medium itidem quod sub c f, f d. Ipsa igitur c f, f d, per 82 decimi sunt incommensurabiles: efficiens quidem conflatum ex ipsarum quadratis rationale / quod vero sub ipsis medium. Ipsa igitur c d: minor est. Minori commensurabilis igitur: & quæ sequuntur. Quod erat ostendendum.



Mnis linea cōmunicans lineę cum rationali componenti mediale: est cum rationali componens mediale.

CAMPANVS. Hanc quoq; duplici prædicto modo non est difficile probare: siue de cōmunicantia in longitudine siue cōmunicantia in potētia tantum intelligatur. Sed quantū ad primum modū/erūt duo quadrata duarum linearū f & d pariter accepta mediale per 21: quemadmodum sunt duo quadrata duarum linearum e & c pariter accepta ex 72/ quibus ipsa cōmunicant, & superficies l erit rationalis: per diffinitionem, quemadmodū est superficies k ex 72 cui ipsa cōmunicat. Igitur ex 72 b est cum rationali cōponens mediale. Quantū ad secundum modum: erit d e residuum quintum ex 69: ideoq; & e g ex 98. quare b est cum rationali componens mediale per 90.

Eucl. ex Zamb. Theorema 82. Propositio 106.

Cum rationali mediū totum efficienti commensurabilis: & eadem cum rationali mediū totum efficiens est.

THEON ex Zāb. Esto cum rationali mediū totum efficiens a b: & ipsi a b cōmensurabilis esto c d. Dico q; c d est cū rationali mediū totū efficiēs. Sit inquam per 79 decimi ipsi a b congruens b e. Ipsæ igitur a e, e b, per 80 decimi potentia sunt incōmensurabiles/ efficiētes quidē ex ipsarū quadratis mediū quod autē sub ipsis rationale, & eadē cōstruatur. Similiter iā ostēdemus ex p̄cedētib; q; ipse c f, f d, in eadē sūt ratione ipsis a e, e b, & cōflatū quidē ex ipsarū a e, e b, quadratis cōmēsurabile est cōflato ex ijs q̄ ex c f, f d, quadratis: qd autē sub a e, e b, ei qd sub c f, f d. Quare & ipse c f, f d, potētia sūt incōmēsurabiles: efficiētes cōflatū qd ex ipsarū c f, f d, quadratis mediū/ quod autē sub ipsis rationale. Ipsa igitur c est cum rationali totum efficiens mediū. Cum rationali ergo mediū totū efficiēti: & quæ sequitur reliqua. Quod ostēdere oportebat.

Eucl. ex Camp.

Propositio 101.



Mnis linea commensurabilis lineę cum mediali constitutenti mediale: est cum mediali constituens mediale.

CAMP. Hic quoq; pone lineā aliquā cōmunicare cum ea quæ cum mediali cōponit mediale/ indifferēter in longitudine vel potētia tantū prout volueris: & duplici modo præmissio sine difficultate concludes eam quoq; cum mediali componere mediale. Erit etiam quantum ad primum modum/ superficies l medialis quemadmodum & k: & duo quoq; quadrata duarum linearum f & d pariter accepta mediale sicut & duo quadrata duarum e & c. Et quia duo quoq; duarū linearum e & c ad k sicut duo duarum f & d ad l: cum duo prima non communicent cum duplo k ex 73/ neq; duo secunda cōmunicabunt cum duplo l ex 10. Igitur ex 73 b est cū mediali componens mediale. Quantū autē ad secundū modū/ erit d e residuū sextū ex 97: ideoq; & e g ex 98. Quare b est cum mediali componens mediale ex 91.

Eucl. ex Zamb. Theorema 83. Propositio 107.

Cum medio mediū totum efficienti commensurabilis: & eadem cum medio mediū totum efficiens est.

THEON ex Zamberto. Esto cū medio mediū totū efficiēs a b: & ipsi a b cōmēsurabilis esto c d. Dico q; c d cū medio mediū totū efficiēs est. Sit per 78 decimi ipsi a b congruens b e. & eadē cōstruatur. Ipsæ igitur a e, e b, per eadē potētia sunt incōmensurabiles: efficiētes cōflatū ex ipsarū quadratis mediū/ & quod sub ipsis mediū/ & insuper incōmensurabile cōflatū quidē ex ipsarū quadratis ei quod sub ipsis. Sūtq; sicut ostensum est/ ipse a e, e b, cōmēsurabilis ipsis c f, f d: & cōflatū ex ipsarū a e, e b, quadratis cōflato ex ijs quæ ex c f, f d, quod autē sub a e, e b, ei quod sub c f, f d. Et ipsæ igitur c f, f d, potētia sūt incōmensurabiles: efficiētes cōflatū ex ipsarū quadratis mediū/ & quod sub ipsis mediū/ & insuper incōmensurabile cōflatū ex ipsarū quadratis ei quod sub ipsis. Igitur c d: cum medio mediū totum efficiens est. Cum medio mediū totum igitur: & quæ sequuntur reliqua. Quod ostendendum erat.

& s.

Figura ppōnis 100.

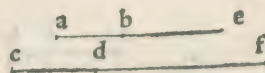
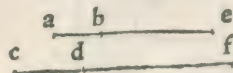


Figura eadem



THEON ex Zamberto. **CA** medio inquam b irrationale auferatur b d. Dico q^{uod} quæ reliquum potest e c: vna duarum irrationalium gignitur / aut mediæ apotome prima / aut cum rationali medium totum efficiens. Exponatur enim rationalis f g: & comparentur similiter areolæ. Consequenter est autem rationalis quidem f h: & ipsi f g longitudine incommensurabilis. Rationalis autem est per 22 decimi k f: & ipsi longitudine commensurabilis. Ipse igitur f h, f k: per 20 decimi rationales sunt potentia tantum commensurabiles. Apotome igitur est ipsa k h. Congruens autem est f k. At h scilicet ipsa f k vel maius potest eo quod fit ex sibi commensurabili / vel eo quod ex incommensurabili. Si quidem h f, ipsa f k maius potest eo quod fit ex sibi commensurabili / & congruens est per 80 decimi f k commensurabilis ipsi f g expositæ rationali longitudine: ipsa k h apotome est secunda per tertias diffinitiones. Rationalis autem est f g. Quæ autem potest quod sub rationali & apotomæ secunda fit: mediæ apotome est prima per 92 decimi. Quare l h, hoc est e c potens: mediæ apotome est prima. Si autem h f, ipsa f k maius potest eo quod fit ex sibi incommensurabili / & f k congruens est commensurabilis longitudine ipsi f g expositæ rationali: apotome quinta est k h. Quare ipsam e c potens: per 95 cum rationali medium totum efficiens est. A medio igitur / rationali sublato: & quæ sequuntur reliqua. Quod erat ostendendum.

Eucl. ex Camp.

Propositio 105.

I superficies medialis de superficie mediali detrahatur / fueritq^{ue} reliqua toti incommensurabilis: quæ in ipsam reliquam potest / alterutra erit duarum irrationalium / videlicet aut residuum mediale secundum / aut cum mediali componens mediale.

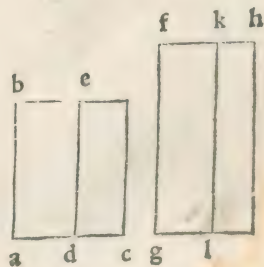
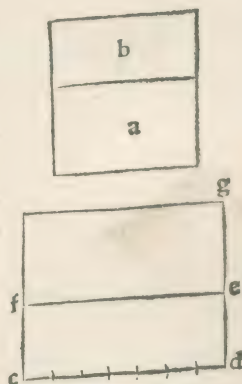
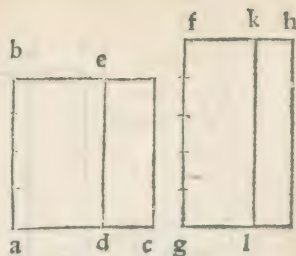
CAMPANVS. **CA** Si a duarum præmissarum demonstratione non deuias: concludes sine difficultate propositum. Sint enim tota a b & b mediales. & sit a reliqua incommensurabilis toti (aliter enim: esset a medialis ex 21 / & eius latitudo tetragonum mediale ex 19) tunc dico q^{uod} linea potens in a: est residuum mediale secundum / aut cum mediali componens mediale. Nam cum sit c g æqualis a b: erit per 20 linea d g rationalis in potentia tantum. per eandem quoq^{ue} cum sit f g æqualis b: erit etiam e g rationalis in potentia tantum. & cum sit a incommensurabilis toti a b: erit f g incommensurabilis d g. igitur a diffinitione lineæ d e: erit residuum tertium / aut sextum. quare per 88 & 91 latitudo tetragonum superficiei c e, & ideo superficiei a: est residuum mediale secundum / aut cum mediali componens mediale.

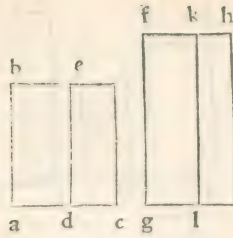
Eucl. ex Zamb.

Theorema 56. Propositio 110.

CA medio / medio ablato incommensurabili toti: reliquæ duæ irrationales fiunt / vel mediæ apotome secunda / vel cum medio medium efficiens.

THEON ex Zamberto. **CA** auferatur enim sicut in præcedentibus descriptio nibus / a medio b c: medium b d incommensurabile toti. Dico q^{uod} quæ e c potest: vna est duarum irrationalium / aut mediæ apotome secunda / vel cum medio medium totum efficiens. Quoniam enim medium est per 22 decimi utrumq^{ue} ipsorum b c, b d, & b c ipsi b d est incommensurabile: erit per consequens rationalis utraq^{ue} ipsarum f h, f k, & ipsi f g longitudine incommensurabilis. Ex quoniam incommensurabilis est b c ipsi b d, hoc est g h ipsi g k: incommensurabilis est per primam sexti & 11 decimi / & f h ipsi f k, & ipsa igitur f h, f k, per 73 rationales sunt potentia tantum commensurabiles. Apotome igitur est k h: congruens autem est f k. At f h: ipsa f k maius potest aut eo quod fit ex sibi commensurabili / aut eo quod fit ex sibi incommensurabili. Si quidem igitur & ij.





h f, ipsa f k maius potest eo quod ex sibi sit commensurabili / & neutra ipsarū h f, f k, commensurabilis est ipsi f g exposita rationali longitudine: apotome tertia est ipsa k h. Rationalis autem k l. Quod autem sub rationali & apotome tertia comprehensum rectangulum: irrationale est. & quæ illud potest irrationale est: appellaturque mediæ apotome secunda per 93 decimi. quare l h, hoc est e c, potest: mediæ est apotome secunda. Si autem h f ipsa f k maius potest eo quod ex sibi incommensurabili longitudine: et neutra ipsarum h f, f k, ipsi f g longitudine est commensurabilis: apotome sexta est k h. Quæ autem potest id quod sub rationali & apotome sexta: est cum medio medium totum efficiens. quare quæ ipsum l h, hoc est e c potest: cum medio medium totum efficiens est per 96 decimi. A medio igitur medio ablato: & quæ sequuntur reliqua. Quod erat ostendendum.

Eucl. ex Camp.

Propositio 106.

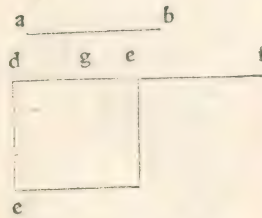


Inearum irrationalium quæ sunt residuum & post ipsam subsecutæ: vllā: alij termino & ordine subesse impossibile est. residuo quoque binomij terminum vel ordinem conuenire: non est possibile.



CAMPANVS. Vult autem per hanc 106: qd residuum / & aliæ quinq; lineæ irrationales eam sequentes differunt specie & diffinitione adinuicem / & nulla lineæ vna potest esse sub duabus neq; sub pluribus speciebus harum sex linearū irrationalium quæ sunt residuum & eius quinq; comites. & qd omnes species residui differunt ab omnibus speciebus binomij / nec est possibile lineam vnam simul esse residuum & binomij cuiuscunq; speciei residui vel binomij. Pars prima sic constat: quoniam superficies æquales quadratis residui & suarum quinq; comitum cum adiunguntur ad lineam rationalem habent secunda latera necessario diuersa abinuicem ex 92 & quinq; eam sequentibus. sunt autem secunda latera: residuū primum & secundum & deinceps vsq; ad sextum. Secunda pars constat hoc modo. Si eadē lineā pōt esse simul residuū & binomij: sit a cutus quadrato superficies equalis adiungatur ad rationalem lineam b c, sitq; b d, eritq; ex 54 lineæ c d binomij primum: & ex 92 residuum primum. inquantum e, sitq; binomij primū: diuidatur in suas binomiales portiones ad pūctum e, sitq; maior portio c e quæ erat rationalis in longitudine per diffinitionem. tum autem est residuum primum: ei adiungatur d g, per cuius abscissionem fuerat residuum primum, eritq; etiam ex diffinitione c g rationalis in longitudine. Cum itaq; sit vtrq; duarum linearum c g & c e rationalis in longitudine: erit in potentia tantum cum ipsa sit per hypothesin minor portio binomij primū: erit per 68 lineæ d g residuum. & quia ipsa erat rationalis in potentia tantum: cum per eius abscissionem esset lineæ c d residuum: sequitur impossibile b c, quod vt clarius pateat: esto superficies b d adiuncta ad lineam rationalem b c, æqualis quadrato lineæ d g. Cum itaq; lineæ d g sit rationalis in potentia: erit per 16 lineæ c d rationalis in longitudine. At cum etiam lineæ d g sit residuum: erit ex 92 lineæ c d residuum primum. quod esse non potest: cum lineæque dicitur residuum / sit irrationalis per 68.

Eucl. ex Zamb. Theorema 87. Propositio 111.



Apotome: non est eadem ei quæ ex binis nominibus.
THEON ex Zāb. Esto apotome a b. Dico qd a b non est eadem ei quæ ex binis nominibus. Si enim possibile: esto, exponatur rationalis d c. Et ei quæ ex a b per 44 primi æquum ad ipsam c d comparatur rectangulum c e per dinem efficiens d e. Quoniam igitur apotome est a b: apotome igitur est per 93 decimi prima ipsa d e. Esto ei per 79 decimi congruēs: f, ipsæ igitur d f, & rationales sunt potentia tantū commensurabiles: & d f ipsa f e maius potest eo quod sit ex sibi commensurabili. & d f commensurabilis est ipsi d c exposita rationali longitudine. Rursus quoniam ex binis nominibus est a b: ex binis nominibus est prima per 60 decimi ipsa d e. Diuidatur per 42 decimi nomina in g: sitq; maius nomen d g, ipsæ igitur d g & e: rationales sunt po-

tentia tantum commensurabiles. & d g: ipsa g e maius potest eo quod fit ex si-
bi commensurabili. & d g: commensurabilis est longitudine ipsi d c expositæ
rationali. & d f igitur ipsi d g longitudine est commensurabilis. & reliquæ igitur
g f: per 12 decimi cōmensurabilis est longitudine ipsa d f. Quoniā igitur d
f ipsi g f est commensurabilis/rationalis autem est d f: rationalis igitur est & g
f. Quoniam igitur commensurabilis est d f ipsi g f, incommensurabilis autem
est d f ipsi f e: incommensurabilis igitur est longitudine f g ipsi e f. & sunt ra-
tionales. Ipsæ igitur g f, e, rationales sunt potentia tātum commensurabiles.
Apotome igitur est per 73 decimi e g. sed & rationalis. quod est impossibile.
Igitur apotome non est eadem ei quæ ex binis nominibus. Quod erat ostē-
dendum.

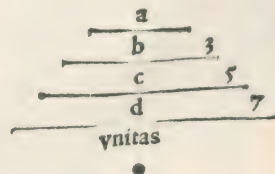
Euclī, ex Camp.

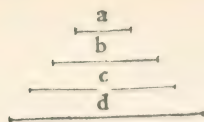
Propositio 107.



Inea quæ residuum dicitur/ vllave irrationalium quæ
post eam sunt: nequit esse sub termino binomij/ aut sub
termino & ordine vllius cæterarum linearum irratio-
nalia quæ binomium subsequuntur. Cum autem
possibile sit linearum irrationalium seriem in infinitum produci:
non est possibile vllam earum cum ea quæ præcesserit in termino
& ordine convenire.

CAMP. ¶ Vult per hanc ultimā libri decimi: quæ tredecim irrationales lineæ
de quibus in hoc decimo demonstratū est (& ipsæ sunt linea medialis/binomij
& eius quinque comites residuum & eius quinque comites) sint ab invicem singu-
le a singulis specie differentes. & quæ nulla linea una potest esse simul sub dua-
bus aut pluribus speciebus earū. & quæ species linearū irrationaliū possunt in
infinitum produci: quarum nulla cum alia convenit in diffinitione & ordine.
Quæ autem hæ tredecim lineæ: videlicet medialis, binomium & eius quinque cō-
mites: residuum & eius quinque comites/ sint irrationales: demonstratum esse su-
perius memento. de mediāli quidē: ex 19. de binomio autē & eius quinque comi-
tibus: ex 30 & quinque eam sequentibus. at vero de residuo suisque quinque comi-
tibus: ex 68 & quinque eam sequentibus. Nullam autem harum tredecim li-
nearum irrationalium posse convenire in specie cum aliqua aliarum: sic collis-
ge. Esto enim ut ad vnam eandemque lineam rationalem in longitudine adiun-
gantur superficies æquales quadratis prædictarum tredecim linearum irratio-
nalia: secundum quæ ordine se invicem sequuntur. eritque ex 20 secundum latus
primæ istarum tredecim superficierum & quinque eam sequentium: rationale in
potentia tantum. Secūda autem latera secundæ istarum tredecim superficierū
& quinque eam sequentium esse omnes species binomiorum per ordinem/ vdeli-
cet binomium primum/ secundum & deinceps vsque ad sextum: ex 54 & quinque
eam sequentibus demonstratum esse memineris. Secūda vero latera octavæ su-
perficiæ & quinque eam sequentium: sunt species residuorum in ordine/ videlicet
residuum primum & residuum secundum & deinceps vsque ad sextum. quod ex
92 & quinque eam sequentibus didicisti. Cum igitur ipsa linea rationalis in po-
tentia tantum non conveniat cum aliqua specie binomiorum aut cum aliqua
residuorum/ quoniam omne binomium per 30 & omne residuum per 68 est li-
nea irrationalis & in longitudine & in potentia/ & cum nulla species residuorū
conveniat cum aliqua. specie binomiorum ex secunda parte penultimæ huius
decimi: sequitur ut omnia secunda latera harum tredecim superficierum sint
ab invicem diversa. ideoque per primam sexti & ipsæ tredecim superficies sunt
irrationales: cum earum omnium altitudo sit una. quare etiam hæ tredecim lineæ
propositæ: sunt singulæ a singulis duersæ.
¶ Possunt autē harū tredecim linearū irrationaliū species: in infinitum produ-
ci. infinite enim sunt species linearū medialis/ infinite quoque binomiorū: &
sic de singulis. Quod hoc modo cōstat. Esto linea a: medialis. sumaturque vntas
& quotlibet numeri primi ut 3, 5, & 7: & sint totidē lineæ b, c, d, quot sunt sum-
pti numeri primi. sintque quadrata istarū linearū b, c, d, ad quadratū a: sicut hi
numeri primi ad vnitatem. eruntque lineæ b, c, d, mediales ex 21: quoniā ipsæ cō-
& iij.





	k	1296	
a	Si	b	16
c	9	e	36
		d	4
f	3	h	6
		g	2

GEO.

ELE.

EV.

municant in potentia cū linea a mediāli. Omnes autē erūt diuersæ in longitudine ab a, & a se inuicē per vltimā partē 7: quoniam nullius istorū numerorū ad vnitatē nec alicuius eorū ad alterū per 16 & 8 & correlariū secūde octauī & p̄sentis hypothesi est proportio sicut numeri quadrati ad numerū quadratū. erit ergo a, & omnes sibi cōcantes in lōgitudine: sub prima specie linearū mediāliū b vero & omnes sibi cōcantes in lōgitudine: sub secunda. c autē & oēs eidē cōcantes vel cōmensurabiles: sub tertia. d quoq; & omnes sibi cōcantes in lōgitudine: sub quarta. Et quia numeri primi sūt infiniti vt ex 21 noni didicisti: necesse est species linearū mediāliū esse infinitas. Qd autē est dictū de linea mediāli: intellege de binomio suisq; qnq; comitibus/ & residuo suisq; qnq; comitibus. nā si cut oīs linea cōcās mediāli est mediālis: siue cōcet ei in lōgitudine siue in potentia vt probatū est in 21: ita etiā omnis linea cōcans binomio aut alicui suarū quinq; comitū/ vel etiā residuo aut alicui suarū quinq; comitū in lōgitudine ne vel in potentia/ est secū sub eadē specie/ vt probatū est in 60 & quatuor eā sequētib; & 98 & quatuor eā sequētib; . Sūt igit̃ spēs harū tredecimi linearū irrōnaliū i finitā: quarū nulla conueniet cū p̄cedēti in ordine vel diffinitione.

¶ Conuenit quoq; aliter demonstrare: species linearum irrationalium: esse infinitas. Nam omne latus tetragonum, superficie dicta a numero non quadrato: est irrationale per vltimam partem 7 & per diffinitionem. Cum itaq; tales numeri sint infiniti: erunt etiam species harum linearū irrationaliū infinitę.

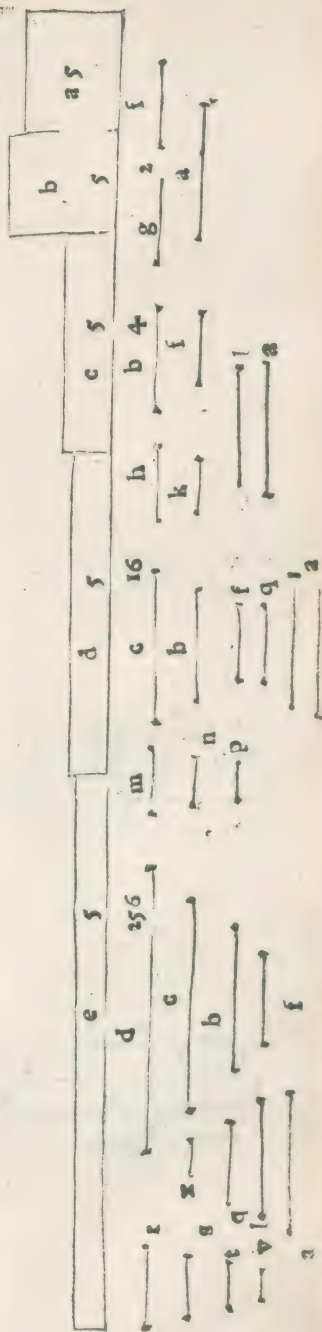
¶ Tertio modo contingit secundam partem huius vltimę conclusionis libi decimi sic exponi. vt dicamus ab vnaquaq; linea rationali in potentia tantum/ infinitas linearum irrationalium species produci: quarū nullā cum aliqua earū quę ipsam præcesserint/ possibile est in diffinitione & ordine conuenire. Verbi gratia. Sumatur aliqua superficies rationalis dicta a numero nō quadrato vt 5. eritq; latus eius tetragonum irrationale in lōgitudine: quoniam ipsum est incōmensurable lateri tetragonico superficie rationalis dicta a numero quadrato ex vltima parte 7. Dico ergo q; huius lateris latus/ itēq; secūdi lateris latus/ & rursus huius tertij lateris latus/ & sic in infinitū/ sūt lineę irrōnāles tā in longitudine q̃ in potentia: & q; nulla earū cōuenit diffinitione vel specie cum aliqua quę eā præcesserit in ordine. estq; latus tetragonūcū præmissę superficie quęcūq; dicta fuerit a numero non quadrato omnīū sicut radix & principium/ & quelibet ipsarū est principium omnīū ipsam sequentiū. & quęcūq; sunt in aliquo tetragonico latere cuiusq; talis superficie proficiuntur: diuersę sunt in longitudine & potentia ab omnibus quę a quoq; alio tetragonico latere talis superficie generantur. Et hoc dico: cū ipsarū superficie non fuerit proportio sicut numerorū quadratorum. Hęc autem vt possimus firma demonstratione colligere: antecedens ad ipsa præmittere oportet. Sitq; istud.

¶ Quibuslibet duobus inuicē ductis si quid licet producat: quota latera tetragonica duorum p̄cedentiū inuicem duces/ totum tetragonum latus ipsius producti produces.

¶ Verbi gratia. Sit vt ex a in b sit k. at c & d sint latera tetragonica a & b fiat autē e, ex c in d. sintq; iterū f & g latera tetragonica c & d: & fiat h ex f in g. Dico q; h est latus tetragonūcū e: & q; e rursus est latus tetragonūcū k. Cū enī ex f in se & in g fiant c & h: erit cad h sicut f ad g. sed & sit h ad d, sicut f ad g. ex g in f & in se fiūt h & d. sunt igit̃ c, h, d, cōtinue proportionales. Itaq; ex h in se: quātū ex c i d. quare h: est latus tetragonūcū e. Eadē quoq; ratione cū ex c in se sit a, & in d sit e, & ex d i se sit b: erūt etiā a, e, b, cōtinue p̄portionales in p̄portionē c ad d. Cū igit̃ ex a in b sit k: seq̃ etiā vt ex e in se sit k. quare e cū lat̃ tetragonūcū k. Cōstat itaq; qd̃ dici. Restat itaq; demonstrare qd̃ p̄positū est.

¶ Sit igitur superficies a, rationalis/ dicta a numero nō quadrato vt 5. lōgitudinē q̃ sint b, c, d, e. Sintq; dictę a numeris quorū qsq; p̄cedēs sit tetragonūcū latus proximo sequētis. vt si b sit 2/ c 4/ d 16/ e vero 256. ad has autē lineas singulas in lōgitudine/ adiūgatur superficies equalis a: erūtq; secūda latera singularia rationalia ilōgitudine p 16. vt secūdu latus b: 2 & dimidiū. secūdu c: vni & quarta. secūdu vero d: vna quarta & vna 16. at vero superficie e secūdu latus

erit vna 64 & vna 256. Sit ergo t tetragonici latus b : g vero sit tetragonici latus secundi lateris superficiei b . eritque per præmissam antecedens vt ex f in g sit a . Rursus sit h tetragonici latus secundi lateris c : k quoque sit tetragonici latus h . eritque per prædictum antecedens vt ex b in h sit a : & ex f in k sit tetragonici latus a /quod sit l . Sit iterum m tetragonici latus secundi lateris superficiei d . sed cum sit tetragonici latus m , & p tetragonici n : eritque per prædictum antecedens vt ex c in m fiat a , & ex b in n l , & ex f in p tetragonici latus l quod sit q . Amplius autem sit r tetragonici latus lateris secundi superficiei e . sit quoque tetragonici r & t f , sit & v tetragonici t . sequiturque per dictum antecedens: vt ex d in r fiat a . & ex c in f l , & ex b in t sit q . & etiam ex f in v : tetragonici latus q , quod sit x . & sic in infinitum. Dico ergo has lineas a , l , q , x , quarum a est tanquam radicale principium esse irrationales: a quidem in longitudine tantum: ceteræ vero in longitudine & in potentia. Cum enim ex f in g & k , fiant a & l : erit a ad l , sicut g ad k . Et quia vt patet ex dictis hypothesebus g & k sunt incommensurabiles in longitudine & in potentia: sequitur etiam vt a & l sint incommensurabiles in longitudine & in potentia. Eadem ratione a & q . est enim a ad q : sicut g ad p . Et propter eandem causam etiam a & x : cum sit sicut g & v . Et hac via quoque necesse est: vt l & q sint simpliciter incommensurabiles tam in longitudine quam in potentia. cum enim ex f in k & p , fiant l & q : erit l ad q , vt k ad p . At k & p nec commensurabiles sunt in longitudine nec in potentia. Si enim sint: erunt h & n commensurabiles. sed non sunt. at vero l & x oportet esse vtroque modo incommensurabiles. est enim l ad x , sicut k ad v : eo quod ex f in k & v , fiant l & x . Sunt autem k & v : vtroque modo incommensurabiles. sin autem accideret d & h esse commensurabiles. quod est inconueniens. q vero & x sunt quoque incommensurabiles potentia & longitudine, ex eo patet: quod est q ad x sicut p ad q . constat autem q & v sunt incommensurabiles. nam si non: erunt n & c commensurabiles. ideoque m & f . sed non sunt. ¶ Manifestum est itaque infinitas lineas irrationales in longitudine & in potentia incommensurabiles. & ideo diffinitione & specie differentes: produci ex linea a rationali in potentia tantum. Restat autem nunc ostendere quod quicunque irrationales lineæ ab aliquâ linea rationali in potentia hac via generantur: diuersæ sunt ab omnibus tam in longitudine quam in potentia quæ a qualibet alia linea rationali in potentia tantum quadratum cuius ad eadem quadratum prioris non sit sicut numeri quadrati ad numerum quadratum/hac eadem via egrediuntur. hoc quoque sic constat. Sint a & b rationales in potentia tantum siue tetragonica latera duarum superficierum dictarum a numeris non quadratis. sitque vt illi numeri non sint in proportionem aliquorum numerorum quadratorum. lineæ quoque quæ procedunt hac via ab a sint c , d , e , & a & b procedant f , g , h . Dico quod nulla ex lineis c , d , e , communicat in longitudine vel potentia cum aliquâ tetragonica latera c & f , & e & h tetragonica d & g : non est possibile vt aliqua ex c , d , e , communicet cum sua cõpari ex f , g , h , vel longitudine vel potentia. Si enim quare & a cum b etiam in longitudine. quod est contra hypothesein. Vniuersaliter autem verum est dicere quilibet harum esse vtroque modo incommensurabile cuilibet istarum. Dato namque quod d communicet cum h etiam in potentia tantum: sequitur vt c quoque communicet cum g & a cum f . quod non est possibile. Attendere autem oportet: quod cum dico lateris/nihil aliud intelligo quam latus superficiei denominatæ a latere priori. unde tetragonici latus lineæ a voco lineam illam quæ potest in superficiem dictam a linea a . talis autem superficies est quæ continet lineam a & lineam rationalis in longitudine dictam ab vno. Si ergo libet inuenire tetragonicum latus cuiuslibet lineæ sit linea a /cuius tetragonicum latus volo inuenire: b vero sit linea rationalis in longitudine dicta ab vnitate & ipsa est minima omnium linearum rationalium numeratarum ab integris: medio loco proportionalis inter eas sit c . est igitur per 16 sexti c tetragonicum latus a . idem enim sit ex a in b & ex c in f . At vero ex a in b sit superficies dicta ab a . Quicquid enim a quo libet in vnum ducto producit: ab eo quod vnum multiplicat denominatur. Et nota quod cum c fuerit latus tetragonicum lineæ a : indifferenter contingit lineam esse maiorem linea a & minorem/prout b etiam fuerit maior aut minor. & .iiij.



THEON ex Zamberto.

¶ Apotome & quæ post eā irrationales: neq; mediæ neq; adinuicē sunt eēde.
 ¶ A mediæ namq; ad rationalem comparata latitudo: efficit rationale & ei ad
 quam apponitur longitudine incommensurabilem per 22 decimi.

¶ Ab apotome vero ad rationalem latitudo comparata: primam efficit apoto-
 men per 97 decimi.

¶ A mediæ autem apotome prima ad rationalem apposita latitudo: secundam
 efficit apotomen per 98 decimi.

¶ A mediæ secunda apotome ad rationalem apposita latitudo: tertiam efficit
 apotomen per 99 decimi.

¶ A minori ad rationalem apposita latitudo: quartam efficit apotomen per
 100 decimi.

¶ Ab efficiente cum rationali medium totum ad rationalem apposita latitudo:
 efficit quintam apotomen per 101 decimi.

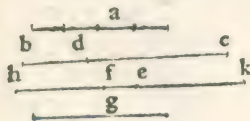
¶ Ab efficiente vero cum medio medium totum ad rationalem comparata la-
 titudo: sextam efficit apotomen per 102

¶ Quoniam igitur prædictæ latitudines a prima & adinuicē differunt (a pri-
 ma quidem quoniam rationalis est/adinuicem vero quia in ordine non sunt
 eadem) patet qd & ipsæ irrationales differunt adinuicē. Et quoniam ostensum
 est per 111 decimi qd apotome non est eadem ei quæ ex binis nominibus ad
 rationalem autē appositæ latitudinem efficiunt: quæ sane post apotomen apo-
 tomas consequenter vnaquæq; quæ in ordine circa eandem/quæ vero post eas
 quæ ex binis nominibus eas quæ ex binis nominibus/& easdē ordine conse-
 quenter: aliæ igitur sunt quæ post apotomen/& aliæ quæ post eam quæ ex binis
 nominibus est. ut omnes irrationales sint hæc videlicet.

- | | |
|------------------------------|---------------------------------------|
| 1 Media. | 7 Bina potens mediæ. |
| 2 Ex binis nominibus. | 8 Apotome. |
| 3 Ex binis prima medijs. | 9 Mediæ prima apotome. |
| 4 Ex binis secunda medijs. | 10 Mediæ secunda apotome. |
| 5 Maior. | 11 Minor |
| 6 Rationale mediumq; potens. | 12 Cum rationali mediū totū efficiēs. |
| | 13 Cum medio mediū totum efficiēs. |

Eucl. ex Zamb. Theorema 88. Propositio 112.

¶ A rationali ad irrationalē eā q̄ ex binis nominibus apposita
 latitudo: efficit apotomen cuius noīa cōmensurabilia sunt nomi-
 nibus eius quæ ex binis nominibus est/& in eadem ratione.& in
 super apotome quæ gignitur: eundem habebit ordinem ei quæ
 ex binis nominibus est.



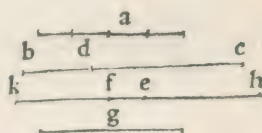
¶ THEON ex Zamberto. ¶ Si rationalis quidem a: ex binis vero nominibus
 sit b c, cuius maius nomē esto d c, & ei quod ex a: æquū esto id quod sub b c, &
 f. Dico qd ipsa e f apotome est: cuius noīa cōmensurabilia sunt ipsis d c, d b, &
 in eadē ratione/& in super e f eandē rationē habet ipsi b c. Sit enim rursus ei qd
 ex a: æquū id quod sub b d, g. Quoniam igitur quod sub b c, e f, æquum est ei
 quod sub b d, d g: est igit p 14. quinti sicut c b ad b d, sic est g ad e f. maior au-
 tem est c b ipsa b d, maior igitur & g ipsa e f. Est ipsi g æqualis e h. Est igit
 tur per 7 & 11 quinti sicut c b ad b d: sic est h e ad e f, manifestū igitur est per 17
 quinti: qd sicut c d ad d b, sic est h f ad f e. Fiat sicut h f ad f e: sic f k ad k e.
 er tota igitur h k: per 12 quinti ad totā k f est sicut f k ad k e. Sicut enim vnū
 antecedentiū ad vnū consequentiū: sic omnia antecedētia ad oīa sequētia. Sic
 cut autē per 12 quinti f k ad k e: sic est c d ad d b. & sicut igitur per 11 quinti
 k ad k f, sic c d ad d b, cōmensurabile autē est per 11 decimi quod ex c d: ei quod
 ex b d, cōmensurabile igitur est & quod ex h k: ei quod ex f k. Et est sicut per 22 de-
 cimi quod ex h k ad id quod ex k f: sic est h k ad k e. Et quoniam ipse tres h k, k f,
 k e, sunt proportionales: cōmensurabilis igitur est per 11 decimi h k ipsi k e
 longitudine, quare & h e ipsi e k longitudine est cōmensurabilis. Et quoniam per con-
 relatiū 20 sexti quod ex a æquū est ei quod sub e h, b d, rationale autem est id

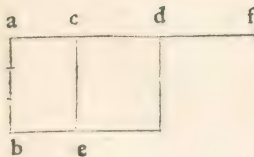
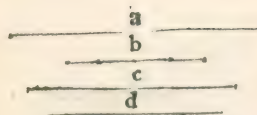
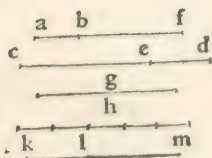
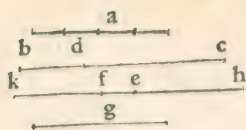
quod ex a: rationale igitur est & id quod sub e h, b d. Et ad ipsam b d rationale apponitur, rationalis igitur est & e h: & ipsi b d lōgitudine cōmensurabilis. Quare & ei cōmensurabilis e k, rationalis est: & ipsi b d lōgitudine cōmensurabilis. Quoniam igitur est sicut c d ad d b sic est f k ad k e, ipsę autē c d, d b, potētia tantū cōmensurabiles: & ipsę igitur f k, k e, per 11 decimi potētia tantū sunt cōmensurabiles. Rationalis autē est k e: & ipsi b d lōgitudine cōmensurabilis. Rōnalis igitur est et f k: & ipsi c d lōgitudine cōmensurabilis. Ipsę igitur f k, k e, rationales sunt potētia tantū cōmensurabiles per 11 decimi. Igitur f e apotome est. Verū c d: ipsa d b, aut maius potest eo quod fit ex sibi cōmensurabili: aut quod fit ex sibi incommensurabili. Si quidem c d, ipsa d b maius potest eo quod fit ex sibi cōmensurabili: & f k per 11 decimi ipsa k e maius potest eo quod fit ex sibi cōmensurabili. Et si c d, ipsi expositę rationali cōmensurabilis est lōgitudine: & f k, si autē d b: & k e, si vero neutra ipsarū c d, d b: & neutra ipsarū f k, k e. Si autē c d, ipsa b d maius potest eo quod gignitur ex sibi incōmensurabili: & f k, ipsa k e maius potest eo quod fit ex sibi incōmensurabili. Et si quidē c d cōmensurabilis est ipsi expositę rationali lōgitudine: & f k, si autē b d: & k e, si vero neutra ipsarū c d, d b: & neutra ipsarū f k, k e. Quare ipsa f e apotome est: cuius nomina f k, k e, cōmensurabilia sunt eis nominibus quę sunt ex ea quę ex binis nominibus hoc est ipsis c d, b d, & in eadem ratione: & eundem habet ordinem ipsi b c. A rationali igitur & reliqua. Quod erat ostendendum.

Eudl. ex Zamb. Theorema 89. Propositio 11.

A rationali ad apotomen comparata latitudo: efficit eam quę ex binis nominibus cuius nomina cōmensurabilia sunt ipsius apotomes nominibus: & in eadem ratione. & insuper quę gignitur ex binis nominibus: ipsi apotomę eundem obtinet ordinem.

THEON ex Zābero. CEsio rationalis quidē a: apotome autē sit b d, & ei quidē quod ex a, æquū esto quod sub b d, k h: vt quę ex a rationali ad ipsam b d apotomen cōparata latitudo efficiat ipsam k h. Dico qđ k h ex binis nominibus est: cuius nomina cōmensurabilia sunt eis quę ipsius b d sunt nominibus: & in eadē ratione: & qđ ipsa k h eundē habebit ordinē ipsi b d. Sit in quā per 80 decimi ipsi b d cōgruēs d c. Ipsę igitur b c, c d: p 80 decimi rationales sunt potētia tantū cōmensurabiles. Et ei quod ex a, æquū esto id qđ sub b c, g: & ad rationalem b c cōparatū, rationalis igitur est per diffinitionē decimi g: & ipsi b c lōgitudine cōmensurabilis. Quoniam igitur per 20 decimi quod sub b c, g, æquū ei quod sub b d, k h: proportionale igitur est per 26 sexti sicut b c ad b d, sic est k h ad g. maior autē est b c: ipsa b d, maior igitur est & k h: ipsa g. Exponat per 2 primi ipsi g æqualis k e. Cōmensurabilis per 12 decimi igitur est k e ipsi b c lōgitudine. Et quoniam est sicut c b ad b d sic est h k ad k e: cōuertēdo igitur est per correlatiū 18 quinti sicut b c ad c d, sic est k h ad h e. Fiat per 12 quinti sicut k h ad h e: sic h f ad f e. & reliqua igitur k f ad h f: sicut k h ad h e, hoc est sicut b c ad c d. Ipsę autē b c, c d, potētia tantū sunt cōmensurabiles. & ipsę igitur k f, f h: per 11 decimi potētia tantū sunt cōmensurabiles. Et quoniam est sicut k h ad h e sicut f ad h f, sed sicut k h ad h e sicut h f ad f e: & sicut igitur per 11 quinti k f ad f h, sic h f ad f e. Quare per correlatiū 19 sexti & sicut prima ad tertiā: sic quod ex prima ad id qđ ex secūda. & sicut igitur per 11 quinti k f ad f h, & h f ad f e: sic qđ ex k f ad id qđ sub e f, f h. cōmensurabile autē est per 9 decimi qđ ex k f, et quod sub e f, f h. Ipsę igitur k f & e h: potētia sunt cōmensurabiles. cōmensurabilis igitur est k f: ipsi f e lōgitudine, quare & e h: ipsi f e lōgitudine cōmensurabilis est. Rationalis autē est per 12 decimi k f: & ipsi b c lōgitudine cōmensurabilis. Et quoniam est sicut b c ad c d sic k f ad f h, vicissim quoq; p 16 quinti & sicut b c ad k f sic d c ad f h, cōmensurabilis autē est b c ipsi k f: cōmensurabilis igitur est & f h ipsi c d. Ipsę autē b c, c d: rationales sunt potētia tantū cōmensurabiles. & ipsę igitur k f, f h, rationales sunt potētia tantū cōmensurabiles. Ex binis igitur nominibus est k h. Si quidē igitur b c, ipsa b d maius potest eo quod fit ex sibi cōmensurabili: & k f, ipsa f h maius potest eo quod fit ex sibi cōmensurabili. Et si b c cōmensurabilis est lōgitudine ipsi expositę rationali: & f h quoq; si autē neutra ipsarū b c, c d: & neutra ipsarū k f, f h,





Si verò b c ipsa c d maius potest eo quod fit ex sibi incōmensurabili: & k f ipsa f h maius poterit eo quod ex sibi fit incōmensurabili. Et si b c ipsi expōit ratio nali cōmensurabilis est lōgitudine: & k f si autē c d: & f h si vero neutra ipsarū b c, c d: & neutra ipsarū k f, f h. Ex binis nominibus igit est k h: cuius nomina k f, f h, cōmensurabilia sunt ipsis b c, c d, noibus ipsius apotomes & in eadē ratiōne. & insuper k h: ipsi b c eundē habebit ordinē. Quod erat ostendendum.

Euclī, ex Zamb. Theorema 90. Propositio 114.

Si areola comprahendatur sub apotomæ & ea quæ ex binis nominibus cuius nomina cōmensurabilia sunt ipsius apotomes nominibus: & in eadem ratiōne: quæ areolam potest ratiōnalis est.

THEON ex Zamb. Comprahendatur areola sub apotomæ a b, & ea quæ ex binis nominibus c d: sicut eius quæ ex binis nominibus noia c e, e d, per 113 decimi cōmensurabilia ipsius apotomes noibus a b, f b, & in eadē ratiōne. Sitq; potens id quod sub a b, c d: ipsa g. Dico q; ipsa g rationalis est. Exponat enī rationalis h: & ei quod ex h æquū ad ipsam c d cōparet latitudinē efficiēs k l. igitur ipsa k l: apotome est per 113 decimi cuius noia sint k m, m l, cōmensurabilia noibus eius quæ ex binis nominibus hoc est ipsis c e, e d, & in eadem ratiōne. Iam & ipsæ c e, e d: per 12 decimi cōmensurabiles sunt ipsis a f, f b, & in eadē ratiōne, est igit sicut a f ad f b: sic est k m ad m l. vicissim igit per 16 quinti est sicut a f ad k m: sic est b f ad l m. & reliqua igit a b per 12 quinti ad reliquā k l est: sicut a f ad k m. Cōmensurabilis autē est a f ipsi k m. cōmensurabilis igitur est per 9 decimi & a b ipsi k l. Estq; per cōstructionē sicut a b ad k l: sic est quod sub c d, a b, ad id quod sub c d, k l. Cōmensurabile igitur est & quod sub c d, a b: ei quod sub c d, k l. Acquū autem est id quod sub c d, k l: ei quod ex h. cōmensurabile igitur est quod sub c d, a b: ei quod ex h. Quod autē sub c d, a b: æquū est ei quod ex g. cōmensurabile igitur est & id quod ex g: ei quod ex h. Ratiōnale autē est id quod ex h. rationale igitur est & id quod ex g. Rationalis igitur est per diffinitionē decimi g. & ipsam pōt areolā quæ sub c d, a b. Si areola igitur cōprahendatur sub apotomæ: & quæ sequuntur reliqua. Quod erat ostendendum.

CORRELARIUM. Fitq; nobis & id propterea manifestum: q; possibile est rationalem areolam sub irrationalibus rectis lineis contineri.

Euclī, ex Zamb. Theorema 91. Propositio 115.

Media infinitæ irrationales fiunt: & nulla vllī eorum quæ prius est eadem.

THEON ex Zamb. Esto media a. Dico q; ab a infinitæ irrationales fiunt: & nulla vllī earū quæ prius est eadē. Exponatur rationalis b: & ei quod sub b a per 14 secūdi æquū esto id quod ex c. igitur c irrationalis est. Quod autē sub irrationali & rationali per lēma 38 decimi irrationale est: & nulli earū quæ prius est eadē. Quæ autē ex nulla earū quæ prius ad rationālē appōita latitudo: media efficit. Rursus iam ei quod sub b c: æquū esto id quod ex d. Irrationale igitur est id quod ex d. irrationalis igitur d: & nulli eorū quæ prius eadē est. Quæ autē a nulla earū quæ prius ad rationālē appōita latitudo: efficit c. Similiter quoq; iam & huiusmodi ordo sequetur: si in infinitū extendas. manifestū est igit q; a media infinitæ fiunt irrationales: & nulli earum quæ prius eadem.

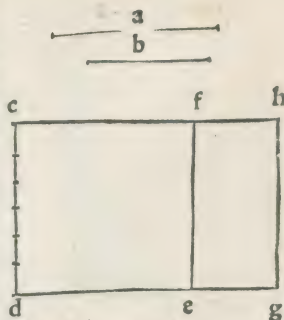
CALITER. Esto media a c. Dico q; ab a c, infinitæ sunt irrationales: & nulli earū quæ prius eadē. Excitetur per 11 primi ipsi a c ad angulos rectos a b, sit rationalis a b. cōpleaturq; b c. irrationale igitur est per 11 decimi b c. & ipsi potens irrationalis est. Possit autē per lēma 38 decimi ipsum c d. igitur c d est irrationalis & nulli earū quæ prius eadē est. a nulla autē earū quæ prius ad rationālē appōita latitudo: media efficit. Rursus cōpleatur d e. irrationalis igitur est d e: & ipsum potens irrationalis est. possit autem ipsum d f. irrationalis igitur est d f: & nulli earum quæ prius eadem. A nulla autem ipsarum quæ prius ad rationalem appōita latitudo: efficit c d. a media igitur infinitæ irrationales: & quæ sequuntur reliqua. Quod erat ostendendum.

Eucl. ex Zamb. Theorema 92. Propositio 116.

Zamb. 105.

¶ Minori commensurabilis: minor est.

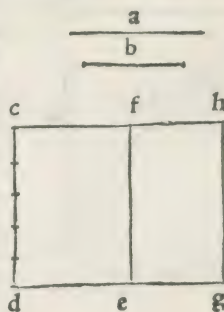
THEON ex Zamb. ¶ Esto minor a: et ipsi a commensurabilis esto p 11 decimi b. Dico q b minor est. Exponat c d rationalis: & ei qd ex a per 44 primi equū ad ipsam c d comparetur c e, latitudinem efficiens c f. Apotome igitur est c f. Ei autē quod ex b, per eandē æquū ad ipsam f e cōparetur f g: latitudinē efficiens f h. Quoniā igit cōmensurabilis est a ipsi b: cōmensurabile igit est & quod ex a ei quod ex b. Sed ei quidē quod ex a, æquū est c e: ei autē quod ex b, æquū est f g. cōmensurabile igit est c e: ipsi f g. Sicut autē c e ad f g: sic est c f ad f h. Cōmensurabilis igit est c f: ipsi f h lōgitudine. Apotome autē quarta est per 100 decimi ipsa c f. Igit & f h: quarta est apotome. Rationalis autē est f e. Si vero areola cōprehendatur sub rationali & quarta apotome: q areolā potest minor est per 94 decimi. Ipsam autem f g areolam: ipsa b potest. ergo b minor est. Quod erat ostendendum.



Zamb 106.

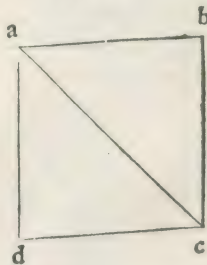
Eucl. ex Zamb. Theorema 93. Propositio 117. ¶ Cum rationali medium totum efficiens commensurabilis: cum rationali medium totum efficiens est.

THEON ex Zamb. ¶ Sit cū rationali mediū totū efficiens a: cōmensurabilis autē ei esto b. Dico q b cū rationali mediū totū efficiens est. Exponat rationalis c d: & ei quidē quod ex a æquū ad ipsam c d cōparetur c e, latitudinē efficiens c f. Apotome igitur est quinta ipsa c f per 102 decimi. Ei autē quod ex b per 44 primi æquū ad ipsam f e cōparetur f g: latitudinē efficiens f h. Quoniā igit cōmensurabilis est a ipsi b: cōmensurabile igitur est id quod ex a ei quod ex b. Sed ei quidē quod ex a, æquū est c e: ei vero quod ex b, æquū est f g. Igitur c e: ipsi f g est cōmensurabile. Cōmensurabilis igitur est c f: ipsi f h longitudine. Quinta autem apotome est c f. Apotome igitur quinta est: & f h. Rationalis autē est f e. Si vero areola cōprehendatur sub rationali & apotome quinta: q areolam potest cū rationali mediū totū efficiens est per 95 decimi. Potest autē ipsum f g: ipsa b. Igitur b: cū rationali mediū totū efficiens est. Quod erat ostendendum.

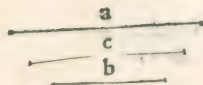
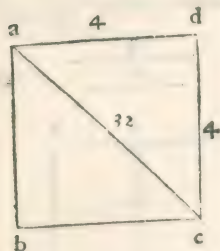


Eucl. ex Zamb. Theorema 94. Propositio 118. ¶ Propositum nobis sit ostendere: q in quadratis figuris incommensurabilis est dimetiens latēri longitudine.

THEON ex Zamb. ¶ Esto quadratū a b c d: dimetiens vero illius sit a c. Dico: q a c ipsi a b lōgitudine est incommensurabilis. Si enim possibile: sit commensurabilis. Dico q eueniet: q par numerus & impar erūt idē. Manifestū quidē igit per 47 primi: q id quod ex a c duplū est eius quod ex a b. Et quoniā c a ipsi a b cōmensurabilis est: igitur c a ad a b rationē habet quā numerus ad numerū per 5 decimi. habeat autē: quā e f ad g. Sintq e f, g, minimi eandē rationē habentiū eis. Igitur e f nō est vnitas. Si enim e f est vnitas: & rationē habet ad g quā a c ad a b, & maior est a c ipsa a b: maior igitur est e f vnitas ipso g numero. quod est impossibile. Igit e f nō est vnitas. numerus igitur. Et quoniā est sicut a c ad b sic est e f ad g: & sicut igitur per 15 quinti quod ex c a ad id quod ex a b, sic qd ex e f ad id quod ex g. Duplum autē est qd ex c a eius quod ex a b. Duplū igitur est & qd ex e f: eius quod ex g. par igitur est id qd ex e f. quare & ipse e f par est. Si enim impar esset: & quod ex eo quadratum impar esset per vigesimā nonam noni. quippe quoniā si quilibet numeri impar est. Secetur per 10 primi e f bifariā in h. Et quoniā ipsi e f, g, numeri minimi sunt eandē eis habentiū rationē: & primi sūt adinuicē per 24 septimi. & e f par est. Impar igitur est g. Si enī esset par: ipsos e f, g, metiretur binarius. omnis etenī par: habet partes dimidias primas adinuicē existentes. quod est impossibile. Igitur g non est par. Et quoniā ipsius e h duplus est e f: quadruplus igit est qui ex e f, eius quod ex h. Duplus autē qui ex e f eius qui ex g. duplus igitur qui ex g: eius quod ex h e. Igitur qui ex g par est. & par igitur g per ea quæ dicta sunt. sed & impar. quod est impossibile. Igitur c a: ipsi a b longitudine non est commensurabilis. incommensurabilis igitur.

f...h...e
g...

f...h...e
g...



Ostendendum & alter: q̄ incommensurabilis est quadrati dimetiens lateri. Sit inquam pro dimetiente a: pro latere vero sit b. Dico q̄ a: ipsi b longitudine est incommensurabilis. Si enim possibile: sit commensurabilis. Fiatq; rursus sicut a ad b: sic e f ad g. sicutq; minimi eandem habentium rationem: ipsi e f, g. Igitur ipsi e f, g: primi sunt adinuicē. Dico primum q̄ g non est vnitas. Si eni possibile: esto vnitas. Et quoniam est sicut a ad b sic est e f ad g: & sicut igitur per 11 g vnitas est. Igitur e binarius est quadratus. Quod est impossibile. Igitur g nō est vnitas. numerus igitur. Et quoniam est sicut quod ex a ad id quod ex b sic qui ex e f ad eum qui ex g: & rursus sicut quod ex b ad id quod ex a sic qui ex g ad eum qui ex e f, metitur autem quod ex b id quod ex a, metitur autem & qui ex g quadratus eum qui ex e f, quare & latus idem g ipsum e f metitur: metitur autem & seipsum g: igitur g ipsos e f, g, metitur qui primi sunt adinuicem. Quod est impossibile. Igitur a : ipsi b non est commensurabilis. incommensurabilis igitur. Quod ostendere oportuit.

¶ Priorum dilucidior explanatio.

Sit quadratū a b c d: dimetiens vero ipsius sit a c. Manifestū est q̄ isosceles est triangulū c d a, æquū habēs da ipsi d c: similiterq; triangulū isosceles est a b c. Sit igitur d a vnitatū 4. siue pedum: sicq; & c d, quatuor. quare manifestum est q̄ qd ex d a quadratū: est vnitatū siue pedū 16. sic etiā & quod ex c d: 16 est vnitatū siue pedū. At quoniam id quod ex a c æquū est eis quæ sunt ex d a c d, quæadmodum ex 4-7 primi perspicuū est: manifestum est q̄ id quod ex a c est duplum eius quod ex d a. At id quod ex d a est vnitatum 16. id igitur quod ex dimetiente: 32 erit/in dupla quidē. At quoniam longitudine commensurabiles lateræ sunt quas aliqua magnitudo metitur earumq; quadrata rationem habent: quam numerus quadratus ad numerum quadratum/at efficiēs 32 per latus alteram magnitudo non metitur/neq; quæ ex eis quadrata sunt rationem habent: quam numerus quadratus ad numerum quadratum (nullum enim quadratū alterius quadratū duplum est) incommensurabilis igitur est longitudine dimetiens lateri. efficiēs enim 32 siue latus/est vnitatum 5 & minorum 39: quæ 5, 39, ac 4, nullam habent communem mensuram. quare 32 ad 16 sicut dictum est rationem non habet qualem quadratus numerus ad quadratum numerum.

Inuentis iam longitudine incommensurabilibus rectis lineis a, b: & plures aliarū magnitudines ex binis diuisionibus comperiuntur. Dico iam plana adinuicem incommensurabilia. Quoniam si ipsarum a, b, linearum rectarum ad eam proportionalem susceperimus c: erit igitur sicut a ad b, sic quæ ex a species ad eam quæ ex c similē similiterq; descriptam speciem siue quadrata/siue aliarū rectarū neq; similes descriptæ fuerint/siue etiam circuli circa dimetientes a, c, quippe quoniam circuli adinuicem sunt sicut ea quæ ex dimetientibus sunt quadrata: ita. Inueniuntur igitur & areolæ planæ adinuicem incommensurabiles. **O**stendimus eas quæ ex solidis speculationes: qualiter sunt solida commensurabilia & incommensurabilia a diuicē. Si eni in ijs quæ ex a, b, quadratis eisdem æqualibus rectilineis figuris cōstituamus altitudine æqualia solida parallelepipedā/vel pyramides/vel prismata: erūt ipsa cōstituta adinuicē sicut bases & cōmensurabilia erunt ipsa solida. Si vero incommensurabiles: incommensurabilia. **S**ed & si duobus expositis circulis ab ipsis conos vel cylindros altitudine æquales describemus: erunt adinuicē sicut bases hoc est sicut ipsi circuli. **E**tiā ipsi circuli sunt commensurabiles: & ipsi cono & cylindri commensurabiles erūt. Si vero ipsi circuli erunt incommensurabiles: ipsi cono & cylindri erūt incommensurabiles. Et nobis sit manifestū: q̄ non solum in lineis & superficiebus sunt commensurabiles & incommensurabiles: sed in solidis quoq; figuris hoc reperitur.

EVCLIDIS Megarensis Geometricorum
Elementorum decimi libri
Finis.

EUCLIDIS MEGARENSIS CLARISSIMI
philosophi Mathematicorumq; facile principis: primum
ex Campano, deinde ex Theone Græco commentatore,
interprete Bartholamæo Zāberto Veneto, Geometrica
Elementa. Liber vndecimus.
Eucl. ex Campano. Diffinitiones.



Corpus: est quod lōgitudinem/ & latitudi-
nem/ & altitudinē habet. Cuius termini:
sunt superficies.

Linea erecta supra superficiem: est quæ
cum singulis sibi cōterminalibus lineis in
ea superficie expassis angulos rectos facit.
Linea autē hæc: supra eam superficiē per-
pendicularis esse/ & ad eandem orthogo-
naliter insistere dicitur.

Intelligatur enī linea a b exurgere supra planū: ita q; punctus a imaginetur
in aere/ & b in plano. & a puncto b ducatur plures lineæ in eodē plano: vt b c,
b d, & quolibet aliæ. Si igitur ita fuerit q; linea a b cū lineæ b c, & cum lineæ b
d, & cum qualibet alia linea protracta a puncto b in plano illo: angulū rectum
cōtineat: ipsa dicitur esse perpendicularis ad illā superficiē in qua protractæ sunt
hæ lineæ/ videlicet b c & b d, & aliæ cū quibus ipsa ponit cōtinere angulū rectū.

Superficies autem erecta super superficiem est: quoties puncto
vno eodem lineæ quæ est communis terminus illarum superficie-
rum duæ perpendiculares conterminales superstant/ quæ rectum
continentes angulum in eisdem superficiebus sitæ sunt.

Verbi gratia/ imaginemur superficiem a b c d exurgere/ superficiem vero c
d e f iacere: & intelligamus lineam c d esse communem terminum ambarum.
In ea itaq; signetur punctus g: a quo ad lineam c dextrahantur duæ lineæ per-
pendiculares. vna videlicet in superficie c d e f, quæ sit g k: & alia in superfi-
cie a b c d quæ sit g h. Si igitur angulus quem continent hæ duæ lineæ perpen-
diculares videlicet g h & g k, erit rectus: superficies a b c d dicitur orthogona-
liter erecta super superficiem c d e f.

Superficies æquidistantes: sunt quæ in vtrambet partem pro-
tractæ non concurrent/ etsi in infinitum producantur.

Intellectum est quod dicitur. Scire tamen debes: q; omnes planæ superficies/
aut sunt æquidistantes abinuicem/ aut in omnem partem protractæ cōcurrent
alicubi & super rectā lineam se secabunt. Lineas autem rectas nō est necessariū
vel esse æquidistantes vel in vtrāq; partē protractas cōcurrere: quippe q; in eadē
superficie nō sunt nec æquidistant abinuicē/ nec tñ quantūlibet protractæ cōcurrēt.

Aequa corpora sunt atq; similia: quorum terminales superficies
numero ac quantitate equales vnus creationis sint atq; similes.

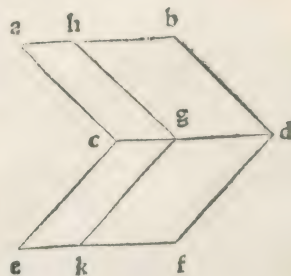
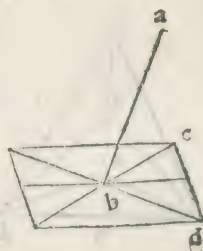
Similia corpora: sunt quæ similibus superficiebus numero & qua-
libus continentur.

Si has duas diffinitiones de corporibus equalibus et similibus/ nō itelligis:
ad diffinitionē similitudinis superficierum positā in principio sexti recurre.

Corpus ferratile: dicitur quod quinq; superficiebus quarū tres
parallelogrammæ sunt duæ vero triangulæ/ continetur.

Domui quatuor parietes æquidistantes habenti/ rectum vnico fastigio supre-
mis duorum parietum lateribus æquali & æquidistanti superpositum: ferratilis
corporis expressam similitudinem gerit.

A. j.



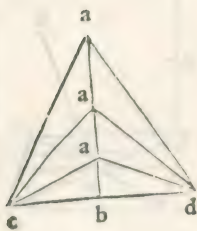
Sphæra: est transitus arcus circumferentiæ dimidiij circuli quos-
ties sumpto vel supremo semicirculo lineaq; diametri fixa donec
ad locum suum redeat: arcus ipse circumducitur.

Super quamlibet lineam semicirculo descripto / si linea illa fixa semicirculus
tota reuolutione circumducatur: corpus quod describitur / sphæra nominatur.
Cuius centrum: constat esse centrum semicirculi circumducti.

Pyrâmis laterata: est figura corporea quâ continet superficies la-
quarû vna reliquæ sunt ad vnû oppositum punctû sursum erectæ.

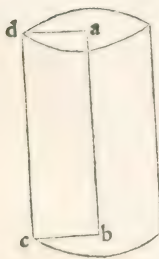
In omni laterata pyramide cûctæ superficies ipsam ambientes: ab ipsius bas-
si ad vnum punctum subleuantur / qui conus pyramidis dicitur. suntq; omnes
hæ laterales superficies: triangule: basis vero frequenter non est triangu-
la.

Pyrâmis rotunda: est figura solida / estq; transitus trianguli re-
ctanguli alterutro suorum laterum rectum angulum continentiu
fixo / donec vsq; ad locum vnde moueri cœpit redeat triangulo ip-
so circûducto. Si igitur latus fixum lateri circûducto fuerit equa-
le: erit figura rectangula. Si autê longius: acutiangula. Si vero breui-
us: obtusiangula erit. Axis autê ipsius figuræ: est latus fixû. Basisq;
sua: circulus. Dicitur autem figura hæc: pyramis colûnæ rotundæ.



Sit trigonus a b c: rectum angulum habens qui sit b. figuratq; alterum duor-
um laterum ambientium rectum angulum b: sitq; latus quod figurat a b. quo
fixo: circûducatur trigonus quousq; ad locû vnde moueri cœperit redeat. Cor-
porea ergo figura quæ huius trigoni motu describitur: rotunda pyramis appella-
tur. Cuius tres sunt differentiæ. Alia enim est rectangula / alia acutiangula / re-
tia obtusiangula. Et prima quidem est: quâdo latus a b lateri b c fuerit æquale.
Ergo enim vt linea b c / quum rotatu trigoni peruenerit ad situm lineæ b d, ita
q; punctus c cadat super punctum d, fiat linea vna: hoc est vt ipsa tunc coniu-
gatur sicut a quo moueri cœpit secundum rectitudinem. eritq; linea hæc quæ
si b c d. Et quia ex 32 primi & 5 eiusdem angulus c a b est medietas recti: erit
angulus c a d rectus. ideoq; pyramis hæc dicitur rectangula. Si autem latus a b
sit longius latere b c: erit acutiangula. Erit enim tunc ex 32 primi & 9 eiusdem
angulus c a b: minor medietate recti. ideoq; totus angulus c a d: est minor recto
cto & acutus. quare pyramis acutiangula. Qz si latus a b fuerit breuius latere b
c: erit angulus c a d maior medietate recti ex 32 primi & 9 eiusdem. & totus c
a d, qui est duplus ad ipsum c a b: maior recto & obtusus. igitur & pyramis con-
uenienter tunc dicitur obtusiangula. Axis autem huius pyramidis: dicitur linea
a b. Basis vero eius: circulus quem describit linea c b super centrum b. Dicitur
quoq; hæc pyramis colûnæ rotundæ: illius videlicet quam motu suo describe-
ret parallelogrammum proueniens ex a b & b c, latere a b manente fixo.

Figura corporea totunda cuius bases sunt circuli duo plani ex-
tremis & crassitudine id est altitudine æquales: est transitus
parallelogrammi rectanguli latere rectum angulum continentis
x o / ipsaq; superficie donec ad locum suum redeat circûducta. Di-
citurq; hæc figura: colûna rotunda. Colûnæ itaq; rotundæ atq;
sphære circuliq; vnum atq; idem est centrum.



Sit parallelogrammum rectangulû a b c d, figuratq; latus a b: & eo fixo totum
parallelogrammum quousq; ad locum suum cadat vel redeat circûducatur. Cor-
porea ergo figura huius parallelogrammi motu descripta: rotunda colûna no-
minatur / cuius bases sunt duo circuli. & est vnus eorum: circulus quem descri-
bit motu suo linea b c, cuius circuli centrû est punctus b, alter vero est: quæ motu
suo designat linea d a, & eius centrû est punctus a. Axis autem huius colûnæ:
dicitur linea a b q; manet fixa i motu parallelogrammi. Qz si imaginati fuerimus
parallelogrammum a b c d cum peruenerit rotatu suo ad situm a b e f, continget
sicut a quo moueri cœpit secundum continuitatem superficiæ planæ vt scilicet

rotū sit vnū parallelogrāmū d c, e f, & p[ro]xerimus ī eo diametrū d e: erit quoq[ue]
 diameter d e diameter colūnæ. Quod autē dicitur colūnæ & spherę & circuli idē
 esse centrū: intelligi debet cū horum vna est eadēq[ue] diameter. Verbi gratia. dis-
 ximus enī q[uod] d e est diameter istius colūnę. Spharā igitur atq[ue] circulum quorū
 diameter est linea d e: necesse est idem centrū habere cum cētro propositæ colū-
 nę. Sit enim v[er]t[ic]e linea d e fecerit lineam a b in puncto g. eritq[ue] g centrum colūnę.
 diuidit enim axem colūnæ per equalia: & diametrū colūnæ per equalia. quod
 patet per 25 primi. nam anguli qui sunt ad g: sūt æquales ex 15 primi. & anguli
 qui sūt ad a & b: recti ex hypothesi. linea quoq[ue] a d: est æqualis lineæ b e. itaq[ue]
 d g est æqualis e g: & a g æqualis g b. Cūq[ue] anguli c & f sint recti: si super p[un]-
 ctum g secundum spaciū d g, ac super lineam d e circulus describatur: trāsbīt
 ex conuersa primæ partis 30 tertij per puncta c & f. itaq[ue] punctum g est cētrum
 circuli cuius diameter est diameter colūnę: ideoq[ue] & spheræ. Quare manifestū
 est omni parallelogrammo rectāgulo circulum / omniq[ue] colūnę rotundę spherę
 ram esse circumscripibiles. Sicq[ue] patet quod voluit istud theorema.

¶ Angulus corporeus siue solidus: est quem cōtinent angulū pla-
 ni plures q[uam] duo / qui haudquaquā in vna superficie siti ad vnum
 punctum angularem conueniunt.

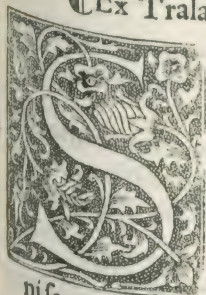
¶ Duo anguli plani angulum solidum perficere nequeunt: sicut nec duę rectę
 lineę nequeunt superficiem claudere. Angulos quoq[ue] planos solidum āgulum
 continentes in eadem superficie non conuenit esse sitos: sed in diuersis. quę ad-
 modum duas rectas lineas planum perficiētes angulum: non conuenit sibi in-
 uicem secundum situm rectitudinis applicari.

¶ Similes sunt figurę corporeę rotundę / siue sint colūnę siue earū
 pyramides: quarum axes diametris suarum basium sunt propor-
 tionales.

¶ Propositis enim duabus pyramidibus rotundis aut duabus columnis rotū-
 dis / si fuerit proportio axis vnus earum ad diametrū suę basis sicut axis alte-
 rius ad diametrū suę basis: illę duę colūnę aut pyramides similes adinuicem
 esse dicuntur.

¶ Ex Tralatione Zamberti.

Diffinitiones.



¶ Solidum: est quod lōgitudinem / latitudinem /
 & crassitudinē habet. Solidi vero termi-
 nus: superficies est.

¶ Recta linea ad planum recta est: quando
 ad omnes contingentes ipsam rectas lineas
 & in subiecto plano existentes / rectos effi-
 cit angulos.

¶ Planū ad planū rectum est: quando cōmu-
 ni segmento ipsorum planorum ad angulos rectos ductę rectę
 lineę in vno ipsorum planorum / reliquo plano ad angulos re-
 ctos fuerint.

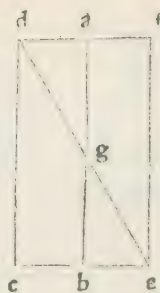
¶ Plani ad planum inclinatio: est compræhensio angulī acuti sub
 ijs quę ad angulos rectos communi segmento ducuntur ad idē
 signum in vtroq[ue] ipsorum planorum.

¶ Planum ad planum inclinari dicitur & alterum ad alterū: quā-
 do prædicti inclinationum anguli sibi inuicem æquales fuerint.

¶ Parallela plana: sunt quę contactum non admittunt.

¶ Similes solidę figurę: sunt quę sub similibus planis / æquali-
 bus multitudine compræhenduntur.

A. Ij.



GEO.

ELE.

EV.

- Similes solidæ figuræ & æquales: sunt quæ sub similibus planis
 multitudine & magnitudine æqualibus compræhenduntur.
- Angulus solidus: est sub pluribus duabus lineis sese adinuicem
 tangentibus & non existentibus in eadem superficie ad omnes
 lineas inclinatio. Aliter.
- Solidus angulus: est qui sub pluribus duobus planis angulis
 compræhenditur non existentibus in eodem plano/ ad vnum
 signum constitutis.
- Pyramis: est figura solida planis compræhensa ab vno plano
 ad vnum signum constituta.
- Prisma: est figura solida planis compræhensa/ quorum duo quæ
 ex opposito equalia & similia sunt parallela/ reliqua vero pa-
 rallelogramma.
- Sphæra: est quando semicirculi manente dimetiente circundu-
 ctus semicirculus in seipsum rursus reuoluitur vnde incepit/ cir-
 cum assumpta figura.
- Axis sphæræ: est manens recta linea quæ circū semicirculus vertit.
- Centrum sphæræ: est illud quod & semicirculi.
- Dimetiens sphæræ: est recta quædā linea per cētrū acta & termi-
 nata ex vtraque parte sub ipsius sphæræ superficie.
- Conus: est quando rectanguli trianguli manente vno eorū quæ
 circa rectū angulū latere circūductū triāgulū in idē rursus vnde
 sumperat exordiū circūuoluit/ ea assumpta figura. Et si manens
 recta linea æqua fuerit reliquæ quæ circum rectū circūductæ: re-
 ctangulus erit conus. Si vero minor: oblygonius. Si autē maior:
 oxygonius.
- Axis conī: est manens quædam recta linea quam circū triāgu-
 lum vertitur. Basis autem: est circulus sub circumducta recta
 linea descriptus.
- Cylindrus: est quando rectanguli parallelogrammi manente
 vno eorū quæ circū rectū angulum latere circūductum paralle-
 logrammum in idem vnde sumpsit exordium steterit/ ea as-
 sumpta figura.
- Axis cylindri: est manens quædam recta linea quæ circū paralle-
 logrammum vertitur. Basis autem circuli qui sub ijs quæ ex
 opposito circunductis lateribus sunt descripti.
- Similes conī et cylindri: sunt quorum axes & dimetientes basi-
 um sunt proportionales.
- Cubus: est figura solida sub sex quadratis contenta lateribus.
- Octaedrum est figura solida sub octo æqualibus & æquilateris
 contenta triangulis.
- Dodecaedrum: est figura solida sub duodecim quinquangulis
 æqualibus & æquilateris & æquiangulis compræhensa.
- Icosaedrum: est figura solida sub viginti triāgulis æqualibus
 & æquilateris compræhensa.

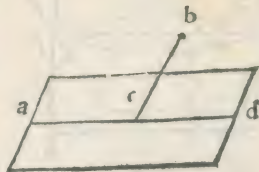
Eucl. ex Camp.

Propositio prima.



Parē rectae partem esse in plano & partem in sublimi: est impossibile.

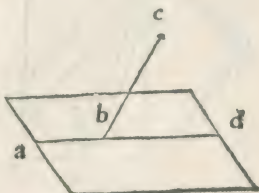
CAMPANVS. ¶ Si linea ab recta. Dico qd nō est possibile: vt pars eius sit in plano/ & pars sursum eleuata. Si enim est possibile: sit pars eius q̄ est a c sita in plano/ & pars eius q̄ est c b in sublimi posita. & protrahat directe a c in plano in quo ipsa sita est: vsq; ad d. eritq; vt vni eidēq; lineae q̄ est linea adiciantur. Quod est impossibile ex 13 primi.



Eucl. ex Zamb. Theorema 1. Propositio 1.

Rectae lineae partem in subiecto plano/ partem vero in sublimi esse: est impossibile.

THEON ex Zamberto. ¶ Si enim possibile: rectae lineae a b c, pars quidem ab esto in plano/ pars autem b c esto in sublimi. erit iam quedā ipsi a b cōtinua recta linea in rectum in supposito plano. sit b d. Igitur binis datis rectis lineis a b c, ab d: commune segmentum est a b. quod est impossibile. Recta linea nāq; cum recta linea non concurrat in pluribus signis vno: si adinuicem ipsae rectae lineae congruentes non fuerint. Rectae igitur lineae partē in subiecto plano/ partem autem in sublimi esse: est impossibile. Quod fuerat ostendendum.

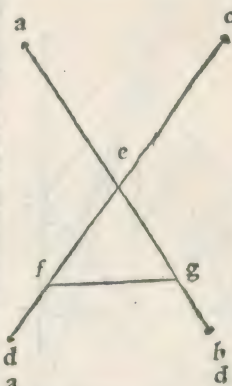


Eucl. ex Camp.

Propositio 2.

Mnes lineae duae quarū altera alterā secat: in vna superficie sitae sunt. omnisq; triāgulus: in vna superficie totus cōsistit.

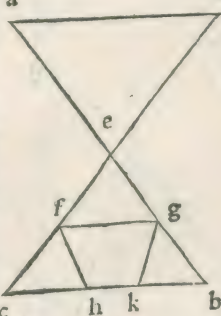
CAMP. ¶ Sint duae lineae rectae a b & c d: se inuicē secantes in pūcto e. Dico eas esse in superficie vna. & omnē triāgulu dico esse in superficie vna totum. Signetur enim punctus f, in linea c d: & punctus g, in linea a b. & ducatur linea f g. Quia igitur impossibile est partē triāguli e f g esse in plano & partē in sublimi/ quin etiam suarū terminaliū linearū vnius aut pluriū pars similiter sit in plano & pars similiter in sublimi: cum de lineis hoc sit impossibile per praemissam/ erit quoq; impossibile de triāgulo. Itaq; totus triāgulus e f g: est in superficie vna. Ex hac igitur secunda parte & praemissa: constat prima pars huius secundae propositionis.



Eucl. ex Zamb. Theorema 2. Propositio 2.

Si binae rectae lineae se adinuicem secuerint: in vno sunt plano. & omne triāgulum in vno plano existit.

THEON ex Zamberto. ¶ Binae inquā rectae lineae a b, c d, se adinuicē secant in signo e. Dico qd ipsae a b, c d in vno consistūt plano. & omne triāgulum in vno est plano. Assumantur in ipsis e c, e b, signa vtrūq;: sintq; f, g, conuectanturq; b c, f g. extendaturq; f h, g k. dico primum qd triāgulum e c b in vno est plano. Si ipsius nāq; triāguli e c b pars/ aut f c h, aut g b k, i subiecto plano est/ reliquum vero in alio: & erit vnius ipsarum e c, e b, rectarum linearū pars in subiecto plano/ pars autem in alio. Si autem ipsius e c b triāguli/ e f b g, pars fuerit in subiecto plano/ reliquum vero in alio: erit & ambarum e c, e b, rectarum linearum pars quidē in subiecto plano/ & pars in alio. quod per 1 vndecimi impossibile esse ostensum est. Igitur triāgulum e b c in vno est plano. In quo enī est triāgulu e c b: in eo est & vtraq; ipsarū e c, e b. In quo autē est vtraq; ipsarū e b, e c: in eodē sūt & a b, c d, per eadē. Ipsae igitur a b, c d, rectae lineae: in vno existūt plano. & oē triāgulu in vno est plano. qd erat ostendendū.

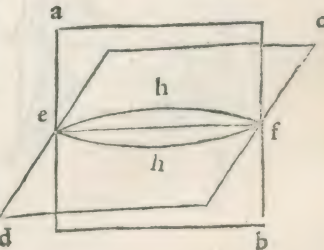


Eucl. ex Camp.

Propositio 3.

Mnium duarum superficierum seuuicem secantium: cōmunis sectio est linea recta.

CAMPANVS. ¶ De planis superficiebus intellige: & verū erit quod dicitur. Sint itaq; duae superficies planae a b & c d: se inuicē secantes. Dico qd earū cōmunis sectio: erit linea recta. Esto enim duo puncta c & f termini cōmunis se



A. iij.

fa ipsi f e equalis: duæ igitur fa, a d, duabus f c, c b, æquales sunt altera alteri. et basis f d: basis f b est æqualis. & angulus igitur qui sub fa d: angulo qui sub f c b est æqualis. Et quoniam rursus ostensum quod a g ipsi b h est æqualis: sed fa ipsi f c est æqualis: binæ iam fa, a g, duabus f c, c h, sunt æquales. & angulus qui sub fa g: ostensum est æqualis ei qui sub f c h. basis igitur f g: per 4. primi basis f h est æqualis. Et quoniam rursus æqua est ostensa g e ipsi e h, communis autem e f: duæ igitur g e, e f, duabus h e, e f, sunt æquales. & basis f g: basis f h est æqualis. angulus igitur qui sub g e f: angulo qui sub h e f est æqualis. vterque igitur ipsorum g e f, h e f, angulorum: rectus est. Ipsa igitur f e: ad ipsam g h contingenter per e ducta: recta est. Similiter iam demonstrabimus: quod fe ad omnes eandem tangentes rectas lineas & in subiecto existentes plano: rectos efficit angulos. Recta enim linea ad planum per 2. diffinitionem 11 recta est: quando ad omnes eam tangentes rectas lineas & in eodem existentes plano: rectos efficit angulos. Igitur ipsa fe: in subiecto plano est ad angulos rectos. Subiectum autem planum: est quod sit per ipsas a b, c d, rectas lineas. Ipsa igitur f e: ad angulos rectos est ei quod per a b, c d, est plano. Si recta igitur linea duabus rectis lineis: & quæ sequuntur reliqua. Quod erat ostendendum.

Eucl. ex Camp.

Propositio 5

Si super tres lineas conterminales communi earum termino erecta linea quadam orthogonaliter insistat: eadem tres lineas in vna superficie sitæ erunt.

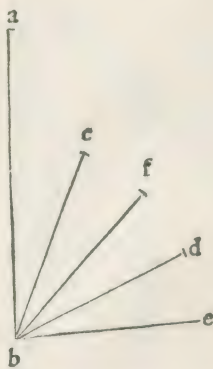
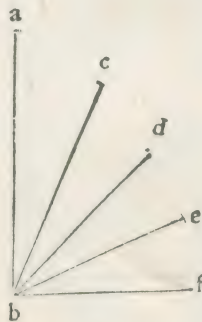
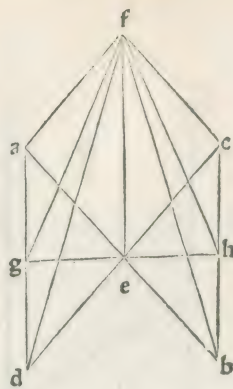
CAMP. Sit linea a b orthogonaliter erecta super communem terminum trium linearum b c, b d, b e, angulariter se contingentiū in puncto b: quarum nulla alij directione applicet, quod idem est: ac si se invicem secet in puncto e, protrahatque se fecerit. Dico quod tres lineas b c, b d, b e: sunt in vna superficie sitæ. Constat autem de quibusque earum duabus quod ipsæ sunt in vna superficie sitæ: per secundam huius vel per primam partem secundæ huius. Si igitur linea b d non fuerit in superficie duarum linearum b c & b e, sed illæ duæ in plano: hæc autem in sublimi: erit ut hæc superficies in qua sitæ sunt duæ lineæ a b & b d, si protrahat & per illud quod notum est super quadratam: secet illam in qua sitæ sunt b c & b e, eritque per 3. huius cōis earum secundo linea recta: & ipsa sit b f. Quia igitur ex præmissa linea a b est perpendicularis ad superficiem duarum linearum b c & b e: sequitur ex diffinitione ut ipsa sit perpendicularis ad lineam b f, quare angulus a b f: est rectus. Cumque etiam angulus a b d sit rectus ex hypothesis: sequitur impossibilem videlicet partem suo toti esse æqualem.

Eucl. ex Zamb. Theorema 5. Propositio 5.

Si recta linea tribus rectis lineis se adinuicem tangentibus: ad angulos rectos in communi contractu extiterit: ipsæ tres rectæ lineæ in vno sunt plano.

THEON ex Zamb. Recta enim linea quadam a b: tribus rectis lineis b c, b d, b e, ad rectos angulos communi contractu b constituatur. Dico quod ipsæ b c, b d, b e: in vno sunt plano. Non enim: sed si possibile est: sint ipsæ quidem b c, b d, b e, in subiecto plano: ipsa autem b e in sublimi. protendaturque per ipsas a b, b c, planum. Communem sectionem inquam faciet in subiecto plano: & recta efficiet lineam per 3. vndecimam b f. In vno igitur sunt plano deducto per ipsas a b, b c, ipsæ tres rectæ lineæ a b, b c, b f. Et quoniam a b recta est ad vtraque ipsarum b d, b e: & ei igitur quod per b d, b e, plano recta est ipsa a b. Subiectum autem planum est quod per b d, b e. Ipsa igitur a b: recta est ad subiectum planum. quare & per secundam diffinitionem vndecimam ad omnes eandem tangentes rectas lineas & in subiecto plano existentes: rectos efficit angulos ipsa a b. Tangit autem ipsam: b f existens in subiecto plano. Angulus igitur qui sub a b f: rectus est. Superponitur autem qui sub a b c: rectus. æqualis igitur est & qui sub a b e, angulus: ei qui sub a b c, & in vno sunt plano. Quod est impossibile. Ipsa igitur b c recta linea: in altiori plano non est. Ipsa igitur rectæ lineæ b c, b d, b e: in vno sunt plano per 2. vndecimam. Si recta linea igitur tribus rectis lineis sese adinuicem tangentibus in contractu ad rectos angulos extiterit: ipsæ tres rectæ lineæ in vno sunt plano. Quod erat ostendendum.

A. iiii.



superficies si protrahatur: secabit necessario superficiē in qua sitę sunt duę lineę a b & c d. eritq; per 3 huius / communis sectio earum: linea recta esse pñtis terminata. Quod est impossibile. sic enī: duę rectę lineę concluderēt supficiē.

Eucl. ex Zamb. Theorema 7. Propositio 7.

¶ Si fuerint binę rectę lineę parallelę / assumanturq; in ipsarum vtręq; contingentia signa: ad ipsa signa connexa recta linea in eodem est plano cum ipsis parallelis.

THEON ex Zāb. ¶ Sint binę rectę lineę parallelę a b, c d: sumāturq; in ipsarū vtręq; vtręq; signa e, f. Dico q; ad ipsa e, f, signa / adiecta recta linea: in eodē est plano cū ipsis parallelis. Non enī: sed si possibile / esto in sublimioris sicut e g f. exciteturq; per e g f: planum. sectionē iam faciet in supposito plano. rectā lineā efficiat per 3 vndecimi e f. Binę igit rectę lineę e g f, e f: areolā cōprehendūt. Quod est impossibile: per vltimā cōmunē sententiā. Igitur quę ex e in f adiecta recta linea: in sublimiori plano non est. In eo igit (in quo et a b et c d parallelę) est plano: quę ex e in f adiūcta est recta linea. Si fuerint igitur binę rectę lineę parallelę / assumāturq; in ipsarum vtręq; vtręq; signa: ad ipsa signa adiecta recta linea / in eodem est cum ipsis parallelis plano. Quod ostendere oportebat.

Eucl. ex Camp.

Propositio 8.

¶ In idem planum duę rectę lineę æquedistanter erigātur / altera vero earum orthogonaliter sistat: reliquam quoq; ad idem planum perpendicularem esse conueniet.

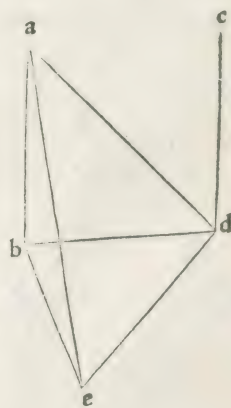
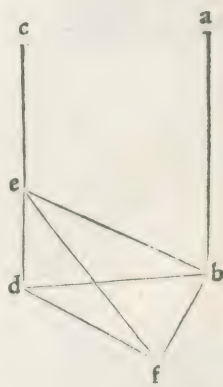
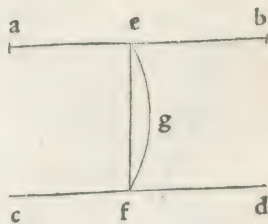
CAMP. ¶ Hęc est quasi cōuersa sextę. Sint enī duę lineę a b et c d equidistantes: et sit earū altera vt c d erecta perpendiculariter super superficiem quālibet. Dico reliquā earū quę est a b: esse perpendiculare ad eandē superficiem. Fia enī prorsus eadē dispositio quę in sexta: eritq; vt ibi / vtręq; duorū angulorū f b e, & f d e, rectus. primus quidē / per positionem: secundus autē / per 8 primi. quare per 4 huius / lineę f b: est perpendiculariter erecta super superficiē in qua sunt duę lineę b d & b e. Cūq; per prēmīssam duę lineę a b & c d sint in eadē superficie cum duabus lineis b d & b e: sequitur lineā f b esse perpendiculariter erectā supra superficiē in qua est lineę a b. A diffinitione igitur erit angulus f b a: rectus. Et quia etiam angulus d b a est rectus per vltimam partē 29 primi: sequitur per 4 huius / lineam a b esse perpendicularem ad superficiem in qua sitę sunt duę lineę b d & b f. Quare constat propositū.

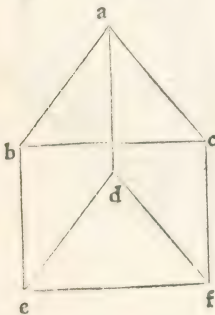
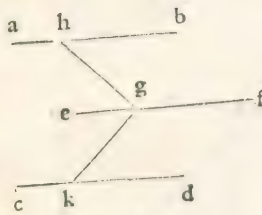
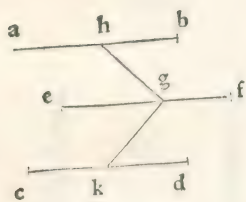
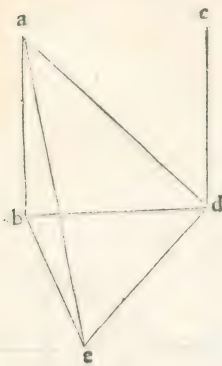
Eucl. ex Zamb. Theorema 8. Propositio 8.

¶ Si fuerint binę rectę lineę parallelę / altera autem ipsarū plano alicui ad angulos fuerit rectos: & reliqua eidem plano ad angulos rectos erit.

THEON ex Zamb. ¶ Sint binę rectę lineę parallelę a b, c d: altera autē ipsarum hoc est a b, in subiecto plano ad angulos sit rectos. Dico q; reliqua c d: eidē plano ad angulos rectos erit. Concurrant enī ipsę a b, c d, in subiecto plano in signis b, d: cōnectanturq; per primū postulatū b, d. Igitur ipsę a b, c d, b d: in vno sunt plano. Excitef per 11 primi ipsi b d ad angulos rectos in subiecto plano / d e: ponaturq; per 2 primi ipsi a b equalis d e. cōnectanturq; b e, a d. Et quoniā a b recta est ad subiectū planum: & ad omnes igitur eadē tangentēs rectas lineas & in subiecto plano existentes / per 2 vndecimi diffinitio nem recta est ipsa a b. Igitur vtręq; ipsorū a b d, a b e, angulorū: rectus est. Et quoniam in parallelis a b, c d, recta linea incidit b d: igitur ipsi anguli a b d, c d b, duobus rectis sūt æquales per 29 primi. rectus autem est qui sub a b d. rectus igitur & qui sub c d b. igitur c d: ad b d recta est. Et quoniā a b ipsi d e est equalis / cōmunis autem b d: duę igitur a b, b d, duabus e d, d b, sunt equalēs. & angulus qui sub a b d: angulo qui sub e d a est equalis. rectus enī vtręq; basis igitur a d: per 4 primi basi b e est equalis. Et quoniā a b ipsi d e est equalis

A. v.





lis & b e ipsi a d: binę igitur a b, b e, binis a d, d e, sunt equales altera
& cōmunis ipsarum basis a e. Angulus igitur qui sub a b e: angulo qui sub a
d e est equalis per 8 primi. Rectus autem est qui sub a b e: rectus igitur et qui
sub a d e. Igitur e d: ad a d recta est. recta est etiam ad ipsam d b, igitur e d: ad
id quod ex b d, d a, planum recta est. & ad omnes igitur eandē tangentes res
ctas lineas et existentes in eo quod sub b d, a b, plano: rectos efficiet angulos
ipsa e d per 2 vndecimi diffinitionem. In eo autē quod sub b d, d a, plano: est
ipsa d c. Qm̄ igit in eo quod sub b d, d a, plano sunt ipse a b, b d, in quo autē
ipse a b, b d, in eodē est et d c: igitur e d ipsi d c ad angulos est rectos. Quare
et c d: ipsi d e ad rectos angulos est. Est autem et c d ipsi d b ad angulos re
ctos. Igitur ipsa c d: duabus rectis lineis se adinuicē dispescitibus d e, d b: ad
ipsa d sectione ad angulos rectos stetit. Quare ipsa c d, in eo quod sub d e, d
b, plano ad angulos rectos est per 4 vndecimi. Subiectū autem planum est:
quod sub d e, d b. Igitur ipsa c d in subiecto plano ad angulos est rectos. Si igit
fuerint duę rectę lineę parallele altera autē ipsarū plano alicui ad angulos fue
rit rectos: et reliqua eidē plano ad angulos rectos erit. Qd ostēdisse oportuit.

Eucl. ex Camp.

Propositio 9.

Si duę lineę vni non in vna superficie aquidistant: eas quoq; sibi inuicem aquidistare necesse est.

CAMPANVS. Sit vtraq; duarum linearum a b et c d aquidistans lineę e f: nec sint omnes in superficie vna. Dico qd eodē quoq; sibi inuicē sunt equidistantes. De ijs quidem quę sunt omnes in superficie vna: probatum est per 30 primi. At vero de ijs quę in vna superficie non sunt: vt est hic e f quę in rel
ligatur sursum erecta in sublimi: restat hoc loco probandum. Signetur itaq; in
ea punctus g: a quo educantur duę perpendiculares ad duas lineas a b et c d,
quę sint g h et g k. eritq; per 4 huius linea e f: perpendicularis ad superficiem
videlicet illā in qua sunt sitę duę lineę g h et g k. Itaq; per premissam bis assum
ptam vtraq; illarum duarum linearum a b et c d: perpendicularis est ad eandē
superficiem videlicet ad illam in qua sitę sunt dictę duę lineę g h et g k: per 6
huius igitur ipse sunt sibi inuicem aquidistantes. Quod est propositum.

Eucl. ex Zamb. Theorema 9. Propositio 9.

Quę eidem rectę lineę parallele nec eidem in eodem existen
tes plano: adinuicem sunt parallele.

THEON ex Zamberto. Sit enim vtraq; ipsarum a b, c d, ipsi e f paralle
lus: non existens eidem in eodem plano. Dico qd parallelus est a b ipsi c d. Su
latur enim in ipsa e f, vtrūq; signum g. Et ab ipso g, ipsi e f in eo quod sub e
f, a b, plano ad angulos rectos excitetur g h per 11 primi: in eo autem quod
sub f e, c d, ipsi e f rursus ad angulos excitetur rectos g k. Et qm̄ e f ad vtrūq;
ipsarum g h, g k, recta est: igitur per 4 vndecimi e f ad id quod sub g h, g k,
planū ad angulos est rectos. et e f: ipsi a b parallelus est. et a b: ei quod sub g h, g k,
g k, plano ad angulos est rectos. Et id propterea ipsa c d: ei quod sub g h, g k,
plano ad angulos est rectos. Vtraq; igitur ipsarum a b, c d, ei quod sub g h, g k,
k, plano ad angulos est rectos. Si autem binę rectę lineę in eodem plano ad re
ctos fuerint angulos: parallele erunt ipse rectę lineę per 6 vndecimi. Parallelus
igitur est a b ipsi c d. Quod erat ostendendum.

Eucl. ex Camp.

Propositio 10.

Si duę lineę se angulariter cōtingentes/ duabus alijs se
contingentibus eis oppositis aquidistantes fuerint/ nō
autem in superficie vna: qui ab eis sūt duo anguli aquid
sibi inuicem esse comprobantur.

CAMPANVS. Sint duę lineę a b et a c, se angulariter contingentes in
puncto a: equidistantes alijs duabus quę sunt d e, et d f, se quoq; angulariter
contingentibus in puncto d, nec sint cum eis in superficie vna. Dico angulum

a esse æqualem angulo d. Esto enim linea d c equalis lineæ a b, cui ipsa posita est esse æquidistans: & d f equalis a c, cui etiam ipsa æquidistare ponitur. & ducantur lineæ d a & e b & f c. eritq; ex 33 primi bis assumpta / vtraq; duarum linearum b e & e f equalis & æquidistans lineæ a d, per conceptionem igitur & præmissam / eadem sunt æquales & æquidistantes sibi inuicē. & itaq; per 33 primi denuo repetitam duæ lineæ b c & e f: sunt etiam æquales & æquidistantes. Igitur per 8 primi constat propositum.

Eucl. ex Zamb. Theorema 10. Propositio 10

Si binæ rectæ lineæ sese inuicem tangentes / ad binas rectas lineas sese inuicem tangentes / in eodem non fuerint plano: æquales angulos comprehendent.

THEON ex Zamberto. Bina inquam rectæ lineæ sese inuicem tangentes a b, b c, ad binas rectas lineas d e, e f, sese inuicem tangentes / sint: non tamen in eodem plano. Dico q; angulus qui sub a b c: æquus est angulo d e f. Suscipiantur enim ipsæ a b, b c, e d, e f, sibi inuicem æquales: connectanturq; a d, c f, b e, a c, d f. Et quoniam b a ipsi e d æqualis & parallelus est: & a d igitur ipsi b e æqualis & parallelus est. Idq; propterea ipse c f: ipsi b e est æqualis & parallelus. Vtraq; igitur ipsarū a d, c f: ipsi b e est æqualis & parallelus per 33 primi. Quæ autem eadem rectæ lineæ parallelæ: & in eodem plano non existētes: & adinuicem sunt parallelæ per 9 vndecimi. parallelus igitur est a d ipsi c f: & æqualis eidem. Et ipsas connectunt: ipsæ a c, d f. Igitur per 33 primi & a c ipsi d f est æqualis: & parallelus. Et quoniam binæ a b, b c, duabus d e, e f, sunt æquales: & basis igitur a c basi d f est equalis: angulus igitur qui sub a b c, per 8 primi angulo qui sub d e f est equalis. Si igitur duæ rectæ lineæ sese inuicem tangentes fuerint ad binas rectas lineas sese inuicem tangentes / nō in eodem plano: æquos angulos comprehendent. Quod erat ostendendum.

Eucl. ex Camp.

Propositio 11.

Vncto in aere assignato: ab eo ad datam superficiem / perpendicularem ducere.

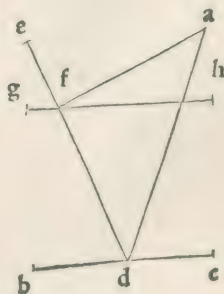
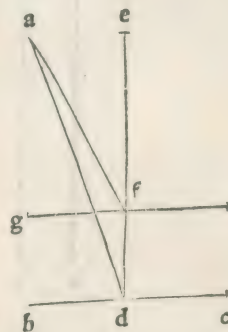
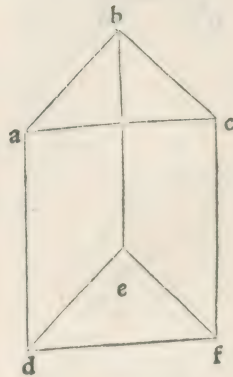
CAMPANVS. Sit punctus a, sursum in aere: a quo volumus ad superficiem subiacentē / perpendicularem ducere. Ducatur igitur in plano illo linea b c vtcunq; contigerit: ad quam ab ipso puncto a ducatur perpendicularis a d, secundum doctrinam 12 primi. Rursusq; a puncto d, in plano illo ad quod ducenda est perpendicularis a puncto a: extendatur linea d e, que sit perpendicularis ad lineam b c, vt docet 11 primi. Ad hanc quoq; lineam d e, ducatur alia linea perpendicularis a puncto a: que sit a f. Hanc dico esse eam quam intendimus. Sit enim linea f g æquidistans lineæ b c. Et quia vterq; duorum angulorū b d a & b d f est rectus: erit ex quarta huius / linea b d perpendicularis ad superficiem in qua est triangulus a d f. Ideoq; etiam per 8 huius erit linea g f perpendicularis ad eandem superficiem. Igitur a diffinitione erit angulus g f a: rectus. Cumq; etiam angulus d f a sit rectus: sequitur ex quarta huius / lineam a f esse perpendicularem ad superficiem in qua sunt duæ lineæ d f & f g. Quod est propositum.

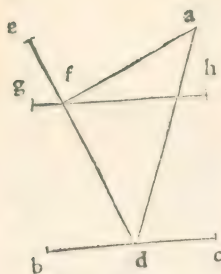
Eucl. ex Zamb.

Problema 1. Propositio 11.

A dato signo in sublimi: ad subiectum planum perpendicularem lineam ducere.

THEON ex Zamberto. Sit datum quidem signum in sublimi: a. datum autem planum suppositum. Oporteret iam ab ipso a signo: in subiectū planum perpendicularem rectam lineam ducere. Extendatur enim quedam in subiecto plano recta linea vtcunq; sitq; b c. exciteturq; per 12 primi ab ipso a signo: in ipsam b c, perpendicularis a d. Si igitur a d perpendicularis est in subiecto plano: factum iam est quod queritur. Si autem non: excitetur per 11 primi ab ipso d signo ipsi b c in subiecto plano ad angulos rectos d e. Exciteturq; per 11 primi ab ipso a: in ipsam d e, perpendicularis a f. & per f signū ipsi b c parallelus





Ius excitetur per 31 primi f h. Et quoniam b c utriq; ipsarum d a, d e, ad angulos est rectos: igitur per 4 vndecimi b c ad id quod sub e d a planum ad angulos est rectos. Et ei parallelus est g h. Si autem fuerint binę rectę lineę parallele/ altera vero ipsarum plano alicui ad angulos fuerit rectos: & reliqua ad idem planum ad angulos erit rectos per 8 vndecimi. & ad omnes igitur eandem res/ ctas lineas tangētes / et in eo quod sub e d, d a, plano exsistentes: ipsa g h recta est per conuersionē diffinitionis secundę vndecimi. Tangit autem ipsam ipsa g f existens in eo quod sub e d, d a, plano. Igitur g h: ad ipsam f a recta est per secundā vndecimi. Quare & f a: recta est ad ipsam h g. Est autem & a f: ad ipsam d e recta. igitur a f: ad utraq; ipsarum g h, d e, recta est. Si autem recta line/ ad angulos rectos steterit: & ad id quod sub ipsis planū ad angulos rectos erit. Igitur f a: ad id quod sub e d, g h, planum ad angulos rectos est. Quod autem sub e d, g h: planum est subiectum. Ipsa igitur a f: ipsi subiecto plano ad angulos rectos est. A dato igitur signo in sublimi a: in subiectum planum perpendicularis recta linea acta est. Quod facere oportebat.

Eucl. ex Camp.

Propositio 12.



Vperficie proposita / punctoq; in ea assignato: ab eo puncto ad datam superficiem / lineā orthogonaliter erigere. **CAMPANVS.** Cum a puncto quolibet in superficie proposita assignato / perpendicularem educere libuerit: a quolibet puncto sursum in aerē ad libitum posito / ad eandem superficiem perpendiculariter (quę admodum præmissa docuit) demitte. quę si in assignatum punctum ceciderit: ipsa est quam quæris. Sin autem: ab ipsa assignato puncto ad demissam perpendicularem / æquidistantem ducito. eamq; per 8 huius probabis esse quam quæris.

Eucl. ex Zamb. Problema 2. Propositio 12.

CA dato plano / a datoq; in eo signo: ad angulos rectos rectam lineam constituere.

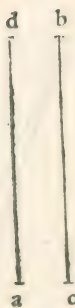
THEON ex Zamberto. Sit datum planum suppositum: signum autem in eo sit a. Oportet ab ipso a signo: ipsi supposito plano ad angulos rectos rectam lineam constituere. Intelligatur signum quoddam in sublimi: sitq; b. & ab ipso b per 11 vndecimi ad subiectum planum perpendicularis excitetur b c. Exciteturq; per 11 primi ab ipso a signo: ad angulos rectos / a d. Quoniam autem binę rectę lineę parallele sunt a d, c b, altera autem ipsarum b c ad subiectum planum ad rectos est angulos per 8 vndecimi: a dato igitur plano a, signoque in eo dato a, ad rectos angulos constituta est a d. Quod facere oportebat.

Eucl. ex Camp.

Propositio 13.



Vas lineas super pūctum vnum ad superficiem vnam orthogonaliter insistere: impossibile est. **CAMPANVS.** Si enim possibile est ut duę lineę vnt eadē superficiem super punctum vnum perpendiculariter insistant: super superficies in qua ipse perpendiculares sitę sunt intelligatur produci quousq; secet superficiem cui dictę lineę perpendiculariter insistant. eritq; per 3 lineę / communis earum sectio linea recta. Et quia ex diffinitione vtręq; linearum duarum perpendicularium cum communi sectione cōtinet angulum rectum: sequitur ut angulus rectus sit pars anguli recti. Quod est impossibile. Quod admodum autem demonstratum est impossibile esse ab vno eodēq; puncto extra superficiem duas lineas super pūctum vnum ad eandem superficiem esse perpendiculares: ita etiam demonstrabimus impossibile esse duas lineas ab vno eodēq; puncto extra superficiem signato ad eandem superficiem protrahendas ad ipsam esse perpendiculares. Si enim hoc fuerit: ipse erūt æquidistantes ex 6 huius. Quod est impossibile ex diffinitione linearum æquidistantium. Constat igitur ex hac: qd si aliqua superficies plana aliam planam superficiem orthogo-



naliter secet & ab aliquo puncto secantis superficiei ad superficiem sectam perpendicularis ducatur: in comuni earum sectione eam cadere necesse est. Alioquin ab eodem puncto secantis superficiei ad communem earum sectionem perpendicularis protrahatur ut docet 12 primi. & a puncto in quo incidit cum comuni sectione/alia perpendicularis ad eandem communem sectionem in superficiei secta educatur ut docet 11 primi. Eritque ex diffinitione superficiei super aliam superficiem orthogonaliter erectæ angulus quem continent hæc duæ lineæ perpendiculares: rectus. quare per 4 huius prima harum duarum perpendicularium etiam est perpendicularis ad superficiem sectam. Ergo ab vno puncto protrahæ sunt duæ lineæ perpendiculares ad eandem superficiem. quod est impossibile. relinquatur itaque propositum nostrum.

Eucl. ex Zamb.

Theorema 11. Propositio 13.

13. Ab eodem signo: ad idem planum binæ rectæ lineæ ad angulos rectos non constituentur ad easdem partes.

THEON ex Zāb. CSi enī possibile: ab eodē signo a, ad subiectū planū binæ rectæ lineæ a b, a c, ad angulos rectos cōstituātur ad easdē partes. Extendanturque per b a, a c, planū. Quod iam efficiet sectionem per a in subiecto plano: & per rectam efficiat lineam d a e. Ipsæ igitur a b, a c, d a, in vno sunt plano per 3 vndecimi. Et quoniam c a ad subiectum planum ad angulos rectos est: & ad omnes igitur eandem rectas lineas tangentes & in subiecto plano existētes rectos efficiet angulos per 2 vndecimi diffinitionem. Ipsam autem tangit d a e in eodem existēs plano. Igitur angulus qui sub c a e: rectus est. & id propterea angulus qui sub b a e: rectus est. Aequalis igitur est angulus qui sub c a e ei qui sub b a e: & in vno sunt plano. Quod est impossibile. Ab eodem igitur signo: ad idem planum binæ rectæ lineæ ad angulos rectos non constituentur ad easdem partes. Quod demonstrasse oportuit.

Eucl. ex Camp.

Propositio 14.

14. I linea vna super duas superficies assignatas orthogonaliter insistat: illæ duæ superficies si etiam in infinitum in quamcunque partem protrahantur/nūquā cōcurrēt.

CAMPANVS. CPosita enim vna linea duabus superficibus orthogonaliter insistere: si impossibile est superficies illas cōcurrere/in earū cōmuni sectione quæ per 3 huius erit linea recta: punctus quocūque modo signef. a quo duæ lineæ in illis duabus superficibus ad lineam illam quæ ipsis perpendiculariter superstat protrahatur: eritque constitutus triangulus ex his duabus lineis & perpendiculari. Huius itaque trianguli vterque duorum angulorum qui super perpendiculararem consistunt: est rectus ut patet ex diffinitione lineæ super superficiem perpendiculariter stantis. hoc autem est impossibile per 32 primi. E conuerso quoque: videlicet.

CSi super duas superficies æquidistantes linea recta ceciderit quæ ad alteram earum perpendicularis sit: ipsa quoque perpendicularis erit ad reliquam.

CPositis enī duabus superficibus æquidistantibus: intelligatur linea recta ambas penetrās quæ alteri earū perpendiculariter superstat. Dico quod eadem linea reliquæ superficiei perpendiculariter superstat. Sit enim superficies vna secans positas superficies æquidistantes: super lineam eas penetrātem. eritque cōmunis sectio huius superficiei secantis & alterius sectarum videlicet illius cui linea penetrans ponitur perpendiculariter insistere: continens angulum rectum cū ipsa linea penetrante ex diffinitione lineæ perpendicularis ad superficiem. Si igitur dem linea penetrante non contineat angulum rectum: erit ex vltima petitione primi/ut illæ duæ cōmunes sectiones in alterutram partem protrahæ necessario cōcurrant. quare & superficies quæ positæ sunt æquidistantes: necessario cōcurrent. Et quia hoc est impossibile: erit ille angulus rectus. Eodemque modo erit de qualibet alia superficie eisdem superficies æquidistantes secante super ean-



dem lineam, igitur ex quarta huius & ex ista 14: constat verū esse quod diximus.

Eucl. ex Zamb. Theorema 12. Propositio 14

Eucl. ex Zamb. Theorema 12. Propositio 14
¶ Ad quæ plana eadem recta linea recta est: parallela sunt ipsa
 plana.

planā. ¶ THEON ex Zamberto. ¶ Recta enim quædam linea a b: ad vtuncq; planū videlicet c d, e, f, esto ad angulos rectos. Dico q; parallela fuit ipsa plana. Si autem non: extensa concurrūt. Concurrant. Efficiūt iam cōmūnem sectionē. efficiant rectam lineam g h per 3 vñdecimi. assumaturq; in ipsa g h, vtuncq; signum k: connectaturq; a k, b k. Et quoniam a b recta est ad ipsum e f planū: & ad ipsam igitur b k rectam lineam existentem in ipso e f extenso plano: recta est ipsa a b. Igitur angulus qui sub a b k: rectus est. Et id propterea iā & angulus qui sub b k k: rectus est. Trianguli igitur a b k, anguli qui sub a b k, b k, c: duobus rectis sunt æquales. Quod est impossibile p 17 primi. Igitur ipsa c d, e, f, plana: extēsi non concurrunt. parallela igitur fuit ipsa c d, e, f, plana. Plana igitur quæ eadem recta linea recta est: parallela sunt. Quod oportebat demonstrare.

Propositio 15

Eucly. ex Camp.

Propositio 15

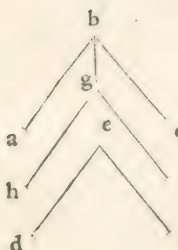
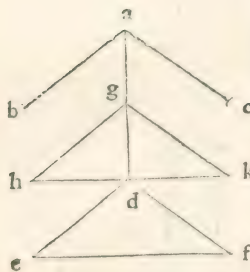
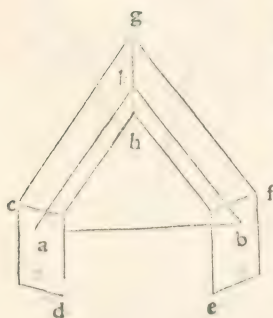
SI fuerint duæ lineæ se contingentes angulariter/ equales
 et alij duabus se contingentibus/ non autem in superfie
 cie vna: ab eisdem lineis contentæ duæ superficies in nullo
 la parte quantumcunq; producantur possunt concurrere

la parte quantumcumq[ue] producuntur possunt concurrere
 ¶ CAMP. ¶ Sint duæ lineæ a b & a c, se angulariter cōtingentes in puncto a.
 æquidistātes duabus lineis d e & d f, se angulariter cōtingentibus in puncto d.
 & nō sint in superficie vna. dico earū superficies in quācūq[ue] partē & quācūq[ue]
 protrahantur/nunq[ue] concurrere. Protrahatur etenī a puncto d, prout docet h
 ius/perpendicularis ad superficiem duarū linearum a b & a c: fitq[ue] d g, & a pū
 ctio g, ducatur g h æquidistans a b: & g k, æquidistans a c. eritq[ue] ex diffinitione
 vterq[ue] duorum angulorum d g h, d g k: rectus. et per 9 erit linea d g æquidistans
 lineæ g k: & lineæ d æquidistans lineæ g h. quare per vltimam partem 29 pte
 mi/vterq[ue] duorum angulorum e d g, f d g: erit rectus. ideoq[ue] per 4 huius lineæ
 d g: erit perpendicularis ad superficiem duarum linearum d e & d f. Cumq[ue] ipsa
 eadem sit etiā ex hypothesi perpendicularis ad superficiem duarum linearum
 a b & a c: ex præmissa liquet quod est propositum.

Eucl. ex Zamb. Theorema 13. Propositio 15.
rectas lineas

¶ Si binę rectę lineę seinuicem tangentes ad binas rectas
se inuicem tangentes fuerint / non tamen in eodem plano existē-
tes: parallela sunt quę ex ipsis plana.

tes: parallela sunt quæ ex ipsi plana.
CTHEON ex Zamb. ¶ Bina inquam recta linea sese inuicē tangentes a, b, c, ad binas rectas lineas sese inuicem tangentes d, e, f, sunt: sed nō in eodem existētes plano. Dico q̄ educta quæ ex a, b, c & d, e, f, plana: nō concurrunt ad inuicē. Excitetur inquit per 11 vndecimi ab ipso b signo: in id quod ex d, e, f, planum perpendicularis b, g, & extendatur in planum per g signum. Et per g, ipsi quidem e d parallelus excitetur per 31 primi g h: ipsi autem e, f, ipsa g h. Et quoniam b g ad id quod ex d, e, f, planū recta est: & ad omnes igitur eandem tangentes rectas lineas per 2 vndecimi diffinitionem / & in eodem quod ex d, e, f, plano existētes / rectos efficiet angulos. Tangit autem ipsam est per 14 vndecimi: vterq̄ ipsorum qui sub b g h, b, g, k, angulorum. Et quoniam parallelus est b a ipsi g h: ipsi igitur sub b a, b, g, anguli p 29 primi / duobus rectis sūt æquales. rectus igitur est qui sub g b a. igitur ipsa g b: ipsi b a anguli rectos est. Id propterea iam g b: ipsi b c ad angulos rectos est. Quoniam igitur recta linea b c duabus rectis lineis b a, b, c, sese inuicem tangētibus ad angulos rectos stetit: igitur per 4 vndecimi g b & ad id quod ex b a, b, c, planum ad angulos rectos est. Est autē & ei quod ex d, e, f, plano: recta. Igitur b g ad vterq̄ eorum quæ per a, c, d, e, f, planorū / recta est. Plana autem ad quæ eadem recta linea recta est: parallela sunt p 14 vndecimi. Parallelū igitur est quod per a, b,



b c, planum: ad id quod per d e, e f. Si binæ igitur rectæ lineæ sese inuicem tangentes/ ad binas rectas lineas sese inuicem tangentes fuerint/ sed nō in eodem plano: quæ ex ipsis/ parallela sunt plana. Quod ostendendum erat.

Eucl. ex Camp.

Propositio 16

Si duas superficies æquidistantes vna superficies secet: cōmunes earum sectiones æquidistantes erunt.

CAMPANVS. Cōstat equidē ex tertia/ q̄ vna superficie quascunq; duas superficies æquidistantes secāt: cōmunes earum sectiones erunt duę lineę rectę. Quæ cum sint ambæ sitæ in superficie secāt: si ipsæ nō fuerint æquidistantes/ ponātur ad quodlibet vnum pūctum cōcurrere. erit itaq; vt vnus atq; idē pūctus sit in vtraq; illarum duarum sectionum cōmunium. Cumq; vna illarum cōmunium sectionum sit in vna duarum superficierum sectarum & reliqua in altera: sequitur superficies illas quę positæ sunt esse æquidistantes/ cōcurrere. hoc autem impossibile est. Erunt igitur cōmunes earum sectiones: æquidistantes. Quod est propositum.

CAMPANVS. Ex hac & præmissa potes elicere cōclusionem vnam simi lem 30 primi: videlicet istam. Si fuerint duę superficies vni æquidistantes: ipse quoq; erūt adinuicem æquidistantes. Positis enim tribus superficibus quarū vtraq; duarum extremarū æquidistant medię: dico q̄ necesse est ipsas extremas æquidistare adinuicem. Secetur omnes illæ tres superficies duabus superficibus se quoq; inuicem secantibus. erūtq; ex hac 16 cōmunes sectiones duarū extremarum superficierum: æquidistantes sectionibus medię. Quare ex 30 primi ipsæ etiam sectiones duarum extremarum superficierum: erūt æquidistantes adinuicem. Et quia ipsæ cōtingunt se in cōmuni sectione duarum superficierum tres positas superficies secantium: ex præmissa euidenter constat quod diximus.

Eucl. ex Zamb. Theorema 14. Propositio 16.

Si bina plana parallela sub plano aliquo dissecta fuerint: cōmunes ipsorum sectiones parallelae sunt.

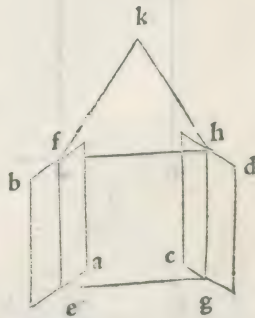
THEON ex Zāb. Bina inquā parallela a b, c d: sub plano e f g h secētur. cōmunes autē ipsorū sectiones: sint e f, g h. Dico q̄ parallelus est e f: ipsi g h. Si autem non: productæ ipsæ e f, g h, vel ad partes f h vel ad e g concurrunt. Producantur primum sicut ad f h partes: & concurrant in k. Et quoniam e f k est in plano a b: & omnia igitur quæ in ipsa e f k signa in ipso a b sunt plano per 2 vndecimi. Vnum autem eorum quæ in e f recta linea signorum: est k. igitur k in ipso est a b plano. & id propterea iam k: in ipso c d est plano. Igitur a b, c d, plana: producta concurrūt. Non cōcurrunt autem per hypothēs in: quoniam parallela supponuntur. Igitur ipsæ e f, g h, rectæ lineæ productæ ad partes f h: non cōcurrunt. Similiter quoq; ostendemus: q̄ ipsę e f, g h, rectæ lineæ neq; ad partes e g productæ concurrunt. Quæ autem in nulla parte concurrūt: per vltimam diffinitionē primi parallele sunt. parallelus igitur est e f: ipsi g h. Si bina igitur plana: & quæ sequuntur reliqua. Quod erat ostendendum.

Eucl. ex Camp.

Propositio 17.

Si superficies tres vel plures æquidistantes duas rectas lineas se inuicem contingentes vel æquidistantes secet: illarum linearum portiones proportionales esse probantur.

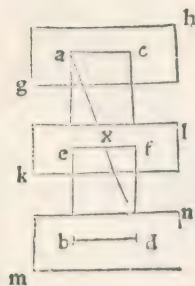
CAMP. Intelligātur enī duę rectæ lineę penetrantes qualitercunq; cōtingentes tres superficies æquidistantes: aut etiā plures tribus. dico itaq; duas portiones illarum linearū inter quaslibet duas superficies interceptas: proportionales esse quibuscq; duabus inter alias duas ex illis æquidistantibus superficibus interceptis. Cōiungantur enim duę extremitates illarum duarum linearum: ducta inter eas linea vna diagonaliter. eritq; hęc diagonalis: cum vtraq; illarū duarum linearum penetrantium superficies propositas/ in superficie vna illas æquidistantes superficies positas secante. Si ergo harum superficierum cōmunes sectiones



quæ per præmissam erunt equidistantes/cogitatione protraxeris: ex prima pat
te secundæ sexti constabit propositum.

Eucl. ex Zamb Theorema 15. Propositio 17.

¶ Si binæ rectæ lineæ sub parallelis planis secantur: in eadem rationes secabuntur.

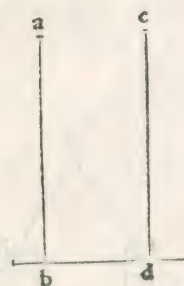


¶ THEON ex Zāb. ¶ Binæ inquā rectæ lineæ a b, c d: sub parallelis planis g h, k l, m n, secantur per a, e, b, c, f, d, signa. Dico qd est sicut a e recta linea ad e b: sic est c f ad f d. Cōnectantur a c, b d, a d: & concurrat a d ipsi k l plano in x signo: cōnectanturq; e x, x f. Et quoniam bina plana parallela k l, m n, sub plano e b d x, secantur: ipsorum cōmunes sectiones e x, b d, parallele sunt per 16 vndecimi. Idq; propterea quoniam bina plana parallela g h, k l, sub plano a c x, secantur: cōmunes ipsorum sectiones a c, x f, parallele sunt per 16 vndecimi. Et quoniam trianguli a b d ad vnum ipsorum laterum b d recta linea excitatur ex: proportionalis igitur est per 2 sexti sicut a e ad e b, sic est a x ad x d. Rursus quoniam triaguli a d c ad vnum latus a c recta linea excitatur x ipsorum portionalis est per 2 sexti sicut a x ad x d, sic c f ad f d. patuit autē & sicut a x ad x d: sic a e ad e b. & sicut igitur per 11 quinti a e ad e b: sic c f ad f d. Si binæ igitur rectæ lineæ sub planis parallelis secantur: & reliqua. Quod erat ostendendum.

Eucl. ex Camp.

Propositio 18.

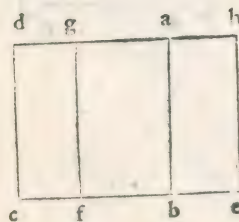
¶ In superficie assignata orthogonaliter steterit linea: omnis superficies a linea illa quouilibet ducta/ ad eādem assignatam superficiem erit orthogonaliter erecta.



¶ CAMPANVS. ¶ Sit enī linea a b erecta perpendiculariter super assignatam superficiem: & a linea a b producatu superficiem quorsum libuerit. Quam dico super propositam superficiem esse perpendiculariter erectam. Cum enim ipsa secet superficiem assignatam: erit earum communis sectio linea recta ex 3 huius: sitq; b d. In hac ergo cōmuni sectione signato pūcto quolibet qui sit d: extrahatur ab eo in superficie quæ producta est a linea a b, linea quādam perpendicularis ad lineā b d, quæ sit c d. Eritq; ex secunda parte 28 primi/ linea c d: equidistans lineæ a b. ideoq; ex 8 huius/ lineæ c d: est etiam perpendicularis ad ipsam superficiem propositam. Quia ergo hoc modo quælibet linea protrahā orthogonaliter a quolibet pūcto lineæ b d, ad ipsam lineam b d, in ipsa superficie quæ producta est a linea a b, est perpendicularis ad propositā superficiem: ex diffinitione superficiem supra superficiem orthogonaliter erecte: constat verū esse quod propositum est.

Eucl. ex Zamb. Theorema 16. Propositio 18.

¶ Si recta linea plano alicui ad angulos fuerit rectos: & omnia quæ ex ipsa plana ad idem planum ad angulos rectos erunt.



¶ THEON ex Zāberto. ¶ Recta enim linea a b: subiecto plano ad angulos rectos esto. Dico qd & omnia quæ ex ab plana: ad subiectum planum ad angulos rectos sunt. Extendatur inquā per a b: planum d e. sitq; per 3 vndecimi cōmuni sectio ipsius d e plani: & subiecti: c e. & sumatur in c e cōtingēs signum f. et ab ipso f per 12 vndecimi ipsi c e ad angulos rectos excitetur in d e plano ipsa f g. Et quoniam a b ad subiectum planū recta est: & ad omnes igitur ipsam tangētes rectas lineas & in subiecto plano existentes recta est ipsa a b per sectionem vndecimi diffinitionem. quare & ad c e recta est. Igitur angulus qui sub a b directus est autem qui sub g f directus, igitur per 28 primi/ a b ipsi f g paralleus est. Ipsa autem a b: ad subiectum planum ad angulos rectos est. & f g igitur ad subiectum planum ad angulos rectos est. Et quoniam: per tertiā diffinitionem vndecimi planum ad planum rectum est quando quæ cōmuni ad reliquā ni planorum ad angulos rectos ductæ rectæ lineæ in vno planorum c e in vno planum ad angulos fuerint rectos: & cōmuni sectioni planorum c e in vno planum ipsius d e ad angulos rectos acta f g ostensa est supposito plano ad angulos rectos esse: igitur planum d e rectum est ad suppositū. Similiter iam ostendetur: qd omnia quæ ex a b plana: recta sunt ad subiectum planum. Si recta igitur

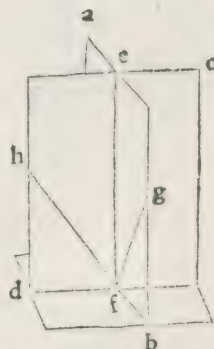
tur linea plano alicui ad angulos fuerit rectos: & omnia quæ ex ipsa plana ad idem planum ad angulos rectos erunt. Quod oportuit demonstrasse.

Eucl. ex Camp.

Propositio 19.

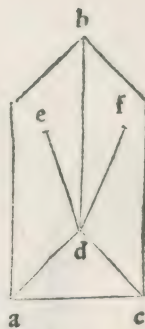
I duæ superficies seinuicem secantes supra vnam superficiem erectæ fuerint orthogonaliter: communis earum sectio ad eandem superficiem perpendicularis erit.

CAMPANVS. ¶ Sint duæ superficies ab & cd seinuicem secantes/erectæ orthogonaliter super assignatâ superficiem: sitq; cõmunis earum sectio linea recta $e f$. Hanc dico esse perpendicularem ad assignatam superficiem. Alioqui a puncto f qui est cõmunis terminus sectionum duarum superficialium secantium & tertiæ superficiæ sectæ/producat vna linea recta quæ sit $f g$, in superficie $a b$, perpendicularis ad superficiem assignatam: itemq; ab eodem puncto ducatur alia perpendicularis ad eandem superficiem/ quæ sita sit in superficie $c d$, & ipsa sit $f h$. eruntq; duæ lineæ $f g$ & $f h$: orthogonaliter insistentes super punctum vnum ad superficiem assignatam. Hoc autem impossibile est per 13 huius. Tales autem lineas posse protrahi a puncto f in vtrâq; duarum superficialium $a b$ & $c d$, cum $e f$ non fuerit perpendicularis ad assignatam superficiem: dubitare non conuenit. Intelligatur quidem linea $f b$ cõmunis sectio superficiali $a b$ & superficiæ assignatæ: & linea $f d$, superficiali $c d$ & superficiæ assignatæ. Si igitur linea $e f$ fuerit perpendicularis ad vtramq; duarum linearum $f b$ & $f d$: ipsa etiam erit perpendicularis ad superficiem assignatam ex quarta huius. Si autem ad neutram sit $f g$ perpendicularis ad $f b$, & $f h$ perpendicularis ad $f d$. Deinde a puncto f protrahe in superficie assignata vnam lineam perpendicularem ad lineam $f b$: quæ ex diffinitione superficiali super aliam superficiem orthogonaliter erectæ/ cum linea $f g$ cõtinebit angulum rectum. per quartâ igitur huius erit linea $f g$: perpendicularis ad superficiem assignatam. Eodem quoq; modo protrahat alia linea a puncto f in superficie assignata/ quæ sit perpendicularis ad lineam $f d$: sequetur ex diffinitione prædicta & ex quarta huius/ linea $f h$ esse perpendicularem ad superficiem assignatam. quod est impossibile per 13 huius. Quia si confiteare lineam $e f$ esse perpendicularem ad lineam $f b$, sed non ad lineam $f d$: sequetur modo consimili duas lineas $e f$ & $f h$ esse perpendiculares ad superficiem assignatam. Quod nihil minus est impossibile.



Eucl. ex Zamb. Theorema 17. Propositio 19.
¶ Si bina plana sese inuicem dispescentia/ plano alicui ad angulos rectos fuerint: & ipsorum cõmunis sectio ad idem planum ad angulos rectos erit.

THEON ex Zãberto. ¶ Bina etenim plana $a b$, $b c$, subiecto plano ad angulos sint rectos: communis autem ipsorum sectio sit $b d$. Dico q; ipsa $b d$, ad subiectum planum ad angulos est rectos. Excitentur per 12 vndecimi ab ipso d signo ad ipsum $a b$ planum/ ipsi $a d$ rectæ lineæ: ad angulos rectos ipsa $a d$: ad planum autem $b c$, ipsi $c d$ ad angulos rectos $d f$. Et quoniâ planum $a b$ ad subiectum planum rectum est/ & cõmuni ipsorum sectioni $a d$ ad angulos rectos ad ipsum $a b$ planum excitatur $d e$: igitur $d e$ ad subiectum planum recta est. Similiter iam demonstrabimus: q; & $d f$ ad subiectum planum recta est. Ab eodem igitur signo d , ad subiectum planum: binæ rectæ lineæ ad angulos rectos stantes sunt ad easdem partes. Quod est impossibile. Igitur ad subiectum planum/ a signo d non constituetur alia: præter $d b$ cõmunem sectionem ipsorum $a b$, $b c$, planorum. Si bina igitur plana inuicem sese dispescentia ad planum aliquod ad angulos fuerint rectos: & cõmunis ipsorum sectio ad idem planum ad angulos rectos erit. Quod ostendere oportebat.



Eucl. ex Camp.

Propositio 20.

I tres anguli superficiales solidum angulum contineant: illorum trium angulorum quicq; duo pariter accepti reliquo sunt maiores.

B. j.

ter assumpta maiores tribus angulis basis: sequitur ipsos sex angulos esse maiores duobus rectis. ex noue igitur angulis triu trianguloru pyramide circundantium his sex angulis deptis erunt ex comuni scientia reliqui tres (& ipsi sunt qui constituit solidu agulu a) minores 4 rectis. ¶ Si autem angulus a supremus in assumpta pyramide pluribus angulis superficialibusq; tribus contineatur quod erit secundum multitudinem anguloru suae basis/cum igitur omnes anguli omniu triangulorum ipsam pyramidem circundantium pariter accepti sint ex 32 primi tot rectis angulis equales quatus est numerus anguloru suae basis duplicatus eo q; necesse est esse triangulos pyramide circundantes quot fuerint anguli suae basis/cumq; oes anguli suae basis sint tot rectis angulis equales quatus est numerus anguloru suoru duplicatus deptis inde 4 vt in 32 primi demonstratu est/cumq; igitur oes anguli trianguloru pyramide circundantiu q; super latera basis ipsius pyramidis constitut pariter accepti sint maiores oibus angulis basis pariter acceptis vt euidenter constat ex praemissa toties quot angulos basis habuerit repetita: adhuc necessario sequitur ex comuni scientia superficiales angulos solidu angulu a continentes pariter acceptos esse minores quatuor rectis/co inquam minores quo oes anguli trigonoru pyramidem circundantium qui super latera basis statuta pyramidis consistunt / excedunt omnes angulos basis pariter acceptos.

Eudl. ex Zamb. Theorema 19. Propositio 21.

¶ Omnis solidus angulus: sub minus quatuor rectis angulis planis comprehenditur.

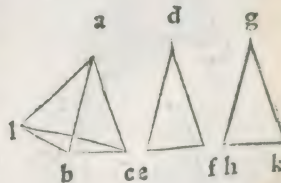
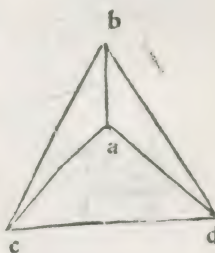
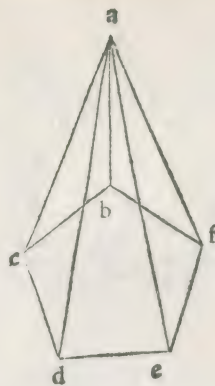
THEON ex Zamberto. ¶ Sit solidus angulus qui ad a: comprehensus sub planis angulis qui sub b a c, d a c, d a b. Dico q; ipsi b a c, d a c, d a b, anguli: quatuor rectis sunt minores. Assuma in qua in vnaqua ipso a c, a b, a d, recta a linearu signa vtcunq; sint q; b, c, d, connectanturq; b c, c d, d b. Et quoniam solidus angulus est qui ad b, sub tribus eni planis angulis comprehenditur hoc est sub ijs qui sub c b a, a b d & c b d: per 20 vndecimi bini vtcunq; reliquo sunt maiores. Igitur qui sub c b a, a b d: eo q; sub c b d sunt maiores. Et id propterea q; sub b c a, a c d: eo qui sub b c d sunt maiores. & insup qui sub c d a, a d b: eo qui sub c d b sunt maiores. Igitur sex anguli c b a, a b d, b c a, a c d, c d a, a d b, sex anguli: duobus rectis sunt maiores. Et qm vnusquisq; ipsoru a b c, a b d, a c d, triaguloru tres anguli duobus rectis sunt eqles p 32 primi: q; igitur triu trianguloru anguli noue q; sub c b a, a c b, b a c, a c d, c d a, d a c, a d b, b d a, b a d: sex rectis sunt equales. Quoru q; sub a b c, b c a, a c d, c d a, a d b, b d a, sex anguli: duobus rectis sunt maiores. reliqui igitur q; sub b a c, c a d, d a b, tres anguli comprehedentes solidu angulu: quatuor rectis sunt minores. Ois igitur solidus angulus sub minus quatuor rectis angulis planis comprehenditur. Quod erat ostendendum.

Eudl. ex Camp.

Propositio 22.

¶ Tres anguli superficiales quoru quicq; duo pariter accepti tertio sint maiores / cunctis sibi inuicem aquis lineis contineantur: de tribus basibus angulos illos ab ipsaru linearu equaliu terminis subtendentibus / triangulu substitui vel constitui possibile est.

CAMP. ¶ Sint tres superficiales anguli b a c, e d f, h g k, vt pponit: tales vide licet vt quicq; duo eoru tertio sint maiores. sintq; sex latera eos continetia / eqlia: quae sint a b, a c, d e, d f, g h, g k, & subtendant eis tres bases q; sint b c, e f, h k. Ex his ergo tribus basibus: triangulu aio constitui posse. Esto eni angulus b a l eq; angulo d: & linea a l lineae d e, & protrahatur l b, l c, eritq; ex 4 primi / linea l b: equalis lineae e f. Ex hypothesi vero constat: totale angulu a esse maiore angulo g. erant eni quicq; duo ex tribus angulis b a c, d e f, g: tertio maiores. Igitur ex 2+ primi linea l c: linea h k est maior. Cumq; sint ex 2o primi duae lineae l b & b c maiores linea l c: sequit duas lineas l b et b c esse multo fortius maiores linea h k. Constat igitur l b est equalis e f: erunt duae lineae b c & e f maiores linea h k. Constat B. ij.

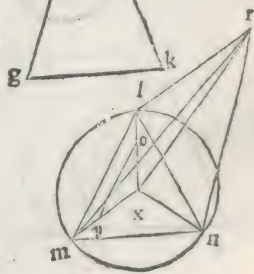
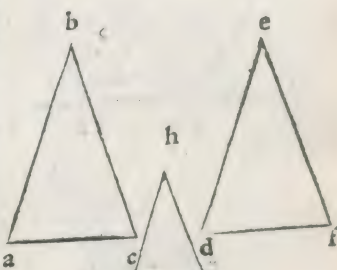
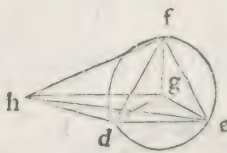
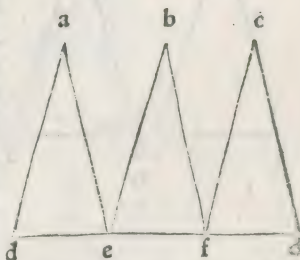


Eucl. ex Camp.

Propositio 23.

Tribus angulis superficialibus propositis/ quorū quicq; duo pariter accepti tertio sunt maiores omnes/ & tres simul quatuor rectis angulis minores: ex tribus illis æqualibus qualescunq; sint/ solidum angulū cōstituere.

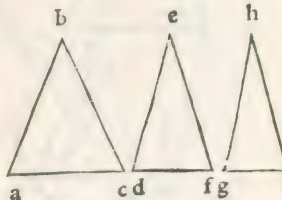
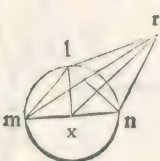
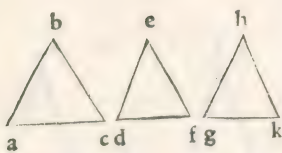
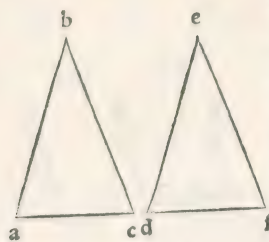
CAMPANVS. ¶ Sint propositi tres anguli superficiales qui sunt a, b, c . de tribus illis equalibus volumus unū solidum angulum constituere. Oportet igitur ex 20 huius/ ut quicq; duo eorū pariter accepti tertio sint maiores: & ex 27 huius/ ut oēs pariter accepti quatuor rectis angulis sint minores. Ex ipsis itaq; sint hæc posita. Lateralia vero eos continentia cuncta adinuicē sint æqualia: eiq; subeundantur tres bases/ & ipse sint d, e, f , & f d. eritq; ex præmissa possibile: de tribus lineis his basibus æqualibus triangulum constitui. Sit igitur ex eis secundum doctrinam 22 primi/ triangulus d, e, f , constitutus: cui sicut docuit quinta quarti/ circumscribatur circulus d, e, f supra centrū g . & protrahatur g, d, g, e, f . Quæ cū sint adinuicē æquales ex diffinitione circuli/ lateralit̃ tres propositos angulos ambiētia equalia ex hypothesi: necesse est ut earū quolibet quolibet illorū laterū sit minor. æqualē autē aut maiore esse est impossibile. Si enī latera exiēs a cētro g , circūferentiā circuli d, e, f esset æqualis alicui laterū $a, d, a, e, b, e, b, f, c, c, d$: sequeretur propter ea quæ posita sunt/ annuēte 8 primi, tres angulos a, b, c , propositos/ esse æquales tribus angulis $d, g, e, e, g, f, f, g, d$. Cūq; hi tres sint æquales quatuor rectis angulis/ ut facile patet ex 13 primi/ protracta paulisper una linearū exēutiū a cētro ad circūferentiā in cōtinuū et directū: essent etiā tres anguli a, b, c , æquales etiā quatuor rectis. Qd est cōtra posita. Qz si esset maior: superpositis tribus triāgulis quorū sunt anguli a, b, c , tribus triāgulis diuidēti bus triāgulū d, e, f vnoquoq; illi cū quo cōcat in basi/ ita q; bases supponantur basibus æquales videlicet equalibus: & anguli a, b, c cadāt ad partē pūcti g sēqueretur ex 21 primi tres angulos a, b, c , esse maiores tribus $g, d, g, e, e, f, f, g, d$. Essent itaq; maiores quatuor rectis. Qd est ap̃ius cōtrariū positis. Relinquit itaq; unūquodq; ex sex lateribus tres propositos angulos ambiētibus: maius esse lineā egrediēte a cētro g , ad circūferentiā d, e, f . ideoq; etiā potētius. Sit igitur potētius in lineā g, h : quæ sit secūda 12 huius orthogonaliter erecta sup̃ superficiem anguli vel circuli d, e, f . demittaturq; tres hypōthenusæ h, d, h, e, h, f quas dico cōtinere angulos tres superficiales equalēs tribus propositis/ cōstituētes angulū solidū in pūcto h . Cū enī quadratū lineæ a, d sit equalē duobus quadratis duarū lineā d, g & g, h ex hypothesi/ at quadratū lineæ d, h sit equalē eisdē ex penultimā primi: necesse est lineā a, d esse æqualē lineæ d, h . Eodēq; modo & lineam a, e : lineæ e, h . Igitur ex 8 primi cū bases etiā sint æquales: erit angulus a equalis angulo d, h, e . Simili quoq; modo erit angulus b equalis angulo e, h, f : & angulus c equalis angulo f, h, d . Quare cōstat factū esse quod facere disposuimus.



Eucl. ex Zamb. Theorema 3. Propositio 23.
Ex tribus angulis planis quorum duo quomodocunq; sumpti sint reliquo maiores: solidum angulum conficere. oportet iam tres quatuor rectis esse minores.

THEON ex Zāb. ¶ Sint dati tres anguli plani sub $a, b, c, d, e, f, g, h, k$: quorū duo quocūq; assumpti reliquo sint maiores/ insuperq; tres quatuor rectis minores. oportet ita ex equalibus eis qui sub $a, b, c, d, e, f, g, h, k$: solidū cōstituere angulū. Assumatur æquales $a, b, b, c, d, e, e, f, g, h, h, k$: cōnectanturq; a, c, d, f, g, k . Igitur per 21 vndecimi ex æqualibus ipsis a, c, d, f, g, k , triāgulū cōfici est possibile. Cōnectatur/ sitq; l, m, n : & eo quia a, c æqua est ipsæ l, m , & d, f ipsi m, n , & g, k ipsi l, n . Circūscribatur autē p, q quarti ipsi l, m, n triāgulo: circulus l, m, n . sumatq; per r tertiū ipsius centrū x : connectaturq; l, x, m, x, n, x . ¶ Dico q; a, b : ipsa l, x maior est. Si autem non: aut a, b ipsi l, x est æqualis/ aut ea minor. Sit primum æqualis. Quoniam a, b ipsi l, x est æqualis/ sed a, b ipsi b, c est æqualis: igitur l, x ipsi b, c est æqualis. Ipsa autem l, x : ipsi x, m per 15 diffinitionē primi. Duæ iam a, b, b, c : duabus l, x, x, m , sunt æquales altera alteri. & basis a, b : basi l, m supponit æquas.

B. iij.



lis. angulus igitur qui sub l x m est æqualis. Id propterea iam & qui sub d e f i qui sub m x n est æqualis. Est autem & qui sub g h k ipsi qui sub n x l . Ipsi igitur qui sub a b c , d e f , g h k , anguli ipsi tri- bus qui sub l x m , m x n , n x l , sunt æquales. Sed tres qui sub l x m , m x n , n x l quatuor rectis sunt æquales, & tres igitur qui sub a b c , d e f , g h k : quatuor rectis sunt æquales. Supponuntur & quatuor rectis minores. Quod est impossi- bile. Igitur a b ipsi l x æqualis non est. ¶ Dico etiam: quod nec minor est a b ipsa l x . Si enim possibile: esto, ponaturque per 2 primi ipsi a b æqualis x o , ipsi autem b c æqualis x p : connectaturque o p . Et quoniam æqualis est a b ipsi b c : æqualis est & x o ipsi x p . quare & reliqua o l : reliqua p m est æqualis. Parallelus igitur est per secundam sexti l m ipsi o p : & æquiangulus est l m x ipsi o p x . est igitur sicut x l ad ipsam l m : sic est x o ad o p . vicissim igitur per 16 quinti sicut l x ad x o : sic l m ad o p . Maior autem est l x : ipsa x o . maior igitur est & l m : ipsa o p . Sed ipsa l m : posita est ipsi a c æqualis. & a c igitur: ipsa o p maior est. Quoniam igitur binæ rectæ lineæ a b , b c , duabus o x , x p , sunt æquales: & basi a b basi o p maior est: angulus igitur qui sub a b c , angulo qui sub o x p maior est per 25 primi. Similiter iam ostendemus: quod & qui sub d e f i qui sub m x n maior est: qui autem sub g h k eo qui sub n x l . Ipsi igitur tres anguli qui sub a b c , d e f , g h k : tribus qui sub l x m , m x n , n x l sunt maiores. Sed qui sub a b c , d e f , g h k : quatuor rectis supponuntur minores. multo igitur magis qui sub l x m , m x n , n x l : quatuor rectis sunt minores. Sed & æquales. Quod est impossibile. Igitur a b ipsa l x minor non est. Ostensum autem est: quod neque æqua- lis, maior igitur est a b ipsa l x . ¶ Constituitur iam a signo x : ipsius l m n circuli li plano ad angulos rectos x r per 12 vndecimi. Et quo maius est quadratum quod ex a b , eo quod ex l x : ei æquum esto quod ex x r . connectanturque r l , r m . Et quoniam r x recta est & ad ipsius l m n circuli planum: & ad vnamquamque igitur ipsarum l x , m x , n x , per conuersionem 2 diffinitionis vndecimi recta est ipsa r x . Et quoniam æqualis est l x ipsi x m , communis autem & ad mi recta est ipsa r x . Et quoniam æqualis est l x ipsi x m , communis autem & ad pterea & r n : vtrique ipsarum r l , r m , est æqualis. Ipsæ igitur r l , r m : sibi inuicem sunt æquales. Et quoniam quo maius est quod ex a b eo quod ex l x , r x , supponitur æquum quod ex x r : quod ex a b igitur æquū est eis quæ ex l x , r x . Eis autem quæ ex l x , r x : æquum est per 47 primi quod ex l r . rectus enim est qui sub l x r . Quod igitur ex a b : æquū est ei quod ex r l . Aequalis igitur est a b ipsi r l . Sed ipsi quidem a b : æqualis est vnaquæque ipsarum b c , d e , e f , f g , g h . ipsi autem r l : æqualis est vtrique ipsarum r m , r n . Vnaqueque igitur ipsarum b c , d e , e f , f g , g h , h k : vnicuique ipsarum r l , r m , r n , est æqualis. Et quoniam dū l r , r m , duabus a b , b c , sunt æquales: & basi l m basi a c supponitur æqualis: angulus igitur qui sub l m r per 8 primi ei qui sub a b c est æqualis. Id propterea & qui sub m r n : ei qui sub d e f est æqualis. Qui autem sub l r n : ei qui sub g h k . Ex tribus igitur angulis planis hoc eis qui sub l r m , m r n , l r n , qui sunt æquales tribus datis scz eis qui sub a b c , d e f , g h k , solidus angulus constructus qui ad r : cōprehensus sub l r m , m r n , & l r n , angulis. Qd facere oportebat. ¶ Sed iā esto centrū circuli in vno laterū triaguli: sitque in m n , estoque x . Connectanturque l x . Dico rursus: quod maior est a b ipsa l x . Si autem non: aut a b est æqualis ipsi l x , aut ea minor. Sit primū æqualis. Duæ iā a b , b c , hoc est d e , e f : duabus x l , hoc est ipsi n m sunt æquales. Sed ipsa quidem m n : ipsi d f supponit æqualis non est. Similiter iā ostēdemus: quod neque minor. igitur ipsa a b : maior est ipsa l x . Et si similiter quo maius est quod ex a b eo quod ex l x , ei equū & ad angulos rectos ad circuli planū cōstituemus sicut quod ex x r : cōstituanturque l x . ¶ Sed iam esto centrū circuli extra triangulū l m n : sitque x . Connectanturque l x , m x , n x . Dico: quod sic maior est a b ipsa l x . Si autem non: aut æqualis est aut minor. Sit prius æqualis. Duæ igitur a b , b c : duabus m x , x l , sunt æquales altera alteri. & basi a c basi m l est æqualis. angulus igitur qui sub a b c : per octauum primi angulo qui sub m x l est æqualis. Idque propterea iam & qui sub a b c ei qui sub l x n est æqualis. Totus igitur qui sub m x n : duobus qui sub a b c , g h k , est æqualis. Sed qui sub a b c , g h k : ipso qui sub d e f sunt maiores. ¶

qui sub $m \times n$ igitur: eo qui sub $d \times e$ maior est. Et quoniam duæ d, e, f , duabus $m \times n$, sunt æquales/ & basis $d \times f$ basi $m \times n$ est æqualis: angulus igitur qui sub $m \times n$ per s primi ei qui sub $d \times e$ est æqualis. Patuit autem q , & maior. Quod est absurdum. Igitur $a \times b$: ipsi $l \times$ non est æqualis. Idemq; ostendemus: q neq; minor. Igitur ipsa $a \times b$: maior est ipsa $l \times$. Et si etiã ad angulos rectos in circuli plano rursus constituamus ipsam $x \times r$, & ipsi equalẽ ponamus eã quæ potest id quo maius est quod ex $a \times b$ eo quod ex $l \times$: constituet problema. ¶ Dico insuper q $a \times b$ ipsa $l \times$ non est minor. Si enim possibile: esto. Ponaturq; per 2 primi ipsi quidem $a \times b$ æqualis $x \times o$: ipsi autem $b \times c$ æqualis $x \times p$. Connectaturq; $o \times p$. Et quoniam æqualis est $a \times b$ ipsi $b \times c$: æqualis est $x \times o$ ipsi $x \times p$. quare & reliqua $o \times l$: reliqua $m \times p$, est æqualis. Parallelus igitur est per 2 sexti $l \times m$ ipsi $p \times o$: & æquiangulum est triangulum $l \times m$ ipsi triangulo $p \times o$. Est igitur per 6 sexti sicut $x \times l$ ad $l \times m$: sic est $x \times o$ ad $o \times p$, & vicissim per 16 quinti sicut $l \times x$ ad $x \times o$: sic $l \times m$ ad $o \times p$. Maior autem est $l \times$: ipsa $x \times o$. maior igitur est & $l \times m$: ipsa $o \times p$. Sed $l \times m$: ipsi $a \times c$ est æqualis. igitur & $a \times c$: ipsa $o \times p$ maior est per 14 quinti. Quoniam igitur duæ $a \times b, b \times c$, duabus $o \times x, x \times p$, sunt æquales altera alteri/ & basis $a \times c$ basi $o \times p$ maior est: angulus igitur qui sub $a \times b \times c$ per 25 primi angulo qui sub $o \times x \times p$ maior est. Similiter iam & si ipsam $x \times r$ æqualem vtriq; ipsarum $x \times o, x \times p$, assumamus/ & connectamus ipsam $o \times r$: ostendemus q , & qui sub $g \times h \times k$ angulus eo qui sub $o \times x \times r$ maior est. Constituatur iam per 23 primi ad ipsam $l \times$ rectam lineam/ ad f sinumq; in ea x : ei quidem qui sub $a \times b \times c$ angulo æquus angulus qui sub $l \times x \times f$, ei autem qui sub $g \times h \times k$ æqualis qui sub $l \times x \times t$, ponaturq; per 2 primi vtraq; ipsarum $x \times f, x \times t$, ipsi $o \times x$ æqualis: & connectantur $o \times f, o \times t, f \times t$. Et quoniam binæ $a \times b, b \times c$, binis $t \times x, x \times f$, sunt æquales/ & angulus qui sub $a \times b \times c$ angulo qui sub $o \times x \times f$ est æqualis: basis igitur $a \times c$ per 4 primi hoc est $l \times m$ basi $o \times f$ est æqualis. Idq; propterea iam & $l \times n$: ipsi $o \times t$ est æqualis. Et quoniam duæ $l \times m, l \times n$, duabus $f \times o, o \times t$, sunt æquales/ & angulus qui sub $m \times l \times n$ angulo qui sub $f \times o \times t$ maior est: basis igitur $m \times n$ per 25 primi basi $f \times t$ maior est. Sed ipsa quidem $m \times n$: ipsi $d \times e$ est æqualis. & ipsa igitur $d \times f$: ipsa $f \times t$ maior est. Quoniam igitur duæ $d \times e, e \times f$, duabus $f \times t, x \times t$, sunt æquales/ & basis $d \times f$ basi $f \times t$ maior est: angulus igitur qui sub $d \times e \times f$ per 25 primi angulo qui sub $f \times x \times t$ maior est. Aequalis autem est qui sub $f \times x \times t$: eis qui sub $a \times b \times c, g \times h \times k$. Igitur qui sub $d \times e \times f$ eis qui sub $a \times b \times c, g \times h \times k$, maior est. Sed & etiam minor. Quod est impossibile. ¶ Quo autem maius est quod ex $a \times b$, eo quod ex $l \times$: ei æquum assumatur quod ex $x \times r$, sic. Exponentur $a \times b$ & $l \times$ rectæ lineæ: sitq; maior $a \times b$ describaturq; super ipsa semicirculus $a \times c \times b$: & in semicirculo $a \times c \times b$ connectatur ipsi $l \times$ rectæ lineæ æqualis ipsa $a \times c$, connectaturq; $c \times b$. Quoniam igitur in semicirculo $a \times c \times b$ angulus est qui sub $a \times c \times b$: rectus igitur est qui sub $a \times c \times b$ per 31 tertij. Quod igitur ex $a \times b$ per 47 primi æquum est eis quæ ex $a \times c, c \times b$. quare id quod ex $a \times b$: maius est eo quod ex $a \times c$, eo quod ex $c \times b$. æqualis autem est $a \times c$ ipsi $l \times$. quod igitur ex $a \times b$: maius est eo quod ex $l \times$, eo quod ex $c \times b$. Si ipsi igitur $c \times b$ æqualem $x \times r$ assumamus: quod ex $a \times b$, eo quod ex $l \times$, eo quod ex $x \times r$ maior est. Quod facere proposueramus.

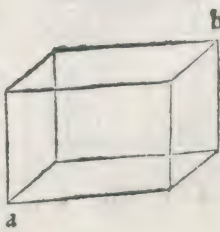
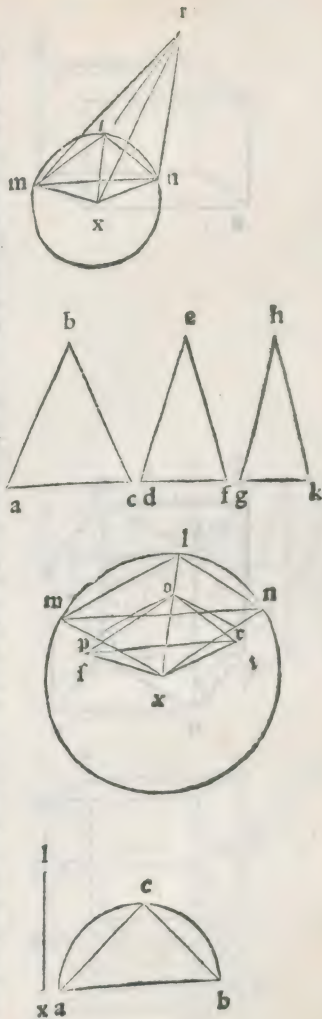
Eucl. ex Camp.

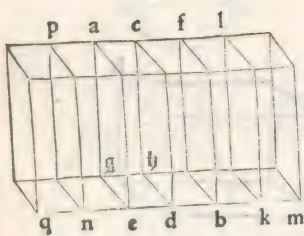
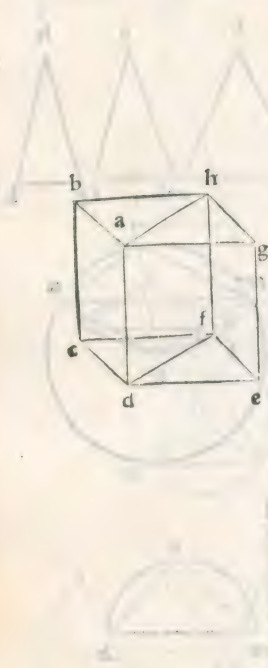
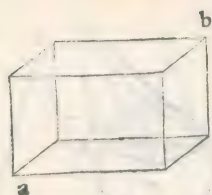
Propositio 24.

SI superficibus æquidistantibus solidum cõtineatur: eius oppositæ superfices sibi inuicem æquales sunt & æquidistantium laterum.

¶ CAMPANVS. ¶ Quicquid dicant alij: solidum æquidistantibus superficibus contentum/ superficibus paribus necesse est contineri. quæ sicut esse non possunt pauciores sex: ita possunt esse in omni numero pari senarium excedente. Constat enim columnam hexagonam: posse octo superficibus quæ binæ & binæ oppositæ sibi inuicem æquidistant/ contineri. Sic quoq; octogonam: 10, & decagonam: 22, & ad istarum similitudinem: in infinitum. Sed horum omnium solidorum æquidistantibus superficibus contentorum quæ infinita esse pronuncio: solum illud dicitur parallelogramum/ cuius omnes superfices ipsum ambientes parallelogramæ sunt. & istud sex superficibus duntaxat necesse est ambi. De tali itaq; quod sex tantum superficibus ambitur: dico debere intelligi quod hæc 24. proponit. Si igitur tale solidum/ corpus $a \times b$: cuius

B. iij.





omnino superficies fac vt solido habitu mente compræhendas. patebitq; tibi vnamquãq; earũ quatuor ex reliquis secare eius quatuor latera: cum sint cõmunes sectiones ipsius secantis & quatuor sectarum. Sint autem illæ quatuor sectæ binæ & binæ secundum q̃ adinuicem opponuntur: æquidistantes ex hypothesi. sequitur ex 16 bis assumpta: vt quatuor latera huius superficiei secantis & quatuor sectarum sint adinuicem binæ & binæ æquidistantia. Cõstat itaq; secundum. At vero ex 34 primi manifestum est: omnia latera opposita itarum sex superficierum esse equalia. erunt igitur bina latera angulum planum contentia cuiusq; earum equalia binis lateribus angulum planum in superficie sibi opposita continentibus: anguli quoq; ab illis binis lateribus contenti equaliter per 10 huius. Igitur ex conuersa penultime cõmunis scientie in primo libro posite: necesse est quasq; duas superficies in solido a b oppositas esse sibi inuicem æquales. Quod est propositum.

Eucl. ex Zamb.

Theorema 21.

Propositio 24.

¶ Si solidum sub parallelis planis compræhendatur: quæ ex opposito ipsius plana equalia & parallelogramma sunt.

¶ THEON ex Zamb. ¶ Solidum inquam c d h g: sub parallelis planis a c, g, f, a h, d f, f b, a e, compræhendatur. Dico q̃ quæ ex opposito ipsius plana: equalia & parallelogramma sunt. Quoniam enim bina plana parallela hoc est b g, c e, a plano a c secantur: cõmunes ipsorum sectiones parallele sunt per 16 vnde b f, a e, planum a c dispescit: cõmunes ipsorum sectiones parallele sunt per eadem. parallelus igitur est b c ipsi a d. Patuit autẽ: q̃ & a b ipsi d c est parallelus. parallelogrammum igitur est a c. Similiter iam ostendemus: q̃ & vnumquodq; ipsorum d f, f g, g b, b f, a e, parallelogrammum est. Conuectantur autẽ a h, d f. Et quoniam parallelus est a g ipsi d e, & b h ipsi c f: binæ iam a b, b h, a h, d f. Et se inuicem tangentes ad binas rectas lineas sese inuicem tangentes hoc est d c, c f, sunt non tamen in eodem plano. igitur æquales compræhendunt angulos per 10 vnde cimi. Angulus igitur qui sub a b h: angulo qui sub d e f, est æqualis. Et quoniam binæ a b, b h, duabus d c, c f, sunt æquales: & angulus qui sub a b h, angulo qui sub d c f est æqualis: basis igitur a h per 4 primi basi ipsius est æqualis: & triangulum a b h triangulo d c f est æquale. Et quoniam igitur quidem a b h, duplum per 41 primi est b g parallelogrammum: æquum igitur est parallelogrammum b g, parallelogrammo e c. Similiter iam ostendemus: q̃ & a c ipsi g f est æquale: & a e ipsi b f. Si planum igitur sub parallelis planis compræhendatur: qui ex opposito eius plana equalia et parallelogramma sunt. Quod oportuit ostendere.

Eucl. ex Camp.

Propositio 25.

¶ Superficies quædam secet solidum parallelogrammũ æquidistanter duabus ipsius solidi superficiebus oppositis: duo partialia corpora quæ ad illam secantem superficiem velut ad communem terminum copulantur: suis basibus sunt proportionalia.

¶ CAMPANVS. ¶ Sit corpus a b, solidum parallelogrammũ: & secet ipsum superficies c d æquidistanter duabus eius oppositis superficiebus quæ sunt a e & f b. Et sit superficies g b, basis ipsius solidi a b: de qua cõstat per præmissum q̃ ipsa sit æquidistantium laterum. Et sit cõmunis sectio duarum superficierum c d & g b, linea h d: de qua cõstat per 3 huius q̃ ipsa sit linea recta: & per 16 huius q̃ ipsa sit æquidistans g e. Ideoq; sunt duæ superficies g d & h b æquidistantium laterum: & ipsæ sunt bases duorum partialium corporum in quæ superficies c d diuidit solidum a b. Dico itaq; q̃ proportio solidi a b ad solidum b c est sicut basis g d ad basin h b. Protrahantur enim vtrinq; quantũ libuerit: quatuor lineæ penetrantes superficiem c d super eius angulos: & ipsæ sunt a f & e b cũ duabus reliquis sibi æquidistantibus. Sumanturq; ex eis omnibus portiones ex parte puncti b, quot libuerit: quæ ponantur singulæ equalis lineæ b d: & ex

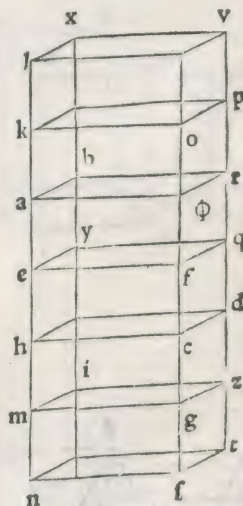
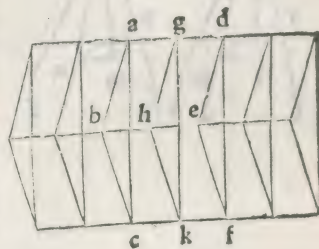
parte puncti e, alia similiter quot libuerit/ quæ ponantur æquales lineæ e d. Super quas utrinque constituentur solida parallelogramma secundum longitudinem exigentiam/ sintque ex parte puncti b, solida f k & l m: & ex parte puncti e, solida a n & p q. Eritque ex diffinitione corporum æqualium atque similium/ vnusquodque solidorum f k & l m æquale solido c b: & vnusquodque a n & p q æquale a d. Fiat igitur argumentum quemadmodum in prima sexti. Est enim solidum em ita multiplex solidi b c: sicut basis h m, basis h b. & solidum q c ita multiplex solidi a d: sicut basis q h, basis g d. Et si basis h m est æqualis basi q h: solidum e m est æquale solido q c ex diffinitione corporum æqualium atque similium. & si basis est minor basi: & solidum est minus solido. & si maior: maius, quod patet ex diffinitione eadem: rescata maiori basi ad æqualitatem minoris: & descripto super eam solido parallelogrammo. Itaque ex diffinitione incontinue proportionalitatis proportio solidi a d ad solidum c b: sicut basis g d ad basin h b. Quod est propositum.

CAMPANVS. Itaque si superficies aliqua secet corpus ferratile equidistanter duobus eius triangularibus superficibus oppositis: duo partialia corpora quæ ad illam secantem superficiem velut ad communem terminum copulantur: suis basibus erit proportionalia. Sitenim a f corpus ferratile: cuius sint duæ trigonæ superficies a b c, d e f. Constat igitur ex diffinitione ferratilis: vnamquæque trium superficierum quæ sunt a b d e, b c e f, a c d f esse parallelogrammum. Secet igitur superficies g h k: istud ferratile æquidistanter duabus eius oppositis superficibus quæ sunt a b c, d e f. Dico quod proportio ferratilis a k ad ferratile g f: est sicut basis a k ad basin g f. Quod sicut de solidis parallelogrammis probatur. Protractis enim in vtramque partem lineis a d, b e, c f, factisque inter eas ex parte puncti e ferratilibus æqualibus ferratili g f, & ex parte puncti b alijs æqualibus ferratili a k utrinque quouis numero: ex diffinitione incontinue proportionalitatis (si cuncta vigili mente perlustres) non erit tibi difficile concludere quod diximus.

Eucl. ex Zamb. Theorema 22. Propositio 25.

C Si solidum parallelepipedum plano secetur/ parallelo existente eis quæ ex opposito planis: erit sicut basis ad basin sic solidum ad solidum.

THEON ex Zamberto. Solidum inquam parallelepipedum a b c d secetur a plano q e parallelo existente eis quæ ex opposito planis scilicet ipsi r a & d h. Dico quod est sicut a e f q basis ad e h c f basin: sic est a b f q solidum ad e y c d solidum. Extendatur enim a h ex vtraque parte, ponaturque ipsi quidem a e æquales: quæcunque ipsarum a k, k l ipsi autem e h: h m, m n. compleanturque ipsi l o, k p, h g, m f, parallelogramma: & ipsa l p, k r, d m, m t, solida. Et quoniam ipsi l o, k a, a e, rectæ lineæ inuicem sunt æquales: æqualia quoque sunt ipsa l o, k p, a f, parallelogramma sibi inuicem per primam sexti. & ipsa quoque k x, k b, a y, sibi inuicem per eandem sunt æqualia. Et similiter ipsa l v, k p, a r, sibi inuicem per vigesimā quartā vndecimi sunt æqualia. ex opposito enim. Idque propterea iam & ipsa quidem e c, h g, m f, parallelogramma ad inuicem sunt æqualia. Et insuper ipsa d h, m z, n t, per 24 vndecimi sunt æqualia. ex opposito enim. Tria igitur plana cuiusque ipsorum l p, k r, a q, solidorum. tribus reliquorum planis sunt æqualia. idque propterea: & ipsorum e d, d m, m t, solidorum. Sed tria: tribus quæ ex opposito per 24 vndecimi sunt æqualia. Ipsa igitur tria solidi l p, k r, a q, inuicem sunt æqualia per 8 vndecimi diffinitionē & id propterea iam tria solida e d, d m, m t, inuicem sunt æqualia. Quotuplex igitur est l f basis ipsius a f basis: totuplex est & l q solidum ipsius a q solidi. & iam id propterea quotuplex est n f basis ipsius f h basis: totuplex est & n q solidum ipsius h q solidi. & si equalis est l f basis ipsi a f basi: equum est & l q solidum ipsi a q solidi. & si excedit l f basis ipsam a f basin: excedit quoque ipsum l q solidum ipsam a q solidum. & si deficit: deficit per 1 & 1 quinti. Quatuor iam existentibus magnitudinibus/ binis quidem basibus a f, f h, duobus autem solidis a q, q h: assumuntur æque multiplicia. ipsius quidem a f basis & a q solidi ipsa l f basis, B. v.



lineas & in subiecto existētes plano/ rectos efficiet angulos. Rectus est igitur: uterque ipsorum qui sub $f g d$, $f g e$, angulorum. & iam id propterea uterque ipsorum $h k a$, $h k b$, angulorum: rectus est. Et quoniam binæ $k a$, $a b$, duabus $g d$, $d e$, sunt æquales altera alteri/ & æquales cōprehendunt angulos: basis igitur $k b$ per 4 primi basi $g e$ est æqualis. Est autē & $k h$ ipsi $g f$ æqualis: & rectos cōprehendunt angulos. æqualis igitur est & $b h$ ipsi $f e$. Rursus quoniam duæ $a k$, $k h$, duabus $d g$, $g f$, sunt æquales/ & rectos angulos cōprehendunt: basis igitur $a h$ per 4 primi ipsi $d f$ est æqualis. Est autem & $a b$ ipsi $d e$ æqualis. binæ igitur $h a$, $a b$: duabus $f d$, $d e$, sunt æquales. & basis $h b$ ipsi $f e$ est æqualis. Angulus igitur qui sub $b a h$: per 8 primi angulo qui sub $e d f$ est æqualis. Iam id propterea & qui sub $h k l$: ei qui sub $f g c$ est æqualis. Quoniā si assumamus æquales $a l$, $d c$, cōnectamusq; ipsas $k l$, $h l$, $g c$, $f c$: quoniam totus qui sub $b a l$ toti qui sub $e d c$ est æqualis quorū qui sub $b a k$ ei qui sub $e d g$ supponitur æqualis/ reliquis igitur qui sub $k a l$ reliquo qui sub $g d c$ est æqualis. Et quoniā binæ $k a$, $a l$, duabus $g d$, $d c$, sunt æquales/ & rectos cōprehendunt angulos: basis igitur $k l$ per 4 primi basi $g c$ est æqualis. Est autē & $k h$ ipsi $g f$ æqualis. binæ iam $l k$, $k h$, binis $c g$, $g f$, sunt æquales: & angulos rectos cōprehendunt. basis igitur $h l$: per 4 primi basi $f c$ est æqualis. Et quoniā binæ $h a$, $a l$, duabus $f d$, $d c$, sunt æquales/ & basis $h l$ basi $f c$ est æqualis: & angulus igitur qui sub $h a l$ per 8 primi angulo qui sub $f d c$ est æqualis. Est autem & qui sub $b a l$: ei qui sub $e d c$ æqualis. Ad datam igitur rectam lineam $a b$, ad datumq; in ea signum a : dato angulo solido qui ad d æqualis angulus solidus cōstitutus est. Quod erat agendū.

Eucl. ex Camp.

Propositio 27.

Vper assignatam lineam: dato solido aquidistantium superficierum simile solidum constituere.

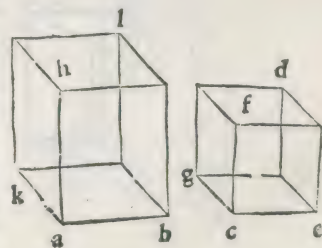
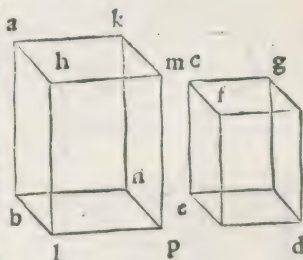
CAMPANVS. ¶ Sit assignata linea $a b$: de cuius situ utrum in plano iaceat vel sursum exurgat/ nihil curetur. sitq; assignatum parallelogrammum solidū / corpus $c d$: cui super lineam $a b$, iubemur simile solidum fabricare. Sint igitur tres lineę cōtinentes superficiales angulos ex quibus cōponitur solidus angulus c , inscriptę litteris c , e , f , g . At secundū præcepta præmissę super punctū a lineę $a b$, cōstituatur angulus solidus æqualis c : quę contineat tres lineę $a b$, $a h$, $a k$. & auxilio 10 sexti sit proportio c ead $a b$, & $e f$ ad $a h$, & $g c$ ad $a k$: proportio vna. Dehinc a tribus punctis b , h , k , protrahantur sex lineę: $h l$ æquidistans lineę $a b$, & $h m$ æquidistans lineę $a k$, rursus quoq; $k n$ æquidistans $a b$, & $k m$ æquidistans $a h$. amplius autē protrahatur: $m p$ æquidistans $h l$, & $p l$ æquidistans $h m$. protrahatur quoq; & linea $p n$. Eritq; completū solidum parallelogrammū $a p$: quod dico esse simile solido $c d$. Hoc autē ex diffinitione similium superficierū & diffinitione similium corporum si earum meminueris: facile cōcludes.

Eucl. ex Zamb.

Problema 5. Propositio 27.

Ex data recta linea: dato solido parallelepipedo simile & similiter positum solidum parallelepipedum describere.

THEON ex Zāberto. ¶ Esto quidē data recta linea $a b$: datum autem solidum parallelepipedū esto $c d$. Oportet iam ex data recta linea $a b$: ipsi $c d$ solido parallelepipedo dato simile similiterq; positum solidum parallelepipedū describere. Constituatur enim per 26 vndecimi ad ipsam $a b$ rectā lineam/ ad signumq; in ea a , ei qui ad c solido angulo æqualis qui sub $b a h$, $h a k$, $k a b$, cōprehendit: ut æqualis sit qui sub $b a h$ ei qui sub $e c f$, qui vero sub $b a k$ ei qui sub $e c g$, & insuper qui sub $k a b$ ei qui sub $g c f$. Fiatq; sicut $e c$ ad $c g$, sic $b a$ ad $a k$: sicut autē $g c$ ad $c f$, sic $k a$ ad $a h$. et ex æquali igitur per 22 quinti sicut $e c$ ad $c f$: sic $b a$ ad $a h$. Cōpleaturq; ipsum $h b$ parallelogrammū: & ipsum $a l$ solidum. Et quoniā est sicut $e c$ ad $c g$ sic $b a$ ad $a k$, & quæ circū æquos angulos qui sub $e c g$, $b a k$, latera sunt proportionalia: igitur parallelogrammum $g e$ ipsi $k b$ parallelogrammo est simile per diffinitionem sexti. Idq; propterea & $k h$ parallelogrammum ipsi $g f$ parallelogrammo est simile: & insuper ipsum $f e$ ipsi $h b$. Tria igitur parallelogramma ipsius $c d$ solidi: tribus parallelogrammis ipsius

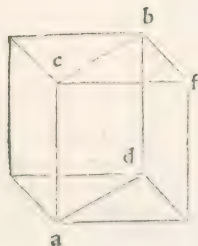


al solidi sunt similia. Sed tria: tribus quæ ex opposito æqualia & similia sunt. Totum igitur c d solidum: toti a l solidum simile est. A data igitur recta linea a b: dato solido parallelepipedo c d simile & similiter positum descriptum est a l. Quod fecisse oportuit.

Eucl. ex Camp.

Propositio 28.

Si superficies aliqua solidum parallelogrammum super duas quaslibet oppositas superficies eius terminales & super earum duas diametros secet: eandem superficiem corpus illud per æqualia secare necesse est.

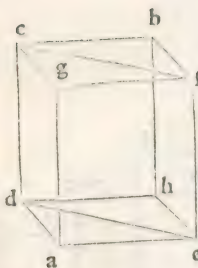


CAMPANVS. Sit corpus a b solidum parallelogrammum: de quo sit positum q superficies a b c d secet ipsum super diametros duarum superficialium oppositarum ipsum terminantiū quæ sint a d & c b. Dico q ipsa diuidit istud solidum propositum: per æqualia. Constat enim: q ipsa diuidit illud solidum in duo ferratilia. quorum superficies quadrilateras binas & binas adinuicem res latas secundum q ipsæ sunt opposita latera solidi propositi/manifestum est ex 21 huius esse æquales: cum solidum de quo loquimur/positum sit esse parallelogrammum. Ex eadem quoq; & 41 primi constat: trilateras superficies dictorum ferratiliū esse æqles. Igitur a diffinitione solidorum equaliū: liquet qd ppositū est.

Eucl. ex Zamb Theorema 23.

Propositio 29.

Si solidum parallelepipedum plano secetur per diagonos eorum quæ ex opposito planorum: ipsum solidum secabitur ab ipso plano bifariam.



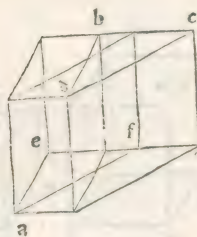
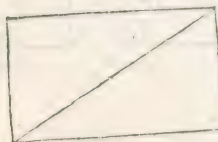
THEON ex Zamberto. Solidum enim parallelepipedum a b: plano c d ef secetur per diagonos eorū quæ ex opposito planorū c f, d e. Dico q ipsum ab solidū: ab ipso c d ef plano bifariam secabitur. Quoniam enim per 34 primi c g f triangulum æquum est triangulo c b f, & triangulum a d e ipsi d e h, est autem c a parallelogrammum ipsi b e æquale: ex opposito enim / ipsum autem g e ipsi c h: & per 21 vndecimi prismā igitur comprehensum sub duobus triangulis c g f, a d e, & tribus parallelogramis hoc est g e, a c, c e, æquum est prismati comprehenso sub duobus triangulis c f b, d e h, & tribus parallelogramis hoc est c h, b e, c e. Sub æqualibus enī planis & multitudine & magnitudine cōprehenduntur per diffinitionē vndecimi. Quare totum a b solidum: bifariam scinditur ab ipso c d plano. Quod erat ostendendum.

ZAMBERTVS. Diagonus: linea recta est quæ in figuris angularibus ab vno angulo insurgit & sese in aliū extendit angulū. Vt in hac figura patet.

Eucl. ex Camp.

Propositio 29.

Vincta solida æquidistantium superficialium æque alta: quæ in eadem basi super vnam lineam constituta: probantur esse æqualia.



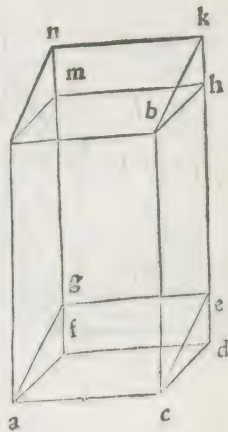
CAMPANVS. Verū est q solida æquidistantiū laterū æque alta siue inter superficies æquidistantes super vnam & eadem basin constituta sunt adinuicē æqualia: sicut de superficiebus æquidistantiū laterū super vnam basin & inter lineas æquidistantes constitutis in 35 primi demonstratū est. Sed ratio solidorū quædā dicitur constitui super lineam vnam: & sunt illa quorum supremarū superficialiū duo opposita latera sunt secundum rectitudinē protensa/linea vna. & de talibus hæc 29 proponit demonstrandū: ipsa omnia esse æqualia adinuicē. Sunt autē eorū alia quæ non dicuntur constituta super lineam vnam: & sunt illa quorū supremarum superficialium duo latera opposita quæcumq; sunt monstrādum proponet: ipsa quoq; omnia esse adinuicē æqualia. Sint itaq; duo solida parallelogramma æque alta siue inter superficies æquidistantes a b & a c constituta super vnam basin quæ sita d, quorum supremæ superficies sunt e b & b c. sintq; harum supremarū superficialium duo latera opposita cum secundo rectitudinem protrahantur: linea vna. & ipsa sunt c f & b c. Dico itaq;

solida a b & a c: sunt æqualia. Hoc autē (si figura eius secūdu quod oportet/actu vel cogitatione fabricaueris/ & quēa dmodum in 35 primi processeris/ idem facies hic de serratilibus quod ibi de triāgulis) facile cōcludere poteris. occurrūtq; tibi hic eadē diuersitates in solidis: quæ ibi in superficiebus occurrisse nouisti.

Eucl. ex Zamb. Theorema 24 Propositio 29.

Super eadem basi & sub eadem altitudine solida parallelepipeda consistentia/ quorum stantes super eisdem sunt rectis lineis: inuicem sunt æqualia.

THEON ex Zamberto. ¶ Sint super eadē basi a b, solida parallelepipeda c m, c n, sub eadē altitudine: quorū stantes hoc est a f, a g, l m, l n, c d, c e, b h, & b k, super eisdem sint rectis lineis ipsi f n d k plano. Dico q; solidum c m: æquum est ipsi c n solido. Quoniā enim parallelogramum est utrunq; ipsorum c h, c k: æqualis est per 34 primi c b utriq; ipsarum d h, e k. Quare & d h: ipsi e k est æqualis. Cōmunis auferatur e h, reliqua igitur d e: reliquæ h k est æqualis. Quare & ipsum quidem d c e triāgulum ipsi h b k triāgulo est æquale: & d g parallelogramum ipsi h n parallelogramo, & id propterea triāgulum a g f: triāgulo m l n est æquale. Est autem & ipsum quidē c f parallelogramum: ipsi b m parallelogramo equū: & c g, ipsi b n. ex opposito nāq;. Igitur & prismā cōprehensum sub duobus quidem triāgulis f a g, d c e, tribusq; parallelogramis a d, d g, c g: æquum est prismati cōprehensō sub duobus quidem triāgulis m l n, h b k, & tribus parallelogrammis hoc est b m, n h, b n. Commune apponatur solidum: cuius basis quidem sit parallelogrammum a b, ex opposito autem g e h m. Totum igitur c m solidum parallelepipedum: toti c n solidū parallelepipedo est æquale. Super eadem igitur basi existentia solida parallelepipeda & sub eadem altitudine/ quorum stantes super eisdem sunt rectis lineis: sunt inuicem æqualia. Quod oportuit ostendere.

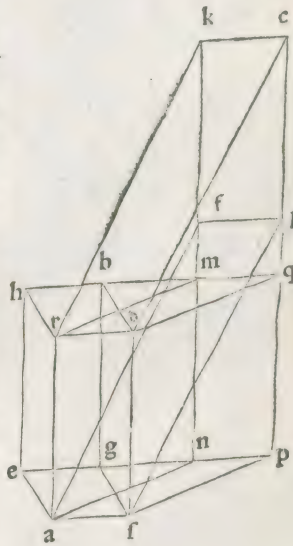


Eucl. ex Camp.

Propositio 30.

Vncta solida æquidistantium superficialiū æque alta/ quę in eadem basi non autem super vnā lineam fuerint cōstituta: probantur esse æqualia.

CAMP. ¶ Sint nunc duo solida parallelogrāma æque alta siue inter superficies equidistantes: sintq; super vnā & eandē basin/ sed nō super lineam vnā cōstituta. Dico iterum ea esse æqualia. Esto enī duo solida parallelogrāma a b & a c æque alta siue inter superficies æquidistantes: cōstituta super vnā basin quę sit a d, sed nō super vnā lineā. sintq; eorū supremæ superficies e b & f c: quarum opposita latera secundū rectitudinem protracta / nō erunt lineā vna. Cumq; ipsa ex hypothēsi sint in vnā superficie eo q; solida proposita sunt inter superficies æquidistantes: necesse est vt duo latera vnus earum protracta secundū rectitudinē/ secent duo alterius earum protracta secundū rectitudinem. Protrahātur itaq; duo opposita latera superficie e b, quę sint e g & h b: & duo opposita superficie f c, quę sint k f & c l. & secent se super. quatuor puncta m, n, p, q. eritq; superficies m n p q: æquidistantiū laterum æqualis vniciq; triū superficiū/ quarum vna est basis propositis solidis cōmunis & ipsa est a d, & duæ reliquæ sunt supremæ superficies eorundē solidorum/ & ipsæ sunt e b & f c. Ductis itaq; lineis a quatuor punctis m, n, p, q, ad quatuor angulos basis a d sibi secundū directam habitudinem relatis/ quę sit n a, m r, p f, q d: perfectum erit solidū parallelogramū a q in eadem basi cū utroq; duorū priorū/ & æque altū/ & super lineā vnā cum utroq; ipsorū. Per præmissam igitur utrunlibet duorū solidorū propositorū quę sunt a b & a c: est æquale solidū a q. per conceptionem ergo est solidum a b: æquale solidū a c. Quare cōstat propositū.

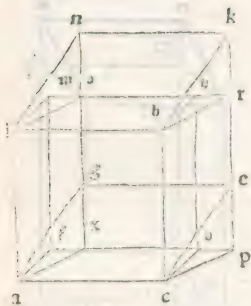


CAMPANVS. ¶ Potes quoq; cōuersas huius & præmissæ probare si libet: ducendo ad im possibile. Pones enim quælibet duo solida parallelogrāma esse æqualia & cōstituta super eandē basin æquidistantia. & demonstrabis ea esse æque alta. Eruntq; hæc & præmissa: tuæ demonstratiōis medium. Impossibile autem ad quod ducēs: erit partē suo toti esse æqualem. Quod euidenter patebit: si de illo solido quod aliū esse mentitur aduersarij: cum tamē ambo posita

sint æqualia & super eandem basin constituta) vnum solidum parallelogram-
mum æque altum demissiori abscideris. Hoc autē abscisum æquale esse demis-
siori conuincens ex hac & præmissa: ideoq; & toti illi a quo ipsum abscideris/ex
communi scientia.

Eucl. ex Zamb. Theorema 25. Propositio 30.

Super eadem basi existentia solida parallelepipedā & sub eadē
dem altitudine/ quorum stantes non sunt super eisdem rectis li-
neis: inuicem sunt æqualia.

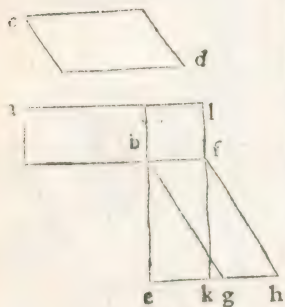


THEON ex Zāberto. ¶ Sint super eadē basi a b solida parallelepipedā c m,
c n, sub eadē altitudine: quorū stantes a f, a g, l m, l n, c d, c e, b h, b k, non sint
super eisdem rectis lineis. Dico q; solidum c m: æquū est ipsi c n solido. Extē-
dantur in quā ipsæ n g, k e, in super & ipsæ m h, f d, concurrentque ad inuicem
in o, r, p, x, signis connectanturq; a x, l o, c p, b r. Aequum iam est per 29 vñ
decimi ipsum c m solidū / cuius basis est a c b l parallelogramū / ex opposi-
to vero f d h m: ipsi c o solido / cuius quidem basis a c b l parallelogramū / ex
opposito autē x p r o, super eadem enim basi sunt a c b l: quorum stantes a f,
a x, l m, l o, c d, c p, b h, b r, super eisdem sunt rectis lineis f p, m r. Sed solidū
c o, cuius basis quidē est a c b l parallelogramū / ex opposito autē x p r o: quū
est ipsi c n solido / cuius basis quidē a c b l parallelogramū / ex opposito autē
g e k n, super enim eadem sunt basi a c b l: & ipsorum stantes a g, a x, c e, p, c l,
n, l o, b k, b r, super eisdem sunt rectis lineis n x, p k. Quare & c m solidum:
æquum est ipsi c n solido. Super æqualibus igitur basibus existentia solida pa-
rallelepipedā & sub eadem altitudine quorum stantes non sunt super eisdem re-
ctis lineis: sunt inuicem æqualia. Quod erat ostendendum.

Eucl. ex Camp.

Propositio 31.

Solida æquidistantium superficierum in basibus aquis
constituta / si fuerint æque alta / lineæq; eorum angulares
supra bases orthogonaliter steterint: erunt æqualia.



CAMPANVS. ¶ Et hoc quoq; verum est q; omnia solida parallelogramma
in æquis basibus atq; inter superficies æquidistantes siue æque alta constituta sunt
ad inuicem æqualia: sicut de superficieribus æquidistantiū laterum super æquales
bases & inter lineas æquidistantes constitutis in 36 primi probatū est. At talia
solidorū / alia sunt quorū āgulares lineæ super suas bases orthogonaliter erigun-
tur: de quibus hæc 31 proponit demonstrandum esse ea esse æqualia. Alia ve-
ro sunt quorum angulares lineæ super suas bases non sunt orthogonaliter ere-
ctæ: de quibus sequens demonstrandum proponit ea esse æqualia. Intellegantur
itaq; super duas bases a b & c d, quæ sint æquales & æquidistantium laterum:
nō tamen vnius creationis sed sit a b tetragonus lōgus & c d simile helmuayn:
duo solida æquidistantium laterū constituta æque alta, sintq; lineæ erectæ super
angulos propositarum basium: perpendiculares ad ipsas. Dico hæc duo solida
ad inuicē esse æqualia. Protrahatur itaq; duo latera basis a b, & sint illa quæ cō-
tinent angulum b: vsq; ad f & e, & fiat angulus f b g: æqualis angulo c d, quæ con-
tinent angulum d: & sumatur duæ lineæ b f & b g: æquales duobus lateribus basis c d, quæ conti-
nent angulū c, & perficiatur superficies æquidistantiū laterū b h: quæ erit æqua-
lis & similis basi c d. Dehinc protrahatur h æquidistans b f: & f k æquidistans
b e, eritq; quadrilatera superficies b k æquidistantiū laterum: æqualis a b. Cōpleat
primū. Cūq; b h sit æqualis c d: erit per conceptionem b k æqualis a b. Cōpleat
itaq; superficies æquidistantiū laterum b l: protracta linea k f quousq; cōcurat
cum vno ex lateribus continentibus angulū a in puncto l. Age ergo super tres
superficies æquidistantium laterū quæ sunt b h, b k, b l, constituantur æque alto
ta solida solido constituto super basin a b: sintq; lineæ omnium solidorum vno
super eas constituta eisdem nominibus. Manifestum est ergo ex diffinitione for-
midorū æqualiū atq; similiū: q; duo solida b h & c d: æqualia atq; similia sunt. de
solidis autem b h & b k: constat ex 29 q; ipsa sunt æqualia. sunt enim æque alte
ta & constituta super vnam & eandem basin & ipsa est superficies erecta super

lineam $b f$ & super lineam $vnā$. est autē per 25 proportio solidi $a b$ ad solidum $b l$: sicut basis $a b$ ad basin $b l$. & per eandem solidi $b k$, ad solidum $b l$: sicut basis $b k$ ad basin $b l$. Cumq; sit utriusq; duarum basium $a b$ & $b k$ ad basin $b l$ una proportio ex prima parte 7 quinti: erit utriusq; duorum solidorum $a b$ & $b k$ ad solidum $b l$ proportio una. igitur ex prima parte nonq; quinti erunt duo solida $a b$ & $b k$ æqualia. At quia solidum $b k$ est æquale solidum $b h$, solidumq; $b h$ solidum $c d$: sequitur ex communi scientia solidum $a b$ esse æquale solidum $c d$. Quod est propositum.

Eucl. ex Camp.

Propositio 32.

Solida æquidistantium superficierum in æquis basibus constituta æque alta fuerint: lineæ autem angulares supra bases orthogonaliter non steterint: ipsa esse æqualia necesse est.

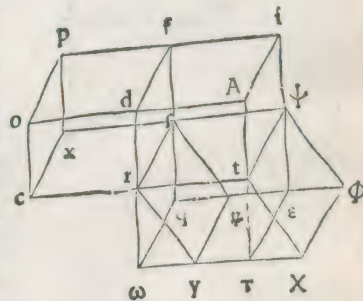
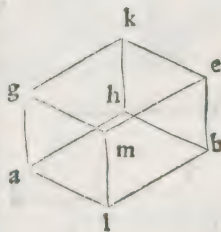
CAMPANVS. Fabricatis duobus corporibus ut proponitur / videlicet quæ sint æquidistantiū terminorum & æque alta & super bases æquas perpēdiculariter / non autem super bases suas erecta sed ambo super eas inclinata / si autē a quatuor angulis supremarū superficierū ipsorū ad bases suas perpēdiciales ducantur quæ ex sexta erunt singulæ æquidistantes & etiam ex hypothesi singulæ singulis æquales (ipsæ enim solidorū propositorū altitudinē diffiniunt) & si inter eas solida æquidistantiū laterū perficiantur: constabit ex præmissa hæc duo solida vltimo constituta esse adinvicem æqualia. Cūq; duorum priorum & duorum posteriorū sint eadē bases / videlicet eorū superficies suprema: constat ex 29 vel 30 & hac cōmuni sciētia / quæcūq; æqualibus sunt æqualia sibi inuicem sunt æqualia / verum esse quod propositum est. **Ex his potes conuersas huius & præmissæ eisdē mediātibz indirectæ demonstrare si libet: eodem modo & ad idem inconueniens sicut in conuersis duarum istas antecedenrium deducendo. pones enim duo solida parallelogramma esse æqualia & super æquales bases: & conuincas ea esse æque alta. vel pones ea esse æque alta & æqualia: & conuincas ea esse super bases æquales.**

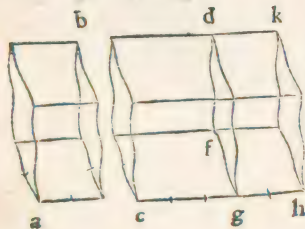
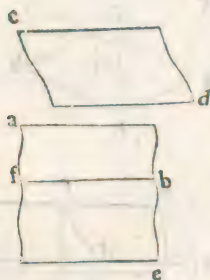
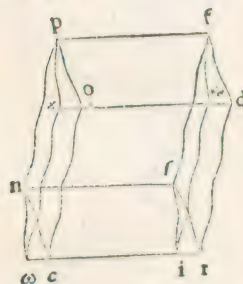
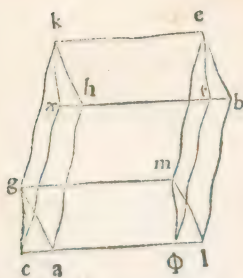
Eucl. ex Zamb.

Theorema 26 Propositio 31.

Super æqualibus basibus solida parallelepipeda existentia / & sub eadem altitudine: inuicem sunt æqualia.

THEON ex Zamberto. Sint super æqualibus basibus $a b$, $c d$: solida parallelepipeda $a e$ & $c f$, sub eodē fastigio. Dico q; solidū $a e$ æquū est ipsoc f solidū. **Sint** primi stātes ipsæ $h k$, $b e$, $a g$, $l m$, $o p$, $d f$, $c x$, & $r f$: ad angulos rectos ipsis $a b$, $c d$, basibus. Extendaturq; in rectā lineā $c r$: ipsi $r t$. Continuanturq; per 23 primi ad ipsam $r t$ rectā lineam / ad signūq; in ea r : ipsi $a l$ b angulo æqualis angulus qui sub $t r y$. ponaturq; per tertiā primi / ipsi quidē $a l$ æqualis $r t$: ipsi autē $l b$ æqualis $r y$. & per y per 31 primi ipsi $t r$ parallelus excutetur $x y$. compleaturq; basis $r x$: & solidum $r \phi$, cuius stantes $r y$ & $x \phi$, $t \psi$. Et quoniam binæ $t r$, $r y$, binis $a l$, $l b$, sunt æquales / & æquos angulos cōprehendunt: æquum igitur est & simile $r x$ parallelogrammū ipsi $a b$ parallelogrammo. Tam idq; propterea & $l e$: ipsi $f y$ est æquale & simile. & insuper $e h$: ipsi $y \phi$. Tria igit parallelogramma ipsius $a e$ solidi: tribus parallelogramis ipsius $r \phi$ solidi æqua sunt & similia. Sed tria: tribus ips q; ex opposito æqua sunt & similia. Totū igitur solidū $a e$ parallelepipedū: totū $r \phi$ solido parallelepipedo æquū est. Extendatur per 2 postulatū ipsæ $d r$ & $x y$ inuicē: quæ veniāt in cōgressum in ω . & per t per 31 primi ipsi $r \omega$ parallelus excutetur $t \tau$: extendanturq; $t r$ & ωd quæ veniāt in cōgressum in A . compleaturq; ipsa $\omega \psi$ & $r i$ solida. Aequū tam est $\psi \omega$ solidum cuius basis quidem est $r \psi$ parallelogrammū: ipsi $r \phi$ solido cuius quidem basis est $r \psi$ parallelogrammū. In eadem siquidem sunt basis ψ , sub eodēq; fastigio: & stantes $r \omega$, $f q$, $t \tau$, $\psi \epsilon$, $r y$, $f \phi$, $t x$, & $\psi \phi$, super eisdem sunt rectis lineis ωx & ϕq . Sed solidū $r \phi$: ipsi $a e$ solido æquū est. & solidū igitur $\psi \omega$ ipsi $a e$ solido æquum est. Qm̄ autē ipsum ωt parallelogrammū ipsi $r x$ parallelogrammo per 35 primi æquū est: æquū est autē & $a b$ parallelogrammū ipsi $r x$ parallelogrammo: æquum igitur est & ωt ipsi $a b$. Aequū





autem est & c d ipsi a b. æquum igitur est & ω t ipsi c d. Est autem aliud ω
est igitur per septimam quinti sicut c d basis ad d t basin: sic ω t basis ad d t
basin. Et quoniam parallelepipedum c i, plano r f secatur parallelo existente
te eis q̄ ex opposito planis: est igitur sicut c d basis ad d t basin: sic c f solidū ad
r i solidum. Idq̄ propterea iam quoniam solidum parallelepipedum ω i, pla-
no r f secatur parallelo existente eis quæ ex opposito planis: est igitur sicut
ω t basis ad d t basin: sic ω ψ solidū ad r i solidū. Sed sicut c d basis ad d t ba-
sin: sic ω t ad d t. & sicut igitur per 11 quinti f c solidum ad r i solidū: sic ω ψ so-
lidum ad r i. Vtrumq̄ igitur ipsorum c f, ω ψ, solidorum: ad r i solidū eadem ha-
bet rationē. Aequū igitur est c f solidum: ipsi ω ψ solido. Sed ostensum est q̄
ψ ipsi a e æquum est. & c f igitur ipsi a e æquum est. ¶ Non sint iam stantes a
g, h, k, b, e, l, m, c, n, o, p, d, f, r, s, ad angulos rectos: ipsi a b, c, d, basibus. Dico q̄
k, e, g, m, p, f, n, s, signis: ad suppositū planū: k x, e t, g, c, m φ, p, x, f ψ, n ω,
f i, perpendiculares: & cōnectantur x t, x c, c φ, φ t, x ψ, x ω, ω i, i ψ. Aequū
tam est per 31 vndecimi k φ solidū: ipsi p i solido. In æqualibus siquid sunt
basibus k m, p f, & sub eodē fastigio: quorū stātes ad angulos rectos sunt ipsi
basibus. Sed ipsum quidē k φ solidū: ipsi a e solido per 30 vndecimi est æquū
le: et p i ipsi c f, in eadē siquid sunt basi & sub eodē fastigio: quorū stātes non
sunt in eisdem rectis lineis. Et a e solidū igitur: ipsi c f solido æquum est. Sup-
æqualibus igitur basibus existentia solida parallelepipeda & sub eodem fasti-
gio: invicem sunt æqualia. Quod demonstrare oportebat.

Eucl. ex Camp.

Propositio 33.



¶ Minia solida æquidistantium superficierum / æque alta:

suis basibus sunt proportionalia.

¶ CAMPANVS. ¶ Sint duo solida æquidistantium superficierum
æque alta: constituta super duas bases a b & c d. Dico q̄ proportio
illorum duorum solidorū vnius ad alterū: est sicut proportio suarū basium quæ
sunt a b & c d, vnius ad alteram. Constat quidē ex 24: vtrūq̄ harum durā ba-
sium esse æquidistantium laterum. duo igitur latera opposita & æquidistantia
in superficie a b protrahantur: & inter ea fiat superficies æquidistantiū laterum
quæ sit f e, æqualis c d. Dehinc supra superficiē f e, cōpleatur solidū parallelo-
grammæ æque altū ei quod constitutū est super basin a b: sitq̄ amborū cōm-
nis terminus illa superficies quæ exurgit super lineam b f. hæc autem solida & se-
sue bases: eisdem nūcupentur nominibus. Quia igitur basis f e est æqualis basi
c d: erit ex 31 vel 32 solidum f e æquale solido c d. At quia totale solidū a e
est superficies exurgens super lineam b f æquidistanti duobus lateribus oppo-
sitis: erit ex 25 pportio solidi f e ad solidū a b, sicut basis f e ad basin a b. Cūq̄
sint c d & f e tam bases q̄ solida æqualia / bases quidē ex hypothesi / solida autē
ex 31 vel 32: sequit̄ ex 7 quinti bis assumpta semel pro basibus & semel pro soli-
dis: q̄ solidorum a b & c d basiumq̄ a b & c d sit proportio vna. Quod demon-
strare volumus. ¶ Huius quoq̄ conuersam ipsa eadem mediāte demonstrare
quemadmodum conuersas præcedentium: non est difficile. Pones enī duo so-
lida parallelogrāma esse suis basibus proportionalia: & conuincas ea esse æque
alta. Abscisioq̄ ab eo quod altius mentietur aduersarius vno solido parallelogrā-
mo æque alto demissiori: erunt abscisum & demissus suis basibus proportiona-
lia ex hypothesi & ex hac 33. Cumq̄ etiam essent totale altius a quo partiale ab-
scidisti: & ipsum demissus eisdem basibus proportionalia ex hypothesi: sequi-
tur ex prima parte 9 quinti totale quod aduersarius dicit altius & partiale quod
ab eo abscidisti / esse æqualia.

Eucl. ex Zamb.

Theorema 27.

Propositio 32.

¶ Sub eadem altitudine existentia solida parallelepipeda: adinvicem sunt sicut bases.

¶ THEON ex Zamberto. ¶ Sint sub eadem altitudine solida parallelepipeda
a b, c d. Dico q̄ ipsa a b, c d, solida parallelepipeda adinvicem sunt sicut bases.
hoc est q̄ sicut a e basis ad c f basin: sic est a b solidum ad c d solidum. Preter-
darur enim per 45 primi ad ipsam f g, ipsi a e æquum f h: & a basi quidē i h

altitudine autem ipsius $c d$, solidū parallelepipedū compleatur $g k$. Acquū iam est p 31 vndecimi a b solidū: ipsi $g k$ solidū. i equalibus ei sūt basilibus $a e, g h$: & sub eadem altitudine. Et quoniā solidū parallelepipedū $c k$, a plano $d g$ secatur parallelo existenti eisq̄ ex oppositio planis: est igitur per 25 vndecimi sicut $h f$ basis ad $f c$ basin: sic est $h d$ solidū ad ipm $c d$ solidū. Aequalis iā ē ipa qdē $f h$ basis ipsi $a e$ basi. & $g k$ solidū ipsi $a b$ solidū. est igit & sicut $a e$ basis ad $c f$ basin: sic $a b$ solidū ad $c d$ solidū. Sub eadē igitur altitudine existentia solidū parallelepipedū: & reliqua vt supra. quoderat ostendendum.

Eucl. ex Camp.

Propositio 34.

SI duo solida æquidistantiū superficiū lineis altitudinum super bases orthogonaliter erectis fuerint æqualia: eorum bases eorundem altitudinibus mutuas esse. Si vero fuerint duæ bases suis altitudinibus mutuas: ipsa solida sibi invicem æqualia esse necesse est.

CAMP. Quæcūq̄ sint duo solida æquidistantiū superficiū equalia: eorū bases & altitudines necesse est esse mutuas: & econverso, quæadmodū de superficiebus æquidistantiū laterum æquiangularis 13 sexti proposuit. Attamē hac 34 istud demonstrandum proponitur de illis solidis parallelogramis: in quibus lineæ altitudinum suis basibus parallelogramis orthogonaliter insistūt ea vero quæ sequitur: proponit idem de cæteris. Sint ergo nūc duo solida parallelogramina $a b$ & $c d$ æqualia: quorum bases sint $a e$ & $c f$, lineæq̄ altitudinū ipsorum sint super has bases orthogonaliter erectæ. & sit altitudo solidi $a b$, linea $e b$: & solidi $c d$, linea $f d$. Si igitur fuerint duæ lineæ $e b$ & $f d$ determinantes ipsorum solidorum altitudines: æquales adinuicem: cum ipsa quoq̄ solidū sint ex hypothesi æqualia: erunt ex conuersa 31 bases eorū quæ sunt $a e$ & $c f$, æquales. ideoq̄ bases & altitudines erunt mutuas, sicq̄ constabit propositi prima pars. Econverso constabit secūda. Vt si altitudines & bases sint mutue: ponatur altitudines æquales. erūt quoq̄ bases æquales: ideoq̄ p 31 & solida æqualia. & sic constat secūda pars. At vero si lineæ $e b$ & $f d$ nō fuerint æquales: sit $f d$ maior. ex ea refectur $f g$ ad æqualitatem $e b$. tribusq̄ cæteris lineis q̄ sunt altitudinis solidi $c d$ ad eadē mēsurā in pūctis b, k, l , refectis: pficiatur solidū parallelogramū $c g$ eque altū solidū $a b$. eritq̄ ex pmissa $a b$ ad $c g$: sicut $a e$ ad $c f$. Cū itaq̄ $c d$ sit equalē $a b$: erit ex prima pte 7 quiti $c d$ ad $c g$ sicut $a e$ ad $c f$. Per pmissā autē ē proportio $c d$ ad $c g$, sicut $m f$ ad $f l$. qd̄ patet: si vna ex lateralibus superficiebus solidi $c d$ (& ipsa sit $f m$) intelligatur basis ipsius. At p primā sexti $f m$ ad $f l$: sicut $d f$ ad $f g$, ideoq̄ p 7 quiti sicut $d f$ ad $b e$. Igitur $a e$ ad $c f$ sicut $d f$ ad $b e$. Constat itaq̄ prima pars. Secūda pte cū sit conuersa primæ: conuerso mō probabis. sit enī eadē dispositiōe manere proportio $a e$ ad $c f$: sicut $d f$ ad $e b$. Dico tūc solida $a b$ & $c d$ esse æqualia. Erit enī ex 7 quiti $d f$ ad $f g$: sicut $a e$ ad $c f$. Sed tūc solida $a b$ & $c d$ esse æqualia. Erit enī ex 7 quiti $d f$ ad $f g$: sicut $a e$ ad $c f$. Igitur $a b$ ad $c g$: sicut $d f$ ad $f g$. ex prima autē pmissā ē $a b$ ad $c g$: sicut $a e$ ad $c f$. Igitur $a b$ ad $c g$: sicut $d f$ ad $f g$. ex prima autē sexti ē $d f$ ad $f g$, sicut $m f$ ad $f l$: & ex pmissa $c d$ ad $c g$ sicut $m f$ ad $f l$. itaq̄ $c d$ ad $c g$: sicut $a b$ ad $c g$. Igitur ex 9 quiti $a b$ & $c d$ sūt æqualia. qd̄ ē ppositū.

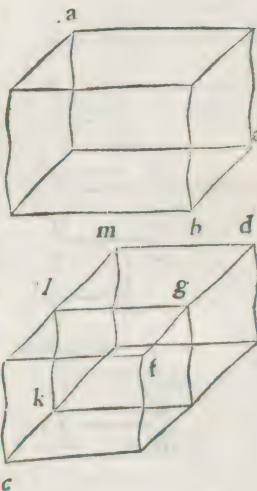
Eucl. ex Camp.

35.

SI duo solida æquidistantiū terminorū fuerint æqualia: eorum bases eorundē altitudinibus erunt mutuas. Si vero bases suæ altitudinibus suis mutuas fuerint: quælibet duo corpora æquidistantiū superficiū probatur esse æqualia.

CAMP. Quæ pmissa proposuit de solidis parallelogramis quorū lineæ altitudinū super bases suas orthogonaliter exurgūt: hac 35 pponit indistincte de omnibus. Demonstrare autē cōuenit hac ex pmissa: quæadmodū demonstrauimus 32 & 33 Fabricatis enī duobus solidis æquidistantiū laterū quibuscūq̄ si lineæ altitudinū suis basibus orthogonaliter insistūt: constat verū esse qd̄ dicitur ex pmissa. Sinautē: a quatuor angularibus pūctis supremarū superficieū in verorū solidū. quaternæ lineæ demittantur perpendiculariter ad bases: vel a pūctis angularibus infimarū superficieū quaternæ erigantur, iter q̄s duo solida parallelogramina pficiant.

C. i.



tur eque alta solidis prioribus: eruntq; ex 19 & 30 hæc duo solida duobus prioribus solidis æqualia. Cum igitur horum & eorum sint eadem bases & eadem altitudines / sit autem ex præmissa de posterioribus verum quod hæc 35 ponitur: verum erit idem etiam de prioribus.

Eucl. ex Camp.

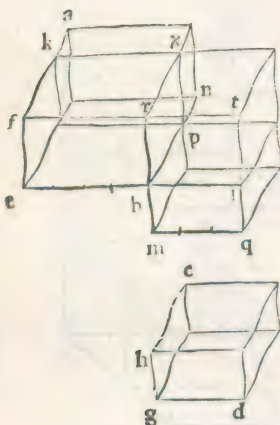
Propositio 36.



I duo solida æquidistantium superficierum fuerint similia: 36
proportio erit vtriusq; ad alterū tanq; cuiuslibet duplicata.

CAMPANVS. ¶ Sint eni duo solida a b & c d parallelograma & similia. Di-
co q; proportio vnus eorū ad alterū est sicut vnus lateris eius ad vnū latu-
terius quod sibi refert / proportio duplicata: quæadmodū duarū superficierū si-
miliū pportio est sicut suorū relatiuorū laterū proportio duplicata / vt in 18 se-
xti demonstratū est. Nā si solida a b & c d fuerit equalia: cū ipsa ponant similia
erūt ex diffinitionibus similiū corporū & similiū superficierū cūda latera vnus
equalia suis relatiuis lateribus alterius. Ideoq; cū duarū quantitātū equalitas pro-
portio triplicata aut quotieslibet supra nō efficiat nisi equalitatis proportionē
cōstat in hoc casu verū esse qd pponit. ¶ Si autē inequalia: sit a b maior. cuius
lōgitudō sit b e, latitudo e f, altitudo f a: basis er, & suprema supficies a n. Soli-
dū vero c d: sit lōgitudō d g, latitudo g h, altitudo h c. Cōstat itaq; ex diffinitio-
nibus similiū corporū & similiū superficierū & præfenti hypothēsi: q; proportio
a f ad c h, & f e ad h g, & e b ad g d, sit proportio vna. Sumat igit ex lineā
a f quā manifestū est esse maiore c h, lineā f k: equalis h c. ceteraq; tres determi-
nātes altitudinē solidi a b, relectent ad æqualitātē eius: & inter eas cōpleat soli-
dū parallelogramū k b eque altū solidō c d. Et protrahant duæ lineæ basis e b
vtrq; ad l, & r b vtrq; ad m, sitq; b l equalis g d, & b m equalis h g: & efficiat su-
perficies æquidistantiū laterū m l, q; erit equalis & similis h d. Sup eā igit erigat
solidū parallelogramū p q secundū altitudinē præcisam ex altitudine solidi a b:
eritq; p q equalē & simile solidō c d. Rursusq; inter lineas r b & b l perficiat sup-
ficies æquidistantiū laterū b t: super quā quoq; erigatur solidū parallelogramū x l
eque altū vtriusq; duorū solidorū k b & p q, replēdo alterutrū duorū angulorū
tū iter e a. Cū autē duo solida a b, p q, sint similia eo q; abo posita sint similia
solido c d, corpora vero vni & eidē corpori similia inter se sunt similia. vt p
ter ex diffinitione similiū corporū & 20 sexti: manifestū est ex 25 ter assumpta q;
inter duo solida a b & p q secundū continuā proportionalitātē cadunt duo solida
da k b & x l. Oportune ergo cōstituta vel constructa figura hypothēsi: q; me-
moræ firmæ cōmendatis: ex prima sexti facile concludes propositū. Excute ro-
porē & diligēter attende. Sciēs q; ex 25 huius proportionē solidi a b ad solidū k
b esse sicut superficier ar ad superficiē k r: ideoq; ex prima sexti sicut lineæ a f ad
lineā k f, & proportionē solidi k b ad solidū x l sicut superficier ei r ad superficiē
x t: ideoq; sicut lineæ f r ad lineā r t, & proportionē solidi x l ad solidū p q sicut
cut superficier r l ad superficiē l m: ideoq; sicut r b ad lineam b m. Ex hypothēsi
vero liquet q; proportio lineæ f r ad lineā r t, & lineæ r b ad lineā b m: est sicut
lineæ a f ad lineam k f. Itaq; ex diffinitione proportionis triplicatæ posita in
procemio quinti: cōstat q; proportio solidi a b ad solidum p q, ideoq; etiam ad
solidum c d: est sicut lineæ a f ad lineam k f triplicata. Et quia lineā k f posita est
æqualis lineæ c h: pater verum esse quod dicitur.

CAMPANVS. ¶ Scire autē oportet q; quicquid per hanc 36 & per septē
eā cōtinue præcedētes demonstratū est de solidis parallelogramis: idē quoq; ve-
rū est de seratilibus quorū bases cōmuniter sunt trigonæ aut cōmuniter tetrago-
næ. Hoc autē: ex 28 & hac 36 & septē eā cōtinue præcedētib; cōstabit ingenio
inspectori. ¶ Si enī fuerit seratilia q;libet eque alta sup eādē basin vel sup bases
egles / cōiter tñ trigonas aut cūiter tetragonas: cū ipsa sint dimidia solidorū pa-
rallelogramorū suarum altitudinū ex 22: ipsa erūt equalia ex 29 & tribus eā se-
quentibus. ex his enī constat: solida parallelograma ipsīs seratilibus dupla esse
equalia. ¶ Si r quoq; si fuerit duo seratilia sup bases cōiter trigonas aut cōiter
tetragonas eque alta: ipsa erunt suis basibus pportionalia quæadmodū de solido-
dis parallelogramis ex 33 habetur, ipsa enim sunt ex 28 dimidia solidorum pa-



rallelogrammorum suæ altitudinis: solidorum autem parallelogrammorum suæ altitudinis suarūq; basiū est vna proportio ex 33. Cum itaq; sit solidorū parallelogrammorum proportio sicut seratiliū (quia sicut simplicium ad simplicium: sic duplicium ad duplicium ex 15 quinti) atq; basium solidorum parallelogrammorum est proportio sicut basium seratiliū (Aut enim eadem erunt bases seratiliū & solidorum parallelogrammorum: & hoc quidem erit cum bases seratiliū fuerint tetragonæ. tūc enim ex seratilibus super easdem bases erunt solida parallelogramma complēda. Aut bases seratiliū erunt subduplæ ad bases solidorum parallelogrammorum: & hoc quidem erit cum bases seratiliū fuerit cōmuni-ter trigonæ: tūc enim erunt ex seratilibus solida parallelogramma complēda adiūctis ad bases seratiliū superficiebus trigonis: vt fiant bases seratiliū cū trigonis adiūctis superficiebus: superficies equidistantium laterum) sequetur vt sit proportio seratiliū sicut suarū basium. ¶ Eodēq; modo si seratilia fuerint æqualia: fuerintq; cōmuniter super bases trigonas vel cōmuniter super bases tetragonas: bases eorum altitudinibus ipsorum mutue erunt. Qz si bases eorū suis altitudinibus fuerint mutue: ipsa seratilia erunt æqualia quemadmodum de solidis parallelogrammis 34 & 35 proponunt. Hoc autem facile patet ex 119 quæ dicta sunt in 35. ¶ Si vero seratilia fuerint adinuicem similia: erit proportio vnus ad alterū: sicut proportio lateris vnus ad suum reliquū latus alterius proportio triplicata: quēadmodū de solidis parallelogrammis 36 pponit. Quod ex eadem 36 facile tibi patebit: si ex illis seratilibus similibus solidis parallelogrammis completis solida ipsa probaueris esse similia. Quod ex diffinitione similium corporum & similium superficieum: & ex hoc q; seratilia ponuntur adinuicem similia: ex 34. primi leue est negocia.

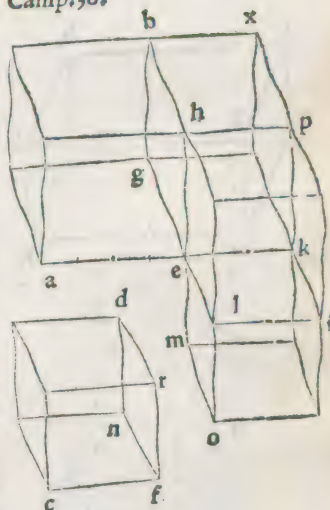
Eucl. ex Zamb. Theorema 28. Propositio 33.

¶ Similia solida parallelepēda: adinuicem in triplici ratione sunt eiusdem rationis laterum.

¶ THEON ex Zāberto. ¶ Sint similia solida parallelepēda a b, c d: similis autē rationis esto a e ipsi c f. Dico q; solidū ab ad c d solidū triplicē habet rationē: quā a e ad c f. Extendatur enī in rectas lineas ipsa a e, g e, h e, ipsæ e k, e l, e m: ponaturq; per 2 primi ipsi quidē c f æqualis e k, ipsi autem f n æqualis e l, & insuper ipsi f r ipsa e m. & cōpleatur k l parallelogrammum: & k o solidum. Et quoniam duæ e k, e l, duabus c f, f n, sunt æquales: sed & angulus qui sub k e ipsi qui sub c f n est æqualis: & qui sub a e g e qui sub c f n est æqualis propter similitudinē ipsorum a b, c d, solidorū: æquum igitur est & simile per 14 sexti ipsum k l parallelogrammum ipsi c n parallelogrammo. & iam id propterea & k m parallelogrammum æquū est & simile ipsi c r parallelogrammo: & insuper e o ipsi f d. Tria igitur parallelogramma ipsius k o solidi: tribus parallelogrammis ipsius c d solidi similia & æqualia sunt. sed ipsa quidem tria: tribus 119 quæ ex opposito: sunt æqualia & similia. totum igitur k o solidū: toti c d solidū simile est & æquale per diffinitionē vndecimi. Compleatur g k parallelogrammum. & a basibus quidem k g, k l, parallelogrammis: altitudine autem ipsius a b: solida cōpleatur e x, l p. Et quoniam propter ipsorum a b, c d, solidorum similitudinē est sicut a e ad c f: sic e g ad f n, & e h ad f r, æqualis autem est c f ipsi e k, & f n ipsi e l, & f r ipsi e m: est igitur per cōuersionē diffinitionis secūdg sicut a e ad e k, sic est g e ad e l, & h e ad e m. Sed sicut quidem a e ad e k: sic est a g paral-lelogrammum ad g k parallelogrammum. sicut autem g e ad e l: sic g k ad k l. sicut vero per 1 sexti h e ad e m: sic p e ad k m. et sicut igitur per 11 quinti a g parallelogrammū ad g k parallelogrammum: sic g k ad k l, & p e ad k m. Sed sicut quidem a g ad g k: sic est a b solidū ad e x solidum. sicut autem g k ad k l: sic x e solidum ad p l solidum. sicutq; p e ad k m: sicut p l solidum ad k o solidum. Et sicut igitur a b solidū ad e x solidum: sic e x ad p l, & p l ad k o. Si vero quatuor magnitudines cōtinue fuerit proportionales: prima ad quartā per 10 diffinitionē quinti triplicē rationē habet quā ad secundā. Igitur a b solidum ad k o solidū triplicē rationem habet: quā a b ad e x. Sed sicut a b ad e x: sic est a g parallelogrammum ad g k, & a e recta linea ad e k. quare & a b solidū ad k o solidum triplicem rationē habet: quā a e ad e k. Aequū autē est ipsum quidē k o solidum ipsi c d solidū: & e k recta linea ipsi c f, & a b igitur solidum ad c d soli-

C. ij.

Camp. 36.



GEO. ELE. EV.

dum triplicē rationem habet: q̃ similis rationis latus hoc est a, ad similis ratio-
 nis latus hoc est ad cf. Similia igitur folida parallelepipeda: in triplici sunt
 ratione similis rationis laterum. Quod ostendere oportebat.

E O B R E L A P L V M. C E x hoc inq̃ manifestū est, q̃ si quatuor recte

monialis huncce ad c. Similia item. Omnia parallela p. ratione similis rationis laterum. Quod offendere oportebat.

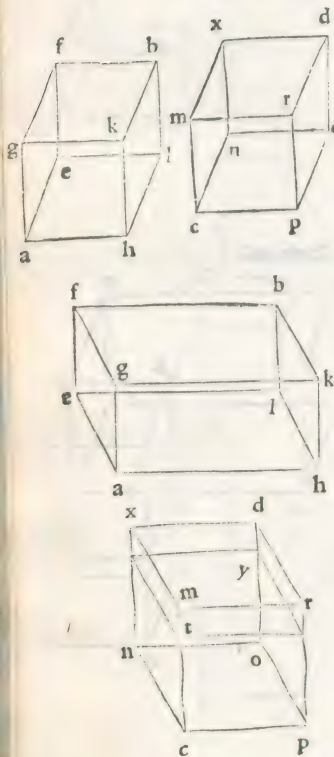
¶ CORRELARIUM. ¶ Ex hoc inquā manifestū est, q. si quatuor recte lineæ proportionales fuerint: erit sicut prima ad quartā, sic quod ex prima solitū parallelepipedum ad id quod ex secunda similitert; descriptum, quandoquidem prima ad quartam triplicem rationem habet; ad secundam. Proportio 34.

Eucl. ex Zamb.

Theorema 29 Propositio 34.
Cent. bases 34

Eucl. ex Zamb. Theorema 29 Propositio 37
¶ Aequalium solidorum parallelepipedorum: reciproce sunt bases
 altitudinibus. Et solida parallelepipeda quorum bases altitudini-
 bus sunt reciproca: sunt æqualia.

Camp. 35.



b^{us} sunt reciproca: sunt æqualia.

¶ THEON ex Zamb. ¶ Sint æqualia solida parallelepipedā: sunt bases altitudinis ipsorum a, b, c, d, solidorum parallelepipedorum reciproce: sunt bases altitudinis ipsorum: estq; sicut e h basis ad n p basin, sic est ipsius c d solidi altitudo ad ip^s basin: sic est c m ad a g. Si quidem igitur æqualis est e h basis ipsi n p basi: sic est autem a b solidum æquum ipsi c d solido: & c m ipsi a g est æqualis. Si enim ipsi e h, n p, basibus æqualibus existentibus: æquales non fuerint ipsæ a, b, c, m, altitudines: neq; igitur solidum a b æquum erit ipsi c d. supponitur autem æquale. Igitur altitudo c m: altitudini a g inæqualis non est. Equales igitur. Eruntq; sicut basis e h ad basin n p: sic c m ad a g. & manifestum: q; ip^s forum a b, c, d, solidorum parallelepipedorum reciproce: sunt bases ipsi altitudinibus. ¶ Non fit iam æqualis e h basis ipsi n p basi: sed esto maior e h. Est autem solidum a b tripli c d solido æquum. maior igitur est & c m ipsa a g. Si autē non: neq; igitur rursus ipsa a b, c, d, solida sunt æqualia. supponitur autē æqualia. Ponatur igitur p 2 primi ipsi a g, æqualis c t: cōpleaturq; ex basi quidē n p, altitudine autē c t, solidum parallelepipedum c y. Et quoniam solidum a b æquum est ipsi c d solido, aliud autem est ipsum y c, ad idem autem equalia eandē rationē habent per 7 quinti: est igitur sicut a b solidū ad c y solidū: sic est c d solidum ad c y solidū. Sed sicut quidem solidum a b ad solidum c y: sic e h basis ad n p basin per 32 vndecimi. sub æquali enim sunt altitudines: ip^s a b, c y, solida. Sicut autem solidum c d ad solidum c y: sic est m p basis ad p t basin, & m c ad c t. & sicut igitur p 11 quinti e h basi ad n p basin: sic m c ad c t. Aequalis autē est c t: ipsi a g, & sicut igitur p 9 quinti e h basis ad n p basin: sic m c ad a g. Ipsorū igitur a b, c, d, solidorū parallelepipedorū reciproce sunt bases altitudinibus.

fic m c ad a g. Iporū igitur a b, c d, solidorū parallelepipedorū recipi-
bafes altitudinibus.

¶ Rurfus ipforum a b, c d, solidorum parallelepipedorum: reciproce funt
bafes altitudinibus. fitq; ficut e h bafis ad n p bafin: fic ipfius a b: æquum eft
altitudo ad ipfius a b folidi altitudinem. Dico q; folidum a b: æquum eft ip-
ipfi c d folido. ¶ Sint enī rurfus ftantes: ad angulos rectos ipfis bafibus. Tef-
quidē æqualis eft e h bafis ipfi n p bafi/ eſtq; ficut e h bafis ad n p bafin fic ip-
fius c d folidi altitudo ad ipfius a b folidi altitudinem: æqua igitur eft ipſius c
d folidi altitudo altitudini ipſius a b folidi. Super æqualibus autem bafibus ex-
iſtentiā ſolida parallelepipeda & ſub eadem altitudine: inuicē ſunt equalia per
31 vndecimi. Igitur ſolidum a b: æquū eft ipſi c d folido. ¶ Non ſit iam e h bafis
ipſi n p bafi æqualis: ſed eſto maior e h. maior igitur eſt ipſius c d folidi
altitudo: ipſius a b folidi altitudinem/ hoc eſt c m ipſa a g. Ponat per 2 primi ipſi
a g rurfus æqualis c t: & compleatur c y ſolidum. Quoniā eſt ficut e h bafis ad
n p bafin fic m c ad a g, æqualis autē eſt a g ipſi c t: eſt igitur ficut e h bafis
ad n p bafin fic c m ad c t. reciproca enim ſupponūtur. Sed ſicut quidem e h bafis
ſunt altitudines: ipſa a b, c y, ſolida. Sicut autem c m ad c t: fic per 1 ſexti m p
bafis ad p t bafin & per 31 vndecimi c d ſolidum ad c y ſolidum. & ſicut igitur
per 11 & 9 quinti a b ſolidum ad c y ſolidū: fic c d ſolidū ad c y ſolidū. Vnde
igitur ipſorum a b, c d: ad ipſum c y eandem rationem habet. Æquum igitur
eſt per cōuerſionē 7 quinti a b ſolidū: ipſi c d folido. Quod oportuit oſtendere.

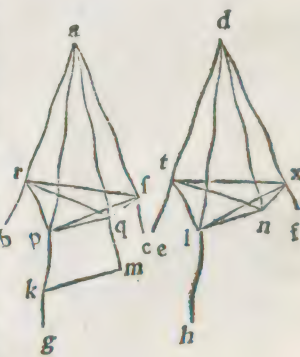
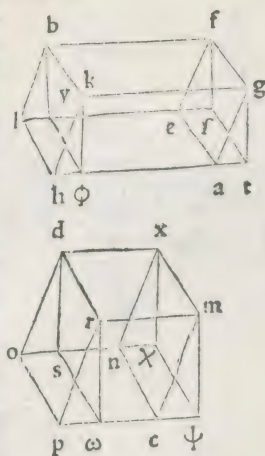
Nō sint autē stātes f e, b l, k h, g a, x n, d o, m e, r p: ad angulos rectos basi-
bus eorū. excitēturq; per 10 vndecimi ab ipsis f, g, b, k, x, m, d, r, signis/in ipso
rū e h, n p, planis/ppēdicularēs: cōcurrātq; planis ad signa f, t, y, φ, x, ψ, ω,
s. cōpleanturq; ipsa f φ, x ω, solida. Dico q; & sic aequalibus extētib; ipsis a
b, c d, solidis: reciprocae sunt bases altitudinibus: estq; sicut e h basis ad n
p basin: sic est ipsius c d solidi altitudo ad ipsius a b solidi altitudinē. Quoniam
enī ab solidū æquū est ipsi c d solidū: sed a b quidē ipsi b t p 31 vndecimi est eq̃
le (super eadē enī sunt basi f k, & sub eadē altitudine: quorū stātes nō sunt su-
per eisdē rectis lineis eorū) at c d solidū p 31 vndecimi ipsi d ψ solido est equa-
le (super eadē nāq; sunt basi x r, & sub eadē altitudine: quorū stātes nō sunt su-
per eisdē rectis lineis) igit̃ solidū b t ipsi d ψ solido equū est. Aequaliū aut̃ solido
rū parallelepipedorū quorū altitudines ad angulos rectos ipsis eorum basibus
sunt: reciprocae sūt bases ipsis altitudinibus. Est igit̃ sicut f k basis ad x r basin:
sic ipsius d ψ solidi altitudo ad ipsius b t solidi altitudinē. Aequalis autē est f k
basis ipsi e h basi: & x r basis ipsi n p basi. est igit̃ sicut e h basis ad n p basin: sic
est ipsius d ψ solidi altitudo ad ipsius b t solidi altitudinē. Egdē vero altitudi-
nes sunt: ipforū d ψ & b t solidorū: & ipforū d c & b a. Est igit̃ sicut e h basis
ad n p basin: sic ipsius d c solidi altitudo ad ipsius a b solidi altitudinē. Ipforū
igit̃ a b, c d, solidorū parallelepipedorū: reciprocae sunt bases altitudinibus.
Rursus itā ipforū a b, c d, solidorū parallelepipedorū: reciprocae sunt bases al-
tudinibus. sitq; sicut e h basis ad n p basin: sic ipsius c d solidi altitudo ad ip-
sius a b solidi altitudinē. Dico q; solidū a b: equū est ipsi c d solidū. Eisdē nāq;
dispositis/qm̃ est sicut e h basis ad n p basin sic ipsius c d solidi altitudo ad ip-
sius a b solidi altitudinē: equalis autē est basis f k ipsi e h, & n p ipsi x r: est igit̃ si-
cut f k basis ad x r basin: sic ipsius c d solidi altitudo ad ipsius a b solidi altitudi-
nem. Eadē autē ipforū a b, c d, b t, & d ψ solidorū: sunt altitudines. Est igit̃ si-
cut f k basis ad x r basin: sic ipsius d ψ solidi altitudo ad ipsius b t solidi altitu-
dinē. Ipforū igit̃ b t, d ψ, solidorū parallelepipedorū: reciprocae sunt bases alti-
tudinibus. Solida vero parallelepipeda quorū altitudines ad āgulos rectos sint
basibus eorū: et reciprocae sunt bases altitudinibus: eq̃lia sūt p 31 vndecimi. Igit̃
solidū b t: equū est ipsi d ψ solido. Sed ipsum quidē b t: ipsi b a æquū est per
29 vndecimi. sup eadē nāq; sunt basi f k, & sub eadē altitudine: quorum stātes
sunt super eisdē rectis lineis. Solidū autē d ψ: ipsi d c solido æquū est. super ea-
dē nāq; sunt basi x r, & sub eadē altitudine: quorū stātes sunt super eisdē rectis
lineis. Igit̃ & a b solidū: ipsi d c solido equū est. Quod demonstrare oportebat.

Eucl. ex Camp.

Propositio 37.

Si fuerint duo āguli plani ēquales super quos duę hypo-
thenusę in aere statuatur cum lateribus angulorū sub-
iacentiū singulos singulis æquos āgulos cōtinētes/atq; in
illis hyporthenusis duo pūcta signēt̃ a quibus punctis duę per-
pēdiculares ad superficies angulorū propositorū demittāt̃ur/a pū-
ctis autē super quę perpēdiculares ceciderint ad eisdē duos āgu-
los planos duę rectę lineę ducāt̃ur: duo āguli qui ab illis duabus li-
neis atq; duabus hyporthenusis cōtinēt̃ur/eq̃ sibi iuicē esse pbāt̃.
CAMP. CSint duo āguli plani a & d ēquales cōtēti lineis a b & a c & d e &
d f, & super eos erigant̃ur duę lineę hyporthenusaliter a g & d h: sitq; angulus
g a c æqualis āgulo h d f, & āgulus g a b equalis āgulo h d e, atq; in duabus
hyporthenusis a g & d h, signent̃ quolibet duo pūcta k & l, a quibus secūdu p̃re-
cepta 11 huius demittant̃ur ad superficies angulorū a & d, duę perpēdiculares quę
sint k m & l n: & protrahant̃ duę lineę a m & d n. Dico igit̃ angulū g a m: esse
æqualē angulo h d n. Si linea a k est æqualis d l: bene quidē. Sin autē: ex linea
a g sumatur a p æqualis d l, & a puncto p demittatur perpēdicularis ad super-
ficiem anguli a, linea quę sit p q. Manifestum est igit̃ur: q; pūctū q est in linea
a m. quod ex 6 huius & diffinitione linearum æquidistantium quas necesse esse
in superficie vna: facile cōstat studiose intuet̃i. Dehinc a pūcto q ducāt̃ur per-
pēdiculares duę: vna ad lineā a b quę sit q r, & alia ad lineā a c q̃ sit q s. Silt̃

C. iij.



habent alterū alteri æqualis igitur est a c ipsi d f. Similiter ostendemus: q & a b ipsi d e est æqualis. Connectantur h b & m e. Et quoniam quod ex a h per 4-7 primi æquum est eis quæ ex a k, k h, ei autem quod ex a k per eandem æqua sunt quæ ex a b, k b: quæ igitur ex a b, b k, k h, sunt æqualia ei quod ex a h. Sed eis quæ ex b k, k h: æquum est id quod ex b h. rectus enī est qui sub h k b angulus: quoniam h k perpendicularis est ad subiectum planum. igitur quod ex a h: æquum est eis quæ ex a b, b h. rectus igitur est qui sub a b h angulus. & id propterea qui sub d e m angulus: rectus est. Est autem & qui sub b a h angulus: ei q sube d m æq̃lis. supponit nāq̃. estq̃ ipsa a h ipsi d m æqualis. æqualis igitur est p 26 primi & a b ipsi d e. Quoniam igitur æqualis est a c ipsi d f, & a b ipsi d e: binæ igitur c a, a b, duabus f d, d e, sunt æquales. sed & angulus qui sub c a b: ei qui sub f d e est æqualis. Basis igitur b c p 4 primi basi e f est æqualis: & triāgū triāgulo: & reliqui anguli reliquis angulis. Aequalis est igitur qui sub a c b angulus: ei qui sub d f e. Rectus autem & qui sub a c k: recto qui sub d f n est æqualis. & reliquus igitur qui sub b c k: reliquo qui sub e f n est æqualis. Et id propterea qui sub c b k: ei qui sub f e n est æqualis. Bina igitur triāgula sunt per 8 primi b c k, e f n: binos angulos duobus angulis equos habētia alterum alteri: & vnum latus vni lateri æquum quod ad æquos angulos hoc est b c ipsi e f, & reliqua igitur latera: reliquis lateribus lateribus æqualia habebūt. Aequalis igitur est c k ipsi f n. est autē & a c ipsi d f æqualis. Binæ igitur a c, k c, duabus d f, f n, sunt æquales. & æquos comprehendunt angulos. basis igitur a k: per 4 primi basi d n est æq̃lis. Et qm æqualis est a h ipsi d m: æquū est quod ex a h ei quod ex d m. Sed ei quod ex a h: per 4-7 primi equalia sunt quæ ex a k, k h. rectus enim est qui sub a k h. Ei autem quod ex d m: æqua sunt quæ ex d n, n m. rectus enim est qui sub d n m. Igitur quæ ex a k, k h: sunt eis æqualia quæ ex d n, n m. quorum quod ex a k: æquū est ei quod ex d n. Reliquū igitur quod ex k h: æquum est ei quod ex n m. Aequalis igitur est h k ipsi m n. Et quoniam binæ h a, a k, duabus m d, d n, sunt æquales altera alteri: & basis h k basi m n est æqualis: angulus igitur qui sub h a k per 8 primi angulo qui sub m d n est æqualis. Si fuerint igitur binī anguli plani æquales. & quæ sequuntur reliqua. Quod ostendere oportebat.

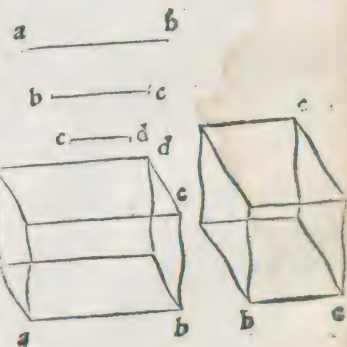
CORRELLARIUM. Ex hoc nempe manifestū. q̃ si fuerint binī anguli plani rectilinei æquales: steterintq̃ super ipsis sublimēs rectæ lineæ æquales æquos angulos comprehendentes vna cum ijs quæ in principio rectis lineis alterū alteri: quæ ex ipsis perpendiculares ductæ ad plana in quibus sunt qui principio anguli inuicem sunt æquales.

Propositio 38.

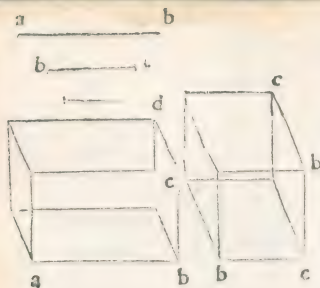
Eucl. ex Camp.

Solidū tribus lineis proportionalibus contentū æquum erit solido quod a mediæ lineæ æquis lateribus cōtinetur: si anguli sui amborū sibi inuicem æquales fuerint.

CAMPANVS. De solidis parallelogramis intelligatur. de his enī qualitas eūq̃ sint dū tamen æquiangula: verū est: p cōtentū a tribus lineis proportionalibus æquale est ei quod a mediæ earū cōtinet: quæ admodū de superficiebus rectangulis probatū est in 16 sexti: & de non rectangulis elicitur euidenter ex secunda parte 13 eiusdē. Sint igitur tres lineæ a b, b c, & c d: cōtinue proportionales. fiatq̃ ex eis vnus āgulus solidus ad libitū. & perficiat solidū æquidistantiū laterū: cuius lineæ a b sit lōgitudō/b c vero altitudo/sed c d latitudo. & ipsum solidum dicatur a d. Sūpra quoq̃ alia lineæ qualibet æquali b c quæ etiā vocetur b c: super ipsius extremitatē quæ est b, cōstituat angulus solidus æqualis angulo solido a, secū dū quod docet 26. lineæq̃ ceteræ solidū angulū b cōtinētes resercent ad æqualitatē lineæ b c: & perficiat solidū æquidistantiū superficieū cutus lōgitudō/latitudo: & altitudo sit lineæ b c. & ipsum appellet b c. Dico itaq̃: duo solida a d & b c esse æqualia. Manifestū est enim: q̃ cūctæ superficies vnus sūt æquiangulæ suis relatiuis superficiebus alterius. Qd ex 34 primi patere potest. nā cū solidus āgulus b ponat ēq̃lis solido āgulo a: necesse est vt vnus āgulus vniūscuiusq̃ superficiei solidi a d sit æqualis vni āgulo suæ relatiue superficiei i solido b c: itaq̃ p 34 primi eorū oppositi: erūt æquales. At quia vniūscuiusq̃ superficiei



Cuij.



quadrilateræ omnes anguli sunt æquales quatuor rectis ex 32 primi: necesse est duos reliquos vnius esse æquales duobus reliquis suæ relatiuæ. Cumq; ipsi duo reliqui in qualibet sint etiã adinuicẽ æquales: cõuincit necessario vt vnaqueq; ex superficiebus solidi a d sit equiangula suæ relatiuæ in solido b c. quare ex se cõda parte 13 sexti bases duorũ solidorũ propositorũ erũt æquales. sunt eni equi angulæ & laterum mutuoꝝ. Si itaq; lineæ altitudinũ superbases ipsorũ orthogonaliter insunt: constat ex 31 ipsa esse equalia. cũ enim hæ lineæ sint æquales & ipsæ determinant altitudinẽ solidorũ: erunt solida æque alta. At si lineæ altitudinum ipsorũ nõ insunt suis basibus orthogonaliter: ab ipsarũ summitatibus ad bases perpendicularibus demissis: erũt ex præmissa hæ perpendicularibus adinuicẽ æquales. ipsæ eni erunt: sicut erant & in præmissa demonstrationis figura duæ lineæ p q & l n, quas demonstrauimus oportere esse æquales. Quia igitur omnium solidorum altitudo ex perpendicularibus a summitatibus ipsorũ ad suas bases descendentibus diffinitur: erũt ex 32 duo solida a d & c b æqualia.

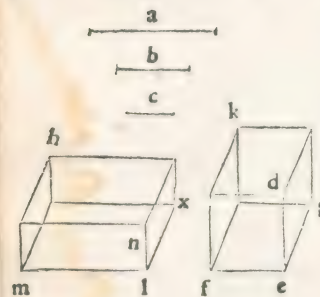
¶ Cõuersam quoq; huius possumus si delectat cõuersio modo probare. Vt si parallelogramũ corpus a d sit æquale & equiangulũ corpori parallelogramo b c, & corpus b c contineatur a media triũ linearũ continentiũ corpus a d: erunt tres lineæ cõtinentes corpus a b cõtinue proportionales. Cum enim duo solida parallelogrãma a d & c b sint æqualia & æque alta: ex hypothesi ipsa erunt super bases æquales per conuersas 31 & 32. Et quia ipsæ bases eorum sunt equalitæ: sequitur ex prima parte 13 sexti q; ipsæ sunt mutuoꝝ laterum. Itaq; proportio a b ad b c: sicut b c ad c d. Quare constat propositum.

Eucl. mb.

Theorema 31.

Propositio 36.

¶ Si tres rectæ lineæ proportionales fuerint: ex ipsis tribus rectis lineis solidum parallelepipedum æquum est ei quod ex media sit solido parallelepipedo æquilatelo quidem / æquiungulo autem prædicto.



¶ THEON ex Zamberto. ¶ Sint tres rectæ lineæ proportionales a, b, c, sicut a ad b, sic b ad c. Dico q; quod ex a, b, c, solidum æquũ est ei quod ex b solido æquilatelo quidẽ / æquiungulo autẽ prædicto. Exponatur per 23 vndecimi solidus angulus qui ad e: cõprehensus sub tribus angulis planis hoc est d e g, g e f, d e f. ponaturq; per 2 primi ipsi quidẽ b æqualis vnaqueq; ipsarũ d e, g e, e f, completaturq; ipsum e k solidum. Ipsi autem a equalis esto per eandẽ l m: cõstituanturq; per 26 vndecimi ad ipsam l m rectã lineam ad signũq; in ea l, ipsi qui ad e solido angulo equus cõprehensus sub n l, x, l m, n l m: ponaturq; per 2 primi ipsi quidem b equalis l x, ipsi autẽ c equalis l n. Et quoniam est sicut a ad b sic est b ad c, æqualis autẽ est a ipsi l m, & b vnicuiq; ipsarũ l x, e f, e g, e d, & c ipsi l n: est igitur sicut l m ad e f, sic est d e ad l n. & circũ æquos angulos qui sub n l m, d e f latera sunt reciproca. Igitur parallelogramum m n æquum est ipsi f d parallelogramo per 14 sexti. Et quoniã binĩ anguli plani rectilinei æquales sunt qui sub d e f, n l m, & super ipsis sublimis rectis lineis sit constituta l x, e g, inuicẽ æquales per præcedentẽ æquos angulos cõprehendẽtes cum ijs quæ in principio rectis lineis alterum alteri: ipsæ igitur quæ ex g, x, signis perpendiculares ductæ ad ea quæ per n l m, d e f, plana / per correlatiũ præcedentis inuicem sunt æquales. Quare l h, e k, solida: sub eadem sunt altitudine. Super æqualibus autẽ basibus & sub eisdẽ altitudinibus cõstituta solida parallelepipeda: inuicem sunt equalia per 31 vndecimi. Igitur solidum h l solido e k est æquale. At l h solidũ est ex ipsis a, b, c: & e k solidũ est ex b. Igitur quod ex a, b, c, solidum parallelepipedum: æquum est ei quod ex b solido æquilatelo quidem / sed equiungulo prædicto. Quod erat ostendendum.

Eucl. ex Camp.

Propositio 39.

¶ Si fuerint quotlibet lineæ proportionales: solida quoq; sub æquidistantiũ atq; similium vnius cuiusq; creationis superficierum erunt proportionalia. Si vero solida æquidistantiũ atq; similium vnius cuiusq; creationis superficierum fuerint

runt proportionalia: lineæ quoq; a quibus ipsa solida continentur/erunt proportionales.

CAMPANVS. Simile proponit vigesima prima sexti de superficiebus. Sint itaq; quatuor lineæ a, b, & c, d, proportionales: & sup has fabricetur quatuor solida parallelogrāma eisdem nominibus dicta: quæ sint expresse similia. duobus enim ad libitū fabricatis super duas lineas a & c: cætera secundū præcepta 27 constituenda erunt. Dico hæc 4 solida esse proportionalia. Et ecouerso. Subiungantur enim duabus lineis a & b, in cōtinua proportione duæ quæ sunt e & f, quemadmodum docet 10 sexti: & duabus lineis c & d, aliæ duæ quæ sunt g & h. Cōstat igitur ex 36 et ex diffinitione proportionis triplicate quæ posita est in principio quinti: & ex hac hypothēsi q; solida a & b sibi inuicē & solida c & d sibi adinuicē sunt expresse similia: q; proportio solidi a ad solidū b est sicut proportio lineæ a ad lineam f, solidi quoq; c ad solidū d sicut lineæ c ad lineā h. Et quia per 22 quinti proportio lineæ a ad lineā f est sicut lineæ c ad lineam h: erit ex 11 quinti solidū a ad solidū b, sicut solidū c ad solidū d. Constat igitur prima pars. **Secūda sic.** Sint duo solida a & b sibi adinuicē/duoq; alia quæ sint c & d, sibi adinuicē expresse similia: sintq; cuncta parallelogrāma. & ponantur proportionalia. Dico q; lineæ a, b, & c, d, super quas sunt cōstituta: sunt proportionales. Sit enim ex 10 sexti sicut lineæ a ad lineā b: ita lineæ c ad lineam k. Et fiat secūdū 27 huius sup lineā k solidū expresse simile solido d: qd etiā dicat k. Erigat ex diffinitionibus similiū corporū & similiū superficieū/ & 20 sexti: corpus k expresse simile corpori c. ideoq; per primā partē huius 39 iā probatā erit proportio solidi a ad solidū b: sicut solidi c ad solidū k. Et quia eadem erat solidi c ad solidū d: erit ex secūda parte nonē quinti solidū k æquale solidi d. Cumq; esset sibi expresse simile: sequitur lineam k esse æquale lineæ d. Aequalitas enī nō producitur ex aliqua proportionē triplicata vel quotieslibet sumpta: nisi ex equali. Igitur ex secūda parte 7 quinti constat etiā huiusmodi pars secunda. **Deciperis autē:** si arbitraris oportere vnūquodq; quatuor solidorū a, b, c, d, esse simile cuilibet aliorum. Necesse est enim duo solida a & b sibi adinuicem/ itemq; duo c & d sibi adinuicem esse similia: solida autē c & d solidis a & b esse similia contingens est/ necessarium autem non. Idem ex hac 39 de ferratilibus facile poteris concludere.

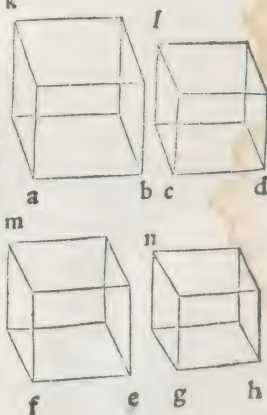
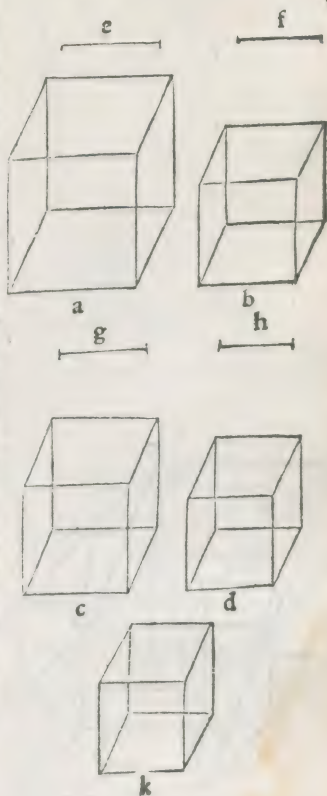
Eucl. ex Zamb. Theorema 32 Propositio 37.

Si quatuor rectæ lineæ proportionales fuerint: & quæ ex ipsis solida parallelepipeda similia similiterq; descripta proportionalia erunt. Et si quæ ex ipsis solida parallelepipeda similia similiterq; descripta proportionalia fuerint: & ipsæ quoq; rectæ lineæ proportionales erunt.

THEON ex Zāb. Sint quatuor rectæ lineæ proportionales a, b, c, d, e, f, g, h: sicut a b ad c d, sic e f ad g h. & describatur ab ipsis a, b, c, d, e, f, g, h: similia si militerq; iacentia solida parallelepipeda k, a, l, c, m, e, n, g. Dico q; est sicut k a ad l: sic est m e ad n g. Quoniam enim solidū k a parallelepipedū ipsi l c simile est: igitur per 33 vndecimi k a ad l c triplicē rationem habet quā a b ad c d. & id propterea m e ad n g triplam habet rationē quā e f ad g h. Et sicut igitur per 11 quinti a k ad l c: sic m e ad n g. **Sed iam esto** sicut a b recta lineæ ad ipsā c d: sic est e f ad g h. Quoniam enim rursus k a ad l c triplam rationē habet quā a b ad c d, habet autem & m e ad n g triplam rationem quā e f ad g h, estq; sicut k a ad l c sic m e ad n g: & sicut igitur a b ad c d, sic e f ad g h. Si quatuor igitur rectæ lineæ proportionales fuerint: & quæ sequuntur reliqua. Quod erat ostendendum.

Eucl. ex Zamb. Theorema 33 Propositio 38. Si planum ad planum rectum fuerit/ a signo autem in altero planorum existente in alterum planum perpendicularis fuerit: in communi ipsorum planorum sectione cadit ipsa perpendicularis.

C. v.



super ipsam inclinatum. Vnde ampliatur in hac 4^o figuratio cubi: ad omnes figuras parallelogrammas solidas.

Eucl. ex Zamb. Theorema 34. Propositio 39.

39 **¶** Si solidi parallelepipedum eorum quæ ex opposito planorum latera bifariam secta fuerint/ extensaque fuerint per sectiones planarum: communis ipsorum planorum sectio/ & solidi parallelepipedum dimetiens bifariam se adinuicem dissecant

¶ CALITER. **¶** Si cubi eorum quæ ex opposito planorum latera: & reliqua quæ sequuntur ut supra.

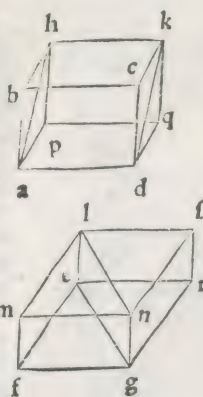
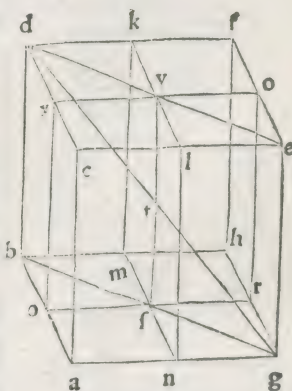
¶ THEON ex Zamberto. **¶** Solidi inquam parallelepipedum a f, eorum quæ ex opposito planorum c f, a h, latera bifariam dissecant per k, l, m, n, & x, p, o, r, signa: & per sectiones protendantur plana k n, x r. communis autem planorum ipsorum sectio esto x f: ipsius autem a f solidi parallelepipedum diagonus esto d g. Dico iam quod ipsi y f, d g, sese inuicem dissecant: hoc est quod y t ipsi t f est æqualis/ & d t ipsi t g. Connectantur enim d y, y e, b f, f g. Et quoniam d x parallelus est ipsi o e: anguli alternati positi per 29 primi qui sub d x o, x o e, inuicem sunt æquales. Et quoniam æqualis est d x ipsi o e, & x c ipsi e o, & æquos angulos comprehendunt: basis igitur d y per 4 primi ipsi y e est æqualis/ & triangulum d x y ipsi o e y triangulo est æquale/ & reliqui anguli reliquis angulis. Igitur angulus qui sub x y d: æquus est ei qui sub o y e angulo. ac per hoc recta linea est ipsa d y e. & per eandem & b f g recta linea est: est æqualis b f ipsi f g. Et quoniam c a ipsi d b est æqualis & est parallela/ sed c a ipsi e g est æqualis & parallela: & d b igitur ipsi e g est æqualis & parallela per primam communem sententiam. & ipsas connectunt rectæ lineæ d e, b g, parallelus igitur est per 33 primi/ d e ipsi b g, & suscipiuntur in utroque contingentia signa hoc est d, y, g, f: connectanturque d g, y f. In uno igitur sunt plano per 17 vndecimi: ipsæ d g, y f. Et quoniam parallela est d e ipsi b g: æqualis igitur est per 29 primi qui sub e d t angulus ei qui sub b g t angulo. vicissim enim. & qui sub d t y ei qui sub g t f. Bina itaque triangula sunt hoc est d t y & g t f: duos angulos duobus angulis æquos habentia/ & vnum latus vni lateri æquum & extensum sub vno æqualium angularum hoc est d y ipsi g f dimidiæ namque ipsarum d e, b g, & reliqua igitur latera reliquis lateribus æqualia habebunt. Æqualis igitur est d t ipsi t g: & y t ipsi t f. Si solidi igitur parallelepipedum eorum quæ ex opposito planorum latera bifariam secta fuerint/ extensaque fuerint per sectiones planarum: communis ipsorum planorum sectio & solidi parallelepipedum demetiens bifariam se adinuicem dissecant. Quod erat ostendendum.

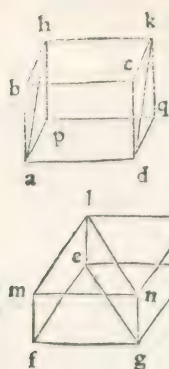
Eucl. ex Camp.

Propositio 41.

¶ Si duo corpora seratilia quorum alterum basin triangulam alterum vero basin habeat æquidistantium laterum alterum ipsi basi triangulæ duplam/ æque alta fuerint: illa duo corpora necesse est esse æqualia.

¶ CAMPANVS. **¶** Sit superficies a b c d æquidistantium laterum dupla trilatere superficie e f g: & super has duas superficies fiant duo corpora seratilia æque alta. Sitque seratile quod est supra basin quadrangulam a b c d: a b d c k, cuius basis est superficies æquidistantium laterum proposita a b c d, alia eius superficies æquidistantium laterum est a h d k, tertia vero est b h c k: duæ autem est eius triangulares superficies sunt altera quidem triangulus a b h, reliqua vero triangulus d c k. Seratile autem quod est super basin triangulam e f g: sit e f g l m n, cuius altera duarum trilaterarum superficierum est basis prædicta/ reliqua vero triangulus l m n: tertium autem superficierum eius æquidistantium laterum prima quidem est e f l m, secunda vero e g l n, tertia vero f g m n. Dico itaque hæc duo seratilia proposita: esse adinuicem æqualia. Perficiantur enim duo solida parallelogramma: adiungendo utrique duorum propositorum seratiliū aliud seratile sibi æquale. Pri-

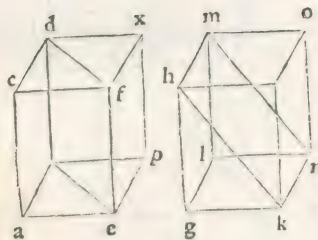




mo quidē seratili super eandem basin sit adiunctū seratile a p h d q k, cuius
duae trilaterae superficies sint a p h, d q k: tres autē quadrilaterae / prima qui-
dem a h d k quae est terminus cōmunis sibi & ei cui adiungitur / secunda ve-
ro a d p q, tertia quoq; p q h k. Secundo autem seratili adiungatur alio-
ud seratile sibi aequale hoc modo. Adiungatur primo triāgulo e f g alius
triangulus aequalis qui e g r, ita q; tota superficies e f g r sit aequidistantium
laterū: & super hunc triangulum fiat seratile e g l r l n f, quod cum illo cui
adiungitur perficiat corpus parallelogrammum huius seratilis adiuncti. duae
trilaterae superficies sunt e g r, l n f: tres autem parallelogrammāe sunt / prima
quidem c l r f, secunda e l g n quae est cōmunis terminus sibi & ei cui ad-
iungitur / tertia vero g r l n f. Manifestum igitur ex diffinitione solidorū equa-
lum atq; similitū / q; duo seratilia parallelogrammū componentia solidū a k,
sibi inuicem: itemq; componentia solidum parallelogrammum e n, sibi admi-
cem sunt aequalia. At vero ex 31 vel ex 32 huius: duo solidā a k & e n sunt si-
bi inuicem aequalia. Quia ergo horum solidorum medietates sunt seratilia
proposita: per cōmunem scientiam constat ea esse aequalia. quaecūq; enim
fuerint aequalia: eorū medietates necesse est esse aequales. Liqueat itaq; quod
propositum est.

Eucl. Zamb. Theorema 35. Propositio 40.

¶ Si fuerint bina prismata sub æquis altitudinibus: & alterum
quidem basin parallelogrammum habuerit / alterum autē trian-
gulum / duplum autem fuerit parallelogrammum ipsius trian-
guli: ipsa prismata aequalia erunt.



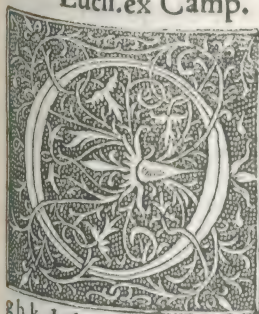
¶ THEON ex Zāberto. ¶ Sint bina prismata a b c d e f, g h k l m n: & ale-
terum quidem habeat basin a f parallelogrammum / alterum vero g h k trian-
gulum. duplum vero sit a f parallelogrammum: ipsius g h k trianguli. Dico
q; prismata a b c d e f: æquum est ipsi g h k l m n, prismati. Compleantur
inquam ipsa a x, n h, solida. Et quoniam a f parallelogrammum ipsius g h
k trianguli duplum est: estq; h k parallelogrammū per 41 primi duplum ip-
sius g h k trianguli: æquum igitur est a f parallelogrammum ipsi h k paral-
logramo. Super æqualibus autem basibus existentia solida parallelepipeda
& sub eadem altitudine: inuicem sunt aequalia per 31 vndecimi. Igitur solida
a x: æquum est ipsi g o solido. & ipsius quidem a x solidi / dimidiū est
ipsum a b c d e f prisma: ipsius autem g o solidi / dimidiū est ipsum g h k
l m n prisma. Igitur prismata a b c d e f: ipsi g h k l m n prismati est æquum.
Si fuerint igitur bina prismata sub æquali altitudine: & alterum quidem ha-
buerit basin parallelogrammum / alterum autem triangulum / duplum autē
fuerit parallelogrammum ipsius trianguli: aequalia sunt ipsa prismata. Quod
erat ostendendum.

EVCLIDIS MEGARENSIS
Geometricorum elementorum
Vndecimi libri
Finis.

EUCLIDIS MEGARENSIS CLARISSIMI
philosophi Mathematicorumq; facile principis: primum
ex Campano, deinde ex Theone Græco commentatore,
interprete Bartholamæo Zamberto Veneto, Geometrica
Elementa. Liber duodecimus.

Eucl. ex Camp.

Propositio prima.



Mnium duarum superficierum similium
multiangularum inter duos circulos de-
scriptarum est proportio alterius ad alte-
ram: tanq; proportio quadratorum quæ
ex diametris circulorum eas circūscriben-
tium proueniunt.

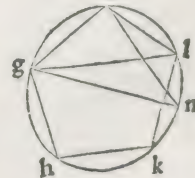
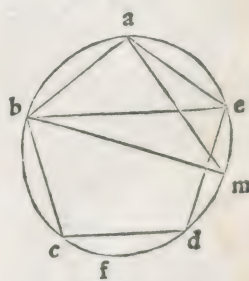
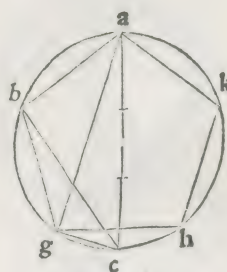
CAMPANVS. ¶ Sint duo circuli a b c, d e f:
quibus inscribatur duæ q̄libet figuræ polygoniæ
quæ ponatur adinuicē similes. sintq; nūc/penta-
gonæ inscriptæ vt docet 11 quarti: & ipsæ sint a b

g h k, d e l m n. diametri quoq; circulorū: sint a c & d f. Dico itaq; q̄ proportio
pentagoni a b g h k ad pentagonū d e l m n: est sicut quadratū diametri a c
ad quadratū diametri d f. Protrahant enī in vtroq; circulo duæ lineæ ab extre-
mitate diametri ad extremitatē vnus lateris pentagoni diametro nō cōtermi-
nalis: seu inuicē cācellātes infra ipsum pentagonū. in hoc quidē a g & c b: in illo
autē d l & f e. Eritq; ex 6 sexti triangulus a b g: æquiangulus triāgulo d e l. Nā
cū pentagoni ponatur adinuicē similes: erūt ex diffinitione similiū superficierū
angulus a b g æqualis angulo d e l: & latera ipsos continētia proportionalia/
videlicet proportio a b ad d e sicut b g ad e l. Cū sint autē ex 20 tertij duo angu-
li a c g & a g b sibi inuicē æquales: itēq; duo alij d f e & d l e sibi inuicē æquales:
erūt duo qui sunt c & f adinuicē æquales ex hac cōmuni sciētia. quæ æqualibus
sunt æqualia: sibi quoq; æqua esse necesse est. Et quia ex prima parte 30 tertij
vterq; duorum angulorū a b c, d e f, est rectus: sequitur ex 32 primi duos trian-
gulos a b c, d e f, esse equiangulos. Quare per 4 sexti proportio diametri a c ad
diametrū d f: est sicut lateris a b ad latus d e. Cū itaq; ex secūda parte 18 sexti
proportio duorum pentagonorū est sicut proportio lateris a b ad latus d e pro-
portio duplicata: & per eandem proportio quadrati diametri a c ad quadratū
diametri d f sit sicut diametri a c ad diametrum d f duplicata: per hanc cōmu-
nem scientiam quorum dimidia sunt æqualia ipsa quoq; adinuicem esse æqua-
lia: manifestum est quod propositum est.

Eucl. ex Zamb. Theorema primum. Propositio prima:

Væ in circulis multangulæ figuræ: adinuicem se habēt
sicut quæ ex dimetientibus quadrata.

THEON ex Zamberto. ¶ Sint circuli a b c d e, f g h k l: & in eis
sint similes figuræ multangulæ a b c d e & f g h k l. dimetientes au-
tem circulorū: sint b m, g n. Dico q̄ est sicut quadratū quod ex b m ad id quod
ex g n quadratū: sic est multangulum a b c d e ad multangulum f g h k l. Con-
nectantur enim b e, a m: g l, f n. Et quoniam multangulum a b c d e ipsi f g h
k l multangulo simile est: æquus est & qui sub b a e angulus ei qui sub g f l,
estq; sicut b a ad a e sic g f ad f l. Bina iam triāgula sunt b a e & g f l: vnū an-
gulum vni angulo æquum habentia: qui sub b a e ei qui sub g f l, circa autē
æquos angulos latera proportionalia. equiangulum igitur est per primam dis-
tinctionem sexti a b e triāgulum: ipsi f l g triāgulo. æqualis igitur est angu-
lus qui sub a e b: ei qui sub f l g. Sed qui per 21 tertij sub a e b ei qui sub a m b
est æqualis (in eandem namq; circūferētiā ierunt) qui autē sub f l g ei qui
sub f n g: & qui sub a m b igitur ei qui sub f n g est æqualis. Est autē & rectus
qui sub b a m: ei qui sub g f n recto per 4 postulatū æqualis. reliquus igitur: re-
liquus est æqualis per 3 cōmunem sententiā. Aequiangulum igitur est triāgulū



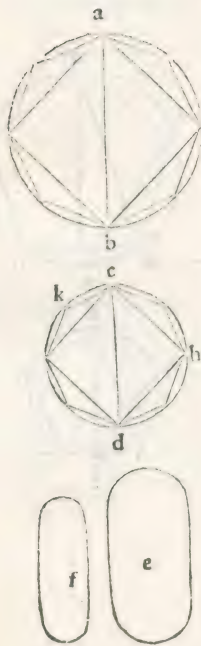
a m b ipsi f g n triangulo. Proportionale igitur est sicut b m ad g n sic ba ad g f. Sed ipsius quidem b m ad g n ratio: dupla est ea quæ ipsius b m quadrati ad id quod ex g n quadratum. Ipsius autem b a ad g f: dupla est ipsius a b c d e multanguli ratio ad ipsum f g h k l multangulum. & sicut igitur per 11 quinti quod ex b m quadratum ad id quod ex g n quadratum: sic est multangulum a b c d e ad multangulum f g h k l. In circulis igitur similia multangula: sese adinuicem habent sicut quæ ex dimetientibus quadrata. Quod erat ostendendum.

Eucl. ex Camp.

Propositio 2.



Minimum duorum circulorum est proportio alterius ad alterum: tanquam proportio quadrati suæ diametri ad quadratum diametri alterius.

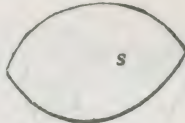
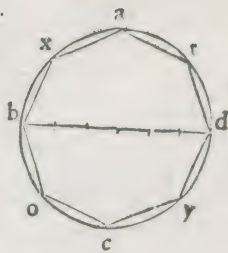


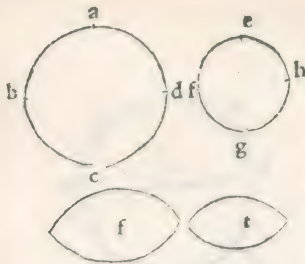
CAMPANVS. **S**it duo circuli a b & c d: quorum diametri quoque dicatur a b & c d. Dico itaque qd proportio circuli a b ad circulum c d: est sicut quadrati diametri a b ad quadratum diametri c d. Manifestum enim est ex hac cōmuni scientia: scilicet, quāta est quælibet magnitudo ad aliquam secundam: tantam necesse est esse quamlibet tertiam ad aliquam quartam: qd proportio quadrati diametri a b ad quadratum diametri c d, est sicut circuli a b ad superficiem aliquam quæ sit e, cuiuscunque figuræ aut formæ ponatur. Hanc autem impossibile est maiorem esse aut minorem circulo c d. Si enim est possibile ipsam esse minorem circulo c d: sit itaque minor in superficie f. Itaque circulus c d: sit æqualis duabus superficiebus e & f pariter acceptis. Constat igitur ex 11 decimi: qd toties possit ex circulo c d suisq; residuis subtrahi maius dimidio/ quousq; reliquatur quantitas aliqua minor f. Inscribebatur ergo sibi vt docet 6 quarti quadratum c d g h: de quo constat qd ipsum sit maius medietate circuli, quadratum enim quod est duplum ad ipsum: est circulum circumscribens / vt patet ex penultima primi & 7 quarti. Si igitur portiones circuli existentes super latera quadrati pariter acceptæ fuerint minus superficie f: sufficit. Si in autē: quatuor arcus diuidentur super dicta latera per æqualia diuidantur/ & puncta ipsos arcus diuidentia cum extremitatibus laterum continuentur per lineas rectas. Verbi gratia/ arcus c g diuidatur per æqualia in puncto k: & protrahatur lineæ k c, k g, sicq; de ceteris. Eritq; quilibet triangulorū descriptorum super latera quadrati/ maius medietate portionis in qua existit: eo qd omnis triangelus isosceles est medietas parallelogrammi suæ basis per 4. 1 primi/ quodquidem parallelogrammum maius erit superficie ipso arcu chordaq; contenta. Sint itaq; portiones existentes super latera octogoni/ inscripti pariter acceptæ: minus superficie f. Si enim nondum hoc esset: non cessarem diuidere arcus (quorum latera vltimæ descriptæ figuræ sunt chordæ) per æqualia/ & inscribere figuram æquilateram duplo plurimum laterum primæ, semper subtrahēdo ab ipsis circuli portionibus/ maius dimidio/ quousq; per 11 decimi portiones super latera alicuius talis figuræ circulo inferre possent pariter acceptæ/ erunt minus superficie f. Sint ergo nunc quæ descriptæ sunt. eritq; ex conceptione octogoni c d: maius superficie e. In circulo igitur a b, eadem via inscribatur simile octogonū quod dicatur a b: sitq; ex premissa proportio octogoni a b ad octogonū c d sicut, quadrati diametri a b ad quadratum diametri c d, ideoq; per 11 quinti sicut proportio circuli a b ad superficiem e, itaq; permutatim polygoni a b ad circulum a b sicut polygonum a b superficiem e. Cūq; sit polygonum c d maius superficie e: erit polygonum a b maius circulo a b. hoc autem impossibile. Non est ergo superficies e minor circulo c d. Sed nec maior. Esto enim: si possibile sit. Cum igitur sit proportio quadrati diametri a b ad quadratum diametri c d, sicut circuli a b ad superficiem e: erit e conuerso quadrati diametri c d ad quadratum diametri a b, sicut superficies e ad circulum a b. Et cōstat ex cōi scientia in principio huius demonstratiōis posita: qd eadē est circuli c d ad aliquā superficiē/ quæ sit f. eritq; ex 14. quinti superficies f: minor circulo a b. Itaq; proportio quadrati diametri c d ad quadratū diametri a b: erit sicut circuli c d ad superficiē f minorē circulo a b. Sed ex hoc demonstrauimus paulo ante seg impossibile: videlicet polygonū inscriptū circulo/ maius esse circulo. Sicut ergo superficies e nō potest esse minor circulo c d: ita nec maior, erit ergo necessario equalis. Quare per 2 partē 7 quinti liquet qd ppositū est.

Eucl. ex Zamb. Theorema 2. Propositio 2.

¶ Circuli sese adinuicem habent: sicut quæ ex dimetientibus quadrata.

THEON ex Zamberto. ¶ Sint circuli a b c d, e f g h: dimetientes autem eorum sint d b, f h. Dico qd est sicut quod ex b d quadratum ad id quod ex f h quadratum: sic est a b c d circulus ad e f g h circulum. Si enim non est sicut quod ex b d quadratum ad id quod ex f h quadratum: sic a b c d circulus ad e f g h circulum: erit sicut quod ex b d ad id quod ex f h, sic a b c d circulus vel ad minorem ipso e f g h circulo aream/vel ad maiorem. Sit prius ad minorem. Describaturq; per 6 quarti in circulo e f g h: quadratum e f g h. Iam descriptum quadratum: maius est qd dimidium ipsius e f g h circuli. quoniam si per signa e, f, g, h, tangentes circulum rectas lineas ducamus, circum circulum descripti quadrati dimidium est e f g h quadratum. ipso autem circumscripto quadrato minor est circulus, quare e f g h inscriptum quadratum: maius est qd dimidium ipsius e f g h circuli. Secentur bifariam ipsæ e f, f g, g h, h e, circumferentie per signa k, l, m, n: cōnectanturq; e k, k f, f l, l g, g m, m h, h n, n e. Et vnū quodq; igitur ipsorum e k f, f l g, g m h, h n e, triangulorum: maius est qd dimidium eius quod circum ipsum est circuli segmenti. quoniam si per k, l, m, n, signa circulum tangentes ducamus/ & compleamus quæ in e f, f g, g h, h e, rectis lineis parallelogramma: vnum quodq; ipsorum e k f, f l g, g m h, h n e, triangulorum: dimidium est eius quod circum ipsum parallelogrammi. sed circum ipsum segmentum: minus est parallelogrammo. quare vnum quodq; ipsorum e k, f, f l g, g m h, h n e, triangulorum: maius est dimidio eius quod circum ipsum segmenti circuli. Dispelcentes iam per 30 tertij reliquas circumferentias bifariam/ connectentesq; rectas lineas/ & hoc semper efficientes: per i decimi relinquentur quædam circuli segmenta quæ minora erunt excessu quo excedit circulus e f g h, aream s. Ostensum etenim est ex primo decimi voluminis theoremate / qd binis magnitudinibus inæqualibus expofitis/ si a maiori aufertur maius qd dimidiū/ & reliquæ maius qd dimidiū/ hocq; semper fiat: quædam relinquetur magnitudo quæ minore magnitudine expofita minor erit. Assumantur igitur, sintq; quæ in ipsis e k, k f, f l, l g, g m, m h, h n, n e, segmenta ipsius e f g h circuli: minora excessu quo excedit circulus e f g h ipsam s aream. Reliquum igitur e k f l g m h n multangulū: maius est ipsa area s. Inscribatur in circulo a b c d: ipsi e k f l g m h n multangulo simile multangulū a x b o c y d r. Est igitur per præcedētē sicut quod ex b d quadratū ad id quod ex f h quadratū: sic est multangulū a x b o c y d r ad e k f l g m h n multangulū. Sed sicut & quod ex b d quadratū ad id quod ex f h quadratū: sic circulus a b c d ad aream s. et sicut igitur per 11 quinti a b c d circulus ad s areā: sic multangulū a x b o c y d r ad ipsum e k f l g m h n multangulū. Vicissim igitur per 16 quinti sicut circulus a b c d ad id quod in ipso multangulū: sic s area ad multangulū e k f l g m h n. Maior autē est a b c d circulus: eo quod in se est multangulo. maior igitur est & area s: ipso e k f l g m h n multangulo. sed & minor. quod est impossibile. Nō est igitur sicut quod ex b d quadratū ad id quod ex f h quadratū: sic circulus a b c d ad aliquā areā ipso e f g h circulo minore. Similiter iā demonstrabimus/ qd neq; sicut quod ex f h ad id quod ex b d: sic circulus e f g h ad aliquā areā minore ipso a b c d circulo. ¶ Dico nēpe qd neq; sicut quod ex b d ad id quod ex f h: sic circulus a b c d ad aliquam aream maiorem ipso e f g h circulo. Si enim possibile: sit ad maiorem s. Cōuersim igitur est sicut quod ex f h quadratum ad id quod ex d b: sic est s area ad a b c d circulum. Sed sicut s area ad a b c d circulū: sic est circulus e f g h ad aliquam aream minorem ipso a b c d circulo. & sicut igitur per 11 quinti quod ex f h ad id quod ex b d: sic e f g h circulus ad aliquam aream minorem ipso a b c d circulo. quod impossibile esse demonstratū est. Non est igitur sicut quod ex b d quadratū ad id quod ex f h: sic circulus a b c d ad maiorem aliquam aream ipso e f g h circulo. Ostensum autem est: qd neq; ad minorem. Est igitur sicut quod ex b d quadratum ad id quod ex f h quadratū: sic circulus a b c d ad circulū e f g h. Circuli ergo adinuicem sese habent: sicut quæ ex dimetientibus quadrata. Quod erat ostendendū.





GEO.

ELE.

EV.

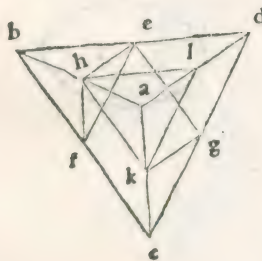
Dico iam q^d s area maiore subsistente ipso e f g circulo/est sicut area s ad a b c d circuli: sic e f g h circulus ad aliquā aream minorem ipso a b c d circulo. H^{ic} ar enim sicut s area ad a b c d circuli: sic e f g h circulus ad aream t. Dico q^d area t: minor est ipso a b c d circulo. Quoniam enim est sicut s area ad a b c d circulum sic est e f g h circulus ad aream t: vicissim per 16 quiri est sicut s area ad e f g h circulum / sic est a b c d circulus ad t aream. Maior autem est s area ipso e f g h circulo. maior igitur est & a b c d circulus: ipsa area t. quare est sicut s area ad a b c d circulum: sic est e f g h circulus ad minorem aliquam aream ipso a b c d circulo. quod oportuit demonstrasse.

Eucl. ex Camp.

Propositio 3.



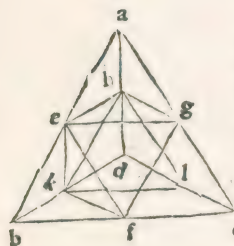
Omnis pyramis cuius basis triagula: scindi potest in duas aequas pyramides sibi inuicem totiq^{ue} pyramidi similes / vnaq^{ue} in duo seratilia quæ ambo pariter accepta dimidio totius pyramidis necesse est esse maiora.



CAMPANVS. **S**it pyramis a b c d super basin triangulam b c d: eiusq^{ue} vertex solidus angulus a, a quo demittantur tres hypothense a b, a c, a d, ad tres angulos basis, & diuidantur omnia latera basis per æqualia in tribus punctis e, f, g: tres quoq^{ue} hypothense per æqualia in tribus punctis h, k, l, & protrahantur in basi duæ lineæ e f & e g. Eritq^{ue} basis eius diuisa in tres superficiaes. quarum duæ sunt duo trianguli b e f, e g d, quos ex secunda parte secundæ sexti & diffinitione similitudinis supficerit cõstat esse similes sibi inuicem & toti basi & æquales adinuicem ex 8 primi: tertia est tetragona parallelogrãma & ipsa est e f g c, quã cõstat esse duplã ad triagulum e g d ex 4 o et 4 i primi. Demittant ergo rursus a puncto h duæ hypothense h e, h f, & a puncto k l hypothense k e, k f, & protrahantur lineæ h k, k l & l h. Diuisa est itaq^{ue} tota pyramis a b c d in duas pyramides quæ sint h b e f & a h k l: & duo seratilia quorum vnum est e f g h k c & est super basin quadrangulã e f g e, & aliud est e g d h k l & est super basin triangulam e g d. De duabus autem pyramidibus h b e f, a h k l, q^{ue} ipse sunt æquales adinuicem / sibiq^{ue} & toti pyramidi a b c d similes: constat ex diffinitione corporũ æqualium & similitudinis & ex 10 vnde cõmuni & ex secunda parte 2 sexti. De duobus autẽ seratilibus q^{ue} ipsa sunt egiã: cõstat ex vltima vnde cõmuni. Qz vero ambo seratilia pariter accepta sint maius medietate totius pyramidis: ex hoc manifestum est q^d vtrũq^{ue} illorum diuisibile est in duas pyramides quarum altera triangula æqualis vni duarum / in quas & seratilia totalis pyramidis diuiditur. altera vero quadrangula: quæ dupla est ad reliquã / quare pariter ambo seratilia pariter accepta tres quartas esse totalis pyramidis diuisit. Ac proportione si scire desideras: sextam huius duodecimi consule. Sed sufficit tibi scire (quantum ad propositum) illa duo seratilia pariter accepta duas paritales pyramides in quas & seratilia totalis diuiditur pariter acceptas: quantalibet quantitate excedere.

Eucl. ex Zamb. Theorema Propositio 3.

Omnis pyramis triangularẽ basin habens: diuiditur in binas pyramides æquas & similes inuicem triangulares bases habentes & similes / toti & in bina prismata æqualia & ipsa bina prismata maiora sunt q^{uam} dimidium totius pyramidis.

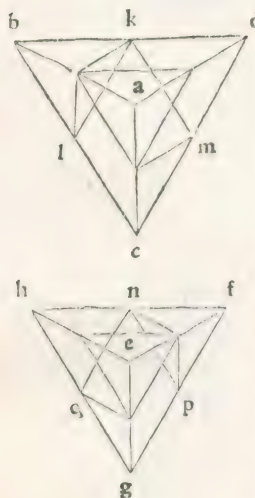


THEON ex Zamberto. **S**it pyramis cuius basis quidem sit triagulus a b c: fastigium vero sit signum d. Dico q^d pyramis a b c d diuiditur in binas pyramides æquas adinuicem triangulares bases habentes & toti similes, & in bina prismata æqualia / & bina prismata maiora sunt q^{uam} totius pyramidis dimidium. Secunda tur per 10 primi ab, b c, c a, a d, d b, d c, bifaria in signis e, f, g, h, k, l: conecaturq^{ue} h e, e g, g h, h k, k l, l h, e k, k f, f g. Et qm a e est æqualis ipsi e b, & a h ipse si h d: paralelus igitur est e h ipsi d b. Idq^{ue} propterea iam & h k: ipsi ab paralelus est. parallelogramum igitur est h e k b. æqualis igitur est ipsa h k: ipsi e b. Sed e b: ipsi a e est equalis: & a e igitur ipsi h k est equalis. Est autem & a h ipse si d h equalis. Duæ itã a e, a h: duabus h k, h d, sunt æquales altera alteri. & an

gulus qui sub e a h: per 28 primi ei qui sub k h, h d, est equalis. basis igitur e h
 per 4 primi basi k d est equalis. Igitur triangulum a e h: equum & simile est ip-
 si h k d triangulo. Et id propterea iam & triangulum a h g: ipsi h l d triangu-
 lo æquum & simile est. Et quoniam binæ rectæ lineæ tangentes se adinuicem
 e h, h g, ad binas rectas lineas sese inuicem tangentes k d, d l, sunt/non tamen
 in eodem plano existentes: æquos angulos comprehendunt. æqualis igitur
 est per 10 vndecimi angulus qui sub e h, h g: ei qui sub k d, d l, angulo. Et quo-
 niam binæ rectæ lineæ e h, h g, duabus k d, d l, sunt æquales altera alteri/ & an-
 gulus qui sub e h g per 10 vndecimi angulo qui sub k d, d l, est æqualis: basis
 igitur e g per 4 primi basi k l est equalis. Triangulum igitur e h g: æquum est
 ei triangulo quod sub k d l & simile. & id propterea triangulum a e g: ipsi h k l
 triangulo æquum & simile est. Pyramis igitur cuius basis a e g triangulum/ ta-
 stigium autem h signum: æqualis & similis est pyramidi cuius basis quidem
 est h k l triangulū/ & vertex d signum. Et quoniam trianguli a d b per 2 sexti
 ad vnum latus a b, excitata est h k: æquiangulum est a d b triangulum ipsi d
 k h triangulo. & latera habent proportionalia. Igitur triangulum a d b: simile
 est ipsi triangulo d h k. Idque propterea & triangulum quidem d b c simile est ip-
 si triangulo d k l: & a d c triangulum ipsi d h l triangulo. Et quoniam per 10
 vndecimi binæ rectæ lineæ sese inuicē tāgentes b a, a c, ad binas rectas lineas
 sese inuicem tangentes k h, h l, sunt/non tamen in eodem plano: æquos com-
 prehendunt angulos. Angulus igitur qui sub b a c: æquus est ipsi angulo qui
 sub k h l. Estque sicut b a ad a c: sic k h ad h l. Triangulum igitur a b c: ipsi h k l
 triangulo simile est. Et pyramis igitur cuius basis quidem est triangulum a b c,
 vertex autem d signum: similis est pyramidi cuius basis quidē est h k l triangu-
 lum/ vertex autē d signū. Sed pyramis cuius basis est triangulū h k l, vertex au-
 tem d signum: ostensa est similis pyramidi cuius basis quidem est a e g trian-
 gulum vertex vero h signum. Quare & pyramis cuius quidem basis est trian-
 gulum a b c, vertex vero d signum: similis est pyramidi cuius basis quidem
 est a e g triangulum/ & vertex h signum. vtraque igitur ipsarum a e g h, h k l d,
 pyramidum: similis est toti a b c d pyramidi. Et quoniam b f æqualis est ipsi f
 c: parallelogrammum e b f g, ipsius g f c trianguli duplum est per 41 primi. Et
 quoniam si fuerint bina prismata æque alta/ & alterum quidem habuerit basin
 parallelogrammū/ alterum autem triangulum/ duplum autem fuerit paralles-
 logrammum ipsius trianguli/ ipsa prismata sunt æqualia per 40 vndecimi
 prismata igitur comprehensum sub binis triangulis b k f, e h g, tribusque paralles-
 logrammis e b f g, e b k h, h k f g, prismati comprehenso sub binis triangulis
 g f c, h k l, tribusque parallelogrammis k f c l, l c g h, h k f g, est æquale. Manifes-
 tum autem quod vtriusque ipsorum prismatū cuius basis e b f g parallelogrammū/
 ex opposito autem h k recta linea / & cuius basis g f c triangulum/ ex opposi-
 to autem h k l triangulum: maius est vtraque ipsarum pyramidum quarum ba-
 ses quidem sunt triangula a e g & h k l, vertices autem h, d, signa. Quoniam
 si connectamus e f, e k, rectas lineas: prismata cuius basis e b f g parallelogram-
 mum/ ex opposito autem k h recta linea/ maius est pyramide cuius basis e b f
 triangulum/ & vertex k signum. Sed pyramis cuius basis e b f triangulum/
 vertex autem est k signum: æqua est pyramidi cuius basis est a e g triangulum/
 & vertex est h signum. subæquis enim & similibus planis subsistunt. Quare &
 prismata cuius basis quidem e b f g parallelogrammum/ ex opposito autem h k
 recta linea: maius est pyramide cuius basis a e g triangulum/ vertex autem h
 signum. Prisma vero cuius basis e b f g parallelogrammum/ ex opposito autem
 h k recta linea: æquū est prismati cuius basis g f c triangulū/ ex opposito autē
 triangulum h k l. Pyramis autem cuius basis quidem a e g triangulum/ vertex
 autem signum h: æqua est pyramidi cuius basis h k l triangulum/ vertex autem
 est d signum. Prædicta igitur bina prismata: maiora sunt prædictis duabus py-
 ramidibus quarum bases sunt ipsa a e g, h k l, triangula / vertices autem sunt
 h, d, signa. Tota igitur pyramis cuius basis est triangulum a b c, vertex autem
 signum d: diuiditur in binas pyramides sibi inuicem æquas & similes toti &
 in bina prismata æqualia. & bina prismata maiora sunt quā totius pyramidis di-
 midium. Quod erat ostendendum.

D.j.

SI duæ pyramides æque altæ quarum bases triangulæ/ sin-
gula in binas pyramides æquales sibi inuicem ac toti si-
miles/ binaq; seratilia æqualia diuidantur: erit propor-
tio basis vnus ad basin alterius tanq; proportio duorum seratiliū
suorum ad duo seratilia alterius. Eritq; palā: omnia seratilia quæ
fuerint in vtralibet illarum pyramidum pariter accepta ad cūctā
seratilia quæ in altera pyramide fuerint / eandē habere propor-
tionem quā basis eius pyramidis ad basin alterius pyramidis.



CAMPANVS. ¶ Sint duæ pyramides quarum bases triangulæ: æque altæ.
hæc quidem a b c d: cuius conus punctus a, basis triangulus b c d, hypothenu-
sæ a b, a c, a d, illa vero e f g h: cuius conus punctus e, basis triangulus f g h,
hypothenusæ e f, e g, e h. hæc autem duæ pyramides diuidantur: sicut in præ-
missa. Sintq; bases earum diuisæ. Hæc quidem: protractis lineis latera basis ip-
sius per æqualia diuidentibus/ quæ sint k l & k m, illa vero: protractis lineis
quæ sint n p, n q. Dico ergo q; proportio basis b c d ad basin f g h: est sicut du-
orum seratiliū pyramidis a pariter acceptorum ad duo seratilia pyramidis e
pariter accepta. Manifestum est autem ex 18 sexti parte secunda: q; proportio
trianguli b c d ad triangulum k m d, est sicut lineæ b d ad lineam k d duplica-
ta, per eandem quoq; est proportio trianguli f g h ad triangulum n q h:
sicut lineæ f h ad lineam n h duplicata. Cumq; sit linea b d ad lineam k d
sicut lineæ f h ad lineam n h (utrobique enim est dupla proportio) erit trian-
gulus b c d ad triangulum k m d, sicut triangulus f g h ad triangulum n q h.
& permutatim triangulus b c d ad triangulum f g h, sicut triangulus k m d
ad triangulum n q h. Triangulus autem k m d ad triangulum n q h: est sicut
seratile existens super ipsum ad seratile existēs super illū per 33 vndecimi. Hu-
ius quoq; seratilis ad illud: est sicut amborum seratiliū pyramidis a pariter ac-
ceptorum ad ambo seratilia pyramidis e pariter accepta ex 15 quinti. necesse
est enim: vt sit duplum ad duplum quæ ad modū simplicum ad simplicum. Itaq; co-
clude ex 11 quinti: quod propositum est. Dormitas autem: si dubitas seratilia
vnus harum pyramidum / æque alta esse seratilibus pyramidis alterius. Cum
enim sint pyramides æque altæ/ sit quoq; vtraq; earum diuisa in duas pyrami-
des æquales sibi totiq; similes & in duo seratilia æqualia/ & sint duæ partiales
pyramides æque altæ eo q; similes & æquales (quod facile patebit demissis a
verticibus partialium pyramidum perpendicularibus ad bases ipsarum / de
quibus perpendicularibus ex 37 vndecimi constat esse æquales) cumq; alti-
tudines harum partialium pyramidum pariter acceptæ componunt altitudi-
nem totalis pyramidis diuisæ/ sintq; ambo seratilia æque alta vni partialium
pyramidum ei videlicet quæ super partialem triangulum basis totalis pyrami-
dis componitur: non est fas ambigere seratilia vnus earum pyramidum esse
se æque alta seratilibus alterius earum. ¶ Correlarium vero ex eo manifestum
est: q; similiter bases partialium pyramidum sic se habeant adinuicem/ sicut bi-
na seratilia vnus ad bina seratilia alterius. Et quia bases partialium sic se ha-
bent adinuicem sicut bases totalium ex secunda parte 18 sexti & permutatis
proportionibus: constat ex 13 quinti verum esse quod correlarium proponit.

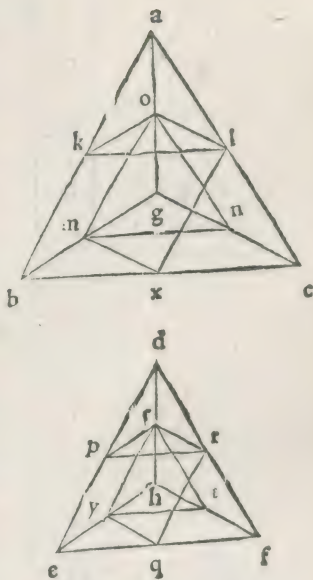
Eucl. ex Zamb. Theorema 4.

Propositio 4.

SI fuerint binæ pyramides sub eadem altitudine/ triangulares
bases habentes/ diuisa vero fuerit vtraq; ipsarum in binas pyra-
mides adinuicem æquales & similes toti & in bina prismata æ-
qualia/ & in vtraq; factarum pyramidum is modus semper seruetur:
erit sicut vnus pyramidis basis ad alterius pyramidis basin
sic quæ in vna pyramide prismata omnia ad ea quæ in altera py-
ramide prismata æque multiplicia.

¶ Sint binæ pyramides sub eadē altitudine: triāgulares bases habētes hoc est a b c, d e f, & fastigia g, h, signa. Diuidaturq; ipsarum vtraq; in binas pyramides inuicē æquas & totū similes: & in bina prismata æqualia. Ipsarumq; fastia pyramidum vtraq; itidem intelligatur diuisa. & hoc semper fiat. Dico q; est sic ut a b c basis ad d e f basin: sic sunt omnia prismata q̄ in ipsa a b c g pyramide, ad ea quæ in d e f h pyramide prismata æque multiplicia. Quoniā enī b x ipsi x c, & a l ipsi l c est æqualis: parallelus igitur est l x ipsi a b, & a b c triāgulo ipsi l x c triāgulo simile est. & id propterea iā triāgulo d e f simile est ipsi r q f triāgulo. Et quoniā b c ipsius c x dupla est, & e ipsius f q: est igitur sicut b c ad c x, sic est e f ad f q. Describunturq; ab ipsis quidē b c, c x, similes similiterq; posite rectilineæ figuræ a b c, l x c: ab ipsis autem e f, f q, similes similiterq; posite rectilineæ figuræ d e f, r q f. Si autē quatuor rectæ lineæ proportionales fuerint: & q̄ ab ipsis rectilineæ figuræ similes similiterq; posite proportionales erunt. Est igitur sicut a b c triāgulo ad l x c triāgulo: sic est d e f triāgulo ad r q f triāgulo. vicissim igitur per 16 quinti est sicut a b c triāgulo ad d e f triāgulo: sic est l x c triāgulo ad r q f triāgulo. Sed sicut l x c triāgulo ad r q f triāgulo: sic est prismata cuius basis quidē l x c triāgulo, ex opposito autē o m n, ad prismata cuius basis est quidē r q f triāgulo, ex opposito autem f t y. & sicut igitur per 11 quinti a b c triāgulo ad d e f triāgulo: sic est prismata cuius basis quidē est l x c triāgulo, ex opposito autē o m n, ad prismata cuius basis est r q f triāgulo, ex opposito autem f t y. Et quoniā bina prismata existentia in ipsa a b c g pyramide inuicem sunt æqualia/at quia bina prismata existentia in ipsa d e f h pyramide inuicē sunt æqualia: est igitur sicut prismata cuius basis est b k l x parallelogrammū, ex opposito vero m o recta linea / ad prismata cuius basis est l x c triāgulo ex opposito autē o m n, sic prismata cuius basis p e r q, ex opposito vero f t y, ad prismata cuius basis r q f, ex opposito autē f t y. Cōponendo igitur per 18 quinti est sicut k b l x o m, l x c m n o, prismata ad l x c m n o prismata: sic p e r q f t y, r q f f t y, prismata ad r q f f t y prismata. vicissim igitur per 16 quinti est sicut k b l x m o, x l c o m n, ad ipsa p e r q f t y, r q f f t y, prismata: sic prismata l x c m n o ad r q f f t y prismata. Sicut autē l x c m n o prismata ad r q f f t y prismata: sic ostensum est esse basin l x c ad ipsam r q f, & basin a b c ad basin d e f. & sicut igitur per 11 quinti triāgulo a b c ad triāgulo d e f: sic bina prismata quæ sunt in a b c pyramide ad ea bina prismata quæ sunt in d e f g pyramide. Similiter autē & reliquas pyramides eodem modo traheamus: m n o g e t f t y h. eritq; sicut basis m n o ad f t y basin: sic bina prismata existentia in ipsa m n o g pyramide ad bina prismata existentia in f t y h pyramide. Sed sicut m n o basis ad f t y basin: sic a b c basis ad d e f basin. & sicut igitur per 11 quinti a b c basis ad d e f basin: sic & bina prismata existentia in ipsa a b c g pyramide ad bina prismata existentia in d e f h pyramide / & bina prismata existentia in m n o g pyramide ad bina prismata existentia in ipsa f t y h pyramide / & quatuor ad quatuor. Et eadem quoq; ostenduntur in prismatibus factis ex ipsarum a k l o & d p r pyramidum diuisione. & omnium similiter æque multipliciū. ¶ Qz autē sit sicut l x c triāgulo ad r q f triāgulo / sic prismata cuius basis l x c triāgulo, ex opposito autē o m n, ad prismata cuius basis quidē est r q f triāgulo, ex opposito f t y: sic ostendēdū est. In eadem in q̄ descriptione intelligantur a g, d h, perpendiculares in ipsa a b c, d e f, triāgula plana. æquales autē ipsæ erūt: quoniā eque sublimes ipsæ supponunt pyramides. Et quoniam binæ rectæ lineæ g c & quæ ex g perpendiculis / a parallelis planis hoc est a b c, o m n, secantur: in eisdē rationibus secabūt p r q v n decimi. & g c: bifariā secat a plano o m n, in signo n. & p pēdicularis igitur quæ ex g: in triāgulo a b c planū bifariā secat a plano o m n. & id propterea & perpendiculis q̄ ex h in d e f planū: bifariā secabit ab ipso f t y plano. Et ipsæ a g d h, perpendiculares in ipsa a b c, d e f, plana: sunt æquales. Igitur & quæ ex m n o, f t y, triāgulis in ipsa a b c, d e f, plana: sunt æquales. Igitur & quæ ex n, f t y: æque sunt alta. Quare & solida parallelepēda q̄ a p d i c t i s prismatibus describuntur æque alta: ad inuicem sunt sicut bases. & dimidia igitur erūt sicut l x c basis ad r q f basin: sic p d i c t a prismata ad inuicē. Si binæ igitur pyramides sub eadē fuerint altitudine: & quæ sequuntur reliqua. Quod erat ostendendum.

D. ij.





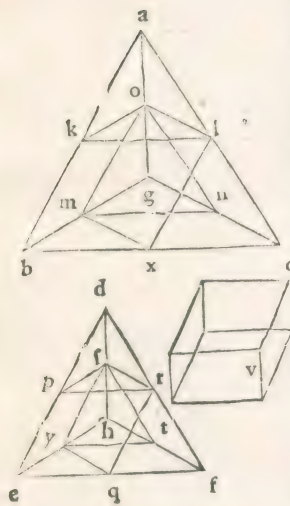
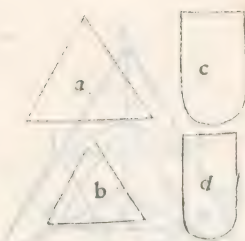
Mnes duae pyramides aequae altæ quarum bases trianguli suis basibus sunt proportionales.

CAMP. ¶ Quid 33 vndecimi proposuit de solidis parallelogramis & in fine 36 vndecimi verū esse demonstrauimus de seratilibus: haec 5 duodecimi proponit de pyramidibus triangulis. Intelligantur enim duae pyramides aequae altæ: quarum bases sunt duo trigoni a & b. dico qd proportio pyramidis a ad pyramidem b: est sicut basis a ad basin b. quod eodem demonstratōis vel argumentationis genere demonstrandū est: quo secūda huius demonstrauimus. Sit enim vt basis a ad basin b: ita pyramis a ad corpus c. de quo dico: qd ipsum nō erit minus neq; maius pyramide b. Nā si possibile est vt sit minus: esto minus in solido d, vt pyramis b sit aequalis duobus corporibus c & d pariter acceptis. Diuisa itaq; pyramide b vt proponit 3 huius/ detrahatur ab ea duo seratilia quae ex praemissa sunt maius medietate pyramidis ipsius: itēq; ex utraq; duarum partialium residuarum pyramidum/ duo earū praedicto modo diuisarum seratilia demantur. & fiat hoc toties: quousq; ex pyramide b cogatur aduersarius per 1 decimi confiteri relinqui minus solido d. eruntq; ex communi scientia/ seratilia detracta: maius c. Fiat igitur a pyramide a, similis seratiliū detractio: & intelligamus tot seratilia detracta esse ex pyramide a, quot detrahimus ex pyramide b. eritq; ex correlatio pmissa sicut basis a ad basin b: ita seratilia detracta a pyramide a ad seratilia detracta a pyramide b. sed sic erat pyramis a ad corpus c. itaq; seratilia pyramidis a ad seratilia pyramidis b: sicut pyramis a ad corpus c. & permutatim seratilia pyramidis a ad pyramidem a: sicut seratilia pyramidis b ad corpus c. Cūq; sint seratilia pyramidis b, maius corpore c: erunt seratilia pyramidis a, maius pyramide a. Et quia hoc est impossibile: non erit corpus c. minus pyramide b. Sed nec maius. Hoc enim posito/ cum sit proportio basis a ad basin b, sicut pyramidis a ad corpus c: erit e converso basis b ad basin a, sicut corporis c ad pyramidem a. eritq; eadem ex communi scientia: pyramidis b ad aliquod corpus quod sit d. sequeturq; ex 14 quinti qd corpus d sit minus pyramide a: eo qd pyramis b ponitur minor corpore c. Erit igitur basis b ad basin a: sicut pyramis b ad corpus minus pyramide a. Ex hoc autem demonstratū est sequi impossibile: videlicet seratilia detracta ab aliquo pyramide/ maius esse ea pyramide a qua detrahuntur. Ideoq; relinquitur corpus c esse equale pyramidi b, cū nec minus ea possit esse nec maius: & proportionē pyramidis a ad pyramidem b esse sicut basis a ad basin b. Hoc autem erit demonstrandum.

Eucl. ex Zamb. Theorema 5. Propositio 5.

Sub eodē fastigio pyramides subsistentes/ triangularemq; basim habentes: adinuicem sese habent sicut bases.

THEON ex Zamb. ¶ Sint sub eadē altitudine pyramides: quarū bases quidē sint a b c, d e f, triangula/ fastigia sint g, h, signa. Dico qd est sicut a b c basis ad d e f basin: sic est a b c g pyramis ad d e f h pyramida. Si autē nō est sicut a b c basis ad d e f basin, sic a b c g pyramis ad d e f h pyramida: esto sic a b c g pyramis vel ad solidū aliqd minus ipsa d e f h pyramide/ vel ad maius. Siq; prius ad minus aliqd: sitq; v. Diuidaturq; p 3 duodecimi ipsa d e f h pyramis in binas pyramides aequas & toti similes/ & in bina prismata aequalia. ita bina prismata: maiora sūt q̄ totius pyramidis dimidiū. et rursus per eadēq; sunt ex pyramidis diuisione: similiter diuidantur, & hoc semper fiat: ex quo amplius nō supersint aliquae pyramides ab ipsa d e f h pyramide/ quin sint minores eam: cessu quo excedit d e f h pyramis ipsū v solidū. Accipiantur: sintq; rationis causa/ ipsae d p r f & s t y h. reliqua igitur prismata existētia in ipsa d e f h pyramide: maiora sūt ipso v solidū. Diuidatq; p praecedētē/ ipsa a b c g pyramis/ similiter et q̄ multipliciter ipsi d e f h pyramidi. Est igit sicut a b c basis ad d e f basin: sic p praecedētē q̄ i a b c g pyramide prismata ad ea q̄ in d e f h pyramide prismata. Sed et sicut a b c basis ad d e f basin: sic a b c g pyramis ad v solidū. Et sicut igit per 11 quinti a b c g pyramis ad v solidū: sic prismata q̄ in a b c g pyramide ad ea prismata q̄ i d e f h pyramide, vicissim igit p 16 quinti sicut a b c g pyramis



mis ad ea quæ in ipsa prismata: sic est v solidum ad ea quæ in d e f h pyrami
de prismata. Maior autem est pyramis a b c g: eis quæ in seipsa prismatibus.
Igitur & solidum v: maius est eis quæ in pyramide d e f h sūt prismatibus. sed
& minus. Quod est impossibile. Igitur nō est sicut a b c basis ad d e f basin: sic
a b c g pyramis ad aliquod ipsa d e f h pyramide solidum minus. Similiter iā
ostendetur: q̄ neq; sicut basis d e f ad basin a b c, sic d e f h pyramis ad minus
aliquod solidū ipsa a b c g pyramide. ¶ Dico iam: q̄ neq; est sicut a b c basis
ad d e f basin/sic a b c g pyramis ad maius aliquod solidum ipsa d e f h pyra
mide. Si enī possibile: esto ad maius v solidū. Conuersim igit̄ est sicut d e f bas
sis ad a b c basin: sic v solidum ad a b c g pyramidem. Sed sicut v solidū ad a
b c g pyramidē: sic d e f h pyramis ad minus aliquod ipsa a b c g pyramide.
sicut atē ostensū est. Et sicut igitur per 11 quinti basis d e f ad basin a b c: sic d e
f h pyramis ad minus aliqd̄ ipsa a b c g pyramide. quod absurdū esse patuit.
Non est igitur sicut a b c basis ad d e f basin: sicut a b c g pyramis ad maius ali
quod solidum ipsa pyramide d e f h. Patuit autē q̄ neq; ad minus. Est igitur si
cut a b c basis ad d e f basin: sic a b c g pyramis ad d e f h pyramidē. Sub eo
dem igitur fastigio: & quæ sequuntur reliqua. Quod ostendere oportuit.

Eucl. ex Zamb. Theorema 6. Propositio 6.

¶ Sub eadem altitudine pyramides existentes / multangulasq̄
bases habentes: adinuicem sese habent sicut bases.

¶ THEON ex Zāb. ¶ Sint sub eadē altitudine pyramides: multāgulas bases
habētes hoc est a b c d e, f g h k l, fastigia vero m, n, signa. Dico q̄ est sicut a b
d e basis ad f g h k l basin: sic est a b c d e m pyramis ad f g h k l n pyramida.
Diuidatur enim ipsa a b c d e basis in triangula ab c, a c d, a d e & f g h k l in
f g h, f h k, f k l, triangula. Intelliganturq; ab vnoquoq; triangulo: pyramides
æque altæ eis quæ in principio pyramidibus. Et quoniam est sicut a b c trian
gulum ad a c d triangulum sic est a b c m pyramis ad a c d m pyramida: & cō
ponendo per 18 quinti sicut a b c d trapezium ad a c d triangulum: sic a b c d
m pyramis ad a c d m pyramida / sed & sicut a c d triangulum ad a d e triangu
lum sic a c d m pyramis ad a d e m pyramida: ex æquali igitur per 22 quinti
est sicut a b c d basis ad a d e basin: sic a b c d m pyramis ad ipsam a d e m py
ramida. & componendo rursus per 18 quinti sicut a b e d e basis ad ipsam a d
e: sic a b c e m pyramis ad a d e m pyramida. Idq; propterea iam & sicut f g h
k l basis ad f k l basin: sic & f g h k l n pyramis ad f k l n pyramida. Et quoniam
binæ pyramides sunt a d e m, f k l n, triangulas habentes bases ac sub eadem
altitudine: est igitur per 5 duodecimi sicut a d e basis ad f k l basin, sic a d e m
pyramis ad ipsā f k l n pyramida. Quoniam igitur sicut a b c d e basis ad a d e ba
sin sic a b c d e m pyramis ad a d e m pyramida / sicut autem a d e basis ad
f k l basin sic a d e m pyramis ad f k l n pyramida: ex æquali igitur per 22 qui
ti & sicut a b c d e basis ad f k l basin / sic a b c d e m pyramis ad f k l n pyra
mida. Sed & sicut f k l basis ad f g h k l basin: sic erat & f k l n pyramis ad f g h
k l n pyramida. & ex æquali rursus per 22 quinti est sicut a b c d e basis ad f g
h k l basin: sic a b c d m pyramis ad f g h k l pyramida. Sub eadem altitudine
igitur: & quæ sequuntur reliqua. Quod erat ostendendum.

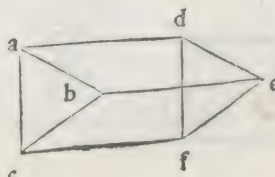
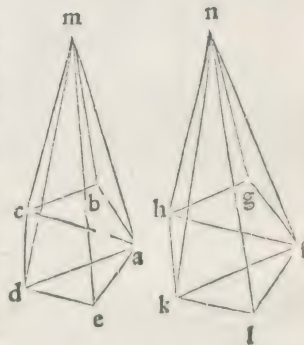
Eucl. ex Camp. Propositio.

6.

¶ Mne corpus seratile: in tres pyramides æquales basesq̄
triangulas habentes est diuisibile.

¶ CAMPANVS. ¶ Sit seratile a b c d e f. ipsum dico esse diuisibile
in tres pyramides triangulas æquales. protrahatur enī in vnaq; sua
rū tria superficiū parallelogramū linea diagonalis: ita q̄ vna earū diago
nālū sit cōterminalis reliquis duabus. Vt si protrahas lineas b d, b f, & f a: quas
propter confusionem protrahere cōtempsi. eritq; totum seratile in tres triangu
las pyramides diuisū: quas ex præmissa bis assumpta facile cōstat esse æquales.

¶ CAMPANI additiones. ¶ Quoniam autē Euclides nihil demonstrandum pro
ponit de pyramidibus lateratis / exceptis solis quarum sunt bases triangulæ: vt
D. iij.



omnium cognitionem ex elemētis quę ponit sufficienter elicere possumus/quę da marbitur non inutile demonstrationibus hic positis adiungere. Solis enim elementis contentus Euclides: multa prętermisit. quę quāuis ex eis consequantur: non tamē sine difficultate patent studentibus. Horū primū est hoc.

¶ Si duo solida (quorum alterum seratile/alterum vero pyramis cuius basis triangula) super eandem basin aut super æquales trigonas/aut seratile super quadrangulam pyramis vero super trigonam quę quadrangulę basis seratilis sit dimidium/constituta fuerint æque alta: seratile pyramidi triplum esse conueniet.

¶ Si seratile propositū fuerit super basin trigonā: tunc ex pyramide proposita super propriam basin perficiatur seratile pyramidi propositę æque altū. Si vero seratile fuerit super basin quadrangulā: tunc basi pyramidis adiciatur triangulus. ex quo & basi pyramidis perficiatur superficies æquidistantium laterū: super quam ex ipsa pyramide compleatur seratile pyramidi æque altum. Quia igitur illud seratile seratili priori est æque altū/et vtrorumq; bases sunt æquales ex hypothesi: sequitur ipsa esse equalia. hoc ei demonstratū est in 36 vndecimi. At quoniam ex 6 huius seratile secūdū triplū est ad pyramidē propositā / nam ipsa est vna ex tribus pyramidibus in quas ipsum seratile diuiditur: erit quoq; per cōmunem scientiam propositum seratile triplum ad propositā pyramidē.

¶ Si quotlibet pyramides quarum bases triangulę / super vnā eādemq; basin siue super æquales constitutę fuerint æque altę: eas esse adinuicem æquales necesse est.

¶ Fabricato enim vero seratili æque alto pyramidibus propositis / super basin triangulā æqualē basibus propositarū pyramidū aut sup basin quadrangulā duplam basibus earundem: erit ipsum seratile triplum ad pyramides singulas. hoc enim: constat ex pręmissa addita siue interposita. Igitur ex communi scientia cūctę propositę pyramides: sunt vt diximus adinuicem æquales.

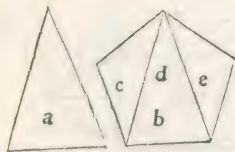
¶ Omnes pyramides quarum bases triangulę / æque altę: suis basibus sunt proportionales.

¶ Fiant super bases propositarum pyramidum/aut super alias trigonas quales/aut super parallelogrammas duplas/seratilia ipsis pyramidibus æque alta: erūt ob hoc seratilia sibi adinuicē æque alta. Et quia ipsa seratilia suis basibus sunt proportionalia vt probatum est in 36 vndecimi 33 ipsius mediante / cōsequitur ex prima harum additarum manifestum sit hæc seratilia tripla esse ad propositas pyramides: vnūquodq; videlicet ad suam relatiuam/basemq; ipsorum equalē aut duplas esse basibus ipsarū / sicut autem ex 15 quinti triplum ad triplum ita simplum ad simplum: erunt quoq; propositę pyramides suis basibus proportionales.

¶ Si fuerint duę quęlibet pyramides æque altę: fueritq; alterius basis trigona / reliquę autem tetragona aut plurilatera: pyramides ipsas suis basibus proportionales esse conueniet.

¶ Exempli gratia. Intelligantur duę pyramides æque altę / super duas bases a & b: sitq; basis a triangula, b vero pentagona. Et dicantur hæc pyramides: a & b. Itaq; dico proportionem pyramidum a & b. esse sicut basium a & b. Distinctus quidem pentagonus b: in tres triángulos c, d, e. eritq; tota pyramis b: distincta in tres pyramides æque altas / quarum bases sunt trianguli c, d, e. quę etiā dicātur nominibus suarum basium. Quia igitur ex pręmissa interposita proportio pyramidis c ad pyramidē a est sicut trigoni c ad trigonum a, & pyramidis d ad pyramidē a sicut trigoni d ad trigonū a, iteq; pyramis e ad pyramidē a sicut trigoni e ad trigonum a: ex 24. quinti bis assumpta sequitur sit proportio aggregati ex omnibus pyramidibus c, d, e (& ipsū est pyramis b) ad pyramidē a, sicut aggregati ex omnibus trigonis c, d, e (& ipsū est pentagonus b) ad trigonum a. Constat igitur quod volumus.

Zam. 6.



les esse probantur.

¶ Si altera earum fuerit super basin trigonam: ex premissa interposita constat quod dicitur. Si autem basis vtriusque fuerit polygonia: vtralibet ipsarum basium resoluta in triangulos & ipsa pyramide in pyramides triangulas: erit ex premissa interposita / proportio vniuscuiusque harum triangularum pyramidum, in quas altera propositarum diuiditur, ad reliqua / sicut suae basis ad basin alterius. Itaque per 24. quinti quoties oportet assumptum: constat verum esse quod diximus.

Eucl. ex Zamb. Theorema 7. Propositio 7.

¶ Omne prisma triangulare basin habens: diuiditur in tres pyramides sibi inuicem aequas / triangulares bases habentes.

THEON ex Zamberto. ¶ Sit prisma $abcdef$: cuius quidem basis sit abc triangulum / ex opposito autem d e f . Dico quod ipsum $abcdef$ prisma: diuiditur in tres pyramides sibi inuicem aequas / triangulares bases habentes. Conectantur enim bd , ec , cd . Et quoniam abd ec parallelogrammum est / eius autem dimetiens est bd : triangulum igitur abd ipsi ec d triangulo aequum est. & pyramis igitur cuius basis quidem est abd d triangulum, fastigium autem c signum: aequalis est pyramidi cuius basis est ec d f triangulum, & vertex est signum c . Sed pyramis cuius basis quidem est d ec b triangulum / vertex autem c signum: eadem est ipsi pyramidi cuius basis quidem est triangulum ec d , & vertex d signum. ab eisdem enim planis comprehenduntur. Et pyramis igitur cuius basis quidem est triangulum abd , fastigium autem signum c : aequalis est ipsi pyramidi cuius basis quidem est abc d f triangulum / fastigium autem d signum. Rursus quoniam fc b e parallelogrammum est / dimetiens vero ipsius est ec : triangulum ec f aequum est ipsi cb e triangulo. & pyramis igitur cuius basis quidem est triangulum b ec , fastigium autem d signum: est aequalis pyramidi cuius basis quidem est triangulum ec f , vertex vero d signum. Pyramis autem cuius basis quidem est b ec d triangulum / vertex autem d signum: ostensa est aequalis pyramidi cuius basis quidem est abd d f triangulum / vertex autem c signum. & pyramis igitur cuius quidem basis est ec f d triangulum / vertex autem d signum: aequa est pyramidi cuius basis quidem est abd d f triangulum / vertex autem c signum. Igitur $abcdef$ prisma: in tres pyramides aequas sibi inuicem diuiditur / triangulares bases habentes. Et quoniam pyramis cuius basis quidem est triangulum abd , fastigium autem c signum: eadem est ipsi pyramidi cuius basis quidem est triangulum ca b , vertex autem signum d (sub eisdem namque planis comprehenduntur) pyramis autem cuius basis est triangulum abd , vertex autem signum c , tertium esse prismatis ostensum est cuius basis est triangulum abc , ex opposito autem d e f : & pyramis igitur cuius basis est abc d f triangulum / vertex autem d signum: tertium est prismatis cuius basis est triangulum abc , ex opposito autem d e f . Omne igitur prisma: & quae sequuntur reliqua. Quod oportebat demonstrare.

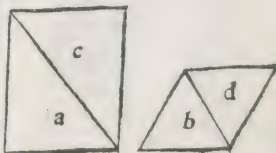
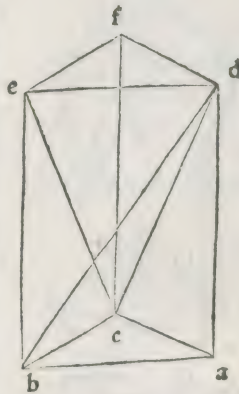
CORRELARIUM. ¶ Ex hoc iam est manifestum: quod omnis pyramis / tertium pars est prismatis eadem eidem basin habentis & altitudinem aequam. * Quoniam & si alia quaequam figura rectilinea habuerit bases prismatis & eadem ex opposito diuidatur in prismata triangulares bases habentia: & ea quae ex opposito.

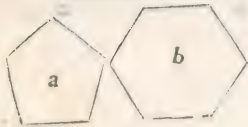
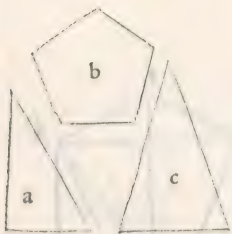
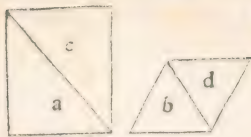
Eucl. ex Camp. Propositio 7.

¶ Si duae pyramides triangularum basium fuerint aequales: earum bases earundem altitudinibus mutuae erunt. Si vero bases & altitudines fuerint mutuae: easdem pyramides sibi inuicem esse aequales necesse est.

CAMP. ¶ Quod trigesima quarta & trigesima quinta vndecimi proposuerunt de solidis parallelogrammis / & nos in 36 eiusdem demonstrauimus de solidis. Intelligatur enim duae pyramides aequales super duos trigonos vel triangulos a & b : quae dicantur a & b . Dico itaque quod proportio basis a ad basin b : est sicut proportio altitudinis pyramidis b ad altitudinem pyramidis a . Et si hoc fuerit: dico pyramides a & b esse aequales. Adhibeantur quidem duobus trigonibus

D. iiii.





GEO. ELE. EV.

nis a & b, duo alij qui sunt c & d: vt fiant ambæ superficies a c & b d æquidistantium laterum, ex eis ipsis pyramidibus super bases a c & b d, compleantur solida parallelogramma pyramidibus propositis æque alta quæ similiter dicantur a c & b d. Manifestū igitur est ex sexta huius 12/ q pyramis a est sexta pars solidi a c: & pyramis b sexta solidi b d. Itaq; ex 35 vndecimi argue propositum: primā quidē partem ex prima / secundam autem ex secunda.

CAMPANI additio.

¶ Si duæ quælibet pyramides lateratæ fuerint æquales: earū bases earundem altitudinibus mutua erunt. Si vero bases earum altitudinibus ipsarum mutua fuerint: eadem pyramides æquales esse oportet.

¶ Si bases vtrarū fuerint triangulæ: demonstratum est verum esse quod diximus. Si altera tantū sit igitur a, basiq; alterius pyramidis sit b, & sumatur trigonus c æqualis polygonio b: fiatq; super c, pyramis æquæ alta pyramidi quæ est super b, & sint a, b, c: æquiuoca nomina pyramidum & basium. Quia igitur ex hypothesi duæ pyramides a & b sunt æquales: & ex vltima interpositarum ad sextā huius duæ pyramides b & c sunt æquales / ideoq; ex communī scientia duæ pyramides a & c æquales: igitur bases earum sunt mutua altitudines earum ex prima parte 7 huius. Cumq; bases b & c sint æquales altitudines quoq; pyramidum b & c æquales: erunt ex prima parte & secunda 7 quinti bases a & b mutua altitudinibus pyramidū a & b. ¶ Secūda pars cōuerso mō probat. Nā si fuerit basis a ad basin b, vt altitudo pyramidis b ad altitudinē pyramidis a: erit ex 2 parte & prima 7 quinti basis a ad basin c, sicut altitudo pyramidis b ad altitudinē pyramidis a. itaq; ex secunda parte huius 7 duæ pyramides a & c: sunt æquales, quare per communē scientiam duæ quoq; pyramides a & b: sunt æquales.

¶ Si vero neutra propositarū pyramidum fuerit trigona sed vtraq; polygonia (verbi gratia altera pentagona/ altera hexagona) quæ adhuc dicantur a & b: sumatur similiter triagulus c æqualis hexagono b, super quem fiat pyramis æquæ alta pyramidi b, eruntq; duæ pyramides b & c æquales: ideoq; duæ quæ sunt a & c etiam per conceptionem æquales. quare basis a ad basin c: sicut altitudo pyramidis c ad altitudinē pyramidis a, hoc enim: nuper demonstratum est. Est ergo ex septima quinti basis a ad basin b: sicut altitudo pyramidis b ad altitudinē pyramidis a. ¶ Conuersa conuerso modo patet. Si enim basis a ad basin b fuerit vt altitudo pyramidis b ad altitudinē pyramidis a: erit quoq; ex septima quinti basis a ad basin c, vt altitudo pyramidis c ad altitudinē pyramidis a. ideoq; (vt patet ex prioribus) erunt duæ pyramides a & c: æquales, quare ex cōmuni scientia & duæ quæ sunt a & b: erunt etiam æquales. Et hoc est propositum

Eucl. ex Camp.

Propositio.

8.



Mnium duarum pyramidum similium quarum bases triangulæ / est proportio alterius ad alteram: tanq; lateris ad laterum eius relatiuum proportio triplicata.

CAMPANVS. ¶ Propositis duabus pyramidibus similibus bases triangulas habētib; ex ipsis perfice duo solida parallelogrāma: quæ admodum dictū est in demonstratione præmissæ. eruntq; hæc duo solida parallelogrāma similia: eo q pyramides ponuntur similes adinuicem. nam duo solidi anguli qui sunt communes pyramidibus & solidis parallelogrāmis: superficialibus æqualis numero & quantitate æqualibus continentur, & latera quoq; illos angulos superficiales cōtinentia: sunt proportionalia. Quare ex 34 primi tres superficiales solidorū parallelogrāmorū communes angulos solidos cōstituentes: sunt æquiangulæ & laterum proportionalium / ideoq; similes ex diffinitione similium superficierum. quare ex 24 & 13 quinti cundæ sex superficies horum duorum solidorum parallelogrāmorū: sunt similes adinuicem. Igitur a diffinitione eorū pyramidum similium: erunt ipsa solida similia. Quare cum proportio solidorū & pyramidum sit vna ex 15 quinti (nam solida sunt sexcupla pyramidibus ex sexta

huius) cumq; sit proportio solidorum vna sicut fuorum relatiuorum laterum triplicata ex 36 vndecimi libri / sunt autem latera solidorum eadem lateribus pyramidum: erit quoq; ex 11 quinti proportio propositarum pyramidum sicut fuorum relatiuorum laterum proportio triplicata. quod est propositum.

¶ CAMPANI additiones.

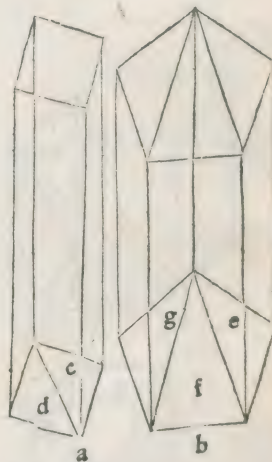
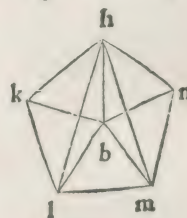
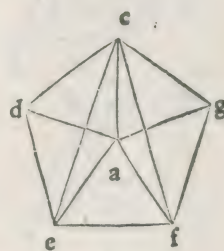
¶ Quid si fuerint duę qualibet pyramides lateratę similes: erit proportio alterius ad alteram sicut sui lateris ad sibi relatiuum latus alterius proportio triplicata.

¶ Sint duę lateratę pyramides quarum coni a & b, similes: sintq; super bases pentagonas quę sunt c d e f g, h k l m n. Dico q; proportio earū: est sicut fuorum relatiuorum laterum triplicata. Constat enim ex diffinitione similium superficierum & corporum: q; pentagoni qui sunt bases propositarum pyramidum / sibi adinuicem / cūctiq; relatiui trianguli ipsas ambientes sibiinuicem / sunt similes. Diuidantur itaq; bases ambarum in triangulos similes & numero æquales prout 18 sexti proponit esse possibile: protractis in hac quidem lineis c e & c f, in illa vero h l & h m. Dico igitur istas pyramides esse diuisas in pyramides triangulas similes & numero æquales. Conferantur enim adinuicem duę pyramides a c d e, b h k l: quarum coni sunt a & b. Cōstat autem ex hypothesi triangulum c a d esse simile triangulo b h k: & triangulum d a e triāgulo k b l. Et quia etiā ex hypothesi angulus d est æqualis angulo k, & latera c d & d e continentia angulum d sunt proportionalia lateribus h k & k l continētibus angulum k: erunt ex 6 sexti duo trianguli c d e & h k l æquianguli. ideoq; per 4 sexti erit proportio c d ad h k: sicut c e ad h l. Cūq; ex hypothesi sit proportio c a ad h b, & etiā a e ad b l, sicut c d ad h k: erit ex 11 quinti c a ad h b, & a e ad b l, sicut c e ad h l. Igitur ex 5 sexti & diffinitione similium superficierum: triangulus c a e erit similis triangulo h b l. Manifestū est itaq; ex diffinitione similium corporum: q; pyramis a c d e est similis pyramidi b h k l, similiter quoq; constat pyramidem a c e f esse similem pyramidi b h l m: & pyramide a c f g, pyramidi b h m n. Quia ergo ex hac 8 proportio pyramidis a c d e ad pyramidem b h k l est sicut lateris c d ad latus h k triplicata: etiam pyramidis a c e f ad pyramidem b h l m sicut e f ad l m triplicata: ac etiam pyramidis a c f g ad pyramidem b h m n sicut c g ad h n triplicata: cum sit ex hypothesi proportio e f ad l m, & c g ad h n, sicut c d ad h k, sequi ex 13 quinti vt proportio totalium pyramidum a & b sit sicut vnus harum partialium ad aliam vnam. Igitur ex hac 8 & 11 quinti constat verum esse quod diximus.

¶ Omnes colūna lateratę æque altę: suis basibus sunt proportionales.

¶ Verum est quod dicitur: super qualescūq; bases polygonias sint colūne. Colūnas autem lateratas: vocamus solida corpora laterata quorum bases & superficies supremae sunt similes & æquales / cunctę vero reliquę superficies ipsa solida circūstātes sunt æquidistantium laterum. Talium autem solidorum prima species est seratile: quādo super vnā suarum trilaterarum superficierum intelligitur esse statutum. secunda vero spēs est colūna: cuius basis sit quadrilatera quā ex duobus seratilibus necesse est esse compositā, & tertia est cuius basis est pentagona: & ipsa ex tribus seratilibus perficitur. Simpliciter autem dico q; omnis laterata colūna in tot corpora seratilia potest distingui: in quot triangulos sua basis. Intelligentur itaq; duę colūnę lateratę a & b, constitutę super duas bases a & b: æque altę. dico q; proportio colūnarum a & b: est sicut basium a & b. Distinguantur nāq; hę bases in triangulos: & hę colūnę in seratilia. basis quidem a quę ponatur esse quadrangula / in duos trigonos scilicet c & d: & colūna a, in duo seratilia c & d. basis vero quę sit pentagona / distingatur in tres trigonos e, f, g: & colūna b, in tria seratilia quę similiter vocentur e, f, g. Manifestum est igitur ex ijs quę in 36 vndecimi dicta sunt: q; proportio seratilis c ad seratile e, est sicut basis c ad basin e. & iterum seratilis d ad seratile e: sicut basis d ad basin e. quare per 24 quinti erit colūna a ad seratile e: sicut basis a ad basin e. Eadem ratione erit colūna a ad seratile f: sicut basis a ad basin f. At rursus colūna a ad seratile g: sicut basis a ad basin g. Igitur ex 24 quinti

D. v.



quoties necesse fuerit assumpta facile concludes propositum. ¶ Constat itaq; ex hoc: q; omnes columnæ lateratæ super eandem basin vel super æquales constitutæ si fuerint æque altæ/ erūt æquales. Cū enī (vt proximo probatū est) æque altæ colūnæ lateratæ sint suis basibus proportionales/ ponantur autem bases e se aut eadem aut æquales: necesse est ex 24. quinti vt etiam columnæ sint æquales. ¶ Constat quoq; q; si fuerint quælibet solida parallelogramma seratilia & lateratæ columnæ æque altæ/ ipsa quoq; suis basibus proportionalia esse necessario comprobantur. Omnia enim hæc: species sunt lateratarū colūnarū de quibus paulo ante vniuersaliter probatum est verū esse quod dicitur.

¶ Omnis laterata columna: tripla est ad suam pyramidem.

¶ Distinguaturs basis colūg in triangulos: & secundum numerū triangulorum illorum distinguaturs columna in seratilia/ & pyramis columnæ in pyramides habentes bases triangulasque videlicet sunt bases seratiliū. Cōstat itaq; vñ quodq; seratile ad eam pyramidem quæ super eandem basin cum ipso seratili consistit: triplū esse. hoc enim: demonstratū est in sexta huius duodecimi libri. Igitur ex 13. quinti omnia seratilia pariter accepta: ad omnes pyramides pariter acceptas necesse est esse triplum. Cumq; ex omnibus seratilibus pariter acceptis columna/ et ex omnibus pyramidibus pariter acceptis pyramis columnæ/ perficiantur: constat veram esse hanc nostram propositionem.

¶ Si fuerint duæ quælibet columnæ lateratæ æquales: earum bases earundem altitudinibus mutua erunt. Si vero bases earum & altitudines mutua fuerint: eadem columnas æquales esse necesse est.

¶ Si enim columnæ sint æquales: earum pyramides erunt æquales / eo q; omnis laterata columna est tripla ad suam pyramidem. Si autem pyramides fuerint æquales: suæ bases suis altitudinibus mutua erunt/ quemadmodum demonstratū est in septima huius. Quia igitur columnarum suarūq; pyramidū eadē sunt bases/ & altitudines sunt eadē: cōstat prima pars propositi. ¶ Sicut igitur & altitudines propositarum columnarum lateratarū mutua. Dico q; columnæ erunt æquales. Cum enim eadem sint bases eademq; altitudines colūnarum suarum pyramidum: erunt bases & altitudines pyramidum propositarum columnarum mutua. Si hoc vt positum est/ verū fuerit de columnis: erūt quoq; pyramides æquales prout in septimo huius demonstratū est. igitur & columnæ æquales: cum ipsæ triplæ sint ad suas pyramides. Quare patet secunda pars eius quod propositum est.

¶ Omnium duarum columnarū lateratarū similium est proportio alterius ad alteram: tanq̃ lateris ad suum relatiuum latus proportionis triplicata.

¶ Si columnæ fuerint similes: erunt ex diffinitione similium corporum/ bases earum ceteraq; superficies eas ambientes/ similes. Diuidantur itaq; bases earum in triangulos similes & numero æquales/ quemadmodum 18. sexti propositi esse possibile: & ipsæ columnæ diuidantur in seratilia super hos triangulos existētia. Stude igitur probare seratilia vnus/ suis relatiuis seratilibus alterius esse similia: quod facile probabis ex hypothesi & sexta & quarta & quinta sexti / & ex diffinitione similium superficierum & diffinitione similium corporum. Hoc autem probato/ erit ex 36. vndecimi proportio vniuscuiusq; seratilis vnus ad suum relatiuum seratile alterius: sicut sui lateris ad latus illius seratilis triplicata. Et quia omnium laterum est proportio vna/ cum cuncta seratilia vnus sint similia suis relatiuis seratilibus alterius: sequitur ex vndecima quinti vt cunctorum seratiliū vnus ad sua relatiua seratilia alterius sit proportio vna. Quare per 13. quinti quæ est proportio vnus seratilis ad suū seratile relatiuū alterius: eadē est omnium pariter acceptorū ad omnia pariter accepta. Et quia vtrobiq; omnia seratilia pariter accepta componunt columnas/ & relatiua latera seratiliū sunt relatiua latera columnarum: necesse est ex vndecima quinti vt proportio columnarum sit sicut suorum relatiuorum laterum proportio triplicata. Quod est propositum.

Eucl. ex Zamb. Theorema. 8. Propositio 8.

¶ Similes pyramides / triangulares bases habentes: in triplici sunt ratione eiusdem rationis laterum.

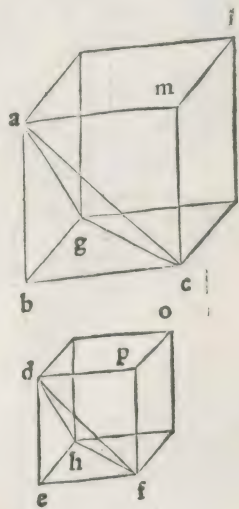
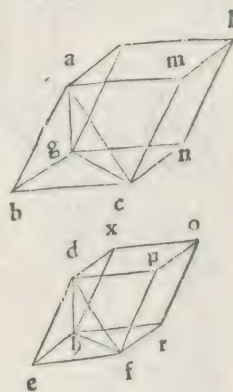
¶ THEON ex Zamb. ¶ Sint similes & similiter positæ pyramides: quarum bases quidem sunt abc, def , triangula / fastigia vero ipsarum sint g, h , signa. Dico quod abc pyramidis ad def pyramidem / triplā habet rationē: quod bc ad ef . Compleantur enim $bgm, ehpo$, solida parallelepipeda. Et quoniam pyramis abc similis est ipsi def pyramidi: æqualis igitur est angulus qui sub abc ei qui sub def angulo: & qui sub g bc ei qui sub h ef , & qui sub a g ei qui sub d h , estque sicut a b ad d e : sic est b c ad e f , & b g ad e h . Et quoniam est sicut a b ad d e sic bc ad e f , & circū æquos angulos latera sunt proportionalia: igitur bgm parallelogrammū ipsi e p simile est parallelogrammō. & id propterea & bn , ipsi e r simile est: & bk ipsi e x . Tria igitur mb, bk, bn tribus e p, ex, er , sunt similia. Sed tria quidem mb, bk, bn tribus quæ ex opposito sunt similia: & tria e p, ex, er , æqua & similia sunt tribus quæ ex opposito. ipsa igitur $bgm, ehpo$, solida parallelepipeda: sub similibus planis æque multiplicibus comprehenduntur. Igitur bgm ipsi $ehpo$ solido simile est. Similia autē solida parallelepipeda: in triplici sunt ratione eiusdem rationis laterum per 33 vndecimi. Igitur bgm solidum ad $ehpo$ solidum triplam habet rationem: quod eiusdem rationis laterum bc ad ef eiusdem rationis laterum e f . Sicut autem bgm solidum ad $ehpo$ solidum: sic abc pyramidis ad def pyramidem: quoniam pyramis sexta pars est solidi. ac per hoc / & prismā dimidiū existens solidi parallelepipedi: triplum est ipsius pyramidis. & abc igitur pyramis ad def pyramidem triplam rationem habet: quod bc ad ef . Quod demonstrasse oportuit.

¶ COROLLARIUM. ¶ Ex hoc nempe est manifestum: quod & multangulas bases habentes similes pyramides / adinvicem in triplici sunt ratione eiusdem rationis laterum. Divisis enim ipsis in ipsas pyramides / triangulares bases habentes: & similia polygonabasiū in similia triangula diuiduntur / & in æque multiplicia / & eiusdem rationis totis. eritque sicut in altera vna pyramide triangularem habens basin ad eam vnam basin triangularem habentem in altera pyramide: sic & omnes pyramides in altera pyramide & habentes triangulares bases / ad pyramides existentes in altera pyramide & habentes triangulares bases. Hoc est. Pyramis ipsa polygonam basin habens ad pyramidem basin polygonam habentem / & pyramis triangularem basin habens ad pyramidem triangularem basin habentem: in triplici est ratione eiusdem rationis laterum. Et polygonam basin habentem: ad similem basin habentem / triplam habet rationem quod laterum ad laterum.

Eucl. ex Zamb. Theorema 9. Propositio 9.

¶ Aequalium pyramidum & triangulares bases habentium: reciprocae sunt bases altitudinibus. Et pyramides / triangulares bases habentes / quarum reciprocae sunt bases verticibus: sunt æquales.

¶ THEON ex Zamb. ¶ Sint enim æque pyramides abc, def : triangulares bases habentes abc, def , fastigia vero g, h , signa. Dico: quod ipsarum abc, def , pyramidum reciprocae sunt bases altitudinibus. & est sicut basis abc ad basin def : sic est ipsius def pyramidis fastigium ad ipsius abc pyramidis fastigium. Compleantur inque ipsa $bgm, ehpo$, solida parallelepipeda. Et quoniam pyramis abc æqualis est ipsi def pyramidi: estque ipsius quidem abc pyramidis sexcuplū ipsum bgm solidum / ipsius autem def pyramidis sexcuplū ipsum $ehpo$ solidum: igitur solidum bgm ipsi $ehpo$ solido æquū est. Aequalium autem solidorum parallelepipedorum reciprocae sunt bases altitudinibus per 34 vndecimi. Est igitur sicut bm basis ad e p basin: sic est ipsius $ehpo$ solidi fastigium ad ipsius bgm solidi fastigium. Sed sicut quidem bm basis ad e p basin: sic abc triangulum ad def triangulum. Et sicut igitur per 11 quinti triangulum abc ad triangulum def : sic ipsius $ehpo$ solidi altitudo ad ipsius bgm solidi altitudinem. Sed ipsius $ehpo$ solidi altitudo / eadem est

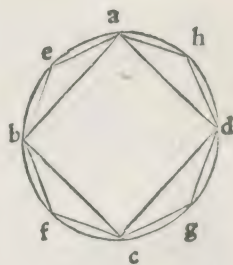


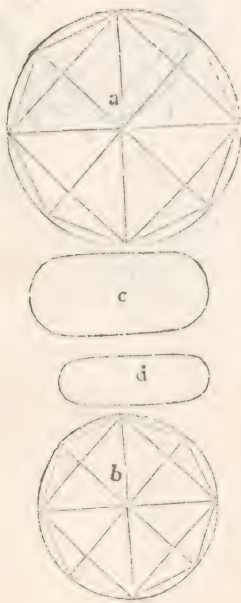
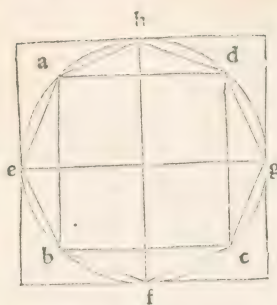
pyramidis tertia pars columnæ a. Igitur quemadmodū prius/ ex pyramide a, intelligatur detrahi pyramis laterata sibi æque alta cuius basis sit quadratum circulo a inscriptum: quam lateratam pyramidem constat esse plus dimidio pyramidis rotundæ. Itē de residuo pyramidis a, rursus intelligantur detrahi pyramides æque altæ: statutę super triāgulos c, d, e, f, qui sunt in portionibus basis, & hoc toties fiat: vt ex prima decimi relinquatur ex pyramide a, minus corpore b. Eritq; itaq; pyramis laterata inscripto polygonio superflans/ quam componunt lateratę pyramides ex rotunda pyramide detractę: maius tertia parte rotundę columnæ a. Et quia vt probatū est in præcedentibus/ hæc pyramis laterata est tertia pars suę columnæ lateratę a: sequitur denuo ex secunda parte 10 quinti columnę rotundam a esse minorem columna laterata eiusdem altitudinis cuius basis est polygonium basi rotundę pyramidis inscriptum. Hoc autem impossibile. nam hæc columna laterata: pars est columnę rotundę. Cum igitur columna rotunda non possit esse minus triplo suę pyramidis/ neq; maius: erit necessario tripla ad eam. Quod demonstrare volumus.

Euel. ex Zamb. Theorema 10. Propositio 10.

10. **O**mnis conus: cylindri tertia pars est eandem eidem basin habentis & æquale fastigium

THEON ex Zab. **C** habeat enim conus: cylindro basin eandē hoc est circum a b c d, & æquale fastigium. Dico q; conus/ cylindri tertia pars est: hoc est q; cylindrus/ coni triplus est. Si autem cylindrus/ coni non est triplus: erit cylindrus/ cono aut maior q; triplus/ aut minor. Sit prius maior q; triplus. Et describatur per 6 quarti in circulo a b c d: quadratum a b c d. Iam quadratum a b c d: maius est q; dimidiū ipsius circuli a b c d. Cōstituatur ab ipso a b c d quadrato: prisma æque altum ipsi cylindro. Iam constitutum prisma: maius est q; ipsius cylindri dimidiū. quoniam & si ipsi circulo a b c d, quadratum circumscribamus: quadratum in ipso orbe a b c d descriptum, circumscripsi dimidiū est. & ab ipsis cōstituta sunt: æque alta solida parallelepipeda prismata. prisma ita igitur ipsa: adinuicem sunt sicut bases. Et prisma igitur stās in ipso a b c d quadrato: dimidiū est eius prismatis quod constituitur a quadrato ipsi circulo a b c d circūscripto. Et cylindrus: ipso prismate quod sit a quadrato circūscripto ipsi circulo a b c d, minor est. Igitur prisma a quadrato a b c d constitutum/ ipsi cylindro æque altū: maius est dimidiū ipsius cylindri. Secetur p 30 tertij ipse a b, b c, c d, d a, circūferentię bifariā in e, f, g, h, signis: & connectantur ipse a e, e b, b f, f c, c g, g d, d h, h a. & vnūquodq; igitur ipsorū a e b, b f c, c g d, d h a, triāgulorum: maius est q; dimidiū eius quod circū seipsum ipsius a b c d circuli segmenti/ sicut ante ostendimus. Constituantur ab vnoquoq; ipsorū a e b, b f c, c g d, d h a, triāgulorū: prismata æque alta ipsi cylindro. et vnūquodq; igitur ipsorum constitutorum prismatum: maius est q; dimidia pars per sese ipsius segmenti circuli. quoniam si per e, f, g, h, signa parallelos ipsi a b, b c, c d, d a, ducamus/ compleamusq; quæ in ipsis a b, b c, c d, d a, parallelogramma/ & ab ipsis constituamus solida parallelepipeda ipsi cylindro æque alta: vnūcuiusq; constitutorum dimidia sunt prismata quæ in a e b, b f c, c g d, d h a, triāgulis. & sunt ipsius cylindri desectiones: minores ipsis solidis parallelepipedis constitutis. Itaq; etiam quę in a e b, b f c, c g d, d h a, triāgulis prismata: maiora sunt q; dimidiū per sese cylindri segmentorū. Disperscētes ita per 30 tertij relictas circūferētiās diuidue/ & cōnectētes rectas lineas/ excitātesq; ab vnoquoq; ipsorum triāgulorum prismata æqualis fastigij ipsi cylindro/ & hoc semper efficiētes: relinquemus quasdam desectiones ipsius cylindri quæ erūt minores excessu quo excedit cylindrus triplū coni. Reliquātur: sintq; e b, b f, f c, c g, g d, d h, h a. Reliquū igitur prisma cuius basis quidē est a e b f c g d h multangulum/ fastigiū autē idē cū cylindro: maius est q; triplū coni. Sed prisma cuius basis quidem est a e b f c g d h multangulum/ fastigiū autē idē cum cylindro: pyramidis triplū est cuius basis quidē est a e b f c g d h multangulum/ fastigium vero idē quod & cono. & pyramis igitur cuius basis quidem est a e b f c g d h multangulū/ vertex autem idem qui cono: maior est cono habente basin circulum a b c d. Sed & minor. cōprehenditur etenim ab ipso. Quod est impossibile. Non est igitur cylindrus: cono maior q; triplus.





¶ Dico insuper: qd neq; minor qd triplus est cylindrus cono. Si enim possibile: sit minor qd triplus cylindrus cono. Cōuersim: conus cylindro maior est qd tertia pars. Describatur iam per 6 quarti in circulo a b c d: quadratum a b c d. Igitur quadratum a b c d: maius est qd dimidiū ipsius a b c d circuli. Constituitur ab ipso a b c d quadrato/pyramis: idē ipsi cono habens fastigiū. Igitur pyramis constituta: maior est qd dimidium coni. quoniam (sicut ante ostendimus) quando ipsi circulo quadratum inscribimus: quadratum a b c d, circūscripti dimidiū est. & si quadratis solida parallelepipeda constituiamus æque alta ipsi cono: quæ & prismata appellantur: erit constitutum ab ipso a b c d quadrato/dimidiū eius quod constituitur a circūscripto quadrato. adinuicē enim sunt ut bases. Quare et tertia pars. Et pyramis igitur cuius basis a b c d quadratū: dimidium est pyramidis constitutæ ad quadratum ipsi orbi circūscriptū. & pyramis constituta a circa circūlū quadrato: cono quē cōprehendit maior est. Pyramis igitur cuius basis a b c d quadratum/ fastigium autem idem quod & cono: maior est qd coni dimidium. Secentur per 30 tertij a b, b c, c d, d a, circūferentia bifariam in e, f, g, h, signis: & connectantur a e, e b, b f, f c, c g, g d, d h, h a. Vnūquodq; igitur ipsorum a e b, b f c, c g d, d h a, triangulorum: maius est qd pars dimidia per sese segmenti circuli a b c d. Constituantur nēpe ab vnoquoque ipsorum a e b, b f c, c g d, d h a, triangulorum: pyramides idem ipsi cono habentes fastigium. & vnaquæq; igitur constitutarū pyramidū eodē modo: maior est qd dimidia pars per sese segmenti ipsius coni. Secātes iam per 30 tertij reliq̄as circūferentias diuidue/ & cōnectentes rectas lineas / & excitātes ab vnoquoque triangulorum pyramida idem ipsi cono fastigiū habentem/ & hoc semper efficientes: relinuemus quædam coni segmenta quæ erunt minora excolesu quo excedit conus tertiam partem cylindri. Relinquantur: & sint a e, e b, b f, f c, c g, g d, d h, h a. Reliqua igitur pyramis cuius quidem basis est a e b f c g d h multangulum/ vertex autem idem qui cono: maior est qd tertia pars cylindri. Sed pyramis cuius basis quidē est a e b f c g d h multangulū / vertex autē idē qui cono: tertia est pars prismatis cuius basis quidē est a e b f c g d h multangulum/ fastigium autem idem quod & cylindro. Igitur prisma cuius basis quidem est a e b f c g d h multangulū/ fastigiū autem idem ipsi cylindro: maius est cylindro cuius quidem basis est circulus a b c d. Sed & minus. cōprehenditur nāq; ab eo, quod est impossibile. Cylindrus igitur: cono minor non est qd triplus. Patuit autem: qd neq; maior qd triplus. triplus igitur est cylindrus cono. Quare conus: cylindri tertia pars est. Omnis igitur conus: cylindri tertia pars est eandem eidem basin habentis & æquale fastigium. Quod fuerat ostendendum.

Eucl. ex Camp.

Propositio

10.



Mnium duarum rotundarum pyramidum similium/ columnarumve rotundarum similium est proportio alterius ad alteram: tanq̄ diametri suæ basis ad diametrum basis alterius proportio triplicata.

¶ CAMPANVS. ¶ Sint duo circuli a & b, super quos constituantur duæ rotundæ pyramides similes/ duæq; columnæ rotundæ similes: & dicantur circuli & pyramides & columnæ & diametri circulorum: his nominibus a & b æquiuoce. Dico itaq; qd proportio duarum pyramidum a & b, duarūq; columnarū a & b: est sicut duarum diametrorum a & b proportio triplicata. Hoc autem si de pyramidibus cōstituerit: de columnis quoq; constabit ex 15 quinti / cum omnis columna rotunda sit ex præmissa/ tripla ad suam pyramidem. De pyramidibus autem constabit hac demonstratione ducente ad impossibile. Est enim per cōmunem scientiam positam in principio secundæ demonstrationis huius libri/ quæ proportio diametri a ad diametrum b triplicata: eadem pyramidis ad aliquod corpus. Illud igitur corpus sit c: de quo dico qd ipsum non potest esse minus neq; maius pyramide b. Sit primo minus (si fuerit possibile) quantitate corporis d: ita qd duo corpora c & d pariter accepta sint quārum pyramis b: itaq; quem admodum in secunda parte præmissæ / ex pyramide b detrahatur laterata pyramis sibi æque alta/ cuius basis sit quadratum inscriptum circulo

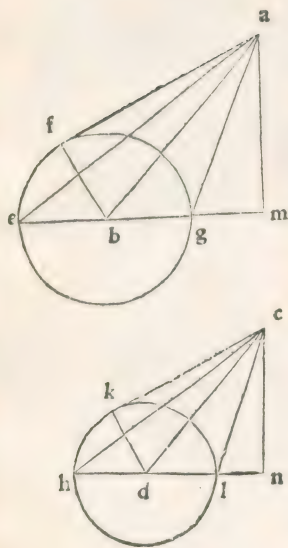
b: et ex residuo eius detrahantur pyramides eiusdem altitudinis cōsistentes su-
per trigonos portionum circuli b. fiat itaq; hoc toties: quousq; cogente prima
io/ sit residuum pyramidis b minus corpore d. eritq; ex communī scientia/ la-
terata pyramis detracta quam componunt partiales pyramides detractæ: ma-
ius corpore c. Inscribatur itaq; circulo a, polygonum simile illi: quod est basis
lateratæ pyramidis detractæ a pyramide b. & ad angulos huius polygonij in-
scripti circulo a, demitte lineas a cono pyramidis a: perficiens super illud poly-
gonium/ lateratam pyramidem æque altam rotundæ pyramidi a. Hanc igitur
ideas demonstrare esse similem lateratæ pyramidi detractæ a rotunda pyra-
mide b: quod hoc modo facies. In vtraq; pyramide eriges axē ipsius qui erit
ex diffinitione linea continuans verticem pyramidis cum centro basis: & erit
perpendicularis ad basin. de hinc a centris basium/ protrahas in vtroq; circulo
semidiametros: ad omnes angulos vtriusq; polygonij inscripti. Cūq; ex diffini-
tione similium pyramidum rotundarum sit proportio axis vnius ad axem alte-
rius sicut diametri basis vnius ad diametrum basis alterius/ ideo etiam ex 15
quinti & æqua proportionalitate sicut semidiametri ad semidiametrū/ sint autē
vtriusq; omnes anguli quos axes cum semidiametris continent recti: necesse
est ex sexta propositione sexti libri & quarta eiusdem & diffinitione similium su-
perficierum & similium corporum diffinitione/ vt laterata pyramis a sit simi-
lis lateratæ pyramidi b. quare per additam ad 8 huius/ proportio lateratæ py-
ramidis a ad lateratam b: est sicut lateris vnius ad suum relatiuum latus alteri
us proportio triplicata. ideoq; & sicut diametri a: ad diametrum b triplicata.
igitur quoq; sicut rotundæ pyramidis a: ad corpus c ex 11 quinti. quare per
mutatim proportio lateratæ pyramidis a ad rotundam pyramidē a: sicut late-
ratæ pyramidis b ad corpus c. Et quia laterata pyramis b, maior est corpore c:
erit laterata pyramis a, maior rotunda pyramide a. Quod est impossibile: cum
sit pars eius. Nō est ergo corpus c: minus rotunda pyramide b. Restat itaq; pro-
bandum: q; nec maius. Si enim aduersarius dicat ipsum esse maius: tūc argua-
tur ex conuersa proportionalitate proportionem diametri b ad diametrum a tri-
plicatam esse/ sicut corporis c ad rotundam pyramidem a. Sed ex conceptione/
eadem est rotundæ pyramidis b: ad aliquod corpus aliud quod sit d. Et quia ex
hypothesi corpus c maius est rotunda pyramide b: sequitur ex 14 quinti q; ro-
tunda pyramis a sit maior corpore d. Itaq; proportio rotundæ pyramidis b ad
corpus quod est minus rotunda pyramide a, videlicet ad d: est sicut suæ dia-
metri b ad diametrum alterius proportio triplicata. Hoc autē est impossibile.
Nam ex hoc demonstrauimus sequi: q; pars sit maior suo toto. Cum ergo cor-
pus c non possit minus esse neq; maius rotunda pyramide b: erit necessario si-
bi æquale. ideoq; ex secunda parte 7 quinti constat propositum.

¶ CAMPA NI annotauo. ¶ Non lateat autē nos: huius demonstrationis
processum ad eas dūtaxat columnas & pyramides rotundas coartari/ quarum
axes suis basibus perpendiculariter insistant. tales enī; diffinitæ fuerunt in prin-
cipio/ vndecimi. Cum tamen passio hic demonstrata/ cōmuniter conueniat om-
nibus columnis rotundis similibus pyramidibusq; rotundis similibus siue earū
axes super bases suas fuerint orthogonaliter erectæ siue super eas fuerint incli-
natæ (& appellentur differentiæ causa hæc rotundæ columnæ & pyramides qua-
rum basibus axes orthogonaliter superstant erectæ: reliquæ vero dicantur incli-
natæ) & quia in principio 11 non sunt diffinitæ columnæ aut pyramides rotun-
dæ nisi illæ tantum quas erectas vocamus/ hæc quidem per motum parallelus
grammi rectanguli/ illæ vero per motum trigoni rectanguli: ideo conueniens
arbitramur diffinire columnas & pyramides rotundas diffinitionibus cōmuni-
ter & vniuocè conuenientibus erectis & inclinatis columnis & pyramidibus
rotundis. Cum igitur extra superficiē alicuius circuli descripti/ signatur punctus
qui cum circūferentia ipsius circuli per lineam rectam continuatur: si linea ipsa
signato puncto manente fixo descripto circulo quousq; ad locum vnde moueri
inceperit circūducatur/ corpus quod a curua superficie quam motu suo descri-
bit hæc linea/ & ab ipso circulo cui circūducitur continetur/ voco pyramidem
rotundam. Et circulum cui linea hæc circūducitur: voco basin ipsius pyrami-
dis. Fixum autem punctū extra circuli superficiem signatum: voco conum py-

ramidis. Lineamque rectā continuantem centrum basis cum cono pyramidis appello axem seu sagittam pyramidis. Cumque hæc sagitta fuerit perpendicularis ad basin: dico pyramidem esse erectam. Cum vero inclinata: dico esse pyramidem inclinatam. Cum autem fuerint duo circuli æquales descripti in superficiebus æquidistantibus/quos una plana superficies pereorum centra trahens secuerit/ fuerintque continuatæ per lineam rectam duæ relativæ sectiones duarum circumferentiarum ipsorum circulorum: si linea hæc in circumferentijs ipsorum circulorum æquidistanter situi a quo moveri inceperit quousque ad locum suum redeat circūducatur/ corpus quod a curva superficie quam motu suo describit hæc linea & a duobus propositis circulis continetur / voco columnam rotundam. Cuius axis siue sagitta: est linea recta/ centra duorum circulorum continuans. Et cum hæc sagitta fuerit perpendicularis ad superficiem vtriusque duorum circulorum: dico columnam esse erectam. Cum vero fuerit super basin inclinata: dico columnam esse inclinatam. Cumque fuerint duæ rotundæ pyramides aut columnæ (a quarum axibus egrediantur duæ superficies super bases earum orthogonaliter erectæ) fuerintque anguli (quos axes & communes sectiones harum superficieum & basium continent) adinvicem æquales/ & fuerit proportio axis vnius ad axem alterius sicut semidiametri basis vnius ad semidiametrum basis alterius: tunc illas duas pyramides adinvicem/ aut illas duas columnas adinvicem/ dico similes esse. His diffinitionibus positis/ demonstrandum est: quod omnium duarum rotundarum pyramidum similium/ columnarumve rotundarum similium/ siue erectæ siue inclinatæ fuerint/ est proportio vnius ad alteram sicut diametri basis vnius ad diametrum basis alterius proportio triplicata. Quod de solis erectis demonstratum est. Ad hoc autem præmittimus antecedens necessarium.

¶ Si fuerint duæ rotundæ pyramides adinvicem similes quarum vtriusque duæ planæ superficies super axem secant/ fuerintque harum duarum superficieum altera in vtraque pyramide super basin eius orthogonaliter erecta/ et arcus basium inter illas duas superficies contenti/ similes: erunt anguli quos axes & duæ communes sectiones basium & earum superficieum quæ super bases non possunt orthogonaliter erectæ continent/ adinvicem æquales.

¶ Sint duæ rotundæ pyramides a b & c d, quarum bases sunt circuli e f g & h i k l, & axes duæ lineæ a b & c d, & diametri basium e g & h l, centra basium sunt duo puncta b & d, conus pyramidum a & c similes adinvicem. & ab earum communis ad superficiem basium protrahantur ut docet 11 vndecimi libri duæ perpendiculares quæ sunt a m & c n: & continentur puncta m & n cū centris basium/ protrahitis lineis b m & d n. eritque ex 18 vndecimi superficies a b m quæ egreditur ab axe a b: erecta super basin pyramidis a b orthogonaliter. Eodem modo superficies c d n, quæ egreditur ab axe c d: erit erecta super basin pyramidis c d orthogonaliter. Sint itaque duo arcus f g & k l: similes, & intelligatur duæ superficies a b f, c d k, egredi ab axibus: & secare pyramides a b & c d similes. Dico igitur duos angulos a b f, c d k: esse adinvicem æquales. Protrahantur enim duæ lineæ f m & k n. Quia igitur duæ pyramides a b & c d sunt similes/ & duæ superficies a b m, c d n, stantes orthogonaliter super bases/ egrediuntur ab eorum axibus: erit ex diffinitione similium pyramidum/ angulus a b m æquales angulo c d n. Et quia ex diffinitione lineæ supra superficiem perpendiculariter erectæ/ vtriusque duorum angulorum a b m, c d n, est rectus: erunt ex 12 primi & 4 sexti/ duo primi triangula a b m & c d n, laterū proportionalia. Ut proportio lineæ a b ad lineam c d: sicut b m ad d n, & sicut a m ad c n. Et quia ex diffinitione similium pyramidum/ proportio axis a b ad axem c d est sicut semidiametri b f ad semidiametrum d k: erit ex 11 quinti/ proportio b f ad d k sicut b m ad d n. Cūque sint duo anguli f b m & k d n æquales/ eo quod duo arcus f g & k l sunt similes ex hypothesi: erit ex sexta & quarta sexti/ proportio f m ad k n sicut b m ad d n. ideoque sicut a m ad c n. Et quia iterum ex diffinitione lineæ super superficiem perpendiculariter erectæ vtriusque duorum angulorum, a m f, c



nk, est rectus? erit ex 6 & 4 sexti / proportio a f ad c k, sicut a m ad c n. ideo per 11 quiti sicut a b ad c d, & sicut b f ad d k. Igitur ex 5 sexti / duo anguli a b f & c d k: sunt adinuicē æquales. Quod est propositum. ¶ Idē probabis leuiter de rotundis columnis similibus. Hoc itaq; demonstrato / dico q; omniū duarū rotundarū pyramidū similiū quæcūq; fuerint siue erectæ siue inclinatæ / est proportio vnius earum ad alteram: sicut diametri suæ basis ad diametrum alterius basis proportio triplicata. Sint enim vt prius duæ rotundæ pyramides a & b, quarum bases sunt circuli a & b: & horum circulorum diametri sint etiam a & b. sitq; proportio pyramidis a ad corpus c: sicut diametri a ad diametrum b proportio triplicata. Non erit igitur corpus c: minus neq; maius rotunda pyramide b. Sit enim primo (si possibile est) minus / quantitate corporis d: ita q; igitur pyramidis b, prodeat superficies quæ sit orthogonaliter erecta super circulum b: sitq; communis sectio huius superficiei & circuli b, linea e f transiēs per centrum b, quæ erit diameter circuli b. & protrahatur in circulo b, alia diameter secans hanc orthogonaliter: quæ sit g h. sitq; inscribatur circulo b: quadratum e g f h. & a rotunda pyramide b, intelligatur detrahilata pyramis / cuius basis est quadratum circulo b inscriptum: quæ (vt probatum est supra) maius erit dimidio rotundæ pyramidis. et ex residuo eius detrahatur pyramides eiusdem altitudinis: consistentes super trigonos portionum circuli b. fiatq; hoc totiens: quousq; residuum rotundæ pyramidis b sit minus corpore d ex 1 decimi. Eruntq; ex conceptione / laterata pyramis detracta quam componūt lateratæ partiales pyramides detractæ: maius corpore c. Tunc ergo prodeat ex axe pyramidis a, superficies alia quæ sit orthogonaliter erecta super circulum a: & sit communis sectio huius superficiei & circuli a, linea k l, quæ ob hoc erit diameter circuli a. protrahatur autem in circulo a, alia diameter secans hanc orthogonaliter: quæ sit m n. sitq; inscribatur in circulo a, quadratum k m l n. & diuidendo arcus portionum circuli a per equalia: perficiatur in circulo a, polygonum simile illi quod est inscriptū circulo b. & ad singulos angulos huius polygonij demitte lineas rectas a cono pyramidis a: perficiēs super illud polygonum lateratā pyramidē æque altā pyramidi a. Hanc autē lateratā pyramidē: probabis esse similē lateratæ pyramidi detractæ a rotunda pyramide b. quod hoc modo facies. Duces axes cogitatione vel actu vtriusq; in vtriusq; pyramidi bus a & b: & a centris basium protrahas lineas rectas ad omnes angulos inscripti polygoniorū. Eruntq; ex præmissis antecedente omnes anguli quos continet axis pyramidis a, cum singulis lineis ductis a centro circuli a, ad angulos polygonij sibi inscripti: æquales suis relatiuis angulis quos continet axis pyramidis b, cū singulis lineis ductis a centro circuli b, ad angulos polygonij sibi inscripti. Et quia ex diffinitione rotundarū pyramidū similiū / proportio axis pyramidis a ad axē pyramidis b, est sicut semidiametri circuli a ad semidiametrum circuli b: sequit ex sexta & quarta sexti & diffinitionibus similiū superficiesū & similiū corporū q; duæ lateratæ pyramides a & b sint similes. Cætera argue sicut prius in decima. Constat itaq; de omnibus rotundis pyramidibus simili- bus: q; pportio earū sit sicut diametrorū suarū basiū triplicata. Et quia omnis colūna rotūda est tripla ad suā pyramidē (hoc ei sufficiēter est demonstratū siue colūne & suę pyramides fuerint erectę siue inclinatę) sequit ex 15 quiti vt etiā q; rēlibet colūnarū rotūdarū similiū sit pportio sicut suarū diametrorū triplicata.

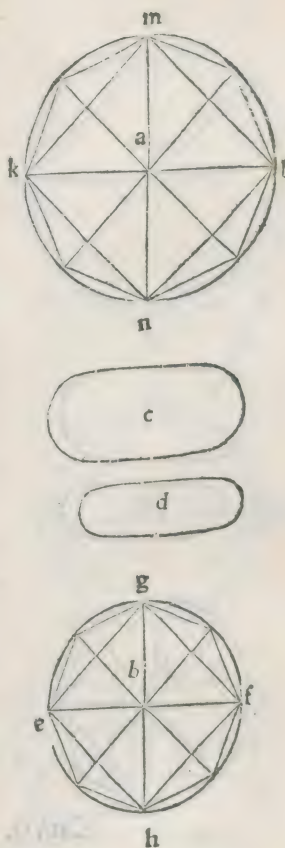
Euclides ex Camp.

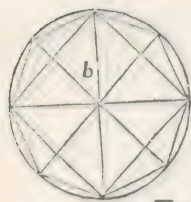
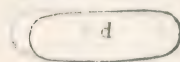
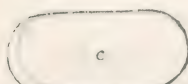
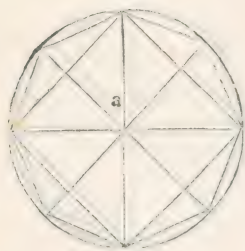
Propositio 11.

¶ Mnes duas rotundas pyramides siue columnas / æque altas: suis basibus proportionales esse necesse est.

¶ CAMP. ¶ Supra duos circulos a & b, statuatur vt prius duę rotundæ colūne æque altæ eisdem literis ascriptæ a & b. Dico itaq; q; proportio duarum pyramidum a & b, duarumq; columnarum a & b: est sicut duorum circulorum a & b. Quod de columnis manifestum erit: si hoc prius de pyramidibus demonstra- bitur, omnis enim rotunda columna: tripla est ad suā pyramidem. De py-

Ej.





Zam¹³.

ramidibus autem constabit indirecta demonstratione: hoc modo. Est enim eadem communi sciētia / proportio rotundę pyramidis a ad aliquod corpus: sicut circuli a ad circulū b, illud corpus sit c. Dico itaq; q; corpus c: nō potest esse maius neq; minus rotūda pyramide b. Siteni primo: minus / quātitate corporis d. Igitur circulo b inscribatur quadratum . & detrahatur a rotūda pyramide b, pyramis laterata: cuius sit basis quadratum circulo b inscriptum. & ex portionibus pyramidalibus detrahantur pyramides super trigonos portionū circuli consistētes. fiatq; hoc rotiens: quousq; sit ex pyramide b, residuum minus corpore d. eritq; laterata pyramis detracta / quam componunt partiales pyramides detractę: maior corpore c. Inscribatur ergo circulo a, polygonum simile illi polygonio quod est basis lateratę pyramidis b: & perficiatur superillum pyramis laterata ductis lineis a vertice pyramidis lateratę a, ad angulos polygoni inscripti. Eruntq; duę lateratę pyramides a & b: æque altę . Hoc enim est propositum de rotundis. Quare proportio lateratę pyramidis a ad lateratam pyramidem b: est sicut basis eius ad basin illius / videlicet sicut polygonij a ad polygonium b. Hoc enim demonstratū est in sexta huius. At vero polygonij a ad polygonium b: est sicut circuli a ad circulū b, quod manifestū est ex prima & secunda huius. Itaq; lateratę pyramidis a ad lateratam pyramidem b: sicut rotundę pyramidis a ad corpus c, quare permutatim lateratę pyramidis a ad rotundam pyramidem a: sicut lateratę pyramidis b ad corpus c. Cūq; sit laterata pyramis b maior corpore c: sequitur lateratam pyramidem a esse maiorem rotunda pyramide a. Hoc autē impossibile. est enim pars eius. Non erit ergo corpus c: minus rotunda pyramide b. ¶ Si vero ponat aduersarius q; sit maius: demonstrabimus rursum idem impossibile consequi. Erit enim per cōuersam proportionalitatem proportio corporis c ad rotundam pyramidem a: sicut circuli b ad circulum a. Sit quoq; eadem rotundę pyramidis b: ad aliquod corpus quod sit d. Cum igitur corpus c sit maius rotunda pyramide b per hypothēsin: erit ex 14. quinti rotunda pyramis a maior corpore d. Itaq; proportio circuli b ad circulum a: erit sicut rotundę pyramidis b ad quoddam corpus minus rotūda pyramide a. Sed hoc demonstratum est prius: esse impossibile. sic enim sequitur: q; pars sit maior suo toto. Non est igitur corpus c, neq; minus neq; maius rotunda pyramide b: sed tantum æquale. Itaq; ex secunda parte 7. quinti concludere propositum. ¶ Ut autē facilius inconcussusq; demonstraretur quod sequitur: ad ipsam est antecedens vtile præmittendum. quod est

¶ Si superficies quędam rotundam colūnam æquidistanter basi eius secuerit: erunt duo partialia corpora quę ad illam secantē superficiem terminantur / portionibus axis colūnę proportionaliter. ¶ Simile est hoc: ei quod proposuit 25 vndecimi libri de solidis parallelogrammis. Nec solum verum est hoc de columnis rotundis: immo simpliciter de omnibus columnis siue lateratę siue rotundę. Quia argumentationē priorem sexti vel 25 vndecimi firmiter tenuerit: facile demonstrare poterit. hic enim non aliter q̃ ibi ex diffinitione incontinę proportionalitatis quę posita est in præmio quinti libri / arguendum est propositum. Attendere autem oportet quę quęcuq; superficies secat colūnam æquidistanter basi ipsius: secat etiam eam æquidistanter superficiē basis eius oppositę. nam quęcuq; superficies vni fuerit æquidistanter superficiē basis eius oppositę / vt ex his q; de perfectione sunt æquidistātes: ipsę quoq; sunt ægidistātes adinuicē / vt ex his q; de colūna sunt ex 17 vndecimi didicisti. Quare manifestū est: q; omnes rotundę colūnę quę sunt bases æquales: altitudinibus suis sunt proportionales. Idē quoq; de lateratis. Idem quoq; de pyramidibus rotundis: & etiā de lateratis. Idē quoq; de pyramidibus constabit: si prius de columnis probetur. Est enim omnis colūna: tripla ad suam pyramidem. rotunda quidē: ex nona huius: laterata vero: ex ijs quę supra in octaua demonstrata sunt.

Propositiō 11. Ge

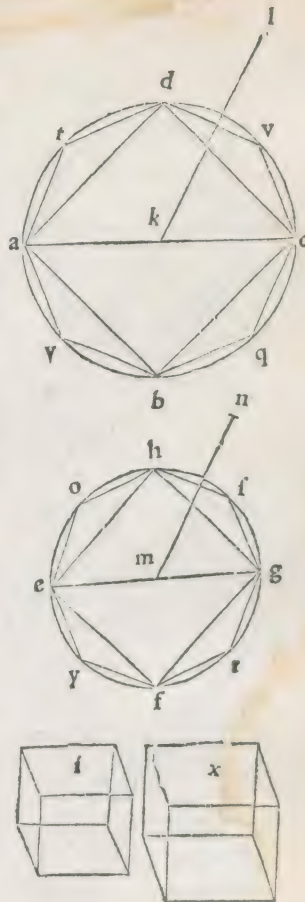
Eucl. ex Zamb. Theorema II. Propositio II.

Самр и.

Eucl. ex Zamb. Theorema II. Propositio II.
 Sub eodem fastigio existentes coni & cylindri: adinuicem sefe
 habent sicut bases.

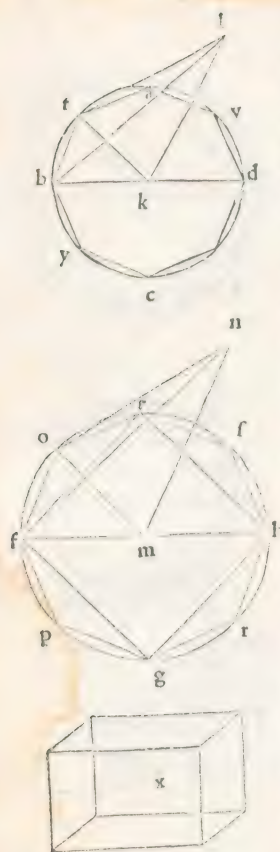
THEON ex Zamberto. ¶ Sint sub eadem altitudine coni & cylindri: quorum bases quidem sunt a b c d, e f g h, circuli/axes autem sint k l, m n, dimetientes vero basium sint a c, e g. Dico q̄ est sicut a b c d circulus ad e f g h circulum: sic est a l conus ad conum e n. Si autem non est sicut a b c d circulus ad e f g h circulum, sic a l conus ad e n conū: erit sicut a b c d circulus ad e f g h circulum, sic a l conus ad aliquod solidum minus ipso e n cono vel ad maius. Sit prius ad minus: hoc est ad x. Et quo minus est x solidū ipso e n cono: et æquum esto i solidum. igitur conus e n: æquus est ipfis i, x, solidis. Describatur per 6 quartū in circulo e f g h: quadratum e f g h. quadratum igitur: maius est q̄ dimidium circuli. Excitetur ab ipso e f g h quadrato: pyramis æquæ alta ipsi cono. Igitur ipsa pyramis excitata: maior est q̄ dimidium ipsius coni. quoniam si circūscribamus ipsi orbi quadratū/ & ab ipso excitemus pyramida cono æque altam: inscripta pyramis dimidium est circūscriptæ. adinuicem enim sunt sicut bases. Conus autem: minore est pyramide circūscriptæ. Pyramis igitur cuius basis est e f g h quadratum/vertex autem idem ipsi cono: maior est q̄ dimidium coni. Secentur per 30 tertij e f, f g, g h, h e, circūferentiæ diuidue in signis o, p, r, s: connectanturq; ipsæ h o, o e, e p, p f, f r, r g, g s, s h. Vnūquodq; igitur ipsorum h o e, e p f, f r g, g s h, triangulorum: maius est q̄ dimidium per sese segmenti ipsius circuli. Excitetur ab vnoquoq; ipsorum h o e, e p f, f r g, g s h, triangulorum: pyramis æque alta ipsi cono. Vnaquæq; igitur excitatarum pyramidum: maior est q̄ dimidia pars per sese segmenti coni. Secantes igitur per 30 tertij reliquas circūferentias diuidue/connectentelq; rectas lineas/ & ex citantes ab vnoquoq; triangulorum pyramides ipsi æque altas cono/ & hoc semper fiat: reliquemus quasdam coni defectiones quæ erunt minores ipso i solidō. Relinquatur: sintq; in h o e, e p f, f r g, g s h. Reliqua igitur pyramis cuius basis quidem est h o e p f r g s multangulum/ fastigium idem quod cono: maior est ipso x solidō. Inscribatur & in circulo a b c d, ipsi h o e p f r g s multangulo simile & similiter positum multangulum d t a y b q c v: exciteturq; ab ipso pyramis æque alta ipsi a l cono. Quoniam igitur est sicut quod est a c ad id quod ex e g sic d t a y b q c v multangulum ad id quod sub h o e p f r g s multangulum/ sicut autem quod ex a c ad id quod ex e g sic a b c d orbis ad e f g h orbē: et sicut igitur per 11 quinti a b c d orbis ad e f g h orbem/ sic d t a y b q c v multangulū ad h o e p f r g s multangulū. Sicut autem a b c d orbis ad e f g h orbē: sic a l conus ad x solidum. Sicut autem d t a y b q c v multangulum ad h o e p f r g s multangulum: sic pyramis cuius basis est d t a y b q c v multangulum/vertex autē l signū/ ad pyramida cuius basis quidē est h o e p f r g s multangulum/ fastigiū autē n signum. Et sicut igitur per 11 quinti a l conus ad x solidum: sic pyramis cuius basis quidem d t a y b q c v multangulū/vertex autem l signum/ ad pyramida cuius basis quidē est h o e p f r g s multangulū/vertex autem n signum. Vicissim igitur per 16 quinti est sicut a l conus ad eam quæ in se ipso pyramida: sic x solidum ad eam quæ in e n cono pyramida. Maior autē est a l conus: ea quæ in se ipso pyramide, maius igitur est & x solidum: ea quæ in e n cono pyramide, sed & minus. quod absurdum est. Nō igitur est sicut a b c d circulus ad e f g h circulum: sic a l conus ad aliquod solidum minus ipso e n cono. Similiter iā demonstrabimus: q̄ neq; sicut e f g h orbis ad a b c d orbē/ sic e n conus ad solidum aliquod maius ipso a l cono. ¶ Dico iam q̄ neq; est sicut a b c d orbis ad e f g h orbem: sic conus a l ad aliquod solidum maius ipso e n cono. Si enī possibile: esto ad maius x. Conuersim igitur est sicut e f g h orbis ad a b c d orbē: sic est x solidum ad a l conū. Sed sicut x solidū ad a l conū: sic est e n conus ad aliqd solidū minus ipso a l cono. Et sicut igitur per 11 quinti e f g h circulus ad a b c d circulū: sic conus e n ad aliquod solidum minus ipso a l cono, quod absurdū esse patuit. Nō est igitur a b c d orbis ad e f g h orbē: sic a l conus ad solidū aliquod maius ipso e n cono. Patuit autem q̄ neq; ad minus. Est igitur sicut a b c d orbis ad e f g h orbē: sic a l conus ad e n conum. Sed sicut conus ad conū: sic cylindrus ad cylindrū, triplus enī: est alter alterius. Et sicut igitur per 11 quinti a b c d orbis ad e f g h orbē: sic qui in ipsis cylindris æquæ alti ad conos. Sub eodē igitur fastigio subsistentes coni & cylindri: se adinuicem habent sicut bases. Quod erat ostendendum.

E.ij.



CSimiles conī & cylindri: ad se inuicem in tripla sunt ratione ¹²
cut dimetientium ad bases.

THEON ex Zamb. **CSint** similes conī & cylindri: quorum bases quidem
ab c d, e f g h, orbis dimetiētes vero basiū sint b d, f h, & axes conorū siue cy-
lindrorū sint k l, m n. Dico q̄ conus cuius basis quidem est a b c d circulus/ax-
is signū autē l signū: ad conū cuius quidē basis est e f g h, vertex autē n signū
tripā habet rationē q̄ b d ad f h. Si autē a b c d l conus ad e f g h n conū triplā
rationem non habet q̄ b d ad f h: habebit conus a b c d l vel ad solidū aliquod
minus ipso e f g h n cono triplā rationē/vel ad maius. Habeat prius ad mi-
nus x. Describaturq̄ per 6 quarti in circulo e f g h: quadratum e f g h. Igitur e
f g h quadratū: maius est q̄ dimidiū circuli e f g h. Excitetur ab ipso e f g h qua-
drato: pyramis eque alta ipsi cono. Igitur pyramis excitata: maior est q̄ dimi-
dia pars conī. Se-entur iā per 30 tertiū ipse e f g h, g h, h e, circūferentia diui-
due/in o, p, r, f, signis: cōnectaturq̄ e o, o f, f p, p g, g r, r h, h f, f e. Vnūquod
q̄ igitur ipsorū e o f, f p, p g, g r, h, h f, e, triangulorū: maius est q̄ dimidia pars p
sele segmēti circuli e f g h. Cōstituatur ab vnoquoq̄ ipsorū e o f, f p, p g, g r, h, h
f, e, triangulorū: pyramis idē habēs fastigiū ipsi cono. Vnūquēq̄ igitur ipsarū
excitatarū pyramidū: maior est q̄ dimidiū per sele segmēti circuli. Secātes igitur
citantesq̄ ab vnoquoq̄ triangulorū pyramides fastigiū ipsi cono habētes idē
& hoc semper efficientes: relinquemus quādā conī defectiōnes quę erūt mī-
nores excessū quo excedit e f g h n conus ipsum x solidum, relinquitur: & sine
in e o, o f, f p, p g, g r, r h, h f, e, reliqua igitur pyramis cuius basis quidē est
e o f p g r h f multāgulum/vertex autē n signū: maior est ipso x solido. Delecta-
batur in circulo a b c d: ipse o f p g r h f multāgulo simile similiterq̄ posita
multāgula a t b y c q d v. & excitetur ab ipso pyramis: idē habēs ipsi cono fas-
tigiū. Et cōprehēdentiū pyramida cuius basis quidē est a t b y c q d v multā-
gula/vertex autē l signū: vnū triangulū esto l b t. cōprehēdentiū autē pyrami-
da cuius basis quidē est e o f p g r h f multāgulum/fastigiū autē n signū: vnū tri-
gulū esto n f o. & cōnectatur k t, m o. Et quonā a b c d l conus similis est ipsi e
f g h n cono: est igitur per 20 vndecimī diffinitionē sicut b d ad f h, sic k l axis
ad m n axē. Sicut autē b d ad f h: sic per 15 quinti b k ad f m. & sicut igitur per
11 quinti b k ad f m: sic k l ad m n. & vicissim per 16 quinti sicut b k ad k l: sic f m
ad m n. Et circū æquos angulos b k l, f m n: latera sunt porportionalia. Igitur
tur per 1 sexti diffinitionē triangulū b k l simile est ipsi f m n triangulo. Rursus
quonā est sicut b k ad k t sic f m ad m o, & circū æquos angulos b k t, f m o,
quonā qualis pars est angulus b k t eorū qui ad k centrū quatuor rectorū: ita
lis pars est & angulus f m o eorū qui ad in centrū quatuor rectorū/quonā igitur
tur circū æquos angulos latera sunt proportionalia: igitur triangulū b k t simi-
le est ipsi f m o triangulo. Rursus quonā patuit sicut b k ad k l sic f m ad m n,
æqualis autem est b k ipsi k t, & f m ipsi m o: est igitur sicut t k ad k l, sic o m ad
m n. Et circū æquos angulos t k l, o m n: rectorū latera proportionalia. Igitur
k t triangulū: ipsi m n o triangulo simile est. Et quonā per 6 sexti & propter si-
militudinē ipsorū l k b, n m f, triangulorum est sicut l b ad b k sic n f ad f m, &
propter similitudinē ipsorū b k t, f m o, triangulorū est sicut k b ad b t sic m f ad
f o: ex equali igitur per 22 quinti sicut l b ad b t, sic n f ad f o. Rursus quonā ob
similitudinē ipsorū l t k, n o m, triangulorū est per 6 sexti sicut l t ad t k sic n o
ad o m, propter autē similitudinē ipsorū t k b, o m f, triangulorū est sicut k t ad
t b sic m o ad o f: ex equali igitur per 22 quinti sicut l t ad t b, sic n o ad o f. Pa-
tuit autem & sicut t b ad b l sic o f ad f n. ex equali ergo per 22 quinti sicut l
ad l b: sic o n ad n f. Igitur ipsorū l t b, n o f, triangulorū: proportionalia sunt
latera. Ipsa igitur l t b, n o f, triāgula: æquiangula sunt. quare & similia per 5
sexti. Et pyramis igitur cuius basis quidē est b k t triangulum/vertex autem
l signum: similis est pyramidi cuius basis quidē est f m o triangulum/vertex
autem n signum. sub similibus enim planis æque multiplicibus compræ-
henduntur. Similes autē pyramides, triāgulares bases habētes: in tripli sunt

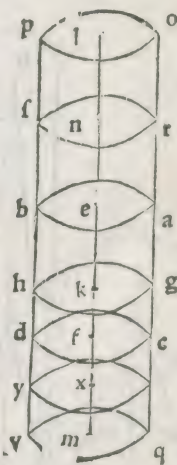


ratione eiusdem rationis laterum per 8 duodecimi. pyramis igitur $b k t l$: ad $f m o n$ pyramida/triplam rationem habet/ \bar{q} $b k$ ad $f m$. Similiter iam conectētes ab ipsis a, v, d, q, c, y , in k rectas lineas: & ab ipsis e, f, h, r, g, p , in m , ex cōstantesq; in triangulis pyramides eadem habentes fastigia ipsis conis: ostendemus qd & unaquęq; ipsarum eiusdem generis pyramidum ad unaquęq; eiusdem generis pyramida/triplam habet rationem \bar{q} $b k$ eiusdem rationis laterum ad $f m$ eiusdem rationis laterum/hoc est \bar{q} $b d$ ad $f h$. Sed sicut vnum antecedentium ad vnum sequentium: sic omnia antecedentia ad omnia sequentia. Est autem & sicut $b k t l$ pyramis ad $f m n o$ pyramida: sic est tota pyramis cuius basis $a t b y c q d v$ multangulum/vertex autem l signum/ad totam pyramidē cuius quidem basis est $e o f p g r h f$ multangulum/vertex vero n signū. Quare et pyramis cuius basis quidem est $a t b y c q d v$ multangulum/fastigium autē l signum: ad pyramida cuius quidem basis $e o f p g r h f$ multangulum/fastigium autem n signum: triplam habet rationem \bar{q} $b d$ ad $f h$. Supponitur autem & conus cuius basis quidem $a b c d$ orbis/fastigium autem l signum: ad x solidū dum triplam rationem habens \bar{q} $b d$ ad $f h$. est igitur sicut conus cuius basis quidem $a b c d$ circulus/vertex autem l signum ad x solidum: sic pyramis cuius quidem basis est $a t b y c q d v$ multangulum/vertex autem l ad pyramida cuius basis quidem est $e o f p g r h f$ multangulum/vertex autem n signum. Vt cissim igitur per 6 quinti sicut conus cuius basis quidem est $a b c d$ orbis/vertex autē l signū/ad eā quę in se pyramida cuius basis est $a t b y c q d v$ multangulum/vertex autē l signū: sic solidū x ad pyramida cuius basis quidem est $e o f p g r h f$ multangulum/vertex autem n signum. Maior autē est prędictus conus: ea quę in se ipso pyramide. ipsam enim continet. Igitur x solidum: maius est ipso pyramide cuius basis quidem est $e o f p g r h f$ multangulum/vertex autem n signū. Supponebatur autē qd & minus. quod est absurdum. Non igitur conus $a b c d l$: ad aliquod corpus minus ipso $e f g h n$ cono triplā rationē habebit / \bar{q} $b d$ ad $f h$. Similiter iam demonstrabimus: qd neq; $e f g h n$ conus ad solidū aliquod minus ipso $a b c d l$ cono/triplā rationē habet/ \bar{q} $f h$ ad $b d$. Dico iam qd neq; $a b c d l$ conus: ad aliquod solidum maius ipso $e f g h n$ cono / triplam habet rationē, \bar{q} $b d$ ad $f h$. Si enim possibile: habeat ad maius x . Conuersim igitur x solidum: ad $a b c d l$ conum/triplam habet rationem/ \bar{q} $f h$ ad $b d$. Si autem x solidum ad $a b c d l$ conum: sic $e f g h n$ conus ad aliquod solidum minus ipso $a b c d l$ cono. & $e f g h n$ igitur conus: ad solidum aliquod minus ipso $a b c d l$, triplam rationē habet/ \bar{q} $f h$ ad $b d$. quod impossibile esse patuit. Igitur $a b c d l$ conus: ad solidum aliquod maius ipso $e f g h n$ cono, triplā rationem non habet/ \bar{q} $b d$ ad $f h$. patuit autem qd neq; ad minus. Conus igitur $a b c d l$: ad conum $e f g h n$, triplam rationē habet/ \bar{q} $b d$ ad $f h$. Per 15 quinti si autem conus ad conum: sic cylindrus ad cylindrum. triplus enim est cylindrus: ipsius coni qui in eadem est basi & sub equali fastigio ipsi cono. Ostēsum est autem: qd omnis conus/cylindri tertia pars est eandem eidem basin habentis per 10 duodecimi & æquale fastigium. Et cylindrus igitur: ad cylindrum triplam habet rationem \bar{q} $b d$ ad $f h$. Similes igitur coni & cylindri: adinuicem in triplici sunt ratione sicut dimetiētiū ad bases. Quod ostendere oportuit.

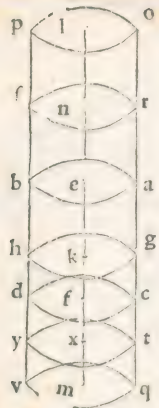
Eucl. ex Zamb. Theorema 13. Propositio 13.

¶ Si cylindrus plano secetur/parallelo existenti eis quę ex opposito planis: erit sicut cylindrus ad cylindrum sic axis ad axem.

¶ THEON ex Zamberto. ¶ Cylindrus inquā $a d$, plano $g h$ secetur/parallelo existente eis quę ex opposito planis: hoc est ipsis $a b, c d$. Dico qd est sicut $b g$ cylindrus ad $g d$ cylindrum: sic est $e k$ axis ad $k f$ axem. Extendatur axis $e f$ ex utraq; partē: in l, m , signa. exponanturq; ipsi $e k$ axi/quilibet vtrūq; $e n, n l$: ipsi autem $f k$ /quilibet vtrūq; $f x, x m$. & extendantur per l, n, x, m , signa: plana parallela $a b, c d$. & intelligantur in ipsis per l, n, x, m , planis circum cētra l, n, x, m : circuli $o p, r t, y, q, v$, æquales ipsis $a b, c d$. & intelligantur cylindri $p r, r b, d t, t y, q v$. Et quoniam ipsi $l n, n e, e k$, axes adinuicem sunt æquales: ipsi igitur $p r, r b, b g$, cylindri adinuicem sunt sicut bases per 10 duodecimi. Bases autem: sunt æquales. Igitur & $p r, r b, b g$, cylindri: sūt æquales. Qm̄ E. iij.



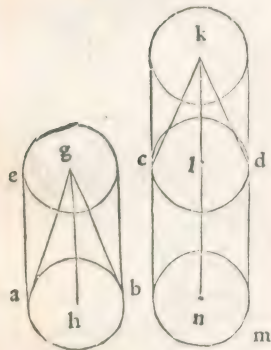
GEO. LE. EV.



Igitur l, n, e, k , axes adinuicē sunt æquales sicut bases/bases autē sint æquales: æquales igitur sunt & p, r, b, g , cylindri adinuicem. Quoniam igitur ipsi l, n, e, k , axes adinuicem sunt æquales / sunt autem & ipsi p, r, b, g , cylindri adinuicem æquales / & multitudo ipsorū l, n, e, k , æqualis est multitudini ipsorum p, r, b, g : quotuplex igitur est k l axis ipsius e k axis / totuplex erit & p g cylindrus ipsius b g cylindri. Et iam id propterea quotuplex est m k axis ipsius k f axis: totuplex est & cylindrus v g ipsius g d cylindri. Et si k l axis æqualis est ipsi k m axis: æquus est & cylindrus p g ipsi g v cylindro. Si autē axis k l maior est ipso k m axe: maior erit & p g cylindrus ipso g v cylindro. Et si minor: minor per 1 quinti. Quatuor iam existentibus magnitudinibus / axibus quidem e, k, f , cylindris autem b, g, d : accipiuntur per distributionem 6 quinti æque multiplex ipsius quidem e k axis & b g cylindri / ipse axis k l & p g cylindrus. Ipsius autem k f axis, & g d cylindri: k m axis & g v cylindrus. Et patet quod si k l axis excedit k m axem: & p g cylindrus ipsum excedit g v cylindrum. & si æqualis: æqualis. & si minor: minor. Est igitur sicut e k axis ad k f axē: sic b g cylindrus ad g d cylindrū. Quod ostendere oportuit.

Eucl. ex Zamb. Theorema 14. Propositio 14.

In æqualibus basibus existentes coni & cylindri: adinuicem se habent sicut fastigia.

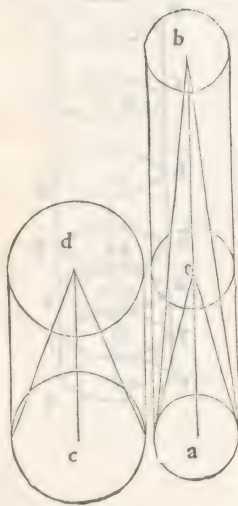


THEON ex Zamberto. Sint enim in æqualibus basibus a, b, c, d : cylindri f, d, e, b . Dico quod est sicut cylindrus e b ad cylindrum f d : sic est g h axis ad k l axem. extēdatur in q k l axis in n signum. ponaturque ipsi g h axis æqualis l n : & circū axem l, n , intelligatur cylindrus c, m . Quoniam igitur e, b, c, m , cylindri sub eodem sunt fastigio: adinuicem sunt sicut bases per 11 duodecimi. Bases autē: inuicē sunt æquales. igitur & cylindri e, b, c, m : sūt æquales. Et quoniam cylindrus f, m , plano quodā secat c, d , parallelo existēte eis q ex opposito planis: est igitur p 13 duodecimi sicut c, m cylindrus ad f, d cylindrū: sic est l n axis ad k l axē. æqualis autē est c, m cylindrus ipsi e b cylindro: & l n axis ipsi g h axis. Est igitur sicut e b cylindrus ad f, d cylindrū: sic est g, h axis ad k, l axē. Sicut autē e b cylindrus ad f, d cylindrū: sic a, b conus ad c, d conū, tripli enim sūt cylindri ipsorū conorū per 10 duodecimi. & sicut igitur per 11 quinti g h axis ad k, l axem: sic a, b conus ad c, d conum / & e b cylindrus ad f, d cylindrū. Quod erat ostendendum.

Eucl. ex Camp.

Propositio 12.

Si duæ pyramides rotundæ siue columnæ fuerint æquales: suæ bases & altitudines erunt mutuae. Si vero suæ bases & altitudines mutuae fuerint: ipsas pyramides siue columnas æquales esse necesse est.



CAMPANVS. Altitudinem pyramidum / determinant lineæ a conis ad bases perpendiculariter descendentes: columnarum autem / a supremis earū superficiebus ad bases. Sint itaque duæ rotundæ pyramides a, b & c, d æquales: duæque rotundæ columnæ a, b & c, d æquales. sintque communes bases tam pyramidum quam columnarū duo circuli a & c : communes quoque altitudines ita pyramidum quam columnarum determinatæ per lineas a, b & c, d . Dico quod proportio circuli a , est sicut altitudinis a, b ad altitudinē c, d : & e conuerso. Hoc autē si de colūnis probatū fuerit: de pyramidibus certū erit / quoniam omnis colūna rotunda tripla est ad suam pyramidem. Si itaque duæ altitudines a, b & c, d fuerint æquales: ex præmissa constat propositum. Si autem inæquales: sit a, b maior. sumaturque a æqualis c, d , & secetur columna a, b : a superficie e æquidistantem basi situs a , eritque ex præmissis antecedente / columna a, b ad columnam a, e : sicut altitudo a, b ad altitudinē a, e . ideoque ex prima parte 7 quinti columnā c, d ad columnam a, e : sicut altitudo a, b ad altitudinē a, e . quare per secundam partem 7 quinti / sicut altitudo a, b ad altitudinē c, d . ex præmissa autē est colūna c, d ad columnā a, e : sicut circulus c, d ad circulum a, e . itaque per 11 quinti est altitudo a, b ad altitudinē c, d : sicut basis c ad basin a . Constat igitur prima pars.

Secunda conuerso modo constabit: eadem dispositione manente. Sit enim ut basis c ad basin a: sic altitudo a b ad altitudinem c d. Dico qd duę colūne a b & c d sunt equales. Erit enim ex secūda parte 7 quinti altitudo a b ad altitudinem a e: sicut basis c ad basin a. Et quia ex prēmīssa columna c d ad columnā a e est sicut basis c ad basin a, & ex prēmīssa antecedente colūna a b ad colūnam a e, sicut altitudo a b ad altitudinem a e: sequitur ex 11 quinti ut columna c d ad columnā a e sit sicut columna a b ad eandem a e. Igitur ex prima parte 9 quinti duę columnę a b & c d: sunt æquales. Quare constat etiam secunda pars.

Eucl. ex Zamb. Theorema 15. Propositio 15.

Æqualium conorum & cylindrorum: reciproę sunt bases verticibus. Et coni & cylindri quorum reciproę sunt bases verticibus: sunt æquales.

THEON ex Zamberto. Sint æquales coni & cylindri: quorum bases quidam a b c d, e f g h, orbis/dimetientes autem ipsorum a c, e g, axes autem k l, m n, qui & altitudines sunt conorum & cylindrorum. Et compleantur ipsi a x, e o, cylindri. Dico qd ipsorum a x, o e, cylindrorum: reciproę sunt bases verticibus. hoc est qd est sicut a b c d basis ad e f g h basin: sic est m n vertex ad k l verticem. Fastigiū in quā l k: ipsi m n fastigio aut est æquale/aut nō. Sit prīus æquale. Est autē & a x cylindrus: ipsi e o cylindro æqualis. sub eodem autē fastigio existentes coni & cylindri: adinuicem sunt sicut bases per 11 duodecimi. Aequalis est igitur a b c d basis: ipsi e f g h basi. Quare & reciproę sunt sicut a b c d basis ad e f g h basin: sic m n fastigiū ad k l fastigiū. Sed iam nō sit vertex l k ipsi m n æqualis: sed esto maior m n. & auferatur per tertiam primī ab ipsa m n altitudine: ipsi k l æqualis p m: ponaturq; per 2 primī ipsi l k verticis æqualis p m. & per p signum secetur per 13 duodecimi cylindrus o e: plano y t parallelo existēte eis quæ ex opposito planis/hoc est e f g h, r o, circularū. Et a basi quidem ipsius e f g h circuli: fastigio vero m p: cylindrus intelligatur e f. Et quoniam a x cylindrus æquus est ipsi e o cylindro: alius autem e f cylindrus: est igitur per 7 quinti sicut a x cylindrus ad e f cylindrum: sic est a b c d basis ad e f g h basin. Sed sicut quidē a x cylindrus ad e f cylindrum: sic est a b c d basis ad e f g h basin. Sub eadē enim sunt altitudines: ipsi a x, e f, cylindri. Sicut autem cylindrus e o ad cylindrum e f: sic m n altitudo ad m p altitudinē. cylindri nāq; in æqualibus basibus existentes: se habent sicut fastigia. Est igitur sicut a b c d basis ad e f g h basin: sic est m n vertex ad m p verticem. Aequalis autem est p m vertex: ipsi k l vertici. Est igitur sicut a b c d basis ad e f g h basin: sic m n altitudo ad k l altitudinem. Aequalium igitur a x, e o, cylindrorum: reciproę sunt bases altitudinibus. Sed iam ipsorum a x, e o, cylindrorum reciproę sunt bases altitudinibus: estoq; sicut a b c d basis ad e f g h basin: sic vertex m n ad verticem k l. Dico qd a x cylindrus: æqualis est ipsi e o cylindro. Eisdem nāq; dispositis: quoniam est sicut a b c d basis ad e f g h basin: sic m n fastigium ad k l fastigium: æqualis autem est k l vertex ipsi p m vertici: est igitur sicut a b c d basis ad e f g h basin: sic m n vertex ad m p verticē. Sed sicut quidē a b c d basis ad e f g h basin: sic cylindrus a x ad e f cylindrum. sub eodem nāq; est fastigio. Sicut autem m n per 14 duodecimi vertex ad p m verticem: sic e o cylindrus ad e f cylindrum. Est igitur sicut a x cylindrus ad e f cylindrum: sic est e o cylindrus ad e f cylindrum. Aequalis igitur est a x cylindrus: ipsi e o cylindro. Sic etiam & in conis. Aequalium igitur conorum & cylindrorum: & quæ sequuntur reliqua. Quod ostendere oportuit.

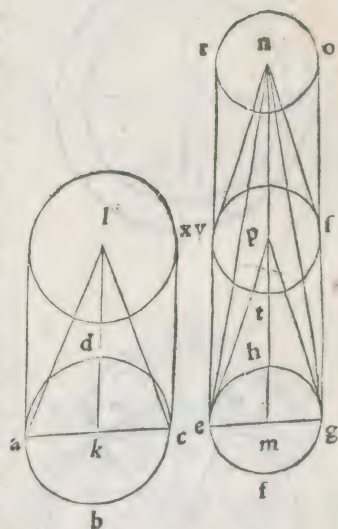
Eucl. ex Camp.

Propositio

13.

¶ Vm propositi fuerint duo circuli ab vno centro circumducti: superficiem multiangulam æqualium laterum circum minorem minime tangētium/ intra circum maiorem describere.

E. iiii.



Oportet in maiori circulo a b c d, multangulū aequilaterū & parilaterum inscribere: nō tāgētē ipsū e f g h circulū. Excitetur per k centrū / recta linea b d: & a signo g ipsi d b rectæ lineæ ad āgulos rectos excitet p 1 primi a g in c. Igit a c tāgit ipsū e f g h orbē. Secātes iā per 3o tertij ipsā b a d circūferentiā diuidit: & ipsius dimidiū bifariā: & hoc semper efficitur: p 1 decimi relinq̃mus quandā circūferentiā minorē ipsa a d. relinquat: & esto l d, & ab ipso l in b d ppēdicularis excitet p 12 primi l m: extendaturq; in n. & cōnectātur ipse l d, d n, l n. Igitur l d: ipsi d n est ēq̃alis. Et quoniā parallelus est a c ipsi l n, sed a c tāgit ipsū e f g h orbē: igit l m nō tāgit ipsū orbē e f g h, multo minus igitur ipse l d, d n: rāgūt ipsū e f g h orbē. Si igit ipsi l d rectæ lineæ aequales in cōtinuū aptabimur in orbe a b c d: describet in orbe a b c d multāgulus aequilaterus & parilaterus nō tāgens ipsū orbē e f g h minorē. Quod facere oportuit.

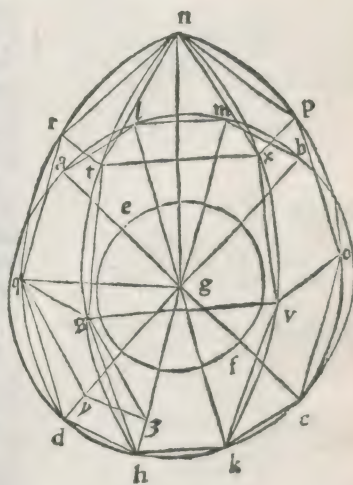
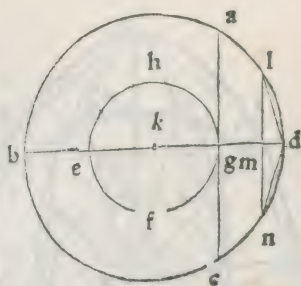
¶ C O R O L L A R I V M. ¶ Et inde est manifestū: q̃ perpendicularis quæ ex l in b d, vnum circulum non tangit.

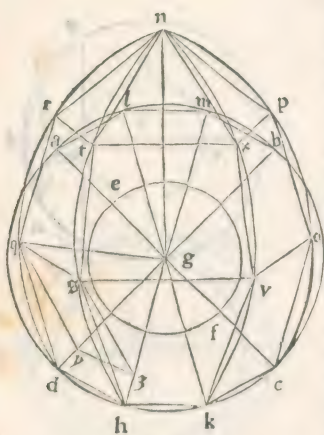
Eucl. ex Camp.

Propositio 14.

14. **V**ab 9 spheris vnū cētrū habētib⁹ ppositis: itra mā
iorē earū solidū multarū basiū superficiē minori
spherę minime tāgētiū figuraliter cōstituere. Quo
cōstituto si i minori spherā siue i q̄libet alia spherā simile corp⁹
intelligibiliter cōstituāt: erit pportio corpis multarū basiū
intra maiore spherā cōstituti ad corpus multarū basiū itra
minore spherā vel aliā cōstitutū sicut diametri maioris spherę
ad diametrū minoris vel alterius proportio triplicata.

CAMP. ¶ Sint positæ duæ sphaeræ, a b c d & e: vñ at: idē cen-
 trū quod sit g, habētēs. & sit maior earū sphaerā a b c d: minor vero sphe-
 ra e f. volumus autē intra maiorē earū vñū corpus multarū basū con-
 stituere, de quibus nō intēdimus q̄ ipsæ bases sint æquales aut similes:
 sed q̄ nulla earū tangat superficiē minoris sphaeræ. Cū igitur hoc volue-
 rimus facere: secabimus simul vtrāq̄ positarū sphaerarū vna plana su-
 perficie per cōmune centrū earū transeūte. eruntq̄ ex diffinitione sphaeræ
 & diffinitione circuli cōmunes sectiones huius secantis superficiei & duo
 superficierū sphaerarū ppositarū: lineę cōtinētēs circulos. Sint itaq̄ duo
 circuli a b c d & e f: quorū centrū est centrū sphaeræ de quo propositū est q̄
 ipsū sit g. Quadrabimus igit hūos duos circulos duabus diametris se su-
 pra cōe centrū eorū orthogonallyter secātibz: quæ sint a c & d b. postea
 maiori circulo scdm̄ pcepta pmissæ inscribemus vñū polygonū æglate-
 rū: nullo suorum laterū tāgēs minorē circulū. Et sufficiat exēpli causā in-
 scripsi hęc dodecagonū æquilaterū: ita q̄ in quadrante ipsius maioris cir-
 culi g est c, d, sint tria latera huius dodecagoni q̄ sint chordæ d h, h k, &
 k c, q̄ cū sint æquales: erūt quoq̄ ex prima pte 27 tertij arcus earū æqua-
 les. Dehinc a duobus pūctis h & k q̄ sūt extremitates mediæ chordæ:
 producemus duas diametros q̄ sūt h m & k l. & sup̄ centrū g erigemus li-
 neā g n p̄pēdiculārē ad superficiē circuli a b c d: quā pducemus quousq̄
 q̄ obuiet (superficie) sphaeræ maioris super pūctū n. Deinde intelligā quas
 quorū superficies secātes sphaeras positas: sphaerā vnaquaq̄ fecer eas sup̄
 lineā g n. scilicet prima earū: supra lineā g n & diametrū d b. secūda: su-
 per lineā g n & diametrū h m. tertiā vero: sup̄ lineā g n & diametrū k l.
 quarta autē: super lineām g n & diametrum c a. eruntq̄ ex diffinitione
 bus sphaeræ & circuli cōmunes sectiones harum superficierū & super-
 ficiei sphaeræ maioris: lineæ cōtinētēs circulos. & erunt portiones in-
 scriptæ vt inter pūctū n & quatuor pūcta quæ sunt d, h, k, c: quadran-
 tes horū circulorum, qui quadrantes sunt d n, h n, k n, & c n. Hoc autē
 ideo euenit: q̄ oēs āguli quos cōtinet lineā g n cū vnaquaq̄ diametro-
 rum protrahatur in superficiē circuli a b c d, sunt recti ex diffinitione
 lineæ perpendicularis ad superficiem/recti vero anguli in centro, quartę
 circumferentiæ subtendantur, quod ex vltima sexti euidenter apparet.



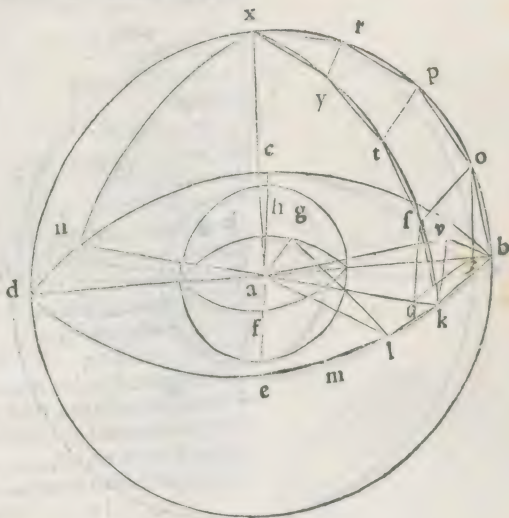


Ex diffinitione autem circulorum equalium manifestum est: quod unusquisque horum quatuor circulorum est equalis circulo a b c d. nam diameter omnium ipsorum: est diameter sphaerae maioris. Igitur per 15 quinti: quadrantes eorum: sunt aequales. Quare quinque arcus qui sunt d n, h n, k n, e n, & d c: sunt aequales. In unoquoque ergo quatuor quadrantium circulorum erectorum coaptentur hypothenusales chordae quarum quaelibet sit equalis chordae circuli prostrati: quae sunt latera polygoni sibi inscripti: & est una earum chorda d h. sintque in primo quidem: d q, q r, & r n. in secundo vero: h f, f t, & t n. in tertio autem: k v, v x, et x n. & in quarto: sint c o, o p, & p n. Et protrahatur coraustii coniungentes capita hypothenusalia chordarum quae sint q f, f v, v o, & r t, t x, x p. Vides igitur quartae parti superioris hemisphaerii maioris sphaerae quae quidem quarta pars est d n circumscriptum esse corpus 9 basium, quarum tres quae coeunt in puncto n, sunt triangulae: ceterae autem sunt quadrangulae. suntque harum quadrangulorum superficiesum hypothenusalia latera aequalia: sed non aequidistantia. Coraustii autem inter quosque duos circulos intercepti sunt aequidistantes adinvicem & chordae circuli prostrati: sed non sunt adinvicem aequales. Hoc autem scies: si perpendiculares a coraustiorum extremitatibus ad superficiem circuli iacentis dimiseris, de quibus constat quod ipsae cadent super diametros circulorum quos coraustii continent, quod ex demonstratis in 13 vndecimi facile deprehendes. Verbi gratia. Sint a duobus terminis coraustii q f, demisse duae perpendiculares q y & f z: cadentes in diametris d b & h m. & protrahantur lineae q g & y z. eruntque ex quarta sexti duo trianguli q y d & f z h: similes, quare proportio duarum perpendicularium q y & f z: erit sicut duarum chordarum q d & f h. Cumque sint chordae aequales: erunt etiam & perpendiculares aequales. At ipsae sunt aequidistantes ex 6 vndecimi. ergo ex 33 primi coraustius q f: est equalis & aequidistans lineae y z. Et quia ex secunda parte secundae sexti linea y z est aequidistans chordae d h, & ideo minor ea: sequitur ex 9 vndecimi ut coraustius q f sit etiam aequidistans chordae d h, & minor ea ex conceptione. Cum itaque chordae quae sunt latera polygoni inscripti in circulo iacenti (& ipsae sunt omnes aequales chordae d h) non tangent sphaeram minorem: necesse est ut nullum latas harum basium corporis inscripti siue quadrangulae sint siue trigonae: tangent eandem minorem sphaeram: cum omnia haec latera sint ipsis chordis aequalia aut minora. Simpliciter autem dico quod nulla etiam harum basium de quibus omnibus manifestum est ex secunda parte 2 vndecimi quod ipsae sunt totae in superficie una: potest aliquo sui puncto contingere minorem sphaeram: eo quod omnis linea recta ducta super quolibet punctum cuiusque earum aequidistans coraustio/minor est necessario chorda prostrati circuli. Si igitur convexitates aliarum quartarum maioris sphaerae tam superioris hemisphaerii quam inferioris ad eius similitudinem quadrilateris trilaterisque superficiebus subtexantur: erit maiori sphaerae corpus 7 basium superficiesque minoris sphaerae minime tangentium quemadmodum propositum fuerat/ inscriptum. Dico insuper quod si in alia qualibet sphaera simile corpus statuat: erit proportio unius ad alterum sicut diametri unius sphaerae ad diametrum alterius triplicata. Erunt enim ex 7 2 bases utriusque corporis: bases totidem lateratarum pyramidum / quarum omnium vertices erunt in centrissimarum sphaerarum. Has autem pyramides superficies: si a singulis angulis inscriptorum corporum quae sunt extremitates chordarum & coraustiorum lineas ad centra sphaerarum produceris. Stude itaque ex diffinitione similium corporum probare cunctas pyramides unius/ esse similes suis relativis pyramidibus alterius. Quo probato: erit ex 8 huius proportio uniuscuiusque earum unius ad suam relativam alterius/ sicut proportio semidiametrorum sphaerarum ipsarum triplicata. sunt enim semidiametri sphaerarum: latera cunctarum pyramidum. At quia semidiametrorum est ex 15 quinti una proportio: ex 13 eiusdem facile concludes propositum.

Eudl. ex Zamb. Problema. 2. Propositio. 17.

¶ Binis sphaeris circū idem centrum existentibus: in maiori sphaera solidum polyhedrum inscribere non tangens sphaeram minorem in superficie.

THEON ex Zāb. ¶ Intelligentur binę sphaerae circū idem centrum a. Oportet iam in maiori sphaera solidum polyhedrum inscribere: non tangens sphaeram minorem in superficie. Secentur sphaerae plano aliquo per centrum. erunt igitur sectiones circuli: quoniam per 12. diffinitionem vndecimi manēte diametro & circūducto semicirculo sit sphaera. Quare & in quavis positione intelligamus hemicyclium: quod per ipsum & ductum planum / efficiet in superficie sphaerae circū diametrum. & manifestum quod & maximū: quoniam sphaerae diameter quę etiā est hemicycli diameter / & perinde circuli / maior est per 15. tertij omnibus in circulo vel sphaera ductis rectis lineis. Esto igitur in maiori quidem sphaera circulus b c d e: in minori autem circulus f g h. excitenturque ipsorum diametri ad angulos rectos sibi inuicem b d, c e. & binis orbibus circa idem centrū existentibus hoc est b c d e, f g h, in maiori circulo b c d e multangulum æquilaterum & parilaterum describatur per præcedentem non tangens sphaeram minorem f g h: cuius latera sint in b e quarta parte b k, k l, l m, m e. & connexa k a recta linea: extendatur in n. & excitetur per 12. vndecimi ab ipso a signo: ipsi sphaerae b c d e circuli plano ad angulos rectos a x. & comparetur ipsi superficie circuli plano ad angulos rectos a x. & comparatur ipsi superficie circuli plano ad angulos rectos a x. & per utranque ipsarum b d, k n, plana producantur. Faciunt iam per prædicta in ipsius sphaerae superficie maximos orbes. efficiantur quorum hemicyclia sint in b d, k n, diametris / hoc est b x d, k x n. Et quoniam a recta est ad ipsius b c d e planū: & omnia igitur quę per x a plana, recta sunt ad ipsius a b c d e circuli planum. quare & b x d, k x n, hemicyclia: recta sunt ad ipsius b c d e circuli planum. Et quoniam hemicyclia b e d, b x d, k x n, sunt æqualia in æqualibus nāq. sunt diametris b d, k n: & b e, b x, k x, quartę partes inter se sunt æquales. Quot igitur latera multanguli sunt in b e quartę partes: tot quoque sunt in ipsis b x, k x, quartis partibus ipsis k b, k l, l m, m e, rectis lineis æquales. Describantur & sint b o, o p, p r, r x, k f, f t, t y, y x. & connectantur ipsæ s o, t p, y r. Et ab ipsis o, f, in ipsius b c d e circuli planum perpendiculares excitentur. Cadunt inq. in communes sectiones planorum b d, k n: quoniam & ipsorum b x d, k x n, plana recta sunt ad ipsius b c d e circuli planū. cadunt & sint o, z, f, q. & connectantur z, q. Et quoniam in æqualibus hemicyclis b x d, k x n, æquales rectę lineę sunt b o, k f, & perpendiculares, ductę sunt o z, f q: æqualis igitur est o z ipsi f q, & b z ipsi k q. est autem & tota b a: tota k a æqualis, & reliqua igitur z a: reliqua q a est æqualis. Est igitur sicut b z ad z a: sic est k q ad q a. parallelus igitur est q z: ipsi k b. Et quoniam utraq. ipsarū o z, f q, recta est ad ipsius b c d e circuli planū: parallelus igitur est o z ipsi f q. parit autem: q & ipsi æqualis. & q z, f o, igitur: æquales & paralleli sunt. Et quoniam q z ipsi f o parallelus est: sed z q ipsi k b parallelus est: & f o igitur ipsi k b parallelus est. & ipsas connectunt: ipsæ b o, k f. igitur b o k f quadrilaterum: in vno est plano. Quoniam per 7. vndecimi si fuerint binę rectę lineę parallele: & ab utraq. ipsarum accipiantur contingentia signa / & ad ipsa signa annexa recta lineę: in eodem est cum ipsis paralleli plano. Idq. propterea & vnuquodque ipsorum s o p t, r y t p, quadrilaterorum: in vno est plano. Est autē triangulū y t x, in vno plano. Si vero intelligamus a ipsis o, f, p, t, r, y, signis in a connexas rectas lineas: constituetur quædam figura solida polyhedra inter b x, k x, circūferentias / ex pyramidibus compræhensā / quarum bases quidē



is: & quod ex a l igitur ei est æquū quod ex a b. Sed ei quod ex a l: æqua sunt quæ ex b v, v a. Quæ igitur ex a g, g l: equalia sunt eis quæ ex b v, v a. Quorū quod ex b v: minus est eo quod ex g l. & reliquum igitur quod ex v a: maius est eo quod ex a g. Maior igitur est a v ipsa a g. Binis igitur spheris circū idē centrum existentibus: in maiori sphaera solidum polyhedrum descriptum est: non tangens minorem sphaeram in superficie. Quod facere oportuit.

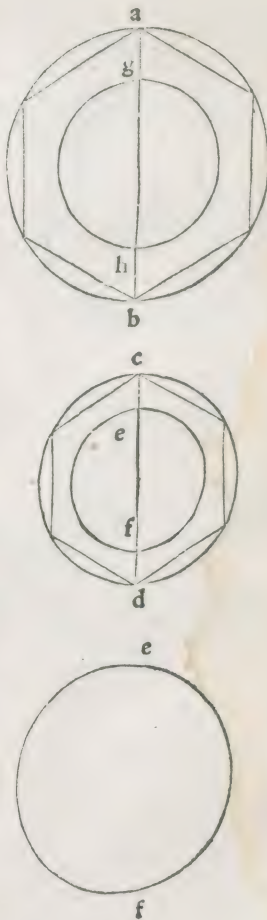
CORRELARIUM. Si vero & in altera sphaera q̄ sit in b c d e sphaera / solido polyhedro simile solidum polyhedrum inscribatur: in ipsa b c d e sphaera solidum polyhedrum ad id quod in altera sphaera solidum polyhedrū triplam habet rationem / q̄ ipsius b c d e sphaeræ dimetiens ad ipsius alterius sphaeræ dimetiens. Distributis nāq; solidis in numero equales & equalis ordinis pyramides: pyramides similes erūt. Similes vero pyramides: per s duodecimi adinuicem in tripla sunt ratione eiusdem rationis laterum. Pyramis igitur cuius basis quidem est k b o f quadrilaterum / vertex autem a signum: ad eā quæ in altera sphaera similis ordinis pyramida triplā habet rationē / q̄ similis rationis latus ad similis rationis latus. hoc est q̄ a b q̄ eius ex centro sphaeræ quæ circū a centrum: ad eam quæ ex centro alterius sphaeræ. Similiter & vnā quæq; pyramis quæ in sphaera quæ circū centrum a: ad quālibet pyramida eiusdem ordinis in altera sphaera triplam habebit rationem q̄ a b ad eam quæ ex centro alterius sphaeræ. Et sicut vnum antecedentium ad vnum sequentium: sic omnia antecedentia ad omnia sequentia. Quare totum solidum polyhedrū quod in sphaera quæ circū centrū a: ad totum solidū polyhedrū quod in altera sphaera triplam rationē habebit q̄ a b ad eam quæ ex centro alterius sphaeræ / hoc est quæ b d diameter ad alterius sphaeræ diametru. Quod ostēdere oportuit.

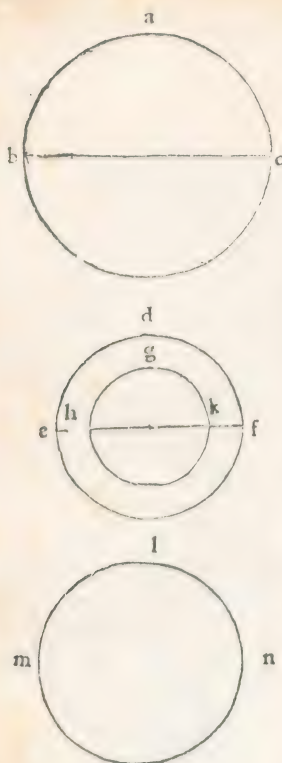
Eucl. ex Camp.

Propositio 15.

Mniū duarum sphaerarum est proportio alterius ad alteram: tanquā suæ diametri ad diametrum alterius proportionio triplicata.

CAMP. Sint duæ sphaeræ a b & c d: quarum diametri sint a b & c d. Dico q̄ proportio earum: est sicut suarū diametrorū proportio triplicata. Cuius demonstratio est. Quoniam neq; ad minorem sphaeram q̄ sit sphaera c d, neq; ad maiorem / est proportio sphaeræ a b: sicut diametri a b ad diametrum c d triplicata. Est quidē proportio sphaeræ a b ad sphaeram e f: sicut diametri a b sphaeræ a b, ad diametru c d triplicata. Demonstrabo itaq; q̄ sphaera e f non potest esse minor neq; maior q̄ sphaera c d. Si enim affirmet aduersarius eam esse minorem: imaginabor eam includi a sphaera c d, & circū duci ab eodem cētro. & inscribam sphaeræ c d iuxta præcepta præmissæ: vnum corpus multarum basium non tangentium superficiem sphaeræ e f minoris. dicaturq; istud corpus nomine sphaeræ cui inscribitur / c d. Postea simile corpus multarū basium inscribam sphaeræ a b: quod etiā nomine suæ sphaeræ dicatur a b. Constat itaq; ex secunda parte præmissæ & 11 quinti: q̄ proportio sphaeræ a b ad sphaeram e f, est sicut corporis multarum basium quod est a b, ad corpus multarum basium quod est c d. vtraq; enim: est sicut diameter a b ad diametrum c d triplicata. Hæc autem: ex hypothesi. illa vero: ex secunda parte præmissæ. Quare permutatim proportio sphaeræ a b ad corpus multarum basium a b: est sicut sphaera e f ad corpus multarum basium c d. Cum igitur sphaera a b sit maior corpore multarum basium a b: erit etiam sphaera e f maior corpore multarum basium c d. Hoc autem est impossibile. nam ipsa est pars eius. Non est ergo sphaera e f minor sphaera c d. Si autem dicat aduersarius eam esse maiorem: cōfutabimus ipsum hoc modo. Erit enim per conuersam proportionalitatem sphaera e f ad sphaeram a b: sicut diameter c d ad diametrum a b triplicata. Sit itaq; eadem sphaera c d: ad sphaeram g h. eritq; ex 14 quinti sphaera g h, minor sphaera a b: eo q̄ sphaera c d posita est minor sphaera e f. Quare proportio sphaeræ c d ad aliam quam sphaeram minorem sphaera a b: est sicut diametri c d ad diametrum a b triplicata. At hoc est impossibile. nā ex hoc sequitur: q̄ pars sit maior suo toto vt demonstratū est prius. Itaq; sphaera e f: nō est maior neq; minor q̄ sphaera c d. Igitur ex 7 quinti cōclude propositā cōclusionē: q̄ imponit finē libro duodecimo.





¶ Sphæræ adinuicem: in triplici sunt ratione propriorum dime-
tientium.

¶ THEON ex Zamberto. ¶ Intelligantur sphæræ a b c, d e f: diametri vero
ipfarum sint b c, e f. dico q sphæra a b c ad sphæra d e f: triplam habet ratio-
nem q b c ad e f. Si autem non: habebit igitur a b c sphæra ad minorem ali-
quam ipsa d e f sphæra: triplam rationem / vel ad maiorem / q b c ad e f. Habeat
prius ad minorem g h k. & intelligatur d e f sphæra: ipsi g h k circū idem cen-
trum. describaturq; per præcedentem / in sphæra maiori d e f: solidum polyhe-
dram non tangens minorem sphæram g h k in superficie. Describatur autē per
eandem & in a b c sphæra: ei quod in d e f, solido polyhedro simile solidum po-
lyhedrum. Igitur per correlarium eiūdem solidum polyhedrum quod in sphæ-
ra a b c: ad id solidum polyhedrum quod in d e f, triplam habet rationem q b
c ad e f. Habet autē & a b c sphæra: ad g h k sphæram / triplam rationem q b
c ad e f. est igitur sicut sphæra a b c ad sphæram g h k: sic solidum polyhedrum
quod in a b c sphæra: ad solidum polyhedrum quod in d e f sphæra. Vicissim
igitur per 16 quinti sicut a b c sphæra ad id quod in ipsa polyhedrum: sic g h
k sphæra ad id quod in d e f sphæra solidum polyhedrum. Maior autem est
a b c sphæra: ei quod in se polyhedro. Maior igitur & g h k sphæra: eo quod in
d e f sphæra polyhedro. Sed et minor. ab ipso nāq; comprehenditur. quod est
impossibile. Sphæra igitur a b c: ad minorem ipsa d e f sphæra: triplam ratio-
nem non habet q b c diameter ad d e f diametrum. Similiter iam demonstrabi-
mus: q neq; d e f sphæra: ad minorem ipsa a b c sphæra: triplam habet ratio-
nem q e f ad b c. ¶ Dico iam q neq; sphæra a b c: ad maiorem aliquā ipsa d e
f sphæra triplam habet rationem q b c ad e f. Si enim possibile: habeat ad ma-
iorem l m n. Conuersim igitur sphæra l m n ad sphæram a b c triplam habet ra-
tionem: q diameter e f ad diametrum b c. Sicut autē l m n sphæra ad a b c sphæ-
ram: sic d e f sphæra ad minorem aliquā ipsa a b c sphæra: sicut antea patuit. quo-
niam maior est l m n ipsa d e f. & sphæra d e f ad minorem ipsa a b c sphæra
triplam habet rationem q e f ad b c. quod est impossibile. Igitur sphæra a b c: ad
maiorem ipsa d e f sphæra: triplam rationem non habet q b c ad e f. Patuit autē
q neq; ad minorem. Ipsa igitur a b c sphæra: ad d e f sphæram / triplam habet
rationem. q b c ad e f. Quod ostendendum fuerat.

EVCLIDIS MEGARENSIS
Geometricorum Elementorum
duodecimi libri
Finis.

EUCLIDIS MEGARENSIS CLARISSIMI
philosophi Mathematicorumq; facile principis: primum
ex Campano, deinde ex Theone Græco commentatore,
interprete Bartholamæo Záberto Veneto, Geometrica
Elementa. Liber tertiusdecimus.

Euclides ex Campano.

Propositio 1.



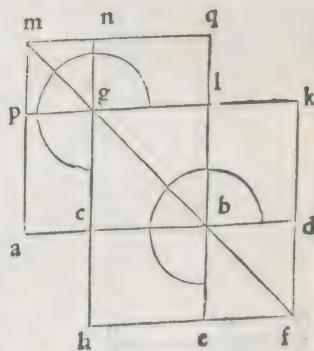
Cum diuisa fuerit linea secundum propor-
tionem habentem medium duosq; extre-
ma: si maiori portioni linea in longū ad-
datur æqualis dimidio ipsius lineæ pro-
portionaliter diuisæ: quadratum lineæ ex
eis duabus compositæ: quadrati medietatis
eiusdem lineæ diuisæ quintuplū esse
necesse est.

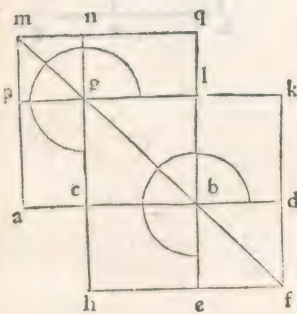
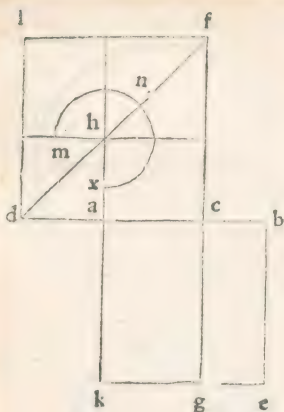
CAMP. Sit linea ab diuisa in pūcto c : pro
ut docet 29 sexti. & sit maior portio eius / linea $b c$: cui $b c$ directe adiungatur
linea $b d$, quæ sit æqualis medietati totius $a b$. Dico q; quadratū lineæ $c d$: erit
quintuplū ad quadratū lineæ $b d$. Quadrabo enī lineam $b d$: & sit eius quadra-
tum $d e$. & circūponā huic quadrato gnomonem secundum quantitatem lineæ
 $b c$: protracta diametro $f b g$, sitq; circūpositus gnomō $e g d$, eritq; ex 21 sexti su-
perficies inde composita / quæ sit $h k$: tanq; quadratū lineæ $c d$. Dico igitur qua-
dratum $h k$: quintuplum esse ad quadratum $d e$. Sit igitur $c l$: quadratum circū-
positi gnomonis. sibiq; circūponatur alius gnomō ad quantitatem lineæ $a c$,
protracta diametro $f b$ vsq; ad m : sitq; hic gnomō $c m l$. & protrahantur lineæ
 $c n$ & $p l$ æquidistantes lateribus oppositis: secantes se super diametrum $f m$ in
puncto g . Manifestum est autem ex 22 sexti / q; compositum ex hoc secūdo gno-
mone & quadrato $c l$ (& ipsum quadratum sit $a q$) est quadratū lineæ $a b$, quod
ex quarta secūdi necesse est esse quadruplum ad quadratum $d e$: eo q; linea $b d$
est medietas lineæ $a b$. Cūq; sit ex prima parte 16 sexti superficies $a n$, ideoq;
per 43 primi superficies $m l$, æqualis quadrato $c l$ (prouenit enim $a n$, ideoq;
& $m l$, ex $b a$ in $a c$: & $c l$ prouenit ex $c b$ in se) & cum ex prima sexti sit $a l$ du-
pla ad $l d$, ideoq; æqualis $l d$ & $c e$ pariter acceptis ex 43 primi: erit ex hac
communi scientia (si æqualibus æqualia addas tota fient æqualia) quadratum a
 q æquale gnomoni $e g d$. Hic ergo gnomō quadruplus est ad quadratum $d e$:
quemadmodum erat quadratum $a q$. Itaq; totum quadratum $h k$: cum ipsum
constet ex simplo & quadruplo / erit ex communi sciētia quintuplum ad idem.
Quod est propositum. **Idem aliter.** Ex quarta secūdi constat: q; quadratū
lineæ $a b$, est quadruplum ad quadratum lineæ $b d$. At per secūdā eiusdē quod
sit ex $a b$ in $b c$ & in $a c$: est æquale quadrato $a b$, quod autē ex $a b$ in $b c$: equū
est ei quod ex $b d$ bis in $b c$, quod ex prima secūdi manifestum est: cum $a b$ sit
dupla ad $b d$. At vero quod ex $a b$ in $a c$ est ex prima parte 16 sexti æquale qua-
drato $b c$. Itaq; per communē scientiam quod sit ex $b d$ bis in $b c$, & quod ex b
 c in se : est æquale quadrato $a b$, & ideo est quadruplum ad quadratū $b d$. Quæ-
re superaddito quadrato $b d$, erit totū aggregatū: quintuplum / videlicet illud
quod sit ex $b d$ bis in $b c$ cum quadrato $b c$ & quadrato $b d$. At quia ex quarta
secūdi hoc totum est æquale quadrato $c d$: constat verum esse quod diximus.

Eucl. ex Zamb. Theorema 1

Propositio 1

Sirecta linea extrema & media ratiōe secetur: maius seg-
mentum admittens totius dimidiā / quintuplum po-
test eius quod ex totius dimidiā.





GEO.

ELE.

EV.

THEON ex Zamb. **¶** Recta inq̄ linea a b, extrema & media ratione secetur in c signo: & sit maius segmentum a c, & extendatur in rectam lineam c a, a d, & ponatur ipsius a b: dimidia a d. Dico q̄ quod ex c d: eius quod ex d a quincuplum potest. Describantur inq̄ per 4 6 primi ab ipsis a b, d c: quadrata a e, d f, & in d f describatur figura, extendaturq̄ f e in g. Et quoniam a b extrema & media ratione dividitur in c: igitur quod sub a b, b c, æquū est ei quod ex a c. Est autem id quod sub a b, b c: ipsum c e, quod autem ex a c: ipsum f h. Igitur c e: ipsi f h est æquale. Et quoniam b a ipsius a d dupla est: æqualis autem est b a ipsi k a, & a d ipsi a h: igitur & k a, ipsius a h dupla est. Sicut autem k a ad a h: sic c k ad c h. Duplum igitur est c k: ipsius c h. Sunt autem & ipsa l h, h c: dupla ipsius c h, supplementa nāq̄: ad invicem sunt æqualia per 4 3 primi. Igitur c k: ipsi l h, h c, est æquale, demonstratum autem est: q̄ & c e ipsi f h est æquale. totum igitur a e quadratum: æquū est ipsi m n x gnomoni. Et quoniam b a ipsius a d dupla est: quadruplū est quod ex b a eius quod ex a d, hoc est a e ipsius d h. Est autē a e ipsi m n x gnomoni æquale: & m n x igitur gnomon: quadruplus est ipsius d h. Totū igitur d f: quincuplum est ipsius d h. Est q̄ d f, quod ex c d: & d h, quod ex d a, quod ex c d igitur: quincuplū est eius quod ex d a. Si recta igitur linea extrema & media ratione secetur: maius segmentum totius admittēs dimidiam: quincuplū est siue potest eius quod ex dimidia quadrati. Quod erat ostendendum.

Eucl. ex Camp.

Propositio 2.

Si cuilibet lineæ bipartitæ cuius quadratum quadratiale terutius suarum portionum sit quincuplū in longum sibi linea addatur donec eidem portioni reliqua portio cum addita linea fiat duplex: eadem duplex linea secundum portionem habentem medium duosq̄ extrema diuisa erit: maiore q̄ portio eius erit linea media.

CAMPANVS. **¶** Hæc est conuersa præmissæ, duplici quoq̄ modo sicut illa demonstrabitur via retrograda: eadem prorsus manēte dispositione. Verbi gratia, sit quadratum h k quincuplum ad quadratum d e: & linea a b dupla ad lineam b d. Dico q̄ linea a b diuisa est in puncto c secundū proportionē habentē mediū & duo extrema: & maior portio eius est linea media vt est c b. Constat autē ex 4 secundi: q̄ quadratū a q̄ est quadruplum ad quadratū d e. Itaq̄ gnomon d g: æqualis est quadrato a q̄. Cumq̄ duo supplementa l d & c e pariter accepta sint quantum gnomon c m l, atq̄ eadem supplementa pariter accepta sint ex 1 sexti quantum a l, ideoq̄ quantum c q̄: sequitur q̄ c q̄ sit æqualis gnomoni c m l. Dempra igitur ab utroq̄ superficie l n: erit quadratū l æquale superficie a n. Cum igitur fiat superficies a n ex a b in a c, sit autem quadratum c l quadratum lineæ c b: erit ex secunda parte 16 sexti proportio a b ad b c, sicut b c ad c a. Ex diffinitione ergo lineæ secundum proportionem habentem medium & duo extrema diuisæ: posita in principio sexti libri: concludere propositiū. **¶** Item a' iter. **¶** Cum quadratū c d sit ex hypothesi quincuplum ad quadratū b d, quadratum vero a b sit ex quarta secundi quadruplum ad idem: at quadratum c d sit ex eadem æquale quadrato c b & quadrato b d & ei quod sit ex b d bis in c b: sequitur vt illud quod sit ex b d bis in c b cum quadrato c b, sit æquale quadrato a b. Sed ex b d bis in c b, tantum est quantum quod ex a b in b c: eo q̄ a b dupla est ad b d. Ergo quod sit ex a b in b c cum quadrato b c: est æquale quadrato a b. Et quia ex secunda secundi quod sit ex a b in b c & in a c est æquale quadrato a b: sequitur ex communi scientia vt quadratum lineæ b c sit æquale ei quod sit ex a b in a c. Igitur ex secunda parte 16 sexti & diffinitione: constat propositum.

Eucl. ex Zamb. Theorema 2, Propositio 2.

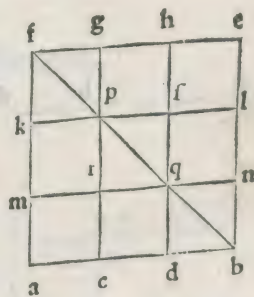
¶ Si recta linea sui ipsius segmento quincuplum potuerit: dupla prædicti segmenti extrema & media ratione dissecta: maius segmentum reliqua est pars eius quæ in principio rectæ lineæ.

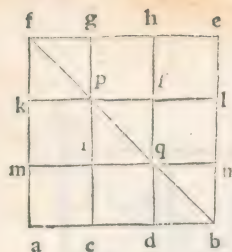
Eucli, ex Camp.

mediatate portionis describitur.

¶ CAMP. ¶ Sit linea a b diuisa in puncto c, secundum proportionē habentē medium & duo extrema: sitq; eius maior portio linea cb, quæ diuidatur per e, qualia in d. Dico q; quadratū lineæ a d: est quintuplū ad quadratū lineæ b f, & d. Describatur enī quadratū a b, quod sit a e: in quo protrahātur diamēter se inui lineæ g c & d h, iteq; k l & m n, equidistantē lateribus oppositis: secātes se inui cem super diametru in duobus pūctis p & q, & extra diametru in duobus alijs locis r & f. Manifestū igitur est ex 22 sexti vel ex correlario 4 secūdi: q; oēs superficies existētes in quadrato a c, quas diamēter diuidit per mediū, sunt quæ dratæ. Quatuor autē superficies quæ sunt a r, m p, p h, & f e: cōstāt ex 4 3 primū & prima sexti esse adinuicē æquales. nā duæ postremæ p h & f e: sunt adinuicē æquales ex 1 sexti. Quoniam igitur ex p̄senti hypothēsi & diffinitioe lineæ secūsdum q; proponitur diuise & prima parte 16 sexti, quadratū c l est æquale sup̄ficiet a g, ideoz; & gnomoni r f p̄pter id quod superficies a r est æqualis sū superfici p h, & quoniam ex 4 secūdi quadratū c l est quadruplū ad quadratū r f quod est tanq; quadratū lineæ c d: sequitur ex cōmuni sciētia q; quadratū m h sit quintuplū quadrati r f. Cōstat enī ex gnomone quadruplo/ & r f simplo. Hoc autē est propositū. ¶ Idē aliter. Cū sit linea b c diuisa per æqualia in pūcto d, & addita est ei linea a c: erit ex 6 secūdi quod fit ex a b in a c, cū quadrato c d interiaccētis/ æquale quadrato a d. At quia quod fit ex a b in a c, æquale est qua drato c b ex prima pte 16 sexti/ hoc autē est quadruplū ad quadratū c d: manifeste patet veritas eius quod dicitur. ¶ Potes quoq; si libet/ duplici modo ex cōsequēte huius suū atēcedēs cōcludere processu retrogrado. Sit enī (eadē dispo sitione manētē) q̄dratū m h quintuplū ad quadratū r f: eritq; gnomoni r f: æqua le q̄drato c l. Vtrūq; enī: est q̄druplū ad quadratū r f. At quia superficies a g est æq̄lus gnomoni p̄dicto: necesse est vt superficies eadē sit æqualis q̄drato p̄dicto.

F. j.





GEO.

ELE.

EV.

Quare ex secunda parte i 6 sexti & diffinitione linea a b est diuisa in puncto c secundum proportionem habentem medium & duo extrema: & maior portio eius est linea c d. ¶ Et aliter. Cum sit ex hypothesi quadratum lineæ a d quintuplum ad quadratum lineæ c d, & ex 6 secundi idem ipsum quadratum sit æquale ei quod fit ex a b in a c cum quadrato c d: sequitur ut id quod fit ex a b in a c cum quadrato c d, sit quintuplum ad idem quadratum c d. Ideoque eo dempto: erit residuum videlicet quod fit ex a b in a c, quadruplum ad ipsum. Et quia etiam ex 4 secundi quadratum lineæ c b est quadruplum ad idem: necesse est ut quod fit ex a b in a c, sit æquale quadrato c b. Quare iterum ex secunda parte i 6 sexti & diffinitione: linea a b est diuisa secundum proportionem habentem medium & duo extrema in puncto c: & maior portio est linea c b.

Eucly. ex Zamb. Theorema 3. Propositio 3.

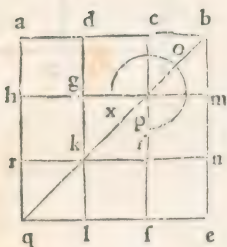
¶ Si recta linea media & extrema ratione secetur: minus segmentum admittens dimidia maioris segmenti quincuplum potest eius quod a media maioris segmenti sit quadrati.

¶ THEON ex Zamb. ¶ Recta enim quedam linea a b, media & extrema ratio ne secetur in c signo: sitq; maius segmentum a c. seceturq; per 10 primi a c bifariam in d. Dico qd quod ex b d quincuplum potest eius quod d c. Describatur per 46 primi ex a b, quadratum a e: & describatur figura. Et quoniam a c dupla est ipsius d c: quadruplum igitur est quod ex a c eius quod ex d c, hoc est ipsius f g. Et quoniam quod sub a b, b c, æquum est ei quod ex a c, estq; quod sub a b, b c, ipsum c e, & quod ex a c id quod r f: igitur c e ipsi r f est æquale. Quadruplum autem est f: ipsius f g. quadruplum igitur est & c e ipsius f g. Rursus quoniam æqualis est a d ipsi d c: æqualis est & h k ipsi k f, quare & g f quadratum æquum est ipsi h l quadrato. æqualis igitur est g k ipsi k l, hoc est m n ipsi n e. quare & m ipsi f e est æquale. Sed m f ipsi c g est æquale. & c g igitur ipsi f e est æquale. Commune apponatur c n. Igitur x o p gnomon: æquus est ipsi c e. Sed c e quadruplum ostensum est esse ipsius f g. & x o p igitur gnomon: ipsius u s g f quadruplus est. Igitur quadratum d n quincuplum est ipsius f g quadrati. estq; d n id quod ex d b: & g f quod ex d c. Quod ex d b igitur quincuplum potest eius quod ex d c. Quod ostendere oportuit.

Eucly. ex Camp.

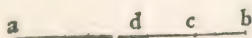
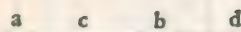
Propositio 4.

Zamb. 5.



¶ I secundum proportionem habentem medium & duo extrema quolibet linea fuerit diuisa / eiq; in longu directe tanq; maior sectio adijciatur: erit totam lineam inde compositam secundum proportionem habentem medium & duo extrema diuisam esse / & erit eius maior portio linea prima.

¶ CAMPANVS. ¶ Sit linea a b diuisa qua supponitur proportio in puncto c: & sit eius maior portio c b. totiq; a b adijciatur directe linea b d quæ sit æqualis c b. Dico qd tota a d eadem proportione diuisa est in puncto b: & maior eius portio est linea a b quæ est linea prima. Est enim ex diffinitione / a b ad b c sicut b c ad c a. At quia ex 7 quinti a b ad b d, sicut ad b c: igitur ex vndecima eiusdem a b ad b d, sicut b c ad c a. quare per conuersam proportionalitatem b d ad b a: sicut a c ad c b. & coniunctim d a ad a b: sicut a b ad b c. Cum sit ex 7 quinti a b ad b c, sicut ad b d: erit ex vndecima eiusdem d a ad a b, sicut a b ad b d. Itaq; ex diffinitione linea a d diuisa est in puncto b secundum proportionem habentem medium & duo extrema: & maior portio eius est linea a b. Quod est propositum. ¶ Eodem quoq; modo si ex maiori portione cuiuslibet lineæ secundum prædictam proportionem diuisa tanq; minor portio detrahatur: erit ipsa maior portio secundum eandem proportionem diuisa / eritq; maior portio eius linea detracta. Verbi gratia. Si linea a b sicut proponitur in puncto c diuisa: sitq; maior portio a c, a qua detrahatur c d æqualis c b. Dico qd a c est diuisa secundum proportionem eandem in puncto d: & quod maior portio eius est linea d c. Cum enim sit ex diffinitione / b a ad a c sicut a c ad c b, at ex 7 quinti a c ad c b sicut ad c d: erit ex vndecima eiusdem b a ad a c, sicut a c ad c d.



d. ideoq; per 19 quinti sicut c b residuum ad d a residuū. Sed ex septima eius dē / c b ad d a: sicut c d ad d a. itaq; a c ad c d: sicut c d ad d a. Ex diffinitione ergo constat quod diximus. Nec igitur ea quā auctor proponit additio / nec ea quā ex opposito proponimus detractio / quātūcūq; vtralibet in prolixum tē data: a proprietate diuisionis lineæ primitiue discordat.

Euclī ex. Camp.

Propositio 5.

Si secundū proportionem habētē mediū & duo extrema quālibet lineā fuerit diuīsa: quod ex tota lineā quodq; ex minori portione producit ambō quadrata pariter accepta / triplum sunt eius quod ex maiore portione quadratum describitur.

CAMP. Sit lineā a b, diuīsa per sepe dictā proportionē in puncto c: sitq; maior portio eius lineā c b. Dico q; quadrata duarū linearū a b & c a pariter accepta: triplum sunt ad quadratum lineæ c b. Hæc enim duo quadrata pariter accepta: sunt ex 7 secundi quātū quadratum c b, & duplū eius quod fit ex a b in a c. Itemq; quia quod fit ex a b in a c est æquale quadrato c b ex diffinitione & prima parte 16 sexti: manifestum est propositum.

Euclī ex Zamb. Theorema 4. Propositio 4.

Si recta lineā extrema mediāq; ratione secetur: quod ex tota & quod ex minori segmento vtrāq; quadrata / tripla sunt eius quod a maiori segmento fit quadrato.

THEON ex Zamb. Sit recta lineā a b, seceturq; extrema & mediā ratio ne in c: sitq; maior segmētū a c. Dico q; quæ ex a b, b c: tripla sunt eius quod ex ipsa c a. Describatur per 46 primi ab ipsa a b quadratū a d e b: & describatur figura. Quoniā igitur a b extrema & mediā ratione secatur in c, & maior segmētū est a c: quod igitur sub a b, b c, æquū est ei quod ex a c, estq; id quod sub a b, b c, id quod a k: quod autē ex a c, id quod h g, æquū igitur est a k ipsi h g. Sed a k ipsi f e æquū est. apponatur cōmune c k, totū igitur a k: totū c est æquale. Igitur a k, c e: ipsius a k dupla sūt. Sed a k, c e: sunt id quod l m n gno mon & c k quadratū. Igitur l m n gnomon & c k quadratū: dupla sunt ipsius h g, quare l m n gnomon & c k, h g, quadrata: sunt totū a dupla sunt ipsius h g qdrati. Et l m n gnomon & c k, h g, quadrata: sunt totū a e, & c k, quæ sunt ex a b, b c, quadrata: & h g ipsum a c quadratū. quæ igitur ex a b, b c, quadrata: tripla sunt eius quod ex a c qdrati. Quod ostēdere oportuit.

Euclī ex Zamb. Theorema 5. Propositio 5.

Si recta lineā extrema & mediā ratione secetur / apponatur que eidem æqualis maiori segmento: tota recta lineā extrema & mediā ratione secatur, & maior segmentum est ea quæ in principio recta lineā.

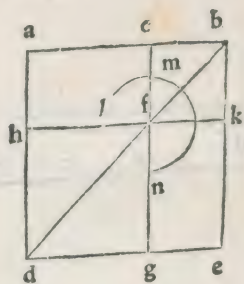
THEON ex Zamb. Recta enim quædam lineā a b extrema & mediā ratione secetur in c signo: & sit maior segmentum a c, & ipsi a c æqualis ponatur a d. Dico q; d b recta lineā extrema & mediā ratione secatur in a: & maior segmentum est ipsa quæ in principio recta lineā a b. Describatur enī per 46 primi ex a b, quadratū a e: & describatur figura. Quoniā enī ab extrema & mediā ratione secatur in c: quod sub a b, b c, æquū est ei quod ex a c, estq; quod sub a b, b c, id quod c e: & id quod ex a c, ipsū c h, æquū igitur est c e: ipsi h c, sed ipsi quidē c e, æquū est h c, æquū est d h, & d h igitur: ipsi h e est æquale. Cōmune adiciatur h d. totū igitur d k: totū a e est æquale, estq; d k id quod sub b d, d a, æqualis enī est a d, ipsi d l: & a e, ei quod ex a b, quod igitur sub b d, d a: æquū est ei quod ex a b. Est igitur sicut d b ad b a: sic b a ad a d. Maior autē est d b: ipsa b a, maior igitur & b a: ipsa a d, ipsa igitur b d, extrema & mediā ratione secatur in a: & maior segmētū est a b. Quod erat ostendendū.

F. ij.

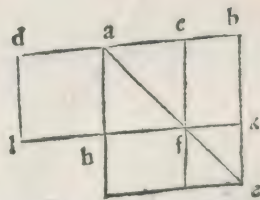
Zamb. 4.



Camp. 5.



Camp. 4.



¶ Quid sit resolutio.

RESOLVTIO est assumptio quę sit tanquā concessi per ea quę sequuntur in verum aliquod concessum.

¶ Quid sit compositio.

COMPOSITIO vero est assumptio concessi per ea quę sequuntur in quę sit terminationem siue occupationem.

RESOLVTIO primi theoremat. ¶ Recta enim quedam linea a b, extrema & media ratione secetur in c: sitq; maius segmentū a c & dimidio ipsius a b: æqualis apponatur a d. Dico q; quod ex c d: eius quod ex a d quincuplū est. Quoniam enī quod ex c d eius quod ex d a quincuplū est / at quod ex c d est ea quę ex c a, a d, vna cum eo quod bis fit sub c a, a d: quę igitur ex c a, a d, vna cum eo quod bis sub c a, a d, quincuplū est eius quod ex a d. pater igitur q; quod ex c a, vna cū eo quod bis sub c a, a d: quadruplū est eius quod ex a d. Sed ei quod bis fit sub c a, a d: æquum est id quod sub c a, a b, dupla enī est a b ipsius a d. Et autē quod ex a c: æquū est quod sub a b, b c. ipsa enim a b extrema & media ratione secatur, quod igitur sub b a, a c, vna cū eo quod sub a b, b c: quadruplū est eius quod fit ex a d. Sed quod ex a b: quadruplū est eius quod fit ex a d. sed quod sub b a, a c, vna cū eo quod sub a b, b c: est id quod ex a b. Quod igitur ex a b: eius quod ex a d quadruplū est. dupla enī est a b ipsius a d.

COMPOSITIO primi theoremat. ¶ Quoniam igitur quod ex b a eius quod ex a d quadruplū est / sed quod ex b a est id quod sub b a, a c, vna cū eo quod sub a b, b c: quod igitur sub b a, a c vna cū eo quod sub a b, b c, quadruplū est eius quod ex a d. Sed quod sub b a, a c: æquū est ei quod bis sub d a, a c, quod autē sub a b, b c: ei est æquum quod ex a c. quod igitur ex a c vna cū eo quod bis sub d a, a c: quadruplū est eius quod ex d a. Quare quod ex d a, a c, vna cū eo quod bis sub d a, a c: quincuplū est eius quod ex d a. Quę autē ex d a, a c, vna cū eo quod bis sub d a, a c: est id quod ex c d, quod igitur ex c d: quincuplū est eius quod ex d a. Quod ostendere oportuit.

RESOLVTIO secūdi theoremat. ¶ Recta enī quedā linea c d, sui ipsius segmentū d a, quincuplū possit: ipsius autē d a, dupla sit a b. Dico q; a b extrema & media ratione secatur in c signo: & maius segmentū est a c quę est reliqua pars eius quę in principio rectę lineę. Quoniam enī a b extrema & media ratione secatur in c, & maius segmentū est a c: quod igitur sub a b, b c, æquū est ei quod ex a c. Est autē & quod sub b a, a c, æquum est ei quod bis sub d a, a c, dupla enim est b a: ipsius a d. Quod igitur sub a b, b c, vna cū eo quod sub a, a c, quod est id quod ex a b: æquū est ei quod bis sub d a, a c, vna cum eo quod ex a c. Quod autem ex a b: eius quod ex d a quadruplum est, quadruplū igitur est & quod bis sub d a, a c, vna cum eo quod ex a c: eius quod ex a d. Quare quę ex d a, a c, vna cū eo quod bis sub d a, a c, quod est id quod ex c d: quincuplum sunt eius quod ex d a.

COMPOSITIO secūdi theoremat. ¶ Quoniam igitur quod ex c d quincuplū est eius quod ex d a, quod autē ex c d est id quod ex d a, a c, vna cum eo quod bis sub d a, a c: quę igitur ex d a, a c, vna cū eo quod sub d a, a c, quincupla sunt eius quod ex d a. manifestū autē: q; quod bis sub d a, a c, vna cū eo quod ex a c: quadruplū est eius quod ex a d. quod igitur bis sub d a, a c, quod est totum quod ex b a, a c, vna cum eo quod ex a c: æquum est ei quod ex a b. Sed quod ex a b: est id quod sub a b, b c, vna cū eo quod sub b a, a c, quod igitur sub b a, a c, vna cum eo quod sub a b, b c: æquum est ei quod bis sub b a, a c, vna cum eo quod ex a c. & sublato eo quod sub b a, a c: reliquum igitur quod sub a b, b c, æquum est ei quod ex a c. Est igitur sicut b a, a d a c: sic a c a d c b. Maior autem est b a: ipsa a c. maior igitur est & a c: ipsa c b. Igitur a b, extrema & media ratione secatur in c: & maius segmentū est a c. Quod erat ostendendum.

RESOLVTIO tertij theoremat. ¶ Recta enī quedā linea a b, extrema & media ratione secetur in c signo: sitq; maius segmentū a c. & ipsius a c: dimidia esto c d. Dico q; quod ex b d: ipsius c d quincuplū est. Quoniam enī quod ex b d, eius quod ex c d quincuplū est: quod autem ex d b, est id quod sub a b,

d a c b

d a c b

a d c b

b c, vna cum eo quod ex d c: quod igitur sub a b, b c, vna cū eo quod ex d c, quincuplū est eius quod ex d c. Manifestū igitur quod sub a b, b c: quadruplū est eius quod ex d c. Ei autē quod sub a b, b c: æquum est id quod ex a c. ipsa enim ab: extrema & media ratione secatur in c, quod igitur ex a c: quadruplū est eius quod ex d c: est igitur a c: dupla ipsius d c.

COMPOSITIO tertij theoremat. ¶ Quoniam igitur a c ipsius d c dupla est: quadruplū est quod ex a c, eius quod ex d c. Sed ei quod ex a c: æquum est quod sub a b, b c, quod igitur sub a b, b c, eius quod ex d c quadruplū est. Cōponēdo per 18 quinti quod igitur sub a b, b c, vna cū eo quod ex d c, quod est id quod ex d b: quincuplū est eius quod ex d c. quod ostendere oportuit.

RESOLVTIO quarti theoremat. ¶ Recta inq̄ linea a b, extrema ac media ratione secatur in c: et sit maius segmētū a c. Dico q̄ quæ ex a b, b c: tripla sunt eius quod ex a c, sunt eius quod ex a c. Quoniā enī quæ ex a b, b c, tripla sunt eius quod ex a c, sed quæ ex a b, b c, sunt id quod bis sub a b, b c, vna cum eo quod ex a c: quod igitur bis sub a b, b c, vna cum eo quod ex a c, triplum est eius quod ex a c. manifestum est igitur: q̄ quod bis sub a b, b c, eius quod ex a c duplū est. Quare totum quod sub a b, b c: æquum est ei quod ex a c. Ipsa igitur a b: extrema & media ratione secatur in c.

COMPOSITIO. ¶ Quoniā igitur a b, extrema & media ratione in c secatur: maiusq̄ segmentū est a c: quod igitur sub a b, b c, ei est æquū quod ex a c. quod bis igitur sub a b, b c: duplū est eius quod ex a c. Cōponēdo per 18 quinti quod igitur bis sub a b, b c, vna cū eo quod ex a c: triplū est eius quod ex a c. Sed quod bis sub a b, b c, vna cū eo quod ex a c id est quod & ea q̄ ex a b, b c, sunt quadrata. Quæ igitur ex a b, b c, quadrata: tripla sunt eius quod ex a c. Quod ostendere oportuit.

RESOLVTIO quinti theoremat. ¶ Recta inq̄ qdā linea a b, extrema & media ratione secatur in c: sitq̄ maius segmētū a c, & ipsi a c æqualis ponatur a d. Dico q̄ d b, extrema & media ratione secatur in a: & maius segmētū est a b. Quoniā enim d b, extrema & media ratione secatur in a, & maius segmētū est a b: est igitur sicut d b ad b a, sic b a ad a d. Aequalis autē est a d: ipsi a c. Est igitur sicut d b ad b a: sic est b a ad a c. Conuertendo igitur sicut b d ad d a: sic a b ad b c. manifestū igitur & sicut b a ad a d: sic a c ad c b. Aequalis autē est a d: ipsi a c. est igitur sicut b a ad a c: sic a c ad c b. ipsa igitur a b: extrema & media ratione secatur in c.

COMPOSITIO. ¶ Quoniā a b, extrema & media ratione in c secatur: est igitur sicut b a ad a c, sic a c ad c b. Aequalis autē est a c: ipsi a d. est igitur sicut b a ad a d: sic a c ad c b. componendo per 18 quinti sicut b d ad d a: sic a b ad b c. Conuertendo sicut d b ad b a: sic b a ad a c. Aequalis autem est a c: ipsi a d. est igitur sicut d b ad b a: sic b a ad a d. Ipsa igitur d b, extrema & media ratione secatur in a: & maius segmentū est a b. Quod ostendere oportuit.

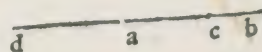
Propositio 6.

Eucl. ex Camp.

Quoniam rationalis lineæ secundum proportionem habentem medium & duo extrema diuisæ: vtrāq̄ portionem residuum esse necesse est.

CAMP. ¶ Sit linea a b secundum solitā proportionē diuisa in pūcto c: rationalis. dico q̄ vtrāq̄ portio eius est residuum. Sit enim maior eius portio a c: cui directe adijciatur a d æqualis dimidio totius a b. eritq̄ etiā d a rationalis ex 6 decimi libri & diffinitione. Cōstat autē ex prima huius: q̄ quadratū lineæ d c, quincuplū est ad quadratū lineæ d a. Igitur linea d c: est comunicās lineæ d a in potētia ex diffinitione: sed nō in lōgitudine ex vltima parte 7 decimi. quæ p̄ 68 decimi linea a c est residuū: cū duæ lineæ c d & d a sint aberationales p̄fectes æqualis quadrato lineæ a c quæ est residuū: erit latus eius secundū līteāliter tātū comunicātes. Et quia iterū si ad lineā rationalē a b, adiungatū sit nea c b ex prima pte 16 sexti: necesse est ex 92 decimi vt linea c b sit residuū prius. quare cōstat propositū. ¶ Anplius autē si lineæ sic diuisæ vt proponit maior portio fuerit rationalis: erit minor residuum. Verbi gratia. sit vt prius: a b diuisa in c: secundum dictā proportionem. & maior eius portio quæ est a c, sit

F. iij.



a d c b

a c b

d f e

rationalis: quæ diuidatur per æqualia in d. eritq; ex tertia huius quadratum d b: quintuplum ad quadratum d c. At quia d c est rationalis cum ipsa sit dimidia a c: sequitur vt duæ lineæ d b & d c sint rationales potentialiter tantū cōmunicantes. Quare vt prius: lineæ & b est residuū. ¶ At vero si lineæ rationalis in potentia tantum secundum proportionem habentem medium & duo extrema diuidatur: adhuc necesse est vt vtraq; portio eius sit residuum. Sit enim a b rationalis in potentia tantū: diuisa sicut proponitur in pūcto c. & sumatur alia qua rationalis in longitudine quæ sit d: ex quæ etiā diuidatur in fsecūdū prædictam proportionē. manifestū est igitur ex 2 quattidecim i quæ sine adminiculo alicuius eorū quæ sequuntur/ incōcussa demonstratiōe roboratur: q; proportio a b ad d e, est sicut a c ad d f, & sicut c b ad f e. Cū ergo a b cōmunicet cū d e in potentia: sequitur ex prima parte 10 decimi q; a c cōmunicet cū d f, & c b cū f e, in potentia. Et quia vtraq; portio lineæ d e est residuū/ vt patet ex prædictis: sequitur ex 98 decimi vt vtraq; portio lineæ a b sit etiā residuū. sed nō eiusdē speciei: vt ibidē demonstratū est. Quare cōstat: q; omnis lineæ rationalis in lōgitudine vel in potētia tantū/ secūdū proportionē habentē mediū & duo extrema diuisæ vtraq; portio est residuum.

¶ CAMPANI annotatio. ¶ Et nota/ q; prima pars præsentis demonstratiōnis qua demonstratur q; maior portio lineæ diuisæ secūdū proportionē habentem medium & duo extrema sit residuū/ si tota lineæ sit rationalis: procedit ex sufficientibus siue tota lineæ ponatur rationalis in lōgitudine siue in potentia tantū. Secūda vero pars qua demonstratur hoc de minori portione q; ipsa quoq; sit residuum si tota est rationalis: non procedit ex sufficientibus / nisi tota sit rationalis in longitudine. Tertia aut pars qua probatur q; minor portio est residuum: sufficienter procedit/ siue maior portio sit rationalis in longitudine siue in potentia tantū. Ad concludendū igitur de maiori portione lineæ prædicto modo diuisæ q; ipsa sit residuū: sufficit ponere totam lineam diuisam esse rationalem in potentia tantū. sed ad concludendum quoq; hoc de minori portione mediāte maiore: sufficit ponere portione maiore similiter rationālē in potētia tantū. ad cōcludendū autē hoc de minori portione mediāte tota: necesse est ponere totam lineā esse rationālē in lōgitudine / aut vtrūq; est 2 quattidecim quæ admodum dictum est.

Eucl. ex Zamb. Theorema 6. Propositio 6.

¶ Si recta lineæ rationalis/ extrema & media ratione secta fuerit: 6
vtrunq; segmentorum irrationale est/ appellaturq; apotome.

¶ THEON ex Zamb. ¶ Si recta lineæ rationalis a b. seceturq; extrema & media ratione in c: sitq; maius segmētū a c. Dico q; vtraq; ipsarum a c, c b, irrationales est: appellaturq; apotome. Extēdatur enī a b: & ponatur ipsius b a, dimidia a d. Quoniam igitur recta lineæ a b, extrema & media ratione secatur in c, maioriq; segmēto a capponit a d dimidia existēs ipsius a b: quod igitur ex d, eius quod ex d a quicuplū est p1 decim tertij. Quod ex c d igitur: ad id quod ex d a, rationē habet quā nmerus ad numerū. Quod igitur ex c d: ei quod ex d a, cōmēsurabile est. Quod aut ex d a: rationale est. Igitur & d a rationalis est: dimidiū existēs ipsius a b rationalis existētis. Rationale igitur est & quod ex c d, rationalis igitur & c d. Et quoniam quod ex c d ad id quod ex d a rationē nō habet quā qdratus numerus ad qdratū numerū: incōmēsurabilis igitur est c d ipsi d a lōgitudine. Ipsæ igitur c d, d a: rationales sunt potētia tantū cōmēsurabiles. Igitur a c: aptome est. Rursus quoniam a b extrema & media ratione secatur/ & maius segmentum est a c: igitur quod sub a b, c, ei quod ex a c æquū est. Igitur ex a aptomæ ad a b rationalē cōparata latitudo: efficit b c. Ab apotomæ vero ad rationalē cōparata latitudo: primā efficit aptomen. Igitur c b: prima est apotom per 57 decimi. Oñsūm autē est: q; & a c apotome est. Si recta igitur lineæ: & quæ sequuntur reliqua. quod oportuit ostēdere.

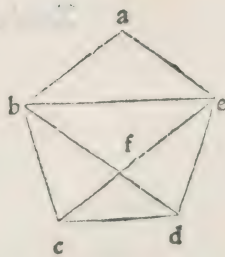
Eucl. ex Camp.

Propositio 7.



I quis pentagonus tres æquos angulos habens / fuerit
æquilaterus: æquiangulus quoq; idem pentagonus esse
probat. 7.

CAMPANVS. ¶ Sit pentagonus $a b c d e$: æquilaterus. sintq; quilibet tres eius anguli/ siue cōtinue siue incontinue sumantur: adinuicem æquales. & sint prius incontinue sumpti: sintq; anguli a, c, d , illi tres qui ponuntur adinuicē æquales. Dico totum pentagonum esse æquiangulum. His angulis subtrahantur chordæ $b e, b d, & e c$. & totus pentagonus: diuidatur in trigonum/ & quadrilaterum cuius duæ diagonales sint chordæ duorum proximorum æqualium angulorum secantes se intra quadrilaterum ipsum in puncto f . eritq; per 4. primi basis $b e$ æqualis basi $b d$: & angulus $a e b$ æqualis angulo $c d b$. Cūq; per 5. primi angulus $b e d$ sit æqualis angulo $b d e$, eo q; duo latera $b e$ & $b d$ sunt æqualia: erit ex communi scientia totalis angulus e æqualis totali angulo d . Si militer probabis: totalem angulum b esse æqualem angulo totali c . est enim per 4. primi basis $b e$ æqualis basi $c e$: & angulus $a b e$ æqualis angulo $d c e$. per quintā autē eiusdē scilicet primi: est angulus $e b c$ æqualis angulo $c b d$. igitur ex cōmuni scientia totalis angulus b est æqualis totali angulo c . ¶ Sint itaq; tres anguli b, c, d , cōtinue sumpti: æquales. & sic quoq; erit pentagonus æquiangulus. Erit enim ex 4. primi basis $b d$ æqualis basi $c e$: & angulus $c b d$ angulo $d e c$, & angulus $b d c$ angulo $e c d$. quare per 5. primi duæ lineæ $c f$ & $f d$ erūt æquales: cum duo anguli trianguli $f c d$ qui sunt ad basin $c d$, sint æquales. igitur ex communi scientia erit linea $f b$: æqualis lineæ $f e$. erat enī rota $b d$: æqualis toti $c e$. ideoq; per 5. primi erit angulus $f b e$ æqualis angulo $f e b$. Per eandē autē est angulus $a b e$: æqualis angulo $a e b$. Itaq; per cōmunē scientiā angulus b totalis: est æqualis angulo e totali. tres enī partiales anguli cōponētes vnū: sunt æquales tribus partialibus componentibus alium/ vnusquisq; suo relativo. Manifestum est igitur: q; tres anguli e, b, c , non continue sumpti in proposito pentagono sunt æquales. Cum autem sic: demonstratum est totum pentagonū esse æquiangulum. vtrolibet ergo modo constat propositum.

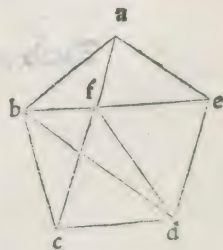


Eucl. ex Zamb. Theorema 7. Propositio 7.

¶ Si quinquanguli æquilateri tres anguli ordinatim/ aut non ordinatim/ æquales fuerint: æquiangulū erit ipsum quinquangulū.

THEON ex Zamberto. ¶ Quinquanguli æquilateri $a b c d e$, tres anguli prius ordinatim qui ad a, b, c , signa: inuicē sunt æquales. Dico q; quinquangulum $a b c d e$: æquiangulū est. Cōnectantur enim $a c, b e, & f d$. Et quoniam binæ $c b, a b$, duabus $b a, a e$, sunt æquales altera alteri/ & angulus qui sub $c b a$ ei qui sub $b a e$ est æqualis: basis igitur $a c$ per 4. primi basi $b e$ est æqualis. & triangulo $a b e$ est æquale. & reliqui anguli reliquis angulis æquales erunt sub quibus æqualia latera subtrahuntur: qui sub $b a c$ ei qui sub $b a e$, qui autē sub $a b e$ ei qui sub $c a b$. Quare & latus a si ipsi b lateri est æquale. patuit autē: q; & tota $a c$, toti $b e$ est æqualis. & reliqua igitur $f c$: reliquæ $f e$ est æqualis. Est autem & $c d$: ipsi $d e$ æqualis. Binę iam $f c, c d$: duabus $f e, e d$, sunt æquales. & cōmunis ipsorum basis: est $f d$. Angulus igitur qui sub $f c d$: angulo qui sub $f e d$ est æqualis. Patuit autē: q; & qui sub $b c a$, ei qui sub $a e b$ est æqualis. totus igitur qui sub $b c d$: toti qui sub $a e d$ est æqualis. Sed qui sub $b c d$: æqualis supponitur eis qui ad a, b , & qui sub $a e d$ igitur: eis qui ad a, b , angulus est æqualis. Similiter iā ostēdemus: q; & qui sub $c d e$ angulus/ eis est æquus qui ad a, b , angulis. Aequiangulū igitur est: $a b c d e$ quinquangulum. ¶ Sed iā nō sint æquales ordinatim ipsi anguli: sed sint æquales qui ad a, c, d , signa. Dico: q; & sic quinquangulum $a b c d e$ æquiangulum est. Cōnectantur enī b, d . Et quoniam binæ $b a, a e$, duabus $b c, c d$, sunt æquales/ & æquos cōprehendunt angulos: basis igitur $b e$ per 4. primi basi $b d$ est æqualis/ & triangulū $a b e$: triangulo $b d c$ est æquale. & reliqui anguli reliquis angulis erunt æquales: sub quibus æqualia latera subtrahuntur. Aequalis igitur est angulus qui sub $a e b$: ei qui sub $c d b$. Est autem & qui sub $b e d$ angulus/ ei qui sub $b d e$ æqualis: quoniam & latus $b e$ lateri $b d$ est æquale. Totus igitur qui sub $a e d$ angulus: toti qui sub $c d e$ est æqualis. Sed qui sub $c d e$: eis qui ad a, c , angulis supponitur æquus. & angulus igitur qui sub $a e d$: eis est æquus qui ad a, c . Iam id propterea & qui sub $a b c$: æqualis eis qui ad a, c, d , angulis. Aequiangulum igitur est: ipsum $a b c d e$ quinquangulum, Quod ostendere oportuit.

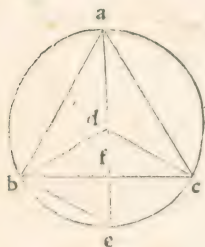
F. iiii.



Zamb. 12.



Mnis trianguli æquilateri quod a latere suo quadratum describitur: triplum est quadrato dimidiæ diametri circuli a quo triangulus ipse circūscribitur.



CAMP. Sit triangulus a b c æquilaterus: cui circūscribitur circulus a b c supra centrum d, quemadmodum docet 5 quarti. & protrahatur in eo diameter a d e. Dico ergo q̄ quadratum lineæ a b: triplum est ad quadratum semidiæ metri a d. Ducantur enim duæ lineæ b d & d c. & arcui b c: subtendatur chorda b e. eritq; ex 8 primi angulus b a d: æqualis angulo c a d. quare per vltimū sexti arcus b c: est æqualis arcui e c. Et quia ex 27 tertijs tres arcus a b, b c, & c a, sunt adinuicem æquales: eo q̄ eorum chordæ quæ sunt latera trigoni / sunt æquales ex hypothesi: erit arcus b e sexta pars circūferentiæ. ideoq; chorda b e: erit latus hexagoni æquilateri ipsi circulo inscripti. quare per correlatiū 15 quarti / lineæ b e: est æqualis semidiametro a d. Manifestum est autem ex prima parte 30 tertijs: q̄ angulus a b e est rectus. ideoq; quadratum lineæ a e: est æquale quadrato duarum linearum a b & b e pariter acceptis / ex penultima primi. At vero quadratum a e, quadruplū est ad quadratum b e ex 4 secundi: cum lineæ a e sit dupla b e. relinquitur ergo: quadratum a b triplum esse ad quadratum b e, & ideo ad quadratum a d. Quod est propositum. Non lateat autem nos: q̄ lineæ b c quæ est latus trigoni / diuidat semidiametrum d e per æqualia. Esto quidem p̄t̄a diuisionis: f. Constat igitur ex 4 primi: q̄ b f est æqualis f c. ideoq; per primā partem 3 tertijs / omnes anguli qui sunt ad f sunt recti. quare ex penultima primi quadratum b d, est æquale quadrato duarum linearum d f & f b. quadratum verob e, æquale quadrato duarum linearum quæ sunt b f & f e. Et quia b d est æqualis b e: erunt ex communi scientia duo quadrata duarum linearum b f & f d pariter acceptis / æqualia duobus quadratis duarum linearum b f & f e pariter acceptis. Dempto igitur vtrinq; quadrato b f erit ex communi scientia quadratum f d residuum: æquale quadrato f e residuo. quare & lineæ f d: lineæ f e, ex hac communi scientia / quarum quadratum sunt æqualia eas lineas esse æquales. Ex hoc itaq; manifestum est: q̄ perpendicularis ducta a centro circuli ad latus trigoni æquilateri sibi inscripti / æqualis est dimidiæ lineæ ductæ a centro eiusdem circuli ad ipsius circūferentiā.

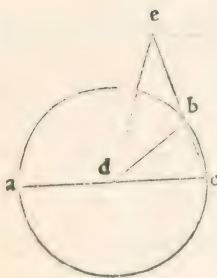
Eucl. ex Camp.

Propositio 9.

Zamb. 9.



Latus hexagoni æquilateri / latusq; decagoni æquilateri / quos ambos vnus idēq; circulus circūscribit / sibi inuicem in longum directūq; coniungantur: tota lineæ ex eis composita secundum proportionem habentem medium & duo extrema diuisa erit: maiorq; eius portio latus hexagoni.



CAMP. Sit circulus a b c: cuius centrum d, & diameter a d c. sitq; arcus c b quinta pars arcus semicirculi a b c: cui subtendatur chorda c b, quam constat esse latus decagoni æquilateri proposito circulo inscripti. adiungaturq; lineæ c b in continuum & directum lineæ b e: quæ ponatur esse æqualis lateri hexagoni æquilateri prædicto circulo inscripti. Dico totam lineam c e, diuisam esse in puncto b secundum proportionem habentem medium & duo extrema: & maiorem eius portionem dico esse lineā b e quæ est latus hexagoni. Ducantur enim in centrum / duæ lineæ e d & b d. eritq; angulus e æqualis angulo b d e ex 5 primi: propter hoc q̄ lineæ e b est æqualis lineæ b d ex correlario 15 quarti. angulus quoq; d b c: est æqualis angulo c ex 5 primi. quare ex 31 primi angulus a d b: erit duplus ad angulum d b c. Et quia per eandē angulum d b c est duplus ad angulum e: sequitur vt angulus a d b sit quadruplus ad angulum e. est enim ex communi scientia quadruplū: quicquid fuerit duplum dupli. Cūq; sit etiā idem angulus a d b quadruplus ad angulum b d c ex vltima sexti / eo q̄ arcus a b est quadruplus ad arcum b c: necesse est ex communi scientia vt angulus e sit æqualis angulo b d c. Si igitur intelligantur duo trianguli d e c totalis, &

b d c partialis: cum angulus e totalis trianguli sit æqualis angulo b d c partiali, & angulus c sit communis vtriufq; necesse est ex 32 primi vt ipsi sint æqui anguli. quare per 4. sexti proportio duorum laterum e c & c d continentium angulum c in totali triangulo: est sicut duorum laterum d c & c b continentium eundem angulum in partiali triangulo. Quia ergo proportio e c ad c d est sicut ad e b ex secunda parte 7 quinti: & d c ad c b est sicut e b ad e a eadem ex prima parte eiusdem: sequitur ex 11 quinti vt sit proportio c e ad e b, sicut e b ad b c. Igitur a diffinitione concludere propositum: lineam e c esse diuisam secundum proportionem habentem medium & duo extrema / & maiorem portionem eius esse latus hexagoni. Quod oportuit nos demonstrare.

CAMPANVS. Conuersam quoq; demonstrare cõuenit, quod facile fiet: via retrograda. eam enim assumit Prolomgus capitulo 9 primæ dictionis Almagesti: ad demonstrandum quantitatem chordarum arcuum circuli. Dico itaq; qd si linea qualibet secundum proportionem habentem medium & duo extrema diuidatur: cuius circuli maior portio fuerit latus hexagoni / eiusdẽ minor erit latus decagoni, at vero cuius minor erit latus hexagoni: eiusdẽ maior erit latus hexagoni. Sit eni (priori dispositione manente) linea e c diuisa in pũcto b secundum prædictam proportionem: & maior eius portio sit e b. dico qd cuiuscũq; circuli linea e b est latus hexagoni: eiusdẽ est linea b c latus decagoni, & cuiuscũq; circuli linea b c est latus decagoni: eiusdẽ est linea e b latus hexagoni. Intellego autẽ hoc de hexagonis & decagonis æquilateris. Si enim sit e b latus hexagoni circulo a b c inscripti: erit per correlariũ 15 quarti e b æqualis d c. Et quia proportio c e ad e b est sicut e b ad b c ex hypothesi: erit ex 7 quinti c e ad d c, sicut d c ad c b. Igitur ex 6 sexti duo triaguli e d c & d c b: sunt æqui anguli. angulus ergo e, est æqualis angulo b d c: ipsos enim latera proportionalia respiciunt. Cumq; sit angulus a d b quadruplus ad angulum e ex 32 primi bis assumpta / & quinta eiusdem bis: sequitur vt etiam idem angulus a d b sit quadruplus ad angulum b d c. Ideoq; ex vltima sexti / arcus a b: quadruplus est ad arcũ b c. Linea igitur b c: est latus decagoni circulo a b c inscripti.

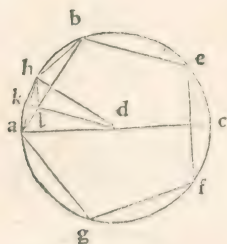
Q si linea b c fuerit latus decagoni circuli a b c: erit e b latus hexagoni eiusdem. Sit enim e b latus hexagoni circuli f. eritq; ex prædictis / b c: latus decagoni eiusdem. Intellegantur igitur inscripti esse decagoni æquilateri duobus circuli a b c & f: quorum omnia latera erunt æqualia lineæ b c. Et quia omnis figura æquilatera circulo inscripta / est æqui angula vt probatum est in 15 quarti libri: sequitur vtroq; decagonos esse æqui angulos. Cumq; omnes anguli vnus pariter accepti sint æquales omnibus angulis alterius pariter acceptis / sicut eui denter apparet ex demonstratis in 32 primi: necesse est ex hac communi scientia (quorũlibet æqualium decimas aut quotaslibet partes eiusdem denominationis: esse æquales) vt vnus horum decagonorum sit æqui angulus alij / ideoq; similis ex diffinitione similium superficierum. Et quia si duæ figuræ similes duobus circulis inscribantur / erit proportio duorum relatiuorum laterum illarum figurarum sicut duarum diametrorum illorum circulorum / vt apparet ex correlario 18 sexti libri & 1 duodecimi: cum latera decagonorum similium inscriptorum duobus circulis a b c & f, sint æqualia / sequitur vt diametri eorũ sint æquales / ideoq; & semidiametri etiam æquales. Sunt autem semidiametri & latus hexagoni: æqualia ex correlario 15 quarti. Erit ergo linea e b, latus hexagoni circulo a b c inscripti: sicut ipsa est latus hexagoni circuli f sibi æqualis. Hoc autem est: quod demonstrare voluimus. Ex hac autem nota huius decimæ tertij noueris exortam esse 10 quarti libri: quæ duum æqualium laterum proponit trigonum describendum / cuius vterq; duorum angulorum quos basis obtinet / ad tertium duplus existat. talis eni est vterq; triagulo rũ e d c & d c b. & simpliciter omnis: cuius duo latera sunt æq̃lia maiori portioni alicuius lineæ diuise secundum proportionem habentẽ mediũ duorũ extrema & tertium quod est basis est æquale minori portioni lineæ eiusdem / vel cuius duo latera sunt æqualia lateri hexagoni æquilateri alicui circulo inscripti. Quod est propositum.



Zamb. 10.



Mne latus pentagoni æquilateri tanto potentius est late
re hexagoni æquilateri: quantum potest latus decagoni
æquilateri/ si sint in eodem circulo ambo inscripti.

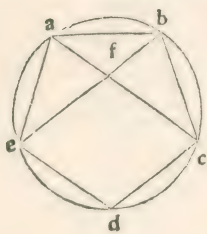


CAMP. Sit circulus a b c cuius centrū d, & diameter a d c. inscribaturq;
ei pentagonus æquilaterus: qui sit a b e f g. & a cetro d protrahatur perpendicu
latis ad latus a b, quæ producat̃ vſq; quo obuiet circūferentiæ in pūcto h: ſitq;
d h. & protrahantur duæ chordæ a h & h b: quæ erunt æquales adinuicē ex ſe
cūda parte 3 tertij & 4 primi, ideoq; etiā duo arcus a h & h b: æquales adinuicē
cē ex 27 tertij. Est igitur vtraq; duarū chordarū a h & h b: latus decagoni æqui
lateri propoſito circulo inſcripti. Dico itaq; q; quadratū lineæ a b quæ est latus
pentagoni: est æq̃le duobus quadratis duarū linearū b d & a h pariter acceptis.
quarū prima est æqualis lateri hexagoni ex correlario 15 quartij: & ſecūda est la
tus decagoni. protrahatur enī a cetro d, ppendicularis a lineā a h quæ est latus
decagoni: quæ producat̃ vſq; ad circūferentiā / ſitq; d k q̃ ſecet lineā a b quæ
est latus pentagoni in pūcto l, & protrahatur lineā h l. Cōſtat autē ex ſecūda
parte 3 tertij & 4 primi & 27 tertij: q; lineā d k q̃ est perpendicularis ad chordā
a h, ſimul diuidit p æqualia chordā & arcū / ideoq; arcus a k est æqualis arcui k
h. quare ex vltima ſexti angulus a d l: est æqualis angulo l d h. ideoq; ex 4 pri
mi baſis a l: baſi l h. igitur ex 5 primi angulus l a h: æqualis est angulo l h a.
Cumq; etiam ſit ex eadē angulus h a b æqualis angulo h b a: ſequitur vt angu
lus l h a ſit æqualis angulo h b a. ergo ex 32 primi duo trianguli b a h & a h l:
ſunt æquianguli. eſt enī angulus b, maioris: æqualis angulo h, minoris. & an
gulus a: cōmunis eſt vtriq;. Itaq; per 4 ſexti proportio b a ad a h: eſt ſicut a h
ad l a. quare ex prima parte 16 ſexti quod prouenit ex b a in a l: eſt æquale qua
drato lineæ a h quæ eſt latus decagoni. Cum ſit autem ſemicirculus a e c æqua
lis ſemicirculo a f e, & arcus a e arcui a f: erit arcus e c reſiduus æqualis arcui f c
reſiduo. quare arcus e c: eſt medietaſ arcus e f. ideoq; æqualis arcui a h: & du
plus ad arcum h k. Et quia arcus e b eſt duplus ad arcum h b: erit ex 13 quinti
totus arcus c e b duplus ad totum arcum b h k. ideoq; ex vltima ſexti angulus
c d b: eſt duplus ad angulū b d l. Cūq; etiam angulus c d b duplus ſit ad angu
lum b a d ex 32 & 5 primi / ſunt enī duo latera d a & d b æqualia: erit angu
lus b d l æqualis angulo b a d. Itaq; per 32 primi erit triangulus b d l: æquiangu
lus triangulo b a d. eſt enim angulus d, minoris: æqualis angulo a, maioris. &
angulus b eſt cōmunis eutriq;. ergo per 4 ſexti proportio a b ad b d: eſt ſicut b
d ad l b. quare per primā partem 16 ſexti quod prouenit ex a b in b l: eſt æqua
le quadrato d b. Atvero probatū eſt prius: q; illud quod prouenit ex a b in l a,
eſt æquale quadrato a h. Itaq; quod prouenit ex a b in a l & in l b: eſt æquale
duobus quadratis duarū linearum a h & b d. Et quia ex ſecūda ſecundi quod
prouenit ex a b in l a & in l b eſt æquale quadrato lineæ a b, eſt autem li
nea a b latus pentagoni æquilateri propoſito circulo inſcripti / lineā vero a h
eſt latus decagoni æquilateri: & lineā b d eſt ex correlario 15 quartij æqualis late
ris hexagoni æquilateri propoſito circulo inſcriptorum: inconcuſſa demonſtra
tione aſtruitur hoc quod dicitur.

Eucl. ex Camp.

Propoſitio 11.

Zamb. s.



S I duobus propinquis angulis pentagoni æquilateri intra
circulum deſcripti / a terminis ſuorum laterum duæ rectę
lineæ ſubtendantur: vtraq; alteram ſecundum proportio
nem habentem medium duorū extrema ſecabit / maiorq; ipſius
portio lateri ipſius pentagoni æqualis erit.

CAMPANVS. Sit pentagonus æquilaterus a b c d e, inſcriptus circulo
eiſdem literis ſignato: & duobus eius propinquis angulis qui ſunt a & b, ſub
tendantur duæ rectę lineæ a c & b e, ſecantes ſe inuicem in pūcto f. Dico itaq;
vtraq; harū eſſe diuiſam in pūcto f, ſecūdam proportionem habentem medi

dum duosq; extrema: & q; maior portio vtriusq; est æqualis lateri pentagoni. Manifestum est enim ex 27 tertij: q; quinque arcus circuli pentagoni propositi circūscribentis/ quorum latera ipsius pentagoni sunt chordæ/ sunt adinuicem æquales. ideoq; ex vltima 6 quatuor anguli a e b, a b e, b a c, & b c a: sunt adinuicem æquales. nam arcus a b, a e, & b c: sunt adinuicem æquales. Cūq; sit arcus c d e duplus ad arcum b c: erit quoq; ex vltima sexti angulus c a e duplus ad angulum c a b. At vero ex 27 primi angulus a f e: duplus est ad angulum f a b. Igitur angulus a f e: est æqualis angulo f a e. quare per 6 primi linea a e: est æqualis lineæ f e. Sunt autem duo trianguli a b e & a f b, æquianguli: per ea quæ dicta sunt & per 32 primi, est enim angulus e, maioris: æqualis angulo a, minoris. & angulus b: cōmunis vtriq;. igitur per 4 sexti proportio e b ad b a: sicut b a ad f b. Cūq; sit e f æqualis a b, eo q; ipsa (vt probatū est) est æqualis a e: sequitur ex 7 quinti vt sit proportio b e ad e f, sicut e f ad f b. Quare per diffinitionem lineæ e b est diuisa secundum proportionem habentem medium duosq; extrema: & eius maior portio est æqualis lateri ipsius pentagoni. Si autē hoc est verum de linea e b: erit quoq; ex 7 quinti & quinta eiusdem & diffinitione/ idem verum de linea a c. nam tota b e est æqualis toti a c ex 4 primi: & portiones portionibus ex 6 primi & cōmuni scientia. portiones enī a f & b f: sunt æquales ex 6 primi. ideoq; f e & f e residuæ: erunt adinuicem æquales ex cōceptione. Vel potes si libet & facilius/ de linea a c demonstrare propositum: negociando circa ipsum/ vt prius circalinearē e b.

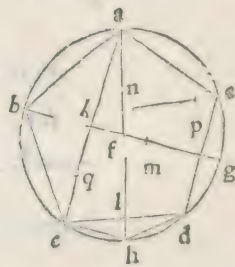
Eucl. ex Camp.

Propositio 12.

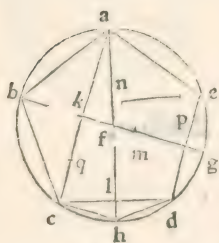
Zamb. 11.

SI circuli pentagonum æquilaterum circūscribentis/ diameter fuerit rationalis: eius latus pentagoni erit linea irrationalis/ ea scilicet quæ dicitur minor.

CAMPANVS. Sit pētagonus æquilaterus a b c d e inscriptus circulo eiusdem literis ascripto: cuius centrū f, & duæ diametri b g & a h. sitq; vtraq; harum diametrorum linea rationalis in longitudine. Dico tunc q; latus pētagoni inscripti/ erit linea irrationalis: illa videlicet quæ dicitur minor. Protahatur enī linea a c: quæ secet diametrum b g in puncto k. eritq; ex vltima 6 & quarti primi linea a c: diuisa a diametro b g orthogonaliter & per æqualia in puncto k. quia cum semicirculus b a g sit æqualis semicirculo b c g, & arcus b a arcui b c, sicut constat ex 27 tertij: erit arcus a g residuus / æqualis arcui c g residuo. ideoq; ex vltima sexti angulus a b g: æqualis etiam angulo c b g. Cum itaq; duo latera a b & b c trianguli a b k sint æqualia duobus lateribus c b & b k trianguli c b k, & angulus b vnius angulo b alterius: erit ex 4 primi basis a k æqualis basi c k. & omnes anguli qui sunt ad k: sunt recti ex prima parte 3 tertij. Diameter autem a h: secet latus pentagoni c d, in puncto l. Eritq; linea c d diuisa a diametro a h orthogonaliter: & per æqualia in puncto l. Cum enim sint duo arcus a d h & a c h æquales/ & arcus a c sit æqualis arcui a d: erunt duo residui semicirculorum qui sunt c h & d h, æquales. quibus si subtendantur duæ chordæ quæ sunt c h & d h: ipsæ quoq; ex 28 tertij erunt æquales. Et quia arcus a c est æqualis arcui a d: erit ex vltima sexti angulus c h l æqualis angulo d h l. ideoq; per 4 primi basis c l est æqualis basi d l: & omnes anguli qui sunt ad l, recti ex prima parte 3 tertij. itaq; duo trianguli a c l & a d l sunt æquianguli ex 32 primi. Est enim angulus l, maioris/ æqualis angulo k, minoris: eo q; vterq; est rectus. & angulus a est cōmunis vtriq;. quare ex 4 sexti proportio l c ad c a: est sicut k f ad f a. Sumatur igitur ex diametro b g, linea f m æqualis quartæ parti semi diametri: eritq; per æquā proportionalitatem proportio c l ad quartam partem lineæ a c quæ sit c q, sicut k f ad quartam partem lineæ f a quæ est f m. Et quia per 15 quinti proportio c d ad c k est sicut c l ad c q: si duplum ad duplum sicut simplicium ad simplicium) erit per 11 quinti d c ad c k: sicut k f ad f m. & cōiunctim lineæ constātis ex d c & c k, ad k c: sicut k m ad d m f. & ideo per primā partem 21 sexti proportio quadratilineæ compositæ ex d c & c k, ad quadratum lineæ c k: sicut quadrati lineæ k m ad quadratum lineæ m f. Constat autem ex premissa / q; si linea a c diuidatur secundū proportionē habentem medium duosq; extrema: maior portio eius erit æqualis lineæ d c, igitur



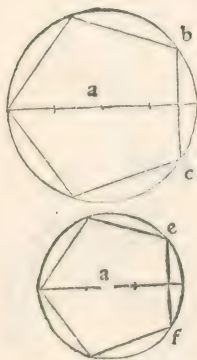
tur linea constans ex d c & c k: componitur ex maiori portione diuisa secundum proportionem habentem medium duorum extrema/ & ex medietate totius lineae sic diuisa. est enim c k: medietas a c. Itaque per primam illius 13 libri quadratum lineae compositae ex d c & c k: quintuplum quoque est ad quadratum lineae c k. ideoque quadratum lineae k in, quintuplum quoque est ad quadratum lineae m sicut sit horum quadratorum & illorum una proportio. Est autem linea b m: quintupla ad lineam m. erat enim m f: quarta pars semidiametri propositi circuli. Ergo quadratum lineae k m ad quadratum lineae m f: sicut linea b m ad lineam m f. Et quia ex secunda parte 18 sexti quadratum lineae k m ad quadratum lineae m f, est sicut linea k m ad lineam m f duplicata: erit ex 11 quinti linea b m ad lineam m f, sicut linea k m ad lineam m f duplicata. Igitur linea k m: est medio loco proportionalis inter duas lineas b m & m f. Quod sic constat. Sit enim linea n p medio loco proportionalis inter eas: sumpta secundum doctrinam 9 sexti. eritque ex diffinitione proportionis duplicatae quae posita est in principio quinti / proportio b m ad m f: sicut b m ad n p duplicata. Et quia b m ad n p sicut n p ad m f: erit etiam ex 11 quinti proportio b m ad m f, sicut n p ad m f duplicata. Igitur ex prima parte 9 quinti duae lineae k m & n p: sunt aequales. ideoque ex prima parte 7 quinti & ex secunda parte eiusdem lineae k m: est medio loco proportionalis inter b m & m f. Quare ex correlario 5 sexti / proportio quadrati lineae b m ad quadratum lineae k: est sicut linea b m ad lineam m f. Et quia linea b m est quintupla ad lineam m f: erit quadratum lineae b m, quintuplum ad quadratum lineae m k. Linea autem b m: est rationalis in longitudine. ergo per ultimam partem 7 decimi linea m k: est rationalis in potentia tantum. Et quia linea b m est potentior lineae k, in quadrato lineae sibi incommensurabilis in longitudine ut in continuo probabitur: erit linea b k residuum quartum ex diffinitione residui quarti. Quod autem probandum assumpsimus: sic patet. Sit numerus r quintuplus ad numerum s. sintque & f, quantum r: ac si esset r quintus, s vnum / t quatuor. & sit linea b m: potentior lineae m k, in quadrato lineae x. Cum igitur sit quadratum lineae b m ad quadratum lineae m k sicut numerus r ad numerum s: erit per euerfam proportionalitatem quadratum lineae b m ad quadratum lineae x, sicut numerus r ad numerum t. quare per ultimam partem 7 decimi lineas: est incommensurabilis linea b m in longitudine. non est ergo dubium: quin b k sit residuum quartum. Manifestum vero est ex 34 tertij: quod illud quod fit ex b k in k g, est aequale ei quod fit ex a k in k c. ideoque etiam ipsum idem est aequale quadrato k c: eo quod a k est aequalis k c. ergo quadrato b k addito utriusque: erit ex penultima primi quod fit ex b k in se & in k g, aequale quadrato b c. Et quia ex 1 secundi quod fit ex b k in se & in k g, est aequale ei quod fit ex b k in g b: erit linea b c latus tetragonici superficiei contentae a duabus lineis g b & k b. Et quia linea g b est rationalis / linea vero b k est residuum quartum / & quia linea potens in superficiem linea rationali residuum quarto contenta est linea minor ut constat ex 89 decimi libri: necesse est lineam b c quae est latus pentagoni aequilateri propositi circulo inscripti / esse lineam minorem. quod erat ex principio demonstrandum. Hoc ergo modo sequitur: quod latus pentagoni aequilateri circulo inscripti sit linea minor: si diameter circuli cui inscribitur fuerit rationalis in longitudine. At vero si diameter circuli fuerit rationalis in potentia tantum: adhuc necesse est ut latus pentagoni aequilateri sibi inscripti sit linea minor. Esto enim linea a, rationalis in potentia tantum: supra quam describatur circulus. etque descripto inscribatur pentagonus aequilaterus: cuius unum latus sit b c. dicanturque pentagonus & circulus: a. Dico quod linea b c est linea minor. Sumatur enim aliqua linea rationalis in longitudine: quae sit d. & super eam lineetur circulus cui inscribatur pentagonus aequilaterus: & sit unum latus ipsius linea e f. dicanturque pentagonus & circulus: d. Constat igitur ex hac 12: quod c est linea minor / cum diameter d sit rationalis in longitudine. Quoniam vero proportio pentagoni a ad pentagonum d est sicut quadrati lineae b c ad quadratum lineae e f (utraq; enim est ex secunda parte 18 sexti: sicut lineae b c ad lineam e f duplicata) pentagonum autem a ad pentagonum d est sicut quadrati diametri a ad quadratum diametri d ex prima 12: erit ex 11 quinti quadratum lineae c b ad quadratum lineae e f, sicut quadratum diametri a ad quadratum diametri d. Cumque quadrata duarum diametrorum a & d sint communicantia / quia ambo sunt ratio-



r

f . t

x



lia ex hypothesi: erunt quoque ex prima parte 10 decimi quadrata duarum linearum b c & e f, communicantia. ergo linea b c communicat in potentia cum linea e f. Et quia linea e f est minor: sequitur ex 10 decimi quod etiam b c sit linea minor. quod est propositum. Siue ergo diameter alicuius circuli sit rationalis in longitudine siue in potentia tantum: necesse est ut latus pentagoni æquilateri sibi inscripti sit linea minor.

Eucl. ex Zamb. Theorema 8

Propositio 8.

Camp. ii.

¶ Si quinqueanguli æquilateri & æquianguli binos ordinatim angulos rectæ lineæ expliciunt: extrema & media ratione sese inuicem dispescent: & maiora earum segmenta ipsius quinqueanguli lateri sunt æqualia.

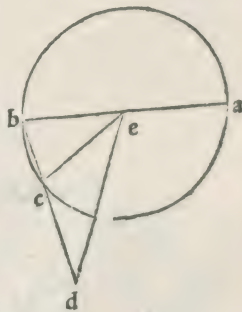
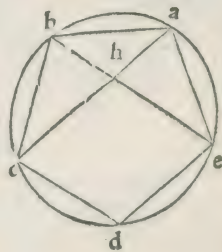
THEON ex Zamberto. ¶ Quinqueanguli enim æquilateri & æquianguli a b c d e, binos ordinatim angulos qui ad a, b, rectæ lineæ a c, b e, expliciunt: sese inuicem in h signo dispescentes. Dico quod ipsarum utraque extrema & media ratione secatur in h signo: & earum maiora segmenta sunt æqualia ipsius quinqueanguli lateri. Circumscribatur per 14. quartum ipsi quinqueangulo a b c d e: circulus a b c d e. Et quoniam binæ rectæ lineæ e a, a b, duabus a b, b c, sunt æquales: & angulos æquales comprehendant: basis igitur b c per 4. primi basi a c est æqualis: & triangulum a b e ipsi triangulo a b c est æquale: & reliqui anguli reliquis angulis erunt æquales alteri alteri sub quibus æqualia latera subterduntur. Angulus igitur qui sub b a c: ei qui sub b e est æqualis. Duplus igitur est qui sub a h e: eius qui sub b a h anguli. extra enim est ipsum a b h triangulum. Est autem & qui sub e a c, eius qui sub b a c duplus: quoniam am & circumferentia e d c, ipsius c b circumferentiæ est dupla. Angulus igitur qui sub h a e: ei qui sub a h e est æqualis. Quare & h e recta linea: ipsi e a, hoc est ipsi a b est æqualis. Et quoniam b a recta linea ipsi a e est æqualis: æqualis est & angulus qui sub a b e ei qui sub a e b. Sed qui sub a b e: ei qui sub b a h patuit quod æqualis. qui igitur sub b e a: qui sub b a h est æqualis. Et ipsorum duorum triangulorum a b e, & a b h: communis est angulus qui sub a b e. reliquus igitur qui sub b a e angulus: reliquus qui sub a h b est æqualis. Triangulum igitur a b e ipsi a h b triangulo æquiangulum est. proportionale igitur est sicut e b ad b a: sic a b ad b h. Acqualis autem est b a: ipsi est. proportionale igitur est sicut e b ad b a: sic a b ad b h. Acqualis autem est b a: ipsi est. h. maior autem est b e ipsa b a. maior igitur est e h: ipsa h b. Ipsa igitur b e, extrema & media ratione in h secatur: & maius segmentum h e æquum est ipsius quinqueanguli lateri. Similiter iam ostendendum us: quod a c extrema & media ratione in h secatur: & ipsius maius segmentum c h ipsius quinqueanguli lateri est æquale. Quod ostendere oportuit.

Eucl. ex Zamb. Theorema 9. Propositio 9.

Camp. 9.

¶ Si sexanguli & decagoni latus in eodem circulo descriptorum commode ponantur: tota recta linea extrema & media ratione secatur: & maius segmentum est ipsius sexanguli latus.

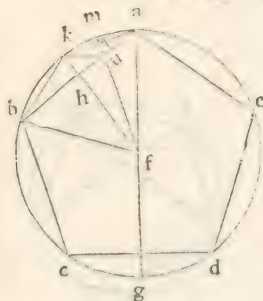
THEON ex Zamb. ¶ Sit circulus a b c, & in ipso circulo a b c, descriptarum figurarum decagoni quidam latus esto b c, & sexanguli e d: & sint in rectas lineas. Dico quod tota b d, extrema & media ratione secatur in c: & maius ipsius segmentum est e c d. Assumatur enim per 1. tertij: centrum circuli: signum e. & conestantur e b, e c, e d. & extendatur b e in a. Et quoniam decagoni æquilateri latus est b c: quincupla igitur est a c circumferentia: ipsius b c. Sicut autem a c circumferentia ad c b: sic angulus qui sub a e c ad angulum qui sub c e b, quadruplus igitur est qui sub a e c: angulus qui sub a b c angulus qui sub c b e angulus ei qui sub e c b angulo est æqualis: qui igitur sub a b c angulus: duplus est eius qui sub e c b. Et quoniam e c recta linea æqualis est ipsi c d, utraque enim ipsarum æqualis est ipsius sexanguli lateri in a b c circulo descripti & angulus qui sub c d e est æqualis: igitur angulus qui sub e c b, duplus est eius qui sub e d c. Sed eius qui sub e c b: duplum esse demonstratum est eum qui sub a e c. Igitur qui sub a e c: quadruplus est eius qui sub e d c. Ostensum est autem: quod & eius qui sub b e c, quadruplus est qui sub a e c. æqualis igitur est qui sub e d c: ei qui sub b e c. Communis autem ipsorum binorum triangulorum hoc est b e c & b e d: est angulus qui sub e b d. & reliquus igitur qui sub b e: d ei qui sub e c b est æqualis. Aequum



angulum igitur est triangulum e b d: ipsi e b c triangulo, proportionale igitur est sicut b d ad b e: sic e b ad b c. Aequalis autem est e b: ipsi c d. Est igitur sicut b d ad d c: sic d e ad c b. Maior autem est b d: ipsa c d, maior igitur est & d c: ipsa c b. Igitur ipsa b d, recta linea extrema & media ratione secatur in c signo: & maius semimentum est d c. Quod ostendere oportuit.

Eudl. ex Zamb. Theorema. 10. Propositio 10.

Camp. 10.



Si in circulo quinquangulum æquilaterum descriptum fuerit: ipsius quinquanguli latus potest & sexanguli & decagoni latus in eodem circulo descriptorum.

THEON ex Zamb. Sit circulus a b c d e: & in ipso a b c d e per 11 quartum quinquangulum describatur a b c d e. Dico quod ipsius a b c d e quinquanguli latus potest & sexanguli & decagoni latus in ipso a b c d e circulo descriptorum. Assumatur per 11 tertium circuli: & sit f. & conexa a f, extendatur in g signo: & conectatur f b. & ab ipso f in a b perpendicularis excutetur per 12 primi f h: & extendatur in k. & conectantur a k, k b. & rursus ab ipso f, in a k excutetur per 12 primi perpendicularis l h: & extendatur in m, & conectatur k n. Et quoniam circuli ferentia a b c ipsi a e d g circuli ferentia est æqualis: quartum a b c ipsi a e d est æqualis: reliqua igitur c g circuli ferentia reliquæ g d circuli ferentia est æqualis. Quinquanguli autem c d e decagoni c g. Et quoniam f a ipsi f b per 15 diffinitionem primi est æqualis: & perpendicularis est f h: igitur angulus qui sub a f k, ei qui sub k f b est æqualis. Quare & circuli ferentia a k: ipsi k b est æqualis. Dupla igitur est a b circuli ferentia: ipsius b k circuli ferentia. Decagoni latus igitur: est recta linea a k. & id propterea & a k ipsius k m est dupla. Et quoniam dupla est circuli ferentia a b ipsius circuli ferentia k b, æqualis autem est c d circuli ferentia ipsi a b circuli ferentia: dupla igitur est c d circuli ferentia ipsius b k circuli ferentia. Est autem c d circuli ferentia: ipsius c g dupla. igitur circuli ferentia c g: ipsi b k circuli ferentia est æqualis. Sed b k ipsius k m dupla est: quoniam & k a. & c g igitur: ipsius k m est dupla. Sed & c b circuli ferentia: ipsius b k circuli ferentia dupla est. æqualis enim est c b circuli ferentia: ipsi b a. et tota igitur g b circuli ferentia: totius b m est dupla. Quare & angulus qui sub g f b: anguli qui sub b f m duplus est. Est autem qui sub g f b: eius qui sub f a b duplus. Aequalis enim est qui sub f a b: ei qui sub a b f. Qui sub b f n igitur: ei est æquus qui sub f a b. Binorum autem triangulorum a b f & b f n: communis angulus est qui sub a b f. Reliquus igitur qui sub a f b: reliquo qui sub b f n est æqualis. Triangulum igitur a b f: ipsi b f n triangulo æquiangulum est, proportionale igitur est sicut a b recta linea ad b f: sic f b ad b n. quod igitur sub a b, b n: ei quod ex b f est æquale. Rursus quoniam æqualis est a l ipsi l k, communis autem & ad angulos rectos l n: basis igitur k n per 4 primi basi a n est æqualis. & angulus igitur qui sub l k n: ei qui sub l a n est æqualis. Sed qui sub l a n: ei qui sub k b n est æqualis. & qui sub l k n igitur: ei qui sub k b n est æqualis. & ipsorum triangulorum binorum a k b & a k n: commune est quod sub n a k. Reliquum igitur quod sub a k b: reliquo quod sub k n a est æquale. Aequiangulum igitur est triangulum k b a: ipsi k n a triangulo, proportionale igitur est sicut b a recta linea ad a k: sic k a ad a n. Quod igitur sub b a, a n: æquum est ei quod ex a k. Ostensum est autem: quod quod sub a b, b n, æquum est ei quod ex b f. Quod igitur sub a b, b n, vna cum eo quod sub b a, a n, quod est id quod ex b a: ei est æquum quod ex b f vna cum eo quod ex a k. & b a quidem est latus ipsius quinquanguli: & b f sexanguli: & a k decagoni. Quinquanguli ergo latus: potest & sexanguli et decagoni latus in eodem circulo descriptorum. Quod ostendere oportuit.

Eudl. ex Zamb. Theorema. 11. Propositio. 11.

Camp. 11.



Si in circulo rationalem habente diametrum quinquangulum æquilaterum inscribatur: quinquanguli latus irrationale est: appellaturque minor.

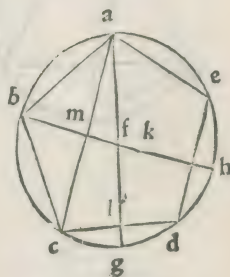
THEON ex Zamb. In circulo enim a b c d e, rationalem habente diametrum: quinquangulum inscribatur a b c d e. Dico quod ipsius a b c d e quinquanguli latus irrationale est: appellaturque minor. Assumatur in q & 11 tertium circuli centrū: f signum. & conectantur a f, f b. & extendantur in g, h signa: & conectatur a c. ponaturque ipsius a f quarta pars f k. Rationalis autem a f, rationalis igitur & f k. Est autem & b f

rationalis. Totā igitur $b k$ rationalis est. Et quoniam circūferentia $a c g$ ipsi $a d$ g circūferentiæ est æqualis/quarum $a b c$ equalis est ipsi $a e d$: reliqua igitur $c g$ reliquæ $g d$ est æqualis. Et si cōnectamus $a d$: ducuntur recti qui ad l'anguli, & dupla est $c d$ ipsius $c l$: & id propterea & qui ad m , recti sunt: & dupla est $a c$ ipsius $c m$. Quoniam igitur angulus qui sub $a l c$ ei est æquus qui sub $a m f$, cōmunis autem ipsorum triangulorū binorū $a l c$, $a m f$, est qui sub $l a$ circūferentia igitur qui sub $a c l$ ei est æqualis qui sub $m f a$. æquiangulum igitur est triāgulum $a c l$: ipsi $a m f$ triāgulo, proportionale igitur est sicut $l c$ ad $c a$: sic $m f$ ad $f a$. & antecedentiū dupliācia. Sicut igitur dupla ipsius $l c$ ad $c a$: sic ipsius $m f$ dupla ad $f a$. Sed sicut ipsius $m f$ dupla ad $f a$: sic $m f$ ad ipsius $f a$ dimidiam. & sequentiū dimidia. Sicut igitur ipsius $l c$ dupla ad ipsius $c a$ dimidiam: sic $m f$ ad quartam partem ipsius $f a$. & ipsius $l c$, dupla est $d c$ ipsius vero $c a$, dimidia est $c m$. ipsius autem $f a$: quarta pars est $f k$. Est igitur sicut $d c$ ad $c m$: sic $m f$ ad $f k$. Componendo per i s' quinti & sicut vtrāq; $d c m$, ad $c m$: sic $m f$ ad $f k$. & sicut igitur per i s' quinti quod ex vtrāq; ipsarum $d c m$, ad id quod ex $c m$: sic quod ex $m k$ ad id quod ex $k f$. Et quoniam per s decimitertij ea quæ sub duobus lateribus pentagoni subtenfa v't $a c$, extrema & media ratione secta, maius segmentū est æquale ipsius pentagoni lateri hoc est ipsi $d c$, maior autem sectio totius admittēs dimidiū quincuplū potest eo quod ex totius dimidia per i decimitertij/& totus $a c$ dimidia est $c n$: quod igitur ex $d c m$ tanq; ex vna/ quincuplū est eius quod ex $c m$. Sicut autem quod ex $d c m$ sit aut vna/ad id quod ex $c m$: sic ossēsum est esse id quod ex $m k$ ad id quod ex $k f$. quincuplum igitur est quod ex $m k$: eius quod ex $k f$, rationale autē quod ex $k f$. rationalis enim est diameter. Rationale igitur est & quod ex $m k$. Rationalis igitur est $m k$. rationem enim habet quam numerus ad numerū quod ex $m k$: ad id quod ex $k f$. Et quoniam quadrupla est $b f$ ipsius $f k$: quincupla igitur est $b k$ ipsius $k f$. Viginti quincuplex igitur est quod ex $b k$: eius quod ex $k f$. Quincuplum autem est id quod ex $m k$: eius quod ex $k f$. quincuplum igitur est quod ex $b k$: eius quod ex $k m$. Quod igitur ex $b k$: ad id quod ex $m k$ rationem non habet quā quadratus numerus ad quadratum numerū. Incomensurabilis igitur est per 9 decimi $b k$ ipsi $k m$ in longitudine. & ipsarum vtrāq; rationalis est. Ipse igitur $b k$, $k m$: rationales sunt potentia tantū cōmensurabiles. Si autē a rationali rationalis auferatur potentia tantū cōmensurabilis subsistēs totū: reliqua irrationalis est/ vocatur autē apotome per 63 decimi. igitur $m b$: apotome est. Congruēs autē ei: est $m k$. Dico q; & quarta. Quo enim maius est id quod ex $b k$ eo quod ex $k m$: ei æquū est quod ex n . Igitur ipsa $b k$: ipsa $k m$ maius potest ipso n . Et quoniam per 16 decimi cōmensurabilis est $k f$ ipsi $f b$, & componendo per i s' quinti cōmensurabilis est $b k$ ipsi $b f$, sed $b f$ ipsi $b h$ longitudine est cōmensurabilis: & $b k$ igitur ipsi $b h$ cōmensurabilis est. Et quoniam quod ex $b k$ eius quod $k m$ quincuplū est: quod igitur ex $b k$, ad id quod ex $k m$ rationem habet quam quinq; ad vnum. Conuertēdo igitur per correlarium i s' quinti quod ex $b k$ ad id quod ex n : rationem habet quā quinq; ad quatuor, non quā quadratus numerus ad quadratum numerū. Incomensurabilis igitur est $b k$ ipsi n . Igitur $b k$: ipsa $k m$ maius potest eo quod fit ex sibi incomensurabili. & tota $b k$: ipsi $b h$ rationali expositæ cōmensurabilis est. Quod autem sub rationali & apotomæ quarta cōprehensum rectangulū: irrationalis est/ & ipsum potēs irrationalis est/ minorq; appellatur per 94 decimi. Potest autem quod sub $b h$, $b m$, ipsa $a b$: quoniam propter connexionem ipsius $a b$, triangulum $a b h$ æquiangulum fit ipsi $a b m$. Et quoniam est sicut $b h$ ad $a b$ sit est $a b$ ad $b m$: ipsa igitur $a b$ quinquanguli lateris irrationalis est minor appellata. Quod erat ostendendum.

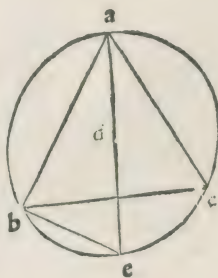
Eucl. ex Zamb. Theorema 12. Propositio 12.

¶ Si in circulo triangulum æquilaterum descriptum fuerit: ipsius trianguli latus potentia triplum est eius quæ ex centro circuli.

¶ THEON ex Zamberto. ¶ Sit circulus $a b c$: & in eo triangulum æquilaterum describatur $a b c$. Dico q; ipsius $a b c$ triāguli latus potentia triplum est eius quæ ex centro ipsius circuli $a b c$. Assumatur inq; per i tertij: centrū ipsius circuli/ d . & connexa $a d$ extendatur in e : & cōnectatur $b e$. Et quoniam triangulum $a b c$ æquilaterum est: igitur $b e c$ circūferentia tertia pars est ipsius circuli $a b c$ circūferentia.



n



tia. igitur b e circūferentia: sexea pars est circūferentię ipsius circuli. hexagona igitur est ipsa b e recta linea. equalis igitur est ei qui ex cetro: hoc est ipsi d e. Et quoniam a e ipsius d e dupla est: quadruplum est quod ex a e eius quod ex e d, hoc est eius quod ex b e. Aequū autem est id quod ex a e: eis quę ex a b, b e. quę igitur ex a b, b e: quadrupla sunt eius quę ex b e. Manifestum igitur quod quod ex a b: triplum est eius quod ex b e. Aequalis autem est b e: ipsi d e. quod ex a b igitur: triplum est eius quod ex d e. Trianguli ergo latus potentia triplum est eius quę ex centro circuli. Quod ostendere oportuit.

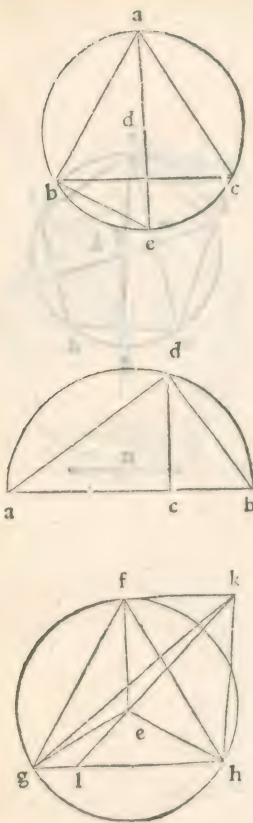
Eucl. ex Camp.

Propositio 13.



Pyramidem quatuor basium triangularium & equilateralū ab assignata sphaera circūscriptibilē fabricare. Huius ergo sphaerę diametros: ad latus ipsius pyramidis sesquialtera proportionem potentialiter habere probatur.

CAMP. Sit linea a b diameter assignatę sphaerę / quę diuidatur in puncto c: ita quod a c sit dupla ad b c. & lineetur super eam semicirculus a d b. & producat lineę c d orthogonaliter super lineam a b: & producantur lineę h d & d a. Postea fiat circulus f g h super centrum e, cuius semidiameter sit æqualis lineę c d: cui ex 2 quare libri inscribatur triangulus equilateralis qui sit f g h, ad cuius angulos protrahantur a centro / lineę e f, e g, e h. deinde super centrum e, erigatur (secundum quod docet 12 vndecimi) lineę e k quę ponatur æqualis a c, perpendicularis ad superficiem circuli f g h: & demittantur a puncto k hypothensę k f, k g, k h. eritque completa pyramis quatuor basium triangularium & equilateralum: quā dico esse ab assignata sphaera circūscriptibilem. & dico quadratū diametri propositę sphaerę: sesquialterum esse ad quadratū lateris fabricatę pyramidis. Constat enim ex prima parte correlarij 8 sexti: quod lineę c d est medio loco proportionalis inter a c & c b. quare ex correlario 16 eiusdem / quadratū lineę a c ad quadratū lineę c d: est sicut lineę a c ad c b. ergo coniunctim quadratū a c & quadratū c d, ad quadratū c d: sicut lineę a b ad b c. ideoque ex penultima primi quadratū a d ad quadratū d c: sicut a b ad b c. Cum ergo lineę a b sit tripla ad b c, erat enim a c dupla ad eam: erit quoque quadratū a d triplū ad quadratū d c. Est autē ex 8 huius quadratū f g: triplum ad quadratū e f. quare cum ex hypothesi d c sit æqualis e f: erit ex cōmuni scientia a d æqualis f g. Et quia ex diffinitione lineę perpendicularis ad superficiem / lineę e k continet cum singulis lineis e f, e g, e h, angulos rectos / quarum quilibet est æqualis lineę c d, & quia ipse a eadem est æqualis lineę a c, & angulus c est rectus: erit per 4. primi vnaquęque trium linearum k f, k g, k h, æqualis lineę a d. Manifestū est igitur: fabricatam pyramidem esse quatuor basium triangularium æquilateralū. Ipsam autē esse circūscriptibilem ab assignata sphaera: sic habeto. Lineę e k intelligatur adijci secundum rectitudinem latus a b: & equalis lineę c b: ut tota k l sit æqualis a b quę est diameter assignatę sphaerę. Hanc autem lineam in g & l imaginis esse sub circulo f g h, perpendiculararem quoque ad ipsius superficiem ex parte inferiori: sicut est e k ex parte superiori. eritque vnaquęque trium linearum e f, e g, e h, & simpliciter quilibet semidiameter circuli f g h, medio loco proportionalis inter k e & e l: quęadmodum est d c inter a c & c b. nam hæ sunt æquales illis: vnaquęque suę relatione. Si igitur super lineā l k describatur semicirculus / circūducaturque quousque ad locum vnde moueri cōperat redeat: erit ex diffinitione sphaerarum æqualium / sphaera descripta motu huius semicirculi: æqualis sphaerę assignatę. sunt enim sphaerę æquales / quarum sunt æquales diametri: quęadmodū de circulis in principio tertij dictū est. Hunc vero semicirculum necesse est transire per tria puncta f, g, h: quę sunt anguli solidę pyramidis fabricatę. Similiter autem dico quod semicirculus hic quoniam super lineam k l fuerit descriptus / si circūducatur quousque ad locum redeat vnde moueri cōperat: contingeret circulum f g h super omnia puncta circūferentię ipsius. Quod ex hac vetusta veritate probatur. Si lineę recta super lineam rectam perpendiculariter steterit quę inter partes eius cui superstat vel circūstat medio loco proportionalis po-



LIBER XIII

natur fueritq; super eam lineam cui perpendicularis superstat/semicirculus de-
scriptus: circumferentia ipsius per extremitatem lineæ medio loco proportio-
nalis posita perpendiculariter necessario transibit. Cum igitur cundæ semidia-
metri circuli f g h sint perpendiculares ad lineam k l, & medio loco proportio-
nales inter partes ipsius quæ sunt k e & e l: sequitur vt semicirculus descriptus
super k l, si circûducatur transcat per omnia puncta circumferentiæ f g h, & per
omnes solidos angulos pyramidis fabricatæ. Itaq; a diffinitione eius quod est
figuram inscribi figuræ/ pyramis fabricata est inscriptibilis illi sphaeræ quam
semicirculus per lineam k l lineatus motu suo describit. Et quia hæc sphaera de-
scripta est assignata sphaeræ æqualis per diffinitionem æqualium sphaerarum:
sequitur ex communi scientia vt hæc pyramis fabricata/ sit ab assignata sphaera
circûscriptibilis. Quod est propositum.

scripibilis. Quod est propositum.

CORRELARIUM autem patet sic. ¶ Cum enim a b sit tripla ad b c per euerlii proportionalitatē erit a b sesquialtera ad a c, ideoq; ex secūda pte correlarij 8 sexti & correlatio 17 eundē: quadratū lineæ a b erit etiā sesquialterū ad quadratū lineæ a d. Et quia lineā ad est æqualis lateri fabricatæ pyramidis, atvero a b est diameter sphaeræ: cōstat verum esse quod per correlariū dicitur.

¶ Ne autem quicq; de vetusta veritate proposita hæsteret contingat: eam volumus hoc modo demonstratione firmare. Sit igitur super lineam a b, lineæ c d perpendicularis: quæ ponatur medio loco pportionalis inter partes lineæ a b, quæ sint a c & c b, ita q; sit proportio a c ad c d, sicut c d ad c b. Et super lineā a b: describatur semicirculus a e b. Dico q; huius semicirculi circumferentia trāsebit per punctum d: quī est extremis istis perpendicularis. Sin autem: aut secabit lineam c d, aut supertransibit eam totam ipsam transiens & includens & non cōtingens. Secet ergo primo eā in pūcto c: & ducantur lineæ e b & e a. eritq; ex prima parte 30 tertij totalis angulus a e b: rectus, itaq; ex prima parte correlarij 8 sexti proportio est a c ad c e: sicut c e ad c b. at vero ex secūda parte 8 quiti ti proportio a c ad c e, est maior q̄ a c ad c d: eo q; c e est minor q̄ c d. Cum igitur sit c e ad c b sicut a c ad c e, & c d ad c b sicut a c ad c d: erit per duodecimum c e ad c b maior q̄ c d ad c b. ideoq; per primā partem 10 quinti e c est maior q̄ d c: pars videlicet q̄ suum totum, quod est impossibile. Non ergo secabit circumferentia semicirculi: lineam c d. Supertransseat igitur, & producat c d vsq; ad circumferentiam: sitq; tota c e, & p̄trahantur lineæ e b & e a. sequeturq; vt prius lineam c d esse maiorem q̄ sit lineā c e, quod est etiam impossibile. Cōstat ergo propositū.

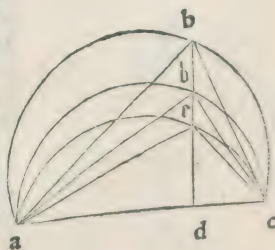
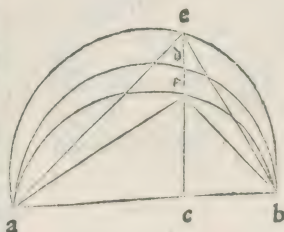
¶ Similiter autem dicim⁹, q; si fuerit aliquis angulus rectus cui basis subhendatur super quam semicirculus lineatur: ipsius circumferentiā per angulum rectum transire necesse est. Conuersam hui⁹ propositioni prima pars 30 tertij. Quod autem dicimus: sic constat. Sit enim angulus a b c, rectus: cui subhendatur basis a c, & super eam lineetur semicirculus. dico q; ipsius circumferentia transibit per punctum b: in quo coeunt lineæ cōtinentes angulum rectum. Cuius demonstratio est: q; neq; transibit supra neq; infra. Sin autē: trāseat primo infra: sitq; a c, & ab angulo b producatur lineā b d perpendicularis ad basim a c, quæ secet circumferentiā semicirculi in pūcto e: & protrahantur lineæ e a & e c. eritq; angulus a e c: rectus ex prima parte 30 tertij, at ipse est maior angulo a b c per 21 primi. hoc autem est impossibile ex tertia petitione: cum vtrq; sit rectus: hic quidē ex hypothesi ille vero ex prima parte 30 tertij. Non ergo transibit circumferentiā semicirculi: supra angulum b. Transeat itaq; supra: & sit a f c. producatur autem perpendicularis d b: quousq; obuiet circumferentiæ semicirculi a f e in puncto f, & producatur lineæ f a, f c. eritq; ex prima parte 30 tertij angulus a f c: rectus. Cūq; etiam esset ex hypothesi angulus a b c rectus: sequitur impossibile per 21 primi sicut in principio. Relinquitur ergo quod diximus. Hoc autem: necessarium est ad cognitionem eorum quæ sequuntur.

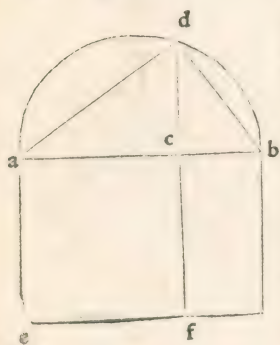
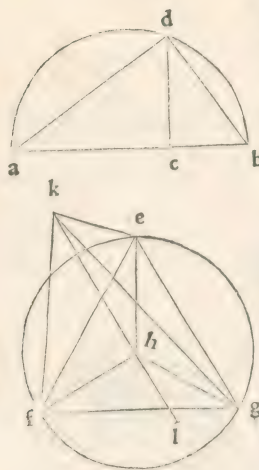
Propositio 13.

Problema 1 Propositio 13.
comprehendere: &

Pyramidem constituere/ & data sphaera comprehendere: & demonstrare q*uod* ipsius sphaerae dimetiens potentia sesquialter est lateris ipsius pyramidis.

G.j.





THEON. ex Zamb. ¶ Exponatur datæ sphaeræ dimetiens a b: seceturq; in c signo/vt a c ipsius c b dupla sit. Describaturq; super a b: semicirculus a d b: exciteturq; p e i i primi ab ipso c signo ad angulos rectos/c d: & connectatur d a: exponaturq; circulus e f g, æquam habens eam quæ ex centro ipsi d c: describaturq; in ipso e f g circulo triangulum æquilaterum e f g. & accipiat per primam tertij centrum circuli/sitq; h signum: & connectatur e h, h f, & h g. Et constituitur per ii vndecimi ab ipso h signo ipsius e f g circuli plano ad angulos rectos recta h k: & ponatur ipsa h k ipsi a c rectæ lineæ æqualis. & connectantur k e, k f, k g. Et quoniam k h recta est ad ipsius e f g circuli planum: & ad omnes igitur ipsam tangentes rectas lineas/ & in eodem ipsius e f g circuli plano rectos efficit angulos per 2 vndecimi diffinitionem. Tangit autem ipsam: vnaqueq; ipsarum h e, h f, h g. Igitur h k: ad vnâquâq; ipsarum h e, h f, h g, recta est. Et quoniam æqualis est a c ipsi h k, & c d ipsi h e, & rectos cõprehendunt angulo: basis igitur d a per 4 primi basi k e est æqualis. & id ppter ea & vtraq; ipsarum k f, k g: ipsi d a est æqualis. Tres igitur k e, k f, k g: inuicem sunt æquales. Et quoniam dupla est a c ipsi e f g: tripla igitur est a b ipsius b c. Sicut autem a b ad b c: sic quod ex a d ad id quod ex d c: sicut ostenditur. Qm̄ enim est sicut b a ad a c, sic quod ex d a ad id quod ex a c: conuertendo per correlarium i 9 quinti sicut a b ad b c, sic quod ex a d ad id quod ex a c. Sicut demonstrabitur. Triplū igitur est q; ex a d: eius quod ex d c. Est autem & quod ex e: eius quod ex h triplū. & æqualis est d c ipsi e h, æqualis igitur est d a ipsi e f. Sed d a: vnicuiq; ipsarū k e, k f, k g, ostensa est æqualis. æquilatera igitur sunt ipsa quatuor triangula: hoc est e f g, k e f, k f g, k g h. Pyramis igitur cõstruitur ex quatuor triangulis æqualibus & æquilateris: cuius basis est e f g triangulum/ fastigium vero est signū k. ¶ Oportet iam ipsam datā sphaera cõprehendere: ostendeq; q; ipsius sphaeræ diameter potentia lateris ipsius pyramidis sesquialtera est. Exten datur enim i rectas lineas ipsius k h, recta linea k l: & ipsi c b æqualis ponatur h l. Et quoniam est sicut a c ad c d sic c d ad c b, æqualis autem est ipsa quidē a c ipsi k h, & c d ipsi h e, & c b ipsi h l: est igitur sicut k h ad h e, sic e h ad h l, quod igitur sub ipsis k h, h l: æquū est ei quod ex e h. Et rectus est vterq; ipsorū k h e, e h l, angulorum. Igitur semicirculus describitur super k l: veniet & p e e, quoniam si connectamus e l, rectus fit qui sub l e k angulus: eo quia triangulum e l k vtriq; ipsorum e l h, e h k, triangulorum æquiangulum fit. Si iam maneat l k: circumducatur semicirculus/ & in idem vnde duci incipit tursus steterit: veniet & per signa f, g, cõnexis ipsis f l, l g. & rectis similiter factis iis q; ad f, g, angulis: pyramis datæ sphaeræ cõprehensa erit. Igitur k l ipsius sphaeræ dimetiens/ æqualis est datæ sphaeræ diametro: qm̄ ipsi quidem a c æqualis ponitur k h, ipsi autē c b ipsa h l. ¶ Dico iam q; ipsius sphaeræ dimetiens: lateris ipsius pyramidis potentia sesquialter est. Quoniam etenim dupla est a c ipsius c b: tripla igitur est a b ipsius b c. Conuertendo igitur per correlarium i 8 quinti sesquialter est ab: ipsius a c. Sicut autē b a ad a c, sic quod ex b a ad id quod ex a d: qm̄ cõnexa ipsa b d, est sicut b d ad a d sic d a ad a c, ppter ipsorum d a b, d a c, triangulorū similitudinē, & eo quia est sicut prima ad tertiam sic quod ex prima ad id quod ex secunda. Sesquialterū igitur est quod ex b a: eius quod ex a d. Et b a quidē est ipsius datæ sphaeræ diameter: & a d æqualis est lateri ipsius pyramidis. ipsius igit sphaeræ diameter: ipsius pyramidis lateris sesquialtera est. Quod erat ostendendum. ¶ Ostendendum iam: q; est sicut a b ad b c: sic quod ex a d ad id quod ex d c. Exponatur ipsius semicirculi descriptio. & ab ipsa a c describatur per 4 6 primi quadratum: & compleatur f b parallelogrammum. Quoniam igitur triangulum d a b ipsi d a c triangulo æquiangulū est: est sicut b a ad a d, sic est d a ad a c. Igitur quod sub b a, a c: æquū est ei quod ex a d. Et qm̄ est sicut a b ad b c sic est e b ad b f, & est quidem ipsum e b id quod sub b a, a c, (æqualis enim est e a ipsi a c: & b f ei quod sub a c, c b) sicut igitur a b ad b c, sic quod sub ipsis b a, a c, ad id quod sub ipsis a c, c b. Et quod sub b a, a c: æquum est ei quod ex a d. quod autem sub a c, c b: æquū est ei quod ex d c. ipsa enim d c perpendicularis/ basis segmentorum a c, c b, media est proportionalis: qm̄ qui sub a d b rectus est. Sicut igitur a b ad b c: sic quod ex a d ad id quod ex d c. Quod ostendere cõportuit.

Eucl. ex Camp.

Propositio

14.



Assignata sphaera circumscribibilem cubum constituet. Eiusdem autem sphaerae diametrum lateri ipsius cubi potentialiter triplicem esse: manifestum erit.

CAMPANVS. Assignata sphaerae diameter sit $a b$: super quam lineetur semicirculus $a d b$, diuidaturque diameter in puncto c , prorsus secundum conditionem praemissae: videlicet ut linea $a c$ sit dupla ad lineam $c b$, & producat $c d$ perpendicularis ad $a b$: & protrahantur $d b$ & $d a$. Postea fiat unum quadratum cuius omnia latera sint equalia linea $b d$: sitque $e f g h$, super cuius quatuor angulos erigantur ut docet 12 vndecimi quatuor lineae perpendiculares ad superficiem ipsius quadrati: quarum quolibet ponatur etiam equalis linea $b d$, sintque $e k$, $f l$, $g m$, $h n$, eruntque haec quatuor perpendiculares singulae singulis quadrati recti ex diffinitione 6 vndecimi: & anguli quos continent cum lateribus quadrati recti ex diffinitione lineae perpendicularis ad superficiem. Deinde coniungantur extremitates istarum perpendicularium protractis lineis $k l$, $l m$, $m n$, $n k$: eritque completus cubus / sex superficiebus quadratis contentus, constat enim ex 34 primi: quod quatuor superficies ipsum ambientes (& ipsae sunt quarum opposita latera sunt quatuor perpendiculares) sunt omnes quadratae, de basi autem: hoc positum est, at vero de suprema eius superficie quae est $k l m n$, quod ipsa quoque sit quadrata: constat ex 34 primi & 10 vndecimi. Ideoque ex quarta vndecimi manifestum est: singula latera eiusdem cubi duabus ipsius oppositis superficiebus orthogonaliter insistere. ¶ Ut autem cubum hunc ab assignata sphaera circumscribibilem esse demonstremus: in una suarum superficierum protrahatur diagonalis / verbigraria in basi eius / sitque $e g$, & ab huius diagonalis altera extremitate: protrahatur diameter cubi $e m$, eritque ex penultima primi quadratum $e g$ duplum ad quadratum $f g$, ideoque & ad quadratum $g m$: eo quod $g m$ est equalis $f g$, sunt enim omnia latera cubi: ad invicem equalia. Et quia rursus ex penultima primi quadratum $e m$ est aequale quadratis duarum linearum $e g$ & $g m$, propter hoc quod angulus $c g m$ est rectus ex diffinitione lineae perpendicularis ad superficiem: erit quadratum $e m$ triplum ad quadratum $m g$, constat enim ex duplo & simplo. Cumque ex secunda parte correlarii 8 sexti & ex correlario 17 eiusdem quadratum quoque $a b$ sit triplum ad quadratum $b d$, eo quod linea $a b$ tripla est ad lineam $b c$, sit autem $b d$ equalis $f g$: sequitur ex communi scientia ut $c m$ quae est diameter cubi sit equalis $a b$ quae est diameter sphaerae. Itaque si super $e m$ lineam semicirculus circumscribatur: quousque ad locum unde fuit initium motus/redeat: sphaera descripta / erit ex diffinitione sphaerarum equalium equalis sphaerae assignatae. At vero quia hic semicirculus transitum faciet per punctum g eo quod angulus $e g m$ est rectus: eademque ratione per ceteros singulos rectos angulos cubi quod ex antecedente ante hanc 14 immediate praemisso manifestum est: constat constitutum cubum ab assignata sphaera (eo quod $a b$ sua equali) circumscribibilem esse. Quod demonstratum oportebat. Correlarii vero demonstratio: in istius demonstrationis processu praeparavit.

Propositio

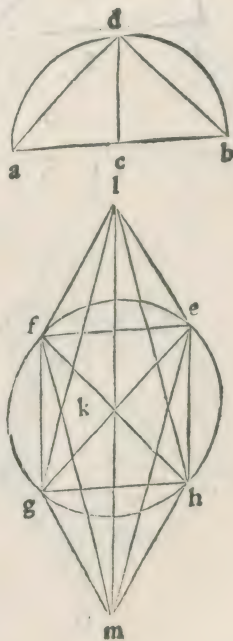
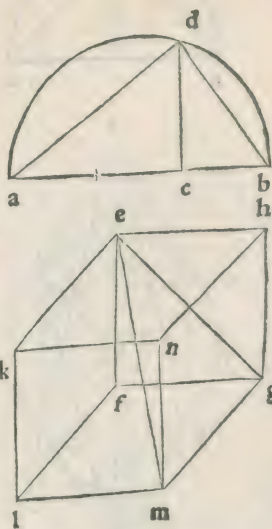
15

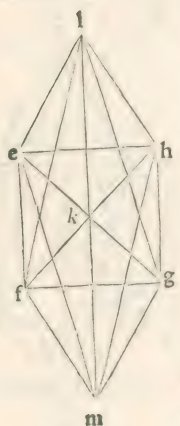
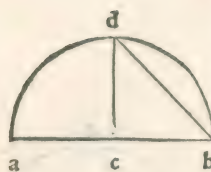
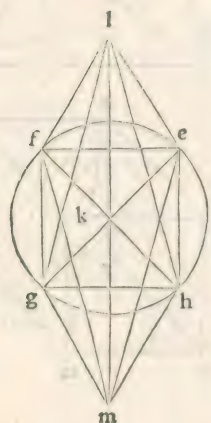
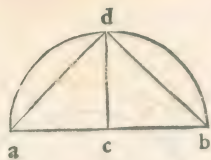
Eucl. ex Camp.

Orpus octo basium triangularium & aequilaterarum a sphaera proposita circumscribibile: componere. Eritque palam eiusdem sphaerae diametrum lateri ipsius corporis duplicem esse potentialiter.

CAMPANVS. Diameter sphaerae propositae sit $a b$: quae diuidatur per equalia in puncto c , & super ea lineam semicirculus $a d b$: & producat $c d$ perpendicularis ad $a b$, & iungatur punctus d cum a & cum b , describaturque unum quadratum cuius singula latera sint equalia lineae $b d$, sitque quadratum hoc $e f g h$: in quo protrahatur diametri duo $e g$ & $f h$, semicirculi in puncto k . Constat igitur ex 4 primi / quod utraque istarum diametrorum sit equalis lineae $a b$ quae est diameter sphaerae: cum angulus d sit rectus ex prima parte 30 tertij & singuli quoque anguli e, f, g, h , recti ex diffinitione quadrati. Constat rursus: quod eadem & singuli quoque anguli e, f, g, h , recti ex diffinitione quadrati. Hoc autem ex 5 primi & 32 & 6 eiusdem facile est eicere. Erigatur itaque super punctum k , linea $k l$ perpendicularis ad superficiem quadrati: quae ponatur equalis medietati diametri $e g$ vel $f h$, & demittatur hypothenusa $l e$, $l f$, $l g$, $l h$, eruntque ex his quae posita sunt / & penultimi quoties oportuerit re

G. ij,





petita) singule harū hypothenuarū æquales sibi inuicē & æquales lateribus quadrati. Habes ergo pyramidē quatuor æquilaterarū triangulariūq; basiū: super quadratū cōstitutā. Huic itaq; sub ipso quadrato similē pyramidē: hoc modo appone. Lineā l k producas: periorādo quadratū vsq; ad m: ita q; k m extēdit sub quadrato: sit æqualis l k existēti supra. & iūge pūctū m cū singulis āgulis quadrati: producendo 4. alias hypothenuas quæ sunt m e, m f, m g, m h. de quibus quocq; manifestū est ex penultima primi: quēadmodū de alijs quæ sunt in superiori parte: q; ipsæ sint æquales adinuicē & lateribus quadrati. Cōpleuimus igitur corpus s b a sium triangulariū & æquilaterarū. ¶ Hoc autē ab assignata sphaera circūscriptibilibet: erit ēq̃lis assignatæ sphaeræ: vt ex diffinitione equaliū sphaerarū colligit. Hic vero semicircul⁹ trāsibit per quatuor āgulos q̃drati & simpliciter poia pūcta circūferētiæ circuli circūscribētis quadratū: eo q; semidiameter quadrati vt lineā f k, & portiones lineæ l m quæ sunt l k & k m, sunt adinuicem æquales. quare ex diffinitione eius quod est figuram vnā alij figuræ inscribi: fabricatum corpus inscripibile est sphaeræ motu huius semicirculi descriptæ. Itaq; & sphaeræ assignatæ ex cōceptiōe: cū ipsæ sint adinuicē æquales ex diffinitione. Correlariū vero manifeste constat. sunt enim duæ lineæ d b & d a: æquales ex 4. primi. ideoq; quadratū huius neæ a b: duplum est ad quadratum lineæ b d ex penultima primi. latus autē fabricati corporis: est æquale lineæ b d. Verum est ergo correlarium.

Eucl. ex Zamb. Problema 2. Propositio 14.

Octahedrum construere & data sphaera comprehendere ea quæ pyramidem: ostendereq; q; ipsius sphaeræ dimetiens potentia lateris ipsius octahedri duplus est.

¶ THEON. ex Zamb. ¶ Exponat datæ sphaeræ diameter a b, seceturq; p 10. primi diuide i c, & describatur sup a b semicirculus a d b. Exciteturq; per 10. primi ab ipso c ipsi a b ad rectos angulos c d: & connectatur d b. Exponaturq; quadratū e f g h, æquum habens vnumquodq; latus ipsi b d: & connectantur f h, e g. Exciteturq; per 12. vndecimi ab ipso k signo ad ipsius e f g h quadrati planum ad angulos rectos recta lineā k l: & extendatur in alteram partem per l m, vt sit k m a uis feraturq; ab vtraq; ipsarum k l, k m, vni ipsarum k e, k f, k g, k h, æqualis vtraq; ipsarum k l, k m: & connectantur l e, l f, l g, l h, m e, m f, m g, m h. Et quoniam k e ip si k h est æqualis / & angulus qui sub e k h rectus est: igitur quod ex h e duplum est eius quod ex e k. Rursus quoniam l k ipsi k e est æqualis: & angulus qui sub l k e rectus est: quod igitur ex e l, duplum est eius quod ex e k. Ostensum autē est q; & quod ex h e, duplum est eius quod ex e k. Igitur quod ex l e: ei quod ex e h est æquale. Ipsa igitur l e: ipsi e h est æqualis. Idq; propterea iam & l h: ipsi h e est æqualis. Triangulum igitur l e h: æquilaterum est. Similiter iam demonstrabimus q; vnumquodq; reliquorum triangularum quorum bases quidem sunt ipsa e f g h quadrati latera: fastigia vero l, m, signa: æquilaterum est. Octahedrum igitur cōstitutum est: sub octo triangularis æqualia habentibus latera comprehensum.

¶ Oportet iam & illud sphaera data comprehendere: ostendereq; q; ipsius sphaeræ dimetiens potentia duplus est lateris ipsius octahedri. Quoniam enim ipsæ tres l k, k m, k e, inuicē sunt æquales: super l m igitur descriptus semicirculus: & in idem & per e. & id propterea si manente l m, circūducatur semicirculus: & in idem vnde circūduci cōpit steterit: veniet & per f, g, h, signa / & octahedrum sphaeræ erit comprehensum. ¶ Dico q; & data. Quoniam nāq; æqualis est l k ipsi k m, communis autem k e, & angulos rectos comprehendunt: basis igitur l e per 4. primi basi e m est æqualis. Et quoniam angulus qui sub l e m rectus est: in semicirculo enim: quod igitur ex l m, duplum est eius quod ex l e. Rursus quoniam ac ipsi c b est æqualis: dupla est a b ipsius b c. Sicut autem a b ad b c: sic quod ex a b ad id quod ex b d, Duplum igitur est quod ex a b: eius quod ex b d. Ostensum est autem q; & quod ex l m duplum est eius quod ex l e: & quod ex b d, ei quod ex l e. æqualis enim ponitur e h: ipsi d b. Quod igitur ex a b: ei quod ex l m est æquale, ipsa igitur e b: ipsi l m est æqualis, estq; a b: datæ sphaeræ dimetiens.

ipsa igitur lm : æqualis est datæ sphaeræ diametro. Cōprehenditur igitur octahedrum data sphaera: & simul ostensum est q̄ ipsius sphaeræ diameter potentia dupla est ipsius octahedri lateris. Quod facere & ostendere oportebat.

Eucl. ex Zamb.

Problema 3

Propositio 15.

¶ Cubum construere & data sphaera comprehendere vel ea quæ prius ostendereq̄ q̄ ipsius sphaeræ dimetiens potentia triplus est lateris ipsius cubi.

¶ THEON ex Zamberto. ¶ Exponatur datæ sphaeræ diameter ab . seceturq̄ in e : ut a dupla sit ipsius eb . Describatq̄ super ab semicirculus $ad b$: & ab ipso c ipsi ab per i primi ad angulos rectos excitetur cd , & connectatur db . Exponaturq̄ quadratū $efgh$, equum habens latus ipsi $d b$: & ab ipsis e, f, g, h , ipsius $efgh$ quadrati signis ad planū ad angulos rectos excitentur per i 2 vndecimi ek, fl, gm, hn , & auferat ab utraq̄ ipsarū ek, fl, gm, hn , vni ipsarū ef, fg, gh, he , æqualis vnaq̄q̄ ipsarū ek, fl, gm, hn : cōnectanturq̄ ipse $kl, lm, mn, n k$. cubus igitur fn : cōstructus est sub sex quadratis æqualibus cōprehensus. ¶ Oportet iā sphaera data cōprehendere: & ostendere q̄ ipsius sphaeræ dimetiens potentia triplex est ipsius cubi lateris. Cōnectatur enī ipsæ kg, eg . Et quoniā angulus qui sub keg rectus est / eo quia ke recta est ad planū $efgh$ videlicet & ad rectam lineam eg : igitur super kg descriptus semicirculus veniet & per e signū. Rursus quoniam gf recta est ad utraq̄ ipsarū fl, fe : & ad fk igitur planum recta est ipsa gf . Quare & si connectamus ipsam fk : ipsa gf recta erit ad ipsam fk . ac per hoc rursus super gk descriptus semicirculus: transiet & per f . similiter & per reliqua signa ipsius cubi veniet. Si enim manente ipsa kg , circūductus semicirculus in idē steterit vnde circūduci cepit: cubus sphaera cōprehensus erit. ¶ Dico iam q̄ & data. Quoniā enim æqualis est gf ipsi fe , & angulus qui ad fed est: quo igitur ex eg , duplum est eius quod ex $e f$. Æqualis autem est $e f$ ipsi ek , quod igitur ex eg : duplum est eius quod ex $e k$. Quare quod ex ge, ek : triplum est eius quod ex ek . Et quoniam $a b$ ipsius $b c$ triplex est: sicut autem $a b$ ad $b c$ sic quod ex $a b$ ad id quod ex $b d$: triplum igitur est quod ex $a b$, eius quod ex $b d$. patuit autem q̄ & quod ex $k g$, triplum est eius quod ex $k e$, & æqualis posita est $k e$: ipsi d . æqualis igitur est $ek g$: ipsi $a b$. Et $a b$ est datæ sphaeræ dimetiens. & k igitur: æqualis est ipsi datæ sphaeræ diametro. Data igitur sphaera comprehenditur cubus: & vna ostenditur q̄ sphaeræ diameter potentia tripla est ipsius cubi lateris. Quod facere & ostendere oportebat.

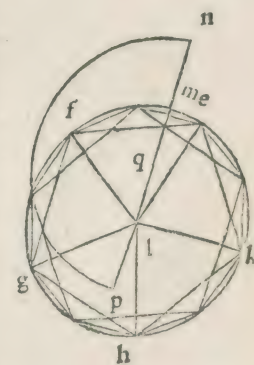
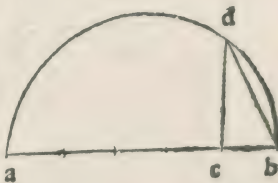
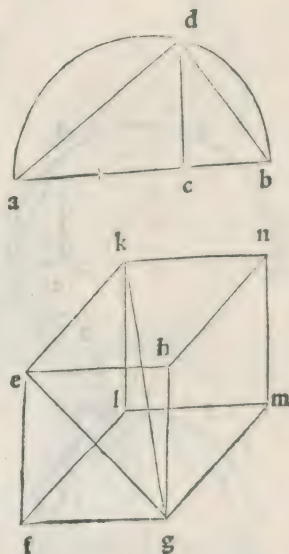
Propositio 16.

Eucl. ex Camp.

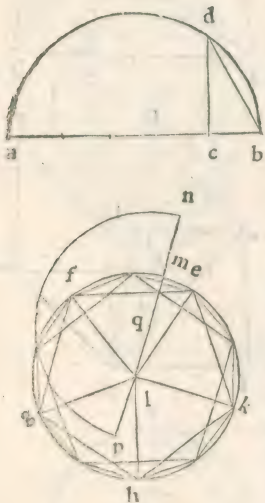
¶ Orpus viginti basium triangularem atq̄ æquilaterarum a data sphaera diametrum rationalem habente circūscriptibile: fabricare. Eritq̄ palā: latus eiusdem corporis esse lineam irrationalem / eam scilicet quæ dicitur minor.

¶ CAMPANVS. ¶ Sit hic quoq̄ diameter assignatæ sphaeræ ab : quæ ponatur esse rationalis siue in longitudine siue in potentia tantum. & diuidatur in puncto c : ita q̄ $a c$ sit quadrupla ad cb . & lineetur super eam semicirculus $ad b$: & producat d perpendicularis ad ab , & protrahatur linea $d b$. deinde secundū quantitatē lineæ $d b$ lineetur circulus $efghk$ supra centrū l : cui inscribatur pētagonus æquilaterus eisdē literis annotatus: ad cuius angulos a centro l ducantur lineæ le, lf, lg, lh, lk . Rursus in eodem circulo inscribatur decagonus æquilaterus, diuidat enī cūcti arcus quorū chordæ sunt latera pentagoni pæqualia: & a punctis medijs ad extremitates cūctōrū laterū inscripti pētagoni lineæ rectæ dirigantur. Itēq̄ super singulos angulos pētagoni erigatur cathetus scdm̄ q̄ docet 12 vndecimi quorum quilibet sit etiā æqualis lineæ $b d$: & cōtinuetur extremitates horū quinque cathetorū: quinque corauis. crūtq̄ ex 6 vndecimi quinque catheti erecti: adinuicē æquidistantes: cūq̄ ipsi sint æquales erūt quoq̄ ex 33 primi quinque corauis eorū extremitates iū gētes æquales laterib⁹ pētagoni. Demitte igitur a summatibus singulis singulorū cathetorū: binas & binas hypothenusas ad duos circūstātes angulos inscripti

G. iij.



decagoni. & harū decē hypotenusarū a quinq; extremitatib9 cathetorū ad s p
 ēta quæ sunt singuli anguli medij inscripti decagoni / descendenti extremitates
 cōtinua: autē pentagonū rursus ipsi circulo inscribēdo; qui quoq; erit æquilateralis
 ex 23 tertijs. Cū hoc itaq; feceris: videbis te perfectissē decē triagulos quorū latera
 sūt decē hypotenusæ & 5 corausti & 5 latera hui9 secūdi pētagoni inscripti. Hos
 ergo decē triangulos: æquilateros esse sic collige. Cū enī tā semidiameter descēpit
 circuli q̄ q̄libet erectorū cathetorū sit æqualis lineæ b d ex hypothesi: erit ex correla
 tio 15 quatuor / quilibet cathetorū æqualis lateri hexagoni æquilateri circulo cuius
 semidiameter sit æqualis lineæ b d, inscripi. Quia vero ex penultima primi vna
 q̄q; decē hypotenusarū tanto est potērior cathetorū q̄ntū pōt latus decagoni / atve
 ex 10 hui9 / lat9 quoq; pentagoni est tanto potētius eodē q̄ntū pōt idē latus d
 cagoni: erit ex cōi sciētia vnaq; harū hypotenusarū æqualis lateri pentagoni.
 De coraustis autē iam patuit: q̄ ipsi sint æquales laterib9 pentagoni. Itaq; cūctā
 latera horū decē triangulorū: aut sunt latera pētagoni æquilateri scēda vice circuli
 o inscripti: aut illis æqualia. sunt q̄q; æquilateri trianguli. Ampli9 aut sup centrū
 circuli qd est pūctū l, erige aliū cathetū æqualē priorib9 q sit l m: eiusq; superiorē
 extremitatē q̄ est m, iūge cū singulis extremitatib9 priorū / per quinq; coraustos,
 eritq; ex 6 vndecimi / hui9 centralis cathetus: singulis cathetorum angulariū æquā
 stans. itōq; ex 33 primi hī quiq; corausti erūt semidiametro circuli æquales: & ex
 correlario 5 quatuor q̄libet eorū tanq; latera hexagoni. Centrali ergo cathetō extra
 q; parte adiciat lineā vna æqualis lateri decagoni. supra quidē adiciatur ei m
 deorsum aut sub circulo adiciatur sibi a centro circuli: p. postea demittant a pū
 ctō n, 5 hypotenusæ ad 5 superiores angulos decē triagulorū qui sunt i circuitu
 & a puncto p, aliq; 5 ad alios 5 inferiores. Erūt hæ decē hypotenusæ æquales ad
 vicē lateribus inscripti pentagoni ex penultima primi & 10 hui9: quædemodū
 de alijs decē pri9 demonstratū est. Habes ergo corp9 20 basū triangulorū atq; 20
 laterarū: cuius cūctā latera sunt æqualia lateribus pētagoni / ei9 vero diameter est
 lineā n p. horū autē 20 triangulorū: decē cōsistūt in circuitu supra circulū / quinq;
 autē cōsfurgunt sursum ad pūctū n cōcurrētes: atq; quinq; reliqui deorsum emē
 gunt sup pūctū p cōcutes. ¶ Hoc autē icosēdron corpus a data sphaera circūscritū
 pibile esse: sic erit manifestū. Cū lineā l m sit æqualis lateri hexagoni: & m n late
 ri decagoni æquilaterorū quos circulus e f g circūscribit: tota l n erit ex 9 hui9
 diuisa secundum pportionem habētē mediū & duo extrema in pūcto m, & ma
 ior portio ei9 erit lineā l m. Diuiditur itaq; l m p æqualia in q, erit ex cōi sciē
 tia p q, æqualis q n nā p l posita est æqualis lateri decagoni / quædemodū m
 quare q n est medietas n p: quædemodū est q m medietas m l. Cū ergo quadratū
 n q siex 3 hui9 quintuplū ad quadratū q m: erit quoq; ex 15 quinti quadratū
 p n in quintuplū ad quadratū l m. est enī ex 4. secūdi quadratū p m, quadruplū
 ad quadratū q n: quadratū quoq; l m, q̄druplū ad quadratū q m ex eadē quadru
 plū aut ad quadruplū: est ut simplū ad simplū / teste 15 quinti. at ver o quadratū
 a b: quintuplū est ad quadratū b d ex secūda pte correlarij 8 sexti & ex correlario
 17 eiusdē. est etiā a b, quintupla ad b c: eo q; a c fuit ad eandē quadrupla. Quia
 ergo l m est ex hypothesi æqualis b d: erit ex cōi sciētia a b æqualis n p. Itaq; si su
 per lineā n p semicirculus describat q̄ntū taudiū q locū primū repetat circūuolua
 tur: sphaera ipsius motu descripta: erit a diffinitioē sphaerarū æqualium / æqualis
 sphaere ppositæ. Et q̄ntū lineā l m est medio loco pportionalis inter l n & n p: idē
 q; inter l n & p: herit quoq; q̄libet semidiameter circuli / medio loco pportionalis
 iter l n & l p. Et cū l m sit æqualis semidiametro circuli: itaq; semicircul9 sup n
 descriptus transibit p oīa pūcta circūferentiæ circuli e f g, ideōq; & p singulos agū
 los solidi fabricati in illa circūferētia cōsistentes. Et q̄a eadē ratione singuli coru
 tur ut idē semicirculus trāseat etiā per reliquos angulos figure icosēdræ sphaeræ.
 Est igitur corpus hoc inscripibile sphaeræ cuius diameter p n: ideōq; & sphaeræ
 cuius diameter a b. ¶ Latus autē hui9 solidæ figuræ dico esse lineā minore. Cō
 stat enī q; lineā b d est rationalis in potētia: etiā eius quadratū sit subquadruplū ad
 quadratū lineæ a b quæ posita est rationalis siue in longitudine siue in potētia
 tantū. Itaq; semidiameter atq; diameter circuli e f g est etiā rationalis in potētia:



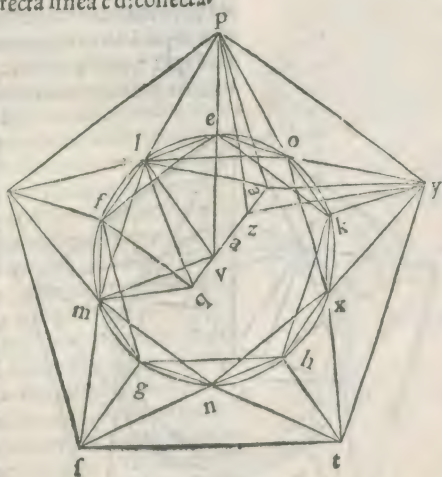
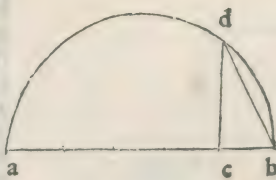
nā eius semidiameter est æqualis b d. Igitur ex 12 huius lat⁹ pētagoni æquilate
ri hui⁹ circulo inscripti est linea minor. atvero (sicut in huius demonstrationis
processu patuit) latus huius figuræ est quantū latus pentagoni. ergo latus hui⁹
figuræ 20 alchaidarū id est basiū est linea minor: quæadmodum proponitur.

Eucl. ex Zamb. Problema 4 Propositio 16.

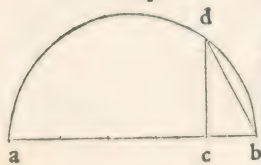
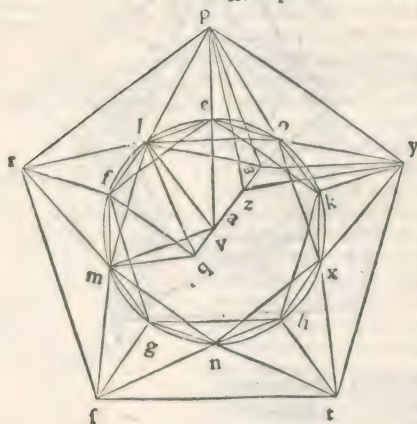
Icosahedrum construere/ & data sphaera comprehendere/ qua
& dictas figuras: ostendereq; q; ipsius icosahedri latus irrationalia
le est/ appellaturq; minor.

THEON ex Zamb. Exponat datæ sphaeræ diameter a b. secetq; in c, vt
a c quadrupla sit ipsius c b: & describatur super a b semicirculus a d b. & exci-
detur per u primi ab ipso c, ipsi a b ad angulos rectos recta linea c d: cōnecta-
turq; d b. ponaturq; circulus e f g h k: cuius quæ ex
centro æqualis esto ipsi d b. & in ipso e f g h k circu-
lo describatur per 11 quarti quinquangulū æquilate
rū & æquiangulū e f g h k. Et secenē e f, f g, g h, h k,
k e, circumferentiæ bisariam in signis l, m, n, x, o: cō-
nectanturq; e l, l f, f m, m g, g n, n h, h x, x k, k o,
o e, similiter e f, f g, g h, h k, k o. æquilaterum igitur
est quinquangulū l m n x o: & decagoni latus est e o
recta linea. Cōstituatur per 12 vndecimi ab ipsis e, f,
g, h, k, signis ad ipsius circuli planum ad rectos
angulos rectæ lineæ e p, f r, g s, h t, k y, æquales exis-
tentes ei q; ex centro ipsius e f g h k circulum: & cō-
nectantur ipsæ p r, r s, s t, t y, y p, p l, l r, r m, m s, s n,
n t, t x, x y, y o, o p. Et quoniā vtrāq; ipsarū e p, k y,
eidē plano ad angulos est rectos: parallelus igitur est
per 6 vndecimi e p ipsi k y. est autem & ei æqualis.
æquales aut & parallelos cōnectentes ad easdē par-
tes rectæ lineæ: æquales & paralleli per 33 primi sūt.
Igitur p y: ipsi e k æqualis & parallelus est. pentago-
ni aut æquilateri latus est ipsa e k. pentagoni ergo
æquilateri est & p y: in e f g h k circulo descripti. & iā id ppter ea: & vnaqueq;
ipsarū p r, r s, s t, t y, pētagoni est æquilateri in circulo e f g h k descripti. penta-
gonū igitur p r s t y: æquilaterū est. Et quoniā p e hexagoni est: decagoni autem
e o, & angulus qui sub p e o rectus est: pētagoni igitur est p o. pētagoni enī la-
tus: potest & hexagoni & decagoni in eodē circulo descriptorū latus p o deci-
mitertij. Iam id ppter ea & o y: pētagoni latus est. est etiā p y: pētagoni latus.
Æquilaterū igitur: est p o y triangulum. Iam id ppter ea: & vnāq; ipsorum
p l, r m, s, n, t, x, y, æquilaterū est. Et qm̄ ostensū est vtrāq; & p l & p o penta-
goni esse, est aut & l o pentagoni: æquilaterū igitur est p l triangulū. Iam id p-
pterea & vnāquodq; ipsorū l r m, m s, n, t, x, y o, triagulorū: æquilaterū est.
Assumatur per 1 tertij centrū circuli e f g h k: & sit v signū. & ab ipso v ad ipsū
circuli planū ad rectos angulos per 12 vndecimi excitetur v ω. extendaturq; ex
vtrāq; parte vt v q. & auferatur ipsius quidē hexagoni v z, decagoni aut vtrūq;
ipsorū v q, z ω: & connectatur p ω, p z, y ω, y z, e v, l v, l q, q m. Et qm̄ vtrāq;
ipsarū v z, p e, ad circuli planū ad rectos angulos est: parallelus igitur est v z
ipsi p e. Sunt autem æquales. & ipse igitur e n, p z: æquales & parallele sunt.
Hexagoni autē est e v. hexagoni ergo & p z. Et qm̄ hexagoni quidem est p z,
decagoni vero z ω, & rectus est qui sub p z ω angulus: pētagoni igitur est p ω.
iā id ppter ea & y ω: pentagoni est. Qm̄ si cōnectamus ipsas v k, z y: æquales &
ex opposito erunt. Est autem ipsa v z ex centro existens: hexagoni. hexagoni
igitur est & ipsa z y. Decagoni autē & z ω: & qui sub y z ω rectus est. pētagoni
igitur est ipsa y ω. Est autem & p y: pentagoni. Igitur triangulum p y ω: æqui-
laterum est. Iam id ppter ea & vnāquodq; reliquorum triangulorum quorum
bases sunt p r, r s, s t, t y, rectæ lineæ/ fastigium vero ω signum: æquilaterū est.
Rursus quoniam hexagoni quidem est ipsa v l, decagoni autem ipsa v q, & re-
ctus est qui sub l v q angulus: pentagoni igitur est l q. Iam id ppter ea si cōne-

G. iij.



statamus ipsam m v hexagoni/duceturq; ipsa m q pentagoni/ est autem & l m pentagoni: triangulum igitur l m q æquilaterum est. Similiter iam ostendetur/ q; vnumquodq; reliquorum triangulorum quorum bases sunt m n , n x , x ω , ω l , fastigium autem q signum: æquilaterum est. Constructum igitur est icosahedrum: sub viginti triangulis æqualia latera habentibus comprehensum.
 ¶ Oportet iam illud quoq; data sphaera comprehendere: ac demonstrare q; latus icosahedri est irrationale/ appellaturq; minor. Quoniam enim hexagoni est ipsa v z , decagoni autem ipsa z ω : ipsa igitur v ω extrema & media ratione secatur in z , & ipsius maius segmentum est v z . Est igitur sicut ω v ad v z : sic v z ad z ω . æqualis autem est v z ipsi v l : & z ω ipsi v q . est igitur sicut ω v ad v l : sic l v ad v q , & recti sunt anguli: qui sub ω v l , l v q . Sic connectamus igitur ipsam l ω rectam lineam: rectus erit angulus qui sub q l ω , propter ipsorum q l ω , v l ω triangulorum similitudinē. Semicirculus igitur super q ω descriptus: veniet & per l , iam id propterea quoniam est sicut ω v ad v z : sic v z ad z ω . æqualis autē ipsa quidē ω v ipsi q z : & v z ipsi z p . est igitur sicut q z ad z p , sic p z ad z ω . Ac per hoc rursus si connectamus ipsam p q : rectus erit qui ad p angulus.

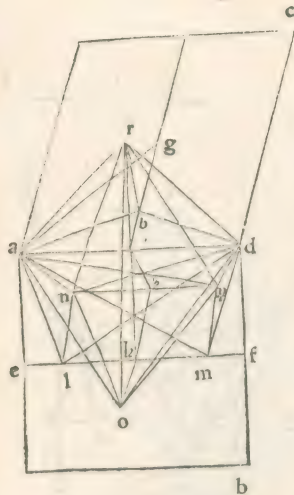


Igitur super q ω descriptus semicirculus: veniet & per p , & si manente q ω , circunductus semicirculus in illud idem vnde circūduci cepit steterit: veniet & per p , & per reliqua ipsius icosahedri signa, & sphaera comprehensum erit ipsum icosahedrum. ¶ Dico q; & data. Secetur per l ω primi v z diuidue in a . Et quoniam recta linea v ω extrema & media ratione secatur in z , & minus segmentū illius est ω z : ipsa igitur ω z admit tens dimidium maioris segmenti z a , quincuplū potest eius quod sit ex dimidia maioris segmenti per z huius. Quincuplū igitur est quod ex ω a : eius quod ex a z . Ipsius autem ω a : dupla est ω q . ipsius autem a z : dupla est v z . Quod igitur ex ω q : quincuplū est eius quod ex z v . Et quoniam ac ipsius c b est quadrupla: quincupla igitur est a b ipsius c b . Sicut autē a b ad b c : sic quod ex a b ad id quod ex b d . quincuplum igitur est quod ex a b : eius quod ex b d . Patuit autē q; quod ex ω q : quincuplum est eius quod ex v z . Et d b æqualis est ipsi v z , utraq; enim ipsarum: æqualis est ei quæ ex centro ipsius e f g h k circuli. æqualis igitur est & a b ipsi q ω . Et a b : est ipsius datæ sphaeræ diameter, & q ω igitur datæ sphaeræ diametro est æqualis. Data igitur sphaera: icosahedrum comprehensum est. ¶ Dico iam q; ipsius icosahedri latus irrationale est: appellaturq; minor. Quoniam enim rationalis est ipsius sphaeræ diameter/ & potentia quincuplum est eius quæ ex centro circuli e f g h : irrationalis igitur est & ea quæ ex centro circuli e f g h . Quare & diameter illius: irrationalis est. Si vero in circulo rationalem habente diametrum/ quinquangulum æquilaterum descriptū fuerit: latus pentagoni irrationale est: & appellatur minor per 11 huius. Latus autē ipsius e f g h k pentagoni: est quod & icosahedri. Icosahedri ergo latus: irrationale est/ minor appellatū. Quod facere & ostendere oportebat.
 ¶ CORRELARIUM. ¶ Ex hoc igitur est manifestū: q; sphaeræ diameter potentia quincuplum est eius quæ ex centro circuli a quo icosahedrum describitur, & q; sphaeræ diameter componitur et ex sexanguli & ex binis decagoni in eodem circulo descriptorum lateribus.

Eucl. ex Camp.

Propositio 17.

Corpus duodecim basium pentagonarum æquilateralium atq; æquiangularium ab alignata sphaera circumscribibile: constituere. Eritq; palam: latus eiusdem corporis irrationale esse/ id quod residuum dicitur.



habet 12 latera. ¶ Reliquū autem est demonstrare: solidū hoc esse a data sphæra circūscriptibile. Protrahantur igitur a linea fk , duæ superficies secantes cubū: quarum vna secet ipsum super lineam $h k$, & altam super lineā ef , eritq; ex 40 vndecimi: vt cōmunis sectio harum duarum superficierum secet diametrum cubi/ & secetur viceversa ab ipsa diametro per æqualia. Sit ergo cōmunis sectio earum vsq; ad diametrum cubi linea $k o$: ita q; o sit centrum cubi, & ducantur lineæ $o a, o n, o p, o d, o r$. Constat autem: q; vtraq; duarum linearum $o a$ & $o d$ est semidiameter cubi, ideoq; æquales. de linea autē $o k$: constat ex 40 vndecimi q; ipsa est æqualis e k , videlicet medietati lateris cubi. Et quia $k f$ est æqualis $k m$: erit $o f$ diuisa in puncto k , secundū proportionē habentē mediū duorū extrema/ & maior portio eius erit linea $o k$ quæ est æqualis e k . Itaq; per s huius erunt duæ lineæ $o f$ & fk (ideoq; $o f$ & fp , eo q; $f p$ ad quos hæc demonstratio non extenditur) est æqualis $k f$ triplum in potentia ad lineā $o k$: & ideo ad medietatem lateris cubi. Quare per penultimam primī: linea $o p$: est potentia tripla ad medietatem lateris cubi. Ex correlario autem 14. huius constat: q; semidiameter sphæræ tripla est in potentia ad medietatem lateris cubi quem circūscribit eadem sphæra. Itaq; $o p$: est quanta semidiameter sphæræ circūscribentis cubum propositum. Eadem ratione: cunctæ lineæ ductæ a puncto o , ad angulos singulos pentagonorum omnium super latera cubi descriptorum ad singulos angulos inq; qui proprii sunt pentagonis: non autem cōmunes eis & superficieribus cubi/ quales sunt in pentagono statuto tres anguli n, p, r . de illis autem lineis quæ veniunt a puncto o ad angulos singulos pentagonorum quæ sunt cōmunes pentagonis & superficieribus cubi/ quales sunt in pentagono præfenti duo anguli a & d : constat q; ipse sunt æquales semidiametro sphæræ circūscribentis cubum, ipse enim sunt semidiametri cubi ex 40 vndecimi. at vero semidiameter cubi: est tanq; semidiameter sphæræ ipsum circūscribentis/ quæ admodū ex ratiocinatione 14. apparet. Igitur omnes aliæ ductæ a puncto o ad singulos angulos dodecedri: sunt æquales ad inuicē & semidiametro sphæræ. Semicirculus itaq; super totā diametru sphæræ vel cubi lineatus/ sic circūducatur: transibit per omnes angulos eius. Quare per diffinitionem ipsum est ab assignata sphæra circūscriptibile. ¶ Dico iterū q; latus huius figuræ est linea irrationalis/ ista videlicet quæ residuū dicitur: si diameter sphæræ ipsum circūscribentis fuerit rationalis in longitudine vel in potētia. Cum enim diameter sphæræ sit ex 14. huius tripla in potentia ad latus cubi: erit latus cubi rationale in potentia/ si diameter sphæræ fuerit rationalis in longitudine vel in potentia. Constat autem ex 11/ q; linea $r p$ diuidit lineam $a d$ quæ est latus cubi/ secundū proportionem habentem medium duorū extrema: & q; portio eius maior æqualis est lateri pentagoni. Et quia maior eius portio est residuū/ ex sexta huius: manifestum est latus figuræ duodecim basium/ esse residuum. Quod demōstrare volumus.

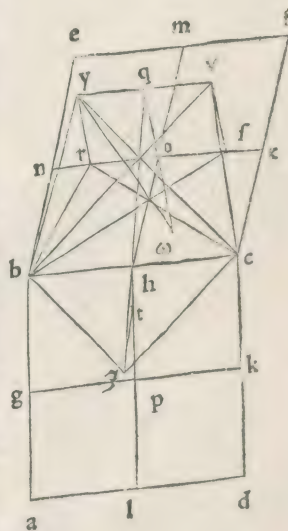
¶ CAMPANVS. ¶ Fabricata sunt igitur per 13 & quatuor eam sequētes/ quinque corpora æquilatera atq; æquiangula: quorum vnū quodq; est circūscriptibile ab assignata sphæra. Sūt autē hæc solida, primū quidem quatuor basium triangulariū: & dicitur tetrahedron. Secundū est sex basium quadratarum: & dicitur cubus siue hexaedron. Tertiū octo basium triangularium: & dicitur octaedron. Quartū autem est solidum icosaedron: & est viginti basium triangularium. Quintum vero ex 12 basibus pentagonis consistit: diciturq; dodecedron. Hæc autem quinque solida/ regularia dicuntur: quoniam ipsa æquiangula sunt atq; æquilatera/ & a sphæra atq; ab inuicem circūscriptibilia. Plura vero his quinque/ æquilatera quæ sunt & æquiangula: esse est impossibile. Ad constitutionem cuiuslibet anguli solidi: necesse est ad minus tres superficiales angulos concurrere. Ex duobus enim solis superficialibus: nequit solidus angulus completi. Quia ergo tres anguli cuiuslibet hexagoni æquilateri & æquianguli sunt æquales quatuor angulis rectis/ at vero heptagoni & cuiuslibet plurium laterum figuræ æquilateræ atq; æquiangulæ tres anguli sunt maiores quatuor angulis rectis quæ admodū ex 32 primi euidenter dicitur/ omnis autem angulus solidus quatuor rectis angulis minor est teste 21 vndecimi: impossibile est tres angulos hexagoni atq; heptagoni & simpliciter omnis plurilateræ figuræ æquilateræ tam en

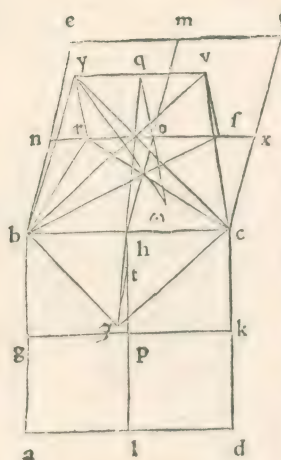
atq; æquiangular: solidum angulum constituere. Ideo nulla solida figura æqui-
latera atq; æquiangular: potest ex superficiebus hexagonalibus aut plurium la-
terū cōstitui. Si enim tres anguli hexagoni æquilateri atq; æquiangulari quēq;
solidum angulum excedunt quatuor: & plures multo fortius eundem excedūt.
Tres autem angulos pentagoni æquilateri atq; æquiangulari minores esse qua-
tuor rectis angulis manifestum est: & quatuor esse maiores, quare extribus an-
gulis pentagoni æquilateri atq; æquiangulari possibile est solidum angulum cō-
stitui: ex quatuor autem aut ex pluribus impossibile. Ideoq; vnum duntaxat so-
lidum ex pentagonis æquilateris atq; æquiangularis constitutum est: illud vide-
licet quod dodecedron dicitur: in quo anguli pentagonorum trini & trini soli
dos angulos perficiūt. Eadem quoq; est ratio in quadrilateris figuris æquila-
teris & æquiangularis: quæ in pentagonis, omnis enim quadrilatera figura si æq-
latera æquiangularq; fuerit: ipsa erit quadrata a diffinitione, nam omnes eius
anguli: erunt recti per 32 primi. Ex tribus igitur angulis talis superficialis figu-
ræ: possibile est solidum angulum constitui. ex quatuor autem aut ex pluribus
impossibile est: propterea qd ex talibus figuris superficialibus (quæ cū quadrila-
tere sint ipsæ æquilateræ atq; æquiangularæ) vnicū solidum quod cubū dicim: 9/
fabricatum est. Triangulorum autem æquilaterorum sex anguli: sunt æquales
quatuor rectis ex 32 primi, pauciores ergo, minores: & plures/maiores, igitur
ex sex angulis talium trigonorū aut ex pluribus impossibile est angulum soli-
dum fieri: ex quinque & ex quatuor & ex tribus possibile. Cum itaq; tres anguli
trigoni æquilateri efficiunt angulum solidum: perficitur ex triangulis æquilate-
ris corpus quatuor basium triangularium atq; æquilaterarū. Cum vero quatuor
cōsurgunt: corpus octo basium quod octoedron diximus. At vero si quinque tri-
angulorū æquilaterorum anguli/solidum angulum contineant: fiet corpus ico-
sedron viginti basium triangularium & æquilaterarum. Quare ergo tot & ta-
lia sunt solida regularia/ & quare plura his non sint: dictum est.

Propositio 17
Eucl. ex Zamb. Problema 5

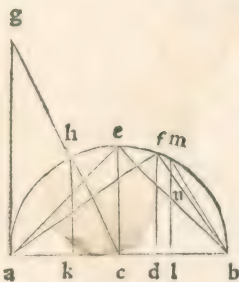
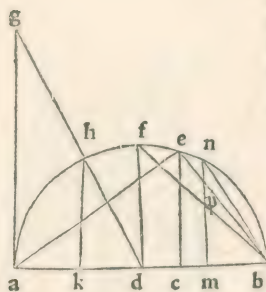
7 Dodecahedrum cōstruere & data sphaera cōprehendere qua
& prædictas figuras: ostendereq; qd dodecahedri latus irratio-
nale est/ & appellatur apotome.

THEON ex Zamb. Exponantur prædicti cubi bina plana inuicē ad an-
gulos rectos/ a b c d, e f: seceturq; per 11 primi vñ quodq; ipsorum laterum
a b, b c, c d, d b, e f, f e, b c, c d, d e, e f, f e, diuidue in g, h, i, k, l, m, n, x, & connectantur ipsæ g k,
h l, l e, e f, f g, g h, h i, i k, k l, l m, m n, n x, x g, g h, h i, i k, k l, l m, m n, n x, x g, g h, h i, i k, k l, l m, m n, n x, x g,
tunc vnaqueq; ipsarum in o, o x, h p, extrema & media ratione in r, t, s, signis:
sint q; ipsarum maiora segmenta r o, o s, t p, & constituantur per 12 vñdecimi
ab ipsis r, s, t, signis ad ipsius cubi plana ad angulos rectos ad exteriores par-
tes ipsius cubi ipsæ r y, s v, t z, exponanturq; æquales ipsis r o, o s, t p: con-
nectanturq; ipsæ y b, b z, z c, v y. Dico qd y b z c v pentagonum: æquilaterū est/
& in vno plano/ & isuper æquiangularum. Cōnectantur inq; r b, b s, v b. Et quoniā
recta linea no extrema & media ratione secatur in r, & maius segmentū est r o:
quæ igitur ex n o, n r: tripla sunt eius quod ex r o. Aequalis autem est o n ipsi
n b: & o r ipsi r y. Quæ igitur ex b n, r n: tripla sunt eius quod ex r y. Eis autē
quæ ex b n, n r: æquum est id quod ex b r, quod igitur ex b r: triplū est eius qd
ex r y, quare quæ ex b r, r y: quadruplum sunt eius quod ex r y. Eis vero quæ ex
b r, r y: æquū est id quod ex b y, quod igitur ex b y: quadruplum est eius quod
ex y r. Dupla igitur est b y: ipsius r y. Est autē & v y dupla ipsius y r: quoniā &
r ipsius o r hoc est ipsius r y dupla est. Aequalis igitur est b y: ipsi y v. Simili-
ter iam ostēdetur: qd vnaqueq; ipsarum b z, z c, c v, vtriq; ipsarum by, y v,
est æqualis, quinqueangulū igitur b y z c v: æquilaterum est. Dico qd & in vno
est plano. Excitetur enim per 31 primi ab ipso o, vtriq; ipsarum r y, s v, paralle-
lus ad exteriores partes cubi o q: & connectantur q h, h z. Dico qd ipsa q h z
recta linea est. Quoniā enim h p, extrema & media ratione secatur in t, & ma-
ius segmentum est p t: est igitur sicut h p ad p t, sic p t ad t h. æqualis autem est
h p ipsi h o: & p t vtriq; ipsarum t z, o q, est igitur sicut h o ad q o: sic z t ad t h.
& est parallelus quidem h o ipsi t z: vtrq; enim ipsi b d plano ad angulos re-





hos est. Quando autem bina triangula composita fuerint ad unum angulum (ut
 sunt ipsa $q o l h$ & $o t z$) bina latera binis lateribus, proportionalia habentia: quo-
 niam ipsorum latera eiusdem sunt rationis & parallela/reliqua rectae lineae in re-
 ctas lineas erunt per 32 sexti. Igitur $q h$: ipsi $h z$ in rectam lineam est. Omnis
 autem recta linea: in uno est plano. In uno igitur plano: est ipsum $y b r c v$ quinquan-
 gulum. ¶ Dico iam q & aequiangulum est. Quoniam enim recta linea $n o$ extrema et media
 ratione secatur in r , & maius segmentum est $o r$: test igitur sicut utraq: $n o$, $o r$,
 simul ad $o n$, sic $o n$ ad $o r$. Aequalis autem est $o r$: ipsi $o f$. Est igitur sicut $f n$ ad
 $n o$: sic $n o$ ad $o f$. Ipsa igitur $f n$, extrema & media ratione secatur in o : & maius
 segmentum est $n o$, quae igitur ex $n f$, $f o$: tripla sunt eius quod ex $n o$. Aequa-
 lis autem est $n o$ ipsi $n b$: & $f o$ ipsi $f v$. Igitur ex $n f$, $f v$, quadrata: tripla sunt
 eius quod ex $n b$, quare quae ex $v f$, $f n$, $n b$: quadrupla sunt eius quod ex $n b$.
 Eis autem quae ex $f n$, $n b$: aequale est per 4-7 primi id quod ex $f b$. Quae
 igitur ex $b f$, $f v$, hoc est quod ex $b v$ (rectus enim est qui sub $v f b$ angulus)
 quadruplum est eius quod ex $n b$, dupla igitur est $b v$: ipsi $b n$. Est autem & $b c$:
 ipsius $b n$ dupla, aequalis igitur est $b v$: ipsi $b c$. Et quoniam bina $b y$, $y v$, dua-
 bus $b z$, $z c$, sunt aequales & basis $b v$ basi $b c$ est aequalis: angulus igitur qui
 sub $b y v$, angulo qui sub $b z c$ per 8 primi est aequalis. Similiter iam de-
 monstrabimus: q & angulus qui sub $y v c$, aequalis est ei qui sub $b z c$. Tres igitur
 anguli qui sub $b z c$, $b y v$, $y v c$: inuicem sunt aequales. Si autem quinquan-
 guli equilateri tres anguli aequales inuicem fuerint: aequiangulum erit per 7 de-
 cimitertij quinquangulum. Quinquangulum igitur $b y v z c$: aequiangulum est.
 Patuit autem: q & aequilaterum. Igitur pentagonum $b y v z c$ aequilaterum & aequi-
 angulum est: estque super $b c$ vno cubi latere. Si igitur ab unoquoque ipsius cubi
 duodecim laterum eadem construamus: constituetur figura quaedam solida com-
 prehensa sub duodecim quinquangulis aequalia habentibus latera & angulos
 aequos. ¶ Oportet iam ipsum sphaera data comprehendere: & demonstrare quod do-
 decahedri latus irrationale est: & appellatur apotome. Extendatur $q o$: & sit $q \omega$.
 coincidit igitur $q \omega$, ipsi cubi diametro: & bisariam se inuicem dispescunt. hoc
 enim patuit in penultimo vndecimi theoremate secetur in ω . Igitur ω centrum
 est sphaerae cubum comprehendentis: & dimidia est $o \omega$ lateris cubi. Conne-
 ctatur autem $y \omega$. Et quoniam recta linea $n f$ extrema & media ratione secatur
 in o , & maius illius segmentum est $n o$: quae igitur ex $n f$, $f o$: tripla sunt eius
 quod ex $n o$. Aequalis autem est $n f$, ipsi $q \omega$: quoniam & ipsa $n o$ ipsi $o \omega$ est
 equalis, & $q o$ ipsi $o f$. sed $o f$ ipsi $q y$: quoniam & $r o$, quae igitur ex $q \omega$, $q y$: tri-
 pla sunt eius quod ex $n o$. Eis autem quae ex ωq , $q y$: equum est per 4-7 primi
 quod ex $y \omega$. Quod igitur ex $y \omega$: triplum est eius quod ex $n o$. Est autem & quae ex
 centro sphaerae ipsius cubum ipsum comprehendentis: potentia triplex dimi-
 di ipsius cubi lateris. antea enim ostensum est cubum construere: ac sphaera com-
 prehendere: ac demonstrare quod sphaerae dimetiens potentia triplex est lateris cu-
 bi per 15 decimitertij. Si autem tota totius: & dimidia dimidia. Et $n o$: dimi-
 dia est lateris cubi. Ipsa igitur $y \omega$ aequalis est ei qui ex centro sphaerae cubum com-
 prehendentis. Sphaerae autem cubum comprehendentis centrum: est ω . Igitur
 y signa: ad superficiem est ipsius sphaerae. Similiter iam ostendemus: q & vnus
 quisque reliquorum ipsius dodecahedri angulorum: est ad ipsius sphaerae super-
 ficiem. Igitur dodecahedrum: data sphaera comprehensum est. ¶ Dico iam quod
 ipsius dodecahedri latus irrationale est: appellaturque apotome. Quoniam enim
 ipsa $n o$ extrema & media ratione diuisa maius segmentum est $r o$, ipsa autem $o x$
 extrema & media ratione diuisa maius segmentum est $o f$: tota igitur $n x$ extre-
 ma & media ratione diuisa maius segmentum est $r f$. Et quoniam est sicut $o n$ ad
 $o r$, & $o r$ ad $n r$, & duplicia (parres enim aequae multiplicium eandem habent
 rationem) sicut igitur $n x$ ad $r f$, sic $r f$ ad utramque ipsarum $n r$, $f x$, simul. Maior
 autem est $n x$: ipsa $r f$, maior igitur est & $r f$, utraque ipsarum $n r$, $f x$, simul. Igitur
 $n x$, extrema & media ratione diuiditur: & maius segmentum est $r f$. Aequalis autem
 est $r f$: ipsi $y v$. Ipsa igitur $n x$, extrema & media ratione diuisa: maius segmen-
 tum est $y v$. Et quoniam rationalis est ipsius sphaerae diameter/potentiaque triplex
 est ipsius cubi lateris: rationalis igitur est $n x$, latus cubi existens. Si autem ra-
 tionalis linea extrema & media ratione secta fuerit: utrumque segmentorum irratio-



Latus pyramidis

Latus cubi

Latus octahedri

neā n b esse latus istius figuræ. Diuidatur itaq; e b quæ est lat⁹ cubi / ab assigna
ta sphaera circumscribitur / secundum, proportionē habentem medium duo
q; extrema i pūcto p: sitq; maior portio eius p b. Constat igitur ex demonstra
tione præmissæ: q; p b est latus figuræ 12 basium. Inuēta ergo sunt latera 5 præ
missorū corporū ex diametro sphaeræ nobis proposita. est enim: a e latus pyra
midis 4. basium. e b: latus cubi. f b: latus octaedri. at vero n b: latus icofedri. li
nea autē p b: latus dodecedri. ¶ Quæ autē horū laterū sint maiora alijs: sic ha
betur. Constat enim: q; a e est maior f b. nam arcus a e: est maior arcu f b. Itē
f b, est maior e b: & e b, maior q̄ n b. at vero n b: dico etiam esse maiorem
q̄ p b. Cum enim sit a c dupla ad e b: erit ex 4. secundi quadratum a c quadru
plum ad quadratum c b. Constat autem ex secūda parte correlarij 8 sexti &
ex correlario 17 eiusdem: q; quadratum a b triplum est ad quadratū b c. Sed
per 21 sexti quadratum a b ad quadratū b c, est sicut quadratū b e ad quadra
tum c b: ex eo q; proportio a b ad b e, est sicut b e ad b c ex secūda parte cor
relarij 8 sexti. Itaq; per 11 quinti quadratū b e: triplum est ad quadratum c b.
Et quia quadratū a c quadruplū est ad idem quadratū / vt ostensū est: erit ex
prima parte 10 quinti quadratū a c minus quadrato b e. ideoq; linea a c: ma
ior est linea b e. ideoq; a m: multo maior b e. Manifestum vero ex 9 huius / q;
si linea a m diuisa fuerit secundum proportionem habentem mediū duorū
extrema: erit maior portio eius linea k m quæ est æqualis m n. At vero cū b e
diuiditur secundum eādem proportionē videlicet habentē medium duorū ex
trema: maior eius portio est linea p b. Cū itaq; a m tota sit maior tota b e: erit
m n quæ est æqualis maiori portioni a m, maior q̄ p b q̄ est maior portio b e.
Hoc autem manifestū est ex 2 decimi quarti quæ sine auxilio alicuius earum
quæ sequuntur firma demōstratione solidatur. ergo per 19 primi a fortiori n b:
maior est q̄ p b. Quare patet: latera horum 5 corporum præmissorum fere eo
ordine quo corpora seinuicem sequuntur / seinuicē excedere. In cubo enim dū
taxat & octaedro habet hic instantias, nā latus octaedri excedit latus cubi: q;
uis cubus antecedit octaedron. Cubum autem præmittunt idcirco octaedro:
quia eadē diuisione diametri assignatæ sphaeræ / latus pyramidis 4. bases tri
angulas habentis / & latus cubi inuenitur. Est igitur a e latus pyramidis: ma
ius lateribus ceterorum corporum. post ipsum autē: est f b latus octaedri ma
ius sequentium corporum lateribus. Tercio ordine sequitur in magnitudine
nium p b: latus dodecedri.

Eucl. ex Zamb.

Problema 6

Propositio 18.

¶ Latera quinque figurarum exponere: & adinuicem comparare.

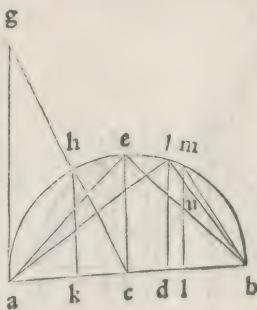
¶ THEON ex Zamb. ¶ Exponatur datæ sphaeræ diameter a b. seceturq; in
c, vt a c ipsi c b sit equalis: & in d, vt a d ipsi d b dupla sit. & super a b descri
batur semicirculus a e b. & ab ipsis c, d, ipsi a b per 11 primi ad angulos re
ctos excitentur c e, d f: & cōnectantur a f, b e. ¶ Et quoniā dupla est a d ipsius
d b: tripla igitur est a b ipsius d b. conuertendo igitur per correlarium 28 quin
ti: sesquialtera est b a ipsius a d. Sicut autem b a ad a d: sic quod ex b a ad id
quod ex a f. æquiangulum enim est à f b triangulum: ipsi a f d triangulo. ses
quialterum igitur est quod ex b a: eius quod ex a f. Est autem & ipsius sphaeræ
diameter: potentia sesquialtera lateris pyramidis. & a b: ipsius sphaeræ diame
ter est. Igitur a f: æqualis est lateri ipsius pyramidis. ¶ Rursus quoniā dupla
est ad ipsius d b: tripla igitur est a b ipsius b d. Sicut autē a b ad b d: sic quod
ex a b ad id quod ex f b. triplū igitur est quod ex a b: eius quod ex f b. Est au
tem & ipsius sphaeræ diameter: potentia triplas lateris ipsius cubi per 15 deci
mitertij. & sphaeræ diameter: est a b. igitur b f: cubi est latus. ¶ Et quoniā qua
lis est a c ipsi c b: dupla igitur est a b ipsius c b. Sicut autem a b ad c b: sic quod
ex a b ad id quod ex b c. Duplum igitur est quod ex a b: eius quod ex b e. Est
autem & ipsius sphaeræ diameter: potētia dupla lateris ipsius octahedri. &

a b datæ sphaeræ diameter est. ¶ Igitur b e octahedri est latus. Excitetur ita per
 u primi ab ipso a signo ipsi a b recte lineæ ad angulos rectos: a g. Ponaturq;
 ipsa a g æqualis ipsi a b. & connectatur g c. secetq; g c circumferentiam semicir-
 culi in signo h: & ab ipso h, in ipsa a b per 1 2 primi perpendicularis excites-
 tur h k. Et quoniam dupla est g a ipsius a c (æqualis eni est g a ipsi a b) sicut au-
 tem g a ad a c sic h k ad k c: dupla igitur est & h k ipsius k c. Quadruplum igi-
 tur ex quod ex h k: eius quod ex k c. Quæ igitur ex h k, k c, q idem sunt ei quod
 ex h c: quincuplum est eius quod ex k c. Aequalis autem est h c: ipsi c b. quin-
 cuplū igitur est quod ex b c: eius quod ex c k. Et quoniam dupla est a b ipsi b c,
 quarū a d ipsius d b dupla est: reliqua igitur b d, reliquæ d c est dupla. Tripla
 igitur est b c: ipsius c d, nonicuplū igitur est quod ex b c: ei9 quod ex c d, quin-
 cuplū aut est quod ex b c: ei9 quod ex c k. mai9 igitur est quod ex c k: eo quod
 ex c d. maior igitur est c k: ipsa c d. ponatur per 2 primi ipsi c k æqualis c l: &
 ab ipso l ipsi a b ad angulos rectos excitetur l m. & connectatur m b. Et quoniam
 quod ex c b eius quod ex c k quincuplū est, & ipsi9 b c dupla est a b: ipsius au-
 tem c k dupla est k l: quincuplum igitur est quod ex a b ei9 quod ex k l. Est au-
 tem sphaeræ diameter potentia quincupla: eius quæ ex centro ipsius circuli
 quo icosaëdri describitur. estq; a b: ipsius sphaeræ diameter. ipsa igitur k l:
 ex centro est circuli a quo icosaëdri describitur. Ipsa igitur k l: hexa-
 goni est latus dicti circuli. Et quoniam sphaeræ diameter componitur ex hexa-
 goni & binis decagoni in dicto circulo descriptorum lateribus per correlatiū
 16 decimetertij, estq; ipsa quidem a b ipsius sphaeræ diameter: & k l hexagoni
 latus: & æqualis est a k ipsi l b: utraq; igitur ipsarum a k, l b, decagoni lat9 est
 descripti in circulo a quo icosaëdri describitur. Et quoniam decagoni qui-
 dem l b, hexagoni autē m l æqualis enim est ipsi k l: quoniam & ipsi k h. æqua-
 liter enim distant a centro) et utraq; ipsarum h k, k l, dupla est ipsius k c: quin-
 anguli igitur est m b. Quod autem pentagoni est: & icosaëdri. Icosaëdri
 ergo est m b. ¶ Et quoniam f b est latus cubi: secetur extrema & media ratione
 in n, sitq; maius segmentum n b. Igitur n b: dodecahedri est latus.
 ¶ Et qm ostēdū est q; ipsius sphaeræ diameter potentia est sesquialtera ipsius a f
 lateris pyramidis: ipsius autem b e lateris octahedri potentia dupla: ipsius au-
 tem f b cubi potentia tripla: ipsius igitur sphaeræ diameter sex: ipsius autem py-
 ramidis latus quatuor: Octahedri vero latus trium: cubi vero duorum. Latus
 igitur ipsius pyramidis: lateris octahedri potentia est epiritū. Cubi autem la-
 teris: potentia est duplum. Octahedri autem latus: lateris cubi potentia est he-
 miolitum. Ipsa quidem igitur prædicta trium figurarum latera: hoc est pyrami-
 dis & octahedri & cubi adinuicem: in rationibus rationalibus subsistunt. Reli-
 qua vero duo & icosaëdri & dodecahedri: neq; adinuicem neq; ad prædicta
 in rationibus rationalibus existunt. irrationalia sunt etenim: hoc est minor &
 apotome. ¶ Qz autem maius est icosaëdri latus m b, dodecahedri latere n b:
 sic ostendemus. Quoniam triangulum f d b ipsi triangulo f a b æquiangulum
 est: pportionale est sicut b d ad c a, sic b f ad b a. Et qm tres recte lineæ pper-
 tioneales sunt: est igitur sicut prima ad tertiā: sic qd ex prima ad id qd ex secun-
 da. Est igitur sicut d b ad b a: sic quod ex d b ad id quod ex b f. Cōuersim igitur
 sicut a b ad b d: sic quod ex f b ad id quod ex b d. Tripla autē est a b: ipsi9 b d.
 triplum igitur quod ex f b: eius quod ex b d. Maius igitur est quod ex a d:
 ex d b quadruplū. dupla enim est a d: ipsius d b. Multo igitur maior est a l: ipsa f l.
 eo quod ex f b. & maior igitur est a d: ipsa f b. multo igitur maior est k b:
 Et ipsa quidem a l, extrema & media ratione diuisa: maius segmentū est k b:
 quoniam ipsa quidem l k hexagoni est, & k a decagoni. ipsa autē f b extrema
 & media. ratione diuisa: maius segmentū est n b. Maior igitur est k l: ipsa n b.
 Aqualis autem est k l: ipsi l m. maior igitur est l m: ipsa n b. Ipsa autem l m: ma-
 ior est m b. multo igitur maior est m b latus existens icosaëdri: ipsa n b latere
 existente ipsius dodecahedri. Quod facere & ostendere oportuit.

¶ Aliter: q; maior est m b ipsa n b.

¶ Quoniam enim dupla est a d ipsius d b: tripla igitur est a b ipsius d b. Sicut
 autē a b ad b d, sic quod ex a b ad id quod ex b f: quoniam triangulum f a b ipsi

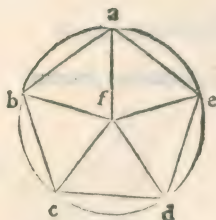
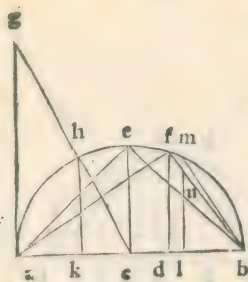
Latus icosaedri



Latus dodecahedri

Comparatio. 5. laterum

GEO. ELE. EV.



fdb triangulo æquiangulum est, quod igitur ex a b : eius quod ex b f triplum est. Quinq; igitur quæ ex k l: tribus quæ ex f b sūt æquales. Sed tria q̄ ex f b: sex quæ ex n b sunt maiora, & quinq; igitur q̄ ex k l : sex quæ ex n b sunt maiora. Quare & vnum quod ex k l: vno quod ex n b maius est, maior igitur est k l: ip sa n b, æqualis autem est k l: ipsi l m, maior igitur est & l m: ipsa n b, multo igit maior m b: ipsa n b, quod ostendere oportuit. ¶ Qz autem tria quæ ex f b, sex quæ ex n b sūt maiora: sic ostendemus. Quoniam enim maior est b n ipsa n f: quod igitur sub f b, b n, maius est eo quod ex b f, f n: quæ igitur sub f b, b n, vna cum eo quod sub b f, f n, maius est q̄ duplū eius quod sub b f, f n. Sed qd sub b f, f n: æquū est ei quod ex n b, extrema nāq; & media ratione secāt ipsa b f in n: & quod sub extremis æquum est ei quod a media per 17 sexti. Quod igitur ex f b: eo quod ex b n maius est q̄ duplum, vñ igitur qd ex f b: duob; quæ ex b n maius est, quare & tria quæ ex f b: vno eorum quæ ex b n, sūt maio ra. Quod ostendere oportuit.

¶ Dico iam q̄ præter prædictas quinq; figuras : nō constructur alia figura cō prehensā sub æquilateris & æquiangulis inuicem æqualibus. Sub binis namq; triangulis/ neq; sub duobus alijs planis: solidus angulus non constructur. Sub tribus triangulis: q̄ pyramis, sub quatuor: q̄ octahedri, sub quinq; : q̄ icosaedri. Sub sex triangulis æquilateris & æquiangulis ad vnum signum cōstitutis: non erit solidus angulus, existente namq; æquilateri trianguli angulo duarum par tū recti: erunt sex quatuor rectis æquales. Quod est impossibile. Omnis nāq; solidus angulus: sub paucioribus q̄ quatuor rectis cōprehēditur per 21 vnde cimi. Iam id, pprerea: neq; sub pluribus q̄ sex planis angulis solidus constructur angulus. Sub quadratis tribus: cubi angulus cōprehēditur. Sub quatuor: est impossibile, erunt enim rursus quatuor recti. Sub pentagonis æquilateris & æq uangulis tribus: dodecahedri. At sub quatuor: impossibile, existente nāq; quinq; anguli æquilateri angulo recto & quinto: erunt quatuor anguli quatuor ree ctis maiores, quod est impossibile. Neq; sub polygonis alijs figuris comprahē detur solidus angulus: qm absurdum esset. Igitur præter prædictas quinq; figu ras alia figura solida non constructur: sub æquilateris & æquiangulis compræ henfa, quod erat ostēdendum. ¶ Qz autem æquilateri & æquianguli quinq; anguli angulus rectus est & quintum: sic ostēdendum. Sit inq̄ quinq; angulum æquilaterum & æquiangulū a b c d e, & circūscribatur per 14. quartidecimi ei circulus a b c d e. & accipiatur per 1 tertij illius centrum/ sitq; f: cōnectanturq; f a, f b, f c, f d, f e. Bisariam igitur secāt ipsius p̄agoni angulos: ad ipsa a, b, c, d, e, signa. Et quoniam quinq; anguli qui ad f, quatuor rectis sunt æquales/ & sunt æquales: igit vñus ip̄forū (sicut qui sub a f b) vñus recti est quasi quitū, reliqui igitur qui sub f a b, a b f: vñus sunt recti & quintum. Aequalis autē est qui sub f a b ei qui sub f b c, totus igitur q̄ sub a b c pentagoni angulus: vñus recti est & quintum. Quod ostendere oportuit.

EVCLIDIS MEGARENSIS DECIMI

tertij libri, necnon Theonis in eun-

dē & 12 præcedētes com-

mentariorum,

Finis.

EVCLIDI MEGARENSI CLARISSIMO
philosopho Mathematicorumq; facile principi deputa-
tus liber de regularium corporum proportionione Cāpa
no commentatore: qui in ordine est quartusdecimus.

Eucl. ex Camp.

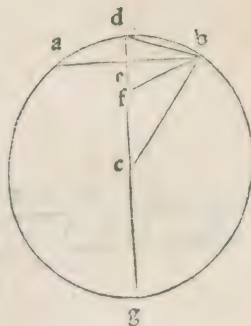
Propositio 1.



Mnis perpendicularis a cētro circuli du-
cta ad latus pentagoni intra circulū ip-
sum descripti dimidio: lateris decagoni
atq; dimidio lateris hexagoni intra cir-
culum eundem descriptorum ambobus
dimidijs in longum directumq; coniun-
ctis æqualis esse probatur. Patet igitur
q; perpendicularis ducta a centro circu-
li ad latus pentagoni: est æqualis perpē-

diculari ductæ a centro ad latus trianguli dimidioq; lateris deca-
goni intra eundem circulum descripti directe coniunctis.

CAMPANVS. Sit linea a b latus pentagoni æquilateri inscripti circulo
cuius centrum c: & ducatur a centro c, perpendicularis ad lineam a b, quæ p
secundā partem tertiæ tertijs diuidet ipsam per æqualia/ & arcū eius etiā per æ-
qualia ex 4 primi & 27 tertijs. sitq; hæc perpendicularis linea c d: secans a b i
puncto e, & arcū eius in puncto d. Est igitur vr diximus linea a e æqualis li-
near e b: & arcus a d, arcui d b, protrahaturq; linea d b: de qua constat q; ipsa est
latus decagoni æquilateri proposito circulo inscripti/ cum ipsa subēdatur me-
diatati quinti totius circumferentiæ. Dico itaq; q; linea c e: est æqualis medie-
tati lineæ c d & mediatati lineæ d b, in longū directūq; cōiunctis. Compleatur
tati lineæ c d & mediatati lineæ d b, in longū directūq; cōiunctis. Compleatur
quidem diameter d c: sitq; d c g. & sit e f æqualis e d: & protrahatur b f, eritq;
ex 4 primi b f æqualis b d, ideoq; per 5 primi angulus b d f: erit æqualis an-
gulo b f d. Constat autem ex vltima sexti/ q; angulus g c b quadruplus est ad an-
gulū b c d: eo q; arcus g b quadruplus est ad arcū b d. at vero angulus g c b
per 32 primi duplus est ad angulū b d c: nā ipse est extrinsecus duobus qui sūt
b d c & d b c. at ipsi sūt æquales ex 5 primi. igitur angulus b d c: duplus est
ad angulū b c d, quare angulus quoq; b f d: duplus est ad angulū b c f. Sed an-
gulus b f d: est æqualis duobus intrinsecis qui sūt b c f & c b f per 32 primi.
Itaq; duo anguli b c f & c b f: sūt æquales. ideoq; per 6 primi c f: est æqualis
b f. ideoq; etiā c f: est æqualis b d, nā b d & b f: sūt æquales adinuicē. Quæ
re dimidiū c d cū dimidiū b d: est quantū dimidiū c d cū dimidiū f d. dimi-
dimidiū c d cū dimidiū c f: est quantū dimidiū c f bis cū dimidiū f d. dimi-
diū autē c f bis/ est q̄rū c f & dimidiū f d, est q̄rū e f. Itaq; e c: est q̄rū dimidiū
e d cū dimidiū c b & d b. qd est propositū. **Correlariū autē sic constat.** Manis
festū est enī ex 8 tredecimi libri: q; perpēdicularis ducta a cētro circuli ad latus
trianguli sibi inscripti est æqualis dimidiū lineæ ductæ a centro ad circumferē-
tiā. Hoc quidē ibi demonstratū est: & quasi correlariū cōclusū. Cū igitur ex hac
prima istius 14 libri pateat q; perpēdicularis ducta a cētro circuli ad latus pē-
tagonis sit æqualis dimidiū lineæ ductæ a cētro ad circumferentiā & dimidiū la-
teris decagoni: sequitur q; perpēdicularis ducta a centro circuli ad latus penta-
goni sit æqualis perpēdiculari ductæ a centro ad latus trianguli dimidioq; late-
ris decagoni intra eundē circulū descripti. Et hoc est qd ox correlario pponit.
CAMPANI annotatio. Nunc ergo explicandū est qd ait Aristæus in libro i.
titulato Expositio sciētiæ quinq; corporū: necnō & Apollonius i dono scdo i p.
portionalitate figuræ 12 basū ad figurā 20 basū: dicēs q; pportio supficierū fi-
guræ habētis 12 bases ad superficies figuræ habētis 20 bases est tanq; propor-
tio corporis 12 basū ad corpus 20 basium, linea etenim ducta a centro circuli
H.i.



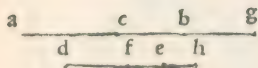
pentagoni figuræ 12 basium dodecedri ad circūferentiā eius est quāsi linea pro-
diens a centro circuli trianguli figuræ viginti basium icosedri ad circūferentiā
eius. Hæc sunt ipsius magni Apollonij verba. Intelligēda autē sunt de figura
12 & figura 20 basium ab vna eadēq; sphaera circūscriptibili. Est enī proportio
corporis dodecedri ad corpus icosedron cū ambo vna eadēq; sphaera circūscri-
bit: sicut proportio omnium superficiū dodecedri pariter acceptarū / ad oēs su-
pificies icosedri pariter acceptas. quēadmodū Apollonius præmissorū verborū
prima parte cōmemorat: quod & 10 huius decimiquarti libri solida demonstra-
tione stabilitur. Et est circulus circūscribēs pētagonū dodecedri æqualis circu-
lo circūscribenti trigonū icosedri / cū dodecedron & icosedron eadē sphaera cir-
cūscribit: quēadmodū ipse Apollonius secunda parte præmissorū verborū cō-
memorat: qđ etiā in 5 huius libri demonstratione firmat. Præmittenda sunt igitur
antecedētia: ad tantorū virorū eloquia / incōcussa veritate corroboranda.

Eucl. ex Camp.

Propositio 2.



Vicquid accidit vni lineæ diuisæ secundū proportionē
habentē mediū & duo extrema: omni lineæ similiter di-
uisæ probatur accidere.



CAMPANVS. ¶ Sit vtraq; duarum linearū a b & d e diuisa secundū pro-
portionem habentē mediū duoq; extrema: hæc quidē in c, illa vero in f. sintq;
maiores portiones / huius quidē / a c: illius autē / d f. Dico itaq; qđ ambarū
ad sui maiores portiones est vna proportio: itēq; ambarū ad sui minores por-
tiones est proportio vna. at quoq; maiorū portionū ad minores vna. & econtra
rio & permutatim & coniunctim & disiunctim & euerſim. nichil enim aliud
est: quicquid vni earū accidit / idē quoq; alij accidere. constat enim ex defini-
tione lineæ secundū proportionē habentem mediū duoq; extrema diuisæ &
ex prima parte 16 sexti: qđ illud quod fit ex a b in b c: est æquale quadrato a c.
eodēq; modo quod fit ex d e in e f: est æquale quadrato d f. Ideoq; proportio
eius quod fit ex a b in b c, ad quadratū a c: est sicut eius quod fit ex d e in e f
ad quadratū d f. vtraq; enim est proportio æqualitatis. Igitur quadruplū ei⁹
qđ fit ex a b in b c ad quadratū a c: sicut quadruplū eius quod fit ex d e in e f
ad quadratū d f. qđ ex 15 quinti & permutata & æqua proportionalitate ma-
nifestū est. Quare coniunctim quadruplū eius quod fit ex a b in b c cū qua-
drato a c, ad quadratū a c: sicut quadruplū eius qđ fit ex d e in e f cū quadrato
d f, ad quadratū d f. Adiungatur autē secundū rectitudinē ad lineā a b, vna
linea quæ sit æqualis b c: quæ dicatur b g. & ad d e adiungatur æqualis e f:
quæ dicatur e h. Manifestū est igitur ex octaua secundū: qđ quadruplū eius qđ
fit ex a b in b g cū quadrato a c, est æquale quadrato lineæ a g. At vero simi-
liter quadruplū eius quod fit ex d e in e h cum quadrato d f: est æquale qua-
drato d h. At vero ex cōmuni scientia quadruplū eius quod fit ex a b in b c,
æquū est quadruplo eius quod fit ex a b in b g: eo qđ b c & b g sunt æquales.
similiter quoq; quadruplū eius qđ fit ex d e in e f, æquū est quadruplo ei⁹ qđ
fit ex d e in e h: eo qđ e f & e h sunt etiā æquales. Igitur ex prima parte 7
quinti & ex 11 quinti / quadratū a g ad quadratū a c: sicut quadratū d h ad
quadratū d f. Quare ex secunda parte 21 sexti / proportio lineæ a g ad lineam
a c: est sicut lineæ d h ad lineā d f. & coniunctim a g & a c ad a c: sicut d h &
d f ad d f. At vero a g cū a c, sunt tanq; duplum a b: & d h cū d f, tāquam
duplum d e. Quare dupla a b ad a c: sicut duplū d e ad d f. & permutatim du-
plum a b ad duplum d e: sicut a c ad d f. Sed duplum a b ad duplum d e: si-
cut a b ad d e ex 15 quinti. Igitur a b ad d e: sicut a c ad d f. Itaq; permu-
tatim & euerſim & conuerſim & disiunctim & coniunctim. Quod oportebat
ostendere.

Eucl. ex Camp.

Propositio 3.



Quiso latere hexagoni scđm proportionē habentē mediū
duoq; extrema: maior eius portio erit latus decagoni
circūscripti a circulo ipsum hexagonum circūscribere.

CAMPANVS. ¶ Sit linea a b latus hexagoni alicuius circuli / diuisa secundum proportionē habentē mediū duorū extrema in puncto c: sitq; maior portio eius b c. Dico q; cuiuscunq; circuli a b est latus hexagoni: eiusdē b c erit latus decagoni. Adiungatur enim ad lineam a b, linea d b: quæ sit latus decagoni illius circuli cuius a b est latus hexagoni. eritq; ex 9 tredecimi / linea a d diuisa secundū proportionē habentē mediū duorū extrema: & maior portio eius erit linea a b. Cum igitur vtrāq; duarum linearum a b & a d sit diuisa secundū proportionem habentem mediū duorū extrema: igitur erit per præmissam ambarum ipsarum ad sui maiores portiones vna proportio. Itaq; d a ad a b quæ est eius maior portio: sicut a b ad b c quæ est etiam eius maior portio. sed d a ad a b: sicut a b ad b d ex diffinitione linearū diuisarū secundū proportionem habentem mediū duorū extrema. & maior portio eius igitur ex vndecima quinti a b ad b d: sicut a b ad b c. Quare per secundā partem 9 quinti b d & b c: sūt æquales. Cum ergo d b sit latus decagoni: erit quoq; ex communi scientia b c æqualis latus decagoni. ¶ Vel aliter. ¶ Ad lineā a b adiungat b d æqualis b c. eritq; ex 4 tredecimi tota a d diuisa secundū proportionem habentē mediū duorū extrema: & maior portio eius linea a b. Itaq; per conuersam 9 tredecimi quā cōtinue post ipsam demonstrauimus / cuius circuli linea a b est latus hexagoni: eiusdē linea b d ideoq; linea b c sibi æqualis) est latus decagoni. ¶ Possūmus iterū idem alia via (si libet) demonstrare. Sit enim e f æqualis a b: quæ etiā diuidatur in g secundū proportionē habentē mediū duorū extrema / & sit maior portio eius linea f g. Cōstat igitur ex præmissa q; quæadmodū a b est æqualis e f: sic a c est æqualis e g, & c b æqualis g f. Cūq; fuerit b d adiuncta ad a b, latus decagoni illius circuli cuius a b est latus hexagoni: erit (sicut prius dictū est) ex 9 tredecimi tota a d diuisa secundū proportionē habentē mediū duorū extrema / & maior portio erit linea a b. Itaq; per præmissam a b ad b d: sicut f g ad g e, quare per primā partem 15 sexti quod sit ex a b in g e: æquum est ei quod sit ex b d in f g. Cūq; a b sit æqualis e f: & erit quod sit ex e f in g e: æquū est ei qd sit ex b d in f g. Sed quod sit ex e f in g e: æquū est quadrato f g ex diffinitione linearū diuisarū secundū proportionē habentē mediū duorū extrema / & ex prima parte 6 sexti. igitur quod sit ex b d in f g: est æquale quadrato f g. ideoq; ex prima sexti linea b d: est æqualis f g. Et quia f g est æqualis c b: erit quoq; c b æqualis b d, & latus decagoni. Quod oportebat ostendere.

Propositio 4.

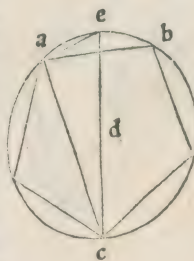
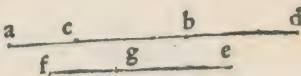
Eucl. ex Camp.

¶ **V**adratū lateris pētagoni intra circulū descriptū / quadratūq; linearū quæ illius pētagoni angulo subtēditur / ambo hæc quadrata pariter accepta: quadrati medietatis diametri eiusdē circuli quincuplum esse pronuncio.

CAMPANVS. ¶ Sit in circulo a b c cuius centrū d: inscriptus vnus pētagonus æquilaterus cuius vnū latus sit a b. & protrahatur diameter c d e: diuidēs lineā a b & eius arcū per æqualia. Est igitur arcus a c: est duæ quintæ totius circuli. Protrahantur itaq; duæ lineæ a e & a c. eritq; a e latus decagoni æquilateri: eo q; eius arcus est medietas quintæ partis circuli. linea vero a c, erit q; subtēditur vni ex angulis pētagoni prædicti: eo q; arcus a c est duæ quintæ partes circuli. Dico itaq; q; quadrata duarū linearū a b & a c pariter accepta: quincuplū sunt ad quadratū linearū d e. Est enim ex 4 secundi quadratum linearū c e: quadruplum ad quadratū linearū d e. Cū autē angulus c a e sit rectus ex prima parte 30 tertij: eruntq; ex penultima primi quadrata duarū linearum c a & a e quadruplū ad quadratū d e. igitur quadrata triū linearū c a & a e & d e: quincuplū sūt ad quadratū linearū d e. Et quia ex 10 tredecimi quadratum a b est æquale quadratis duarum linearum a e & d e: sequit̃ vt quadrata duarū linearū a b & c a sint quincuplū ad quadratū d e. qd est propositum.

CORRELARIUM. ¶ Manifestū est ergo q; quadratū lateris cubi atq; quadratū lateris figuræ duodecim basū / cū cubū & figurā duodecim basū eadē sphæ

H. ij.

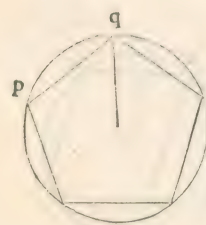
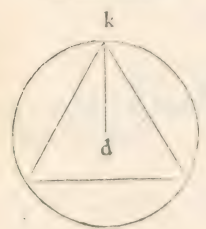
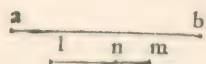
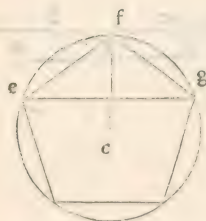


ra circūscribit: ambo q̄drata pariter accepta quicuplū sūt q̄drati medietatis dia-
metri circuli qui circūscribit p̄tagonū eiusdem figuræ duodecim basium.
¶ Istud correlariū vere manifestū est. constat enim ex demonstratione 17 tre-
decimi: q̄ latus cubi subtenditur angulo p̄tagonī dodecedri/cū cubū & dode-
cedron vna eadēq̄ sphaera circūscribit. itaq̄ p̄ hāc 4 sine obice cōstat correlariū.

Eucl. ex Camp.

Propositio 5.

Pentagonus figuræ duodecim basium/ triangulusq̄ figu-
ræ viginti basium/ quos eadem sphaera circūscribit: v-
no eodemq̄ circulo circūscribuntur.



¶ CAMPANVS. ¶ Sit sphaera cuius diameter a b, circūscribēs duas solidas
figuras: videlicet dodecedron cuius vnus ex duodecim p̄tagonis sit c, & ico
sedron cuius vnus ex 20 triāgulis sit d. pentagono autē c, & trigono d, super
duo centra d & c, circūscribantur duo circuli: huic quidem f c ex 14 quati/illi
verof d e 5 eiusdē. Dico itaq̄ q̄ hi duo circuli sphaeræ proposi- quorū alter
circūscribit pentagonū c, alter vero trigonū d: sunt æquales. Signetur enim
duo latera pentagoni c, vnū ex suis angulis continentia/ literis e f & g: & p-
trahantur/ linea e g quæ subtendat angulum f, & semidiameter circuli quæ sit
c f. Vnum quoq̄ ex lateribus trigoni d, signetur litteris k h: & protrahatur se-
midiameter sui circuli quæ sit d k. Dehinc sumatur linea l m, ad quā sit linea
a b quæ est diameter sphaeræ assignatæ/ quincupla in potentia: quæ quidē l m
diuidatur in n secūdu proportionē habentē mediū duosq̄ extrema/ sitq̄ maior
portio eius linea l n, & secūdu quantitatem totius l m: lineetur circulus p q.
Itaq̄ semidiameter circuli p q: erit equalis lineæ l m, eritq̄ ex correlario 15 quar-
ti/ linea l m: tanq̄ latus hexagoni æquilateri circulo p q inscripti. ideoq̄ per
tertiā huius/ linea l n: erit tanq̄ latus decagoni æquilateri eidē circulo inscri-
pti. Igitur ex 11 quarti inscribatur pentagonus æquilaterus circulo p q: cuius
vnū latus sit p q, eritq̄ ex 10 tredecimi libri quadratū lineæ p q: æquale qua-
dratis duarū linearū l m & l n pariter acceptis. Constat autem ex demonstrā-
tione 16 tredecimi: q̄ h k est æqualis p q, ergo quadratū h k: est æquale quadra-
tis duarum linearum l m & l n pariter acceptis. At vero ex demonstrā-
tione 17 tredecimi/ manifestū est q̄ e g est latus cubi ab eadē sphaera circūscrip-
tibilis, quare per correlariū 14 tredecimi a b quæ est diameter sphaeræ: potentialiter
est tripla ad e g quæ est latus cubi. Si autē e g diuidatur secūdu proportionē
habentē mediū duosq̄ extrema: patet ex demonstrā-
tione 17 tredecimi: q̄ e f est rā-
q̄ maior portio eius, igitur ex secunda huius/ e g ad l m: sicut e f ad l n. nā vt
tota ad totā: sic maior portio ad maiorem. Itaq̄ per 21 sexti quadratum e g ad
quadratū l m: sicut quadratū e f ad quadratū l n, quare per 13 quinti/ quadrata
duarum linearū e g & e f pariter accepta/ ad quadrata duarum linearum l m &
l n pariter accepta: sicut quadratū e g ad quadratū l m. Ergo per 15 quinti &
permutatā proportionalitatē/ & æquam/ triplum duorū quadratorū duarū lineā-
rū e g & e f pariter acceptorū ad quadrata duarum linearū l m & l n pariter ac-
cepta: sicut triplū quadrati e g ad quadratū l m. Triplum autē quadrati e g: est
tanq̄ quadratum a b ex correlario 14 tredecimi. at quadratum a b: est per hy-
pothesin quincuplum ad quadratum l m, ergo triplum quadrati e g: quincuplū
quoq̄ est quadrati l m. Quare etiam triplum quadratorum duarum linearum e
g & e f pariter acceptorum: est quincuplum ad quadrata duarum linearum l m
& l n pariter accepta. Et quia probatum est q̄ quadratum h k est æquale qua-
dratis duarum linearum l m & l n pariter acceptis: sequitur ex cōmuni sciē-
tia vt triplum quadratorum e g & e f sit quincuplum ad quadratum h k. Cons-
tat autem ex 8 tredecimi: q̄ quincuplum quadrati h k est quindēcuplum ad
quadratum d k, nam simplum est triplum. Et ex quarta huius constat: q̄ tri-
plum quadratorum e g & e f, est quindēcuplum quadrati e f, nam simplum est
quincuplum. Itaq̄ quindēcuplum quadrati c f: est æquale quindēcuplo quadra-
ti d k, ideoq̄ per 15 quinti quadratum c f: est æquale quadrato d k, quare etiā
linea c f: est æqualis lineæ d k. Ergo ex diffinitione circulorum æqualium/ cir-
culus circūscribens pentagonum c: est æqualis circulo circūscribenti trigo-



dri pariter acceptis/ cuius trigonus est vna ex 20 basibus: siue illud dodecedron & istud icofedron eadē sphaera circūscribat/ siue diuerse, itaq; proportio trigincupli a d i b cad omnes superficies illius dodecedri pariter acceptas: est sicut trigincupli e h i fg ad omnes superficies icofedri pariter acceptas. vtroq; enim est proportio æqualitatis. Quare permutatim trigincuplū a d in b c ad trigincuplū e h in fg: sicut omnes superficies illius dodecedri ad omnes superficies huius icofedri. & per 15 quinti trigincupli ad trigincuplum: est sicut simpliciter ad simpliciter. Constat igitur per 11 quinti q; proportio omnium superficialium illius dodecedri ad omnes superficies huius icofedri: est eius quod fit ex a d in b c ad id quod fit ex e h in fg. Et hoc est quod ex correlario proponitur.

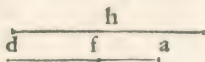
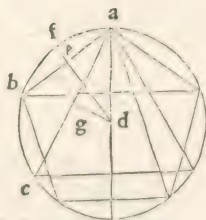
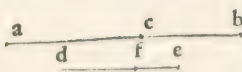
Eucl. ex Camp.

Propositio 8.



Proportio cunctarum superficialium corporis duodecim basium pariter acceptarum ad cunctas superficies corporis viginti basium pariter acceptas: quæ ab vna sphaera ambo circūscribuntur: est tanquam proportio lateris cubi quem circūscribit eadē sphaera/ ad latus trianguli ipsius corporis viginti basium.

CAMPANVS. ¶ Ut ab huius 8 demonstrationis 14 libri processu ambiguitas omnis abscedat: istud præscire oportet. Quod si aliqua linea secundum proportionem habentem medium duorum extrema fuerit diuisa/ & ex medietate eius tanquam dimidiū suæ maioris portionis detrahatur: ipsa quoque medietas secundum proportionem habentem medium duorum extrema diuisa erit/ & eius maior portio est tanquam dimidiū maioris suæ duplæ. Verbi gratia. Sit a b diuisa secundum proportionem habentem medium duorum extrema/ in c: & maior eius portio sit a c. & sit d e tanquam dimidiū a b: & d f tanquam dimidiū a c. Dico ergo q; d e diuisa est in f secundum proportionem habentem medium duorum extrema: & maior portio eius est d f. constat enim ex 15 quinti q; proportio a b ad a c: est sicut d e ad d f, videlicet duplæ ad duplæ tanquam simpliciter ad simpliciter. Quare permutatim a b ad d e: sita c ad d f. igitur per 19 quinti e b ad f e: sicut a b ad d e. Est q; e b: duplæ ad f e. sicut enim est a b ad d e. Cum igitur tota a b sit duplæ ad totā d e, & singulæ partes a b ad singulas partes d e: erit ex 15 quinti & prima eiusdem & diffinitione lineæ diuisæ secundum proportionem habentem medium duorum extrema/ linea d e diuisa in f, quemadmodum proponitur. ¶ Nunc igitur demonstrationi eius quod propositum est insistamus. Ad cuius exemplū sit a b c circulus cuius centrum d: circūscribens pentagonū dodecedri & trigonū icofedri: quæ ambo pariter eadē sphaera circūscribit & concludit, nā ex 5 huius manifestū est: q; idē circulus huius pentagonū & illius trigonū circūscribit. Sit autē linea a b, latus pentagoni: & linea a c, trigoni. sitq; linea h: tanquam latus cubi ab eadē sphaera circūscripti. Dico itaq; q; proportio omnium superficialium dodecedri pariter acceptarum ad omnes superficies icofedri pariter acceptas: est sicut linea h ad lineā a c. prout scatur quidē a centro d, perpendicularis ad a b: quæ transeat usque ad circūferentiā/ secās a b in puncto e, & arcū eius in puncto f. hanc autē perpendicularem constat videre per æqualitatem lineā a b q; eius arcū: chordā quidē a b per secundam partem 3 tertij/ arcum vero eius per 4 primi & 27 tertij. Est igitur arcus f a decima pars circūferentiæ. Subtrahatur itaq; sibi chorda a f: quæ erit latus decagoni equilateri eiusdem circuli. erit igitur ex 9 decimi lineæ cōstās ex d f, f a, diuisa secundum proportionem habentem medium duorum extrema: & maior portio erit linea d f. At vero ex prima huius/ d e: est æqualis dimidiū d f dimidiūq; f a in lōgū directūq; cōiunctis. Sit igitur d g: perpendicularis ad a c. eritq; ex correlario 6 decimi/ g d: tanquam dimidiū d f. Itaq; si a linea d e quæ est tanquam dimidiū d f, cū d f & f a sit linea vna/ detrahatur æqualis d g quæ est tanquam dimidiū d f: erit per illud quod ante hoc probatū est/ linea d e diuisa secundum proportionem habentem medium duorum extrema/ & maior portio erit tanquam g d. Ex demonstratione autē 17 decimi constat/ q; si linea h quæ est latus cubi diuisatur secundum proportionem habentem medium duorum extrema: maior portio eius erit tanquam a b quæ est latus pentagoni figuræ 12 basium. Itaq; per secundam huius/



LIBER XIII
 proportio h ad a b: est sicut d e ad g d. quare per primā partē 15 sexti quod
 provenit ex h in g d: aequū est ei quod fit ex a b in d e. ¶ Ex correlario autē
 præmissæ manifestum est/ qd proportio omnīū superficiū dodecedri cuius la-
 tus a b pariter accepturū ad omnes superficies icosedri cuius latus a c pariter
 acceptas: est sicut eius quod fit ex a b in d e, ad illud quod fit ex a c in g d. Igi-
 tur ex prima parte 7 quinti & 11 eiusdē: proportio eius quod provenit ex h in
 g d, ad illud quod provenit ex a c in g d: est sicut omnium superficiū illius
 dodecedri ad omnes huius icosedri. At vero ei9 quod provenit ex h in g d, ad
 illud quod provenit ex a c in g d: est per primā sexti quod fit h ad a c. Itaq; per 11
 quinti proportio oīm superficiū illius dodecedri ad oēs huius icosedri: est si-
 cut h ad a c. quod est positū. ¶ Hoc ipsū aliter probare poterimus: si ad ip-
 sum huius antecedens necessarium præmiserimus/ quod est.
 Corollarij. inscribatur: rectā

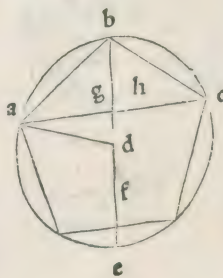
¶ Si circulo cui libet pentagonus æquilaterus inscribatur: rectā gulum quod sub dodrante diametri ipsius circuli & sub dextante ipsius lineæ angulum ipsius pentagoni subtendens cōtinetur/ei dem pentagono æquum esse ex necessitate oportet.

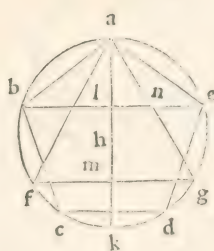
dem pentagono æquum esse ex necessitate oportet.
¶ Maiores nostri vnū qđq; integrū in 12 partes æquales intellectū & ratione di-
uiserunt: oēsq; eas simul hoc est ipsum totum / assem vocauerūt. vñdecim vero
earū: dixerūt deuncē. decem autē: sextantē. nouē: dodrantē. octo vero: bisse. at
septē: septatē vel septuncē. sex autē semis. quinq; quicuncem. quatuor: trien-
tem. tres autē: quadrantē. duas vero: sextantē. vnā autē: appellauerūt vñciā.
easq; p ordinē talib; designauere figuris: q̄ sepiissime inuentiunt ī antiq; libris.

As Deunx Dextans Dodrans Bisse Septunx
 S ff H. 7 Sextans Vncia
 Semis Quincunx Triens Quadrans
 ¶ Vncia quoq; quā duodecimā partē assis fore diximus: in alias rursus 12 frac-
 tiones/ sed alia via diuiserūt. nā medietatē vnciā: dixerūt semiunciam. tertiam
 vero: duellā. quartā: sicilicū. sextā: sexculā. octauā: dragmā. duodecimā: semissi-
 clā. decimā octauā: tremissem. vigesimā quartā: scrupulū. quadragessimā octauā:
 obolū. septuagesimā secundā: bisfiliquā. nonagesimā sextā: ceracē. Vltimā ve-
 ro quā est centesima quadragesima quarta pars ipsius vnciā: siliquā nomina-
 uerūt. His autē 12 fractionibus vnciā posteriores adiungere calculū. est autē
 calculus centesima nonagesima secundā pars vnciā. cuius additionis causa su-
 it: vt vsq; ad minimū extremū diatesseron & diapêtesymphoniarū tonorū se-
 mitonorūq; interuallis distinctarū/harū fractionū denominatio cōscēderet vel
 contenderet. & ipsas omnes secundū ordinē talibus annotauere figuris.

contenderet. & ipsas omnes secundū ordinē talibus annotandas
 Semiuncia Duella Sicilicus Sexcula Dragma Hemiflecta Tremissis
 Siliqua Calculus
 Pentagonus aegla

$\text{SS } 24 \div 45$ M 72 L 90 Siliqua Calcus
Scrupulus Obulus Bissiliqua Ceraces Siliqua Calcus
CEius ergo quod dicitur: sensus est. Qz si in aliquo circulo pentagonus ægla-
terus inscribitur: illud qđ fit ex tribus quartis diametri circuli in quinque sextas
lineæ subtēdētis vnū ex angulis inscripti pētagoni / æquale est pētagano. Verū-
bi gratia, Sit circulus a b c iup centrū d: etiq; ex ii quarti cōrīnētia sint a b & b c. &
nus æqlaterus / cuius duo latera vnū ex suis angulis cōrīnētia sint a c p e.
angulo b subtēdatur linea a c: & protrahatur diameter b d e secās lineā a c p e:
qualia in pñcto g, sitq; d f medietas d e . & g h dupla ad h c . eritq; b f dodrās
diametri: est enī tres quartæ ipsius. & a h erit sextās vel sextās a c: est enī s se-
xtæ eius. protrahatur autē linea a d. dico qđ illud qđ prouenit ex b f i a h: est
equale pētagono inscripto circulo. Cū enī a g sit perpendicularis ab d. ideoq; quod
puenit ex b f in a g: triplū erit ad eūdē triagūlū. & qđ puenit ex b f in h g: du-
plū. & ex b f in totā a h: quinquplū. Cū itaq; totus pētagonus quintuplus sit
ad eūdē triagūlū: cōstat qđ illud qđ fit ex b f i a h, est æquale pētagono. Et illud
H. iiii.





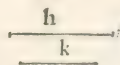
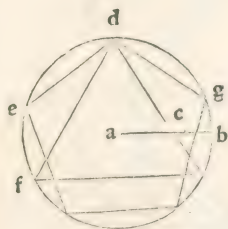
erat demonstrandum. Quod igitur ex principio propositum est: nunc alia via (sicut promissimus) demonstramus. Sint itaque circulo cuius centrum h, inscripti / pentagonus figura 12 basium & trigonus figura 20 basium: quas eadem sphaera circumscribit. Constat enim ex 5 huius: quod huius dodecedri pentagonus & illius icosedri trigonus: ab eodem circulo circumscribuntur. Sit pentagonus a b c d e: & trigonus a f g. & angulo a pentagoni subtendatur linea b e: quae ex demonstratione 17 tredecimi erit latus cubi quem eadem sphaera continet. protrahatur itaque diameter a h k: secans orthogonally & per aequalia utraque duarum linearum b e & f g. hanc quidem in puncto l: illam vero in puncto m. Dico ergo quod proportio omnium superficierum dodecedri ad omnes icosedri quorum pentagonus & trigonus propositi circulo sunt inscripti: est sicut latus cubi b e, quae est latus cubi ab eadem sphaera conclusi ad lineam f g quae est latus trigoni icosedri. Constat enim ex correlario 8 tredecimi: quod linea h m est dimidium lineae a h. ideoque a n erit doctus diametri a k: est enim eius tres quartae. Sit ergo l n: dupla ad n e. eritque b n dextans b e: est enim quicquid eius sexte. Itaque per praemissum antecedens: quod provenit ex a m in b n, erit aequale pentagono a b c d e: quod autem provenit ex a m in m f, e est aequale triangulo a f g. Igitur ex prima sexti: proportio pentagoni ad trigonum: est sicut b n ad m f. quare duo decupli illius pentagoni ad vigintuplum istius trigoni: sicut duodecupli lineae b n ad vigintuplum lineae m f. quod ex 15 quinti & aequa proportionalitate manifestum est. Duodecuplum autem b n: est tanquam decuplum b e. nam 12 dextantes: coequat 10 iasses hoc est 10 tota. vigintuplum vero m f, est tanquam decuplum f g: nam f g, est dupla ad m f. Igitur duodecupli istius pentagoni ad vigintuplum istius trigoni: est sicut decupli b e ad decuplum f g. Et quia duodecuplum illius pentagoni est omnes superficies dodecedri / vigintuplum autem huius trigoni est omnes superficies icosedri: & quia per 15 quinti decupli b e ad decuplum f g sicut b e simpliciter ad f g simpliciter: erit per 11 quinti proportio omnium superficierum dodecedri pariter acceptarum ad omnes superficies icosedri pariter acceptas: sicut b e ad f g. Et hoc est quod oportuit nos demonstrare.

Eucl. ex Camp.

Propositio 9.

Divisa qualibet linea secundum proportionem habentem medium duosque extrema: erit proportio lineae potentis supra totam lineam eiusque maiorem portionem ad lineam potentem supra totam eiusdemque minorem portionem: tanquam proportio lateris cubi ad latus trianguli corporis viginti basium una cum cubo ipso in eadem sphaera contenti.

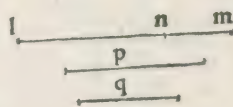
CAMP. Sit linea a b divisa secundum proportionem habentem medium duosque extrema: & maior portio sit linea a c. & super centrum a secundum quantitatem lineae a b describatur circulus d b e: etque inscribatur ex 11 quarti pentagonus aequilaterus cuius unum latus sit d e, & ex secunda eiusdem triangulus equilaterus cuius unum latus sit d f. & vni ex angulis pentagoni qui sit d: subtendatur linea e g. Constat igitur ex 5 huius: quod sphaera circumscribens dodecedron cuius pentagoni latus est d e, circumscribit simul icosedron cuius trianguli latus est d f. & ex demonstratione 17 tredecimi manifestum est. quod eadem sphaera circumscribit cubum cuius latus est e g. Sumatur ergo linea h potens super totam a b & eius maiorem portionem a c: & sumatur k potens super totam a b & minorem eius portionem b c. Dico itaque quod proportio e g ad d f, hoc est lateris cubi ad latus trianguli icosedri una cum ipso cubo ab ipsa sphaera contenti: est sicut h ad k. Constat quidem quod ex correlario 15 quarti: quod a b est tanquam latus hexagoni equilateri circulo b d e inscripti. Igitur ex tertia huius: a c est tanquam latus decagoni eiusdem circuli. Itaque per 10 tredecimi: d e: potens est super totam a b & eius maiorem portionem a c. quare d e: est aequalis h. nam quadratum utriusque earum: tantum est quantum quadrata duarum linearum a b & a c pariter accepta. Patet autem ex 8 tredecimi: quod d f est tripla potentialiter ad a b. at vero ex 5 eiusdem patet: quod k quoque tripla est potentialiter ad a c. Ergo ex secunda parte 21 sexti proportio d f ad a b: est sicut k ad a c. quare permuta-



tatim d f ad k: sicut a b ad a c. Et quia ex demonstratione 17 tredecimi mani-
festum est qd si e g diuidatur secundum proportionem habentem medium duorum
extrema: maior portio eius erit tanquam d e: erit per secundam huius proportio e g
ad d e, sicut a b ad a c. quare per 11 quinti erit quoque e g ad d e: sicut d f ad k.
& permutatim e g ad d f: sicut d e ad k. Et quia per primam partem 7 quinti
d e ad k sicut h ad k, eo quod d e & h sunt æquales: erit per 11 quinti e g ad d f, si-
cut h ad k. Quod est propositum. ¶ Non solum autem est proportio e g late-
ris cubi ad d flatum trianguli icofedri sicut h ad k: immo simpliciter sicut qua-
rumlibet duarum linearum unius ad alteram: quarum altera potest super totam
tam quamlibet lineam diuisam secundum proportionem habentem medium duorum
extrema & super eius maiorem portionem: altera vero super totam & eius mi-
norem portionem. nam singularum linearum talium est proportio una. Verbi gra-
tia. maneant priores hypotheses circa lineas a b, h, & k. & sumatur quoque qua-
libet alia linea quæ sit l m, diuisa secundum proportionem habentem medium
duorum extrema in n: & portio maior sit l n. sitque linea p potens super totam l m
& eius maiorem portionem l n: & linea q sit potens super totam l m & eius
minorem portionem m n. Dico ergo qd proportio p ad q: est sicut h ad k. Con-
stat enim ex secunda huius: qd b a ad a c, est sicut l m ad l n. ergo per primam par-
tem 21 sexti/ quadrati b a ad quadratum a c: est sicut quadrati m l ad quadratum
n l. quare coniunctim quadrati h ad quadratum p: sicut quadrati a c ad
quadratum l n. & permutatim quadrati h ad quadratum p: sicut quadrati a c ad
quadratum l n. Eodem argumentationis genere sequitur qd proportio quadrati
k ad quadratum q: est sicut quadrati c b ad quadratum n m. Et quia ex secunda
huius et prima parte 21 sexti quadratum h ad quadratum p, sicut qua-
dratum k ad quadratum q. quare per secundam partem 21 sexti h ad p: sicut k
ad q. Et permutatim h ad k: sicut p ad q. Quod erat demonstrandum. ¶ Et ne
quis dubitationis locus ea quæ demonstranda restant obfuscet: præmittenda
adhuc duximus quædam/ quibus sequentia firmo demonstrationis robore in-
conculsa permaneant.

¶ Si aliqua plana superficies sphaeram quamlibet secet: commu-
nis sectio planæ superficiei secantis & curvæ superficiei sphaeræ
erit circūferentia continens circulum.

¶ Sit igitur aliqua plana superficies secans sphaeram: & sit linea a b communis
sectio superficiei secantis & superficiei sphaeræ. dico qd linea a b est circūferen-
tia circuli. Aut enim centrum sphaeræ est in plana superficie secante: aut extra.
Quod si fuerit in ea: ponatur ubicunque contigerit/ & sit c. Quia ergo tota linea a b
est in superficie sphaeræ/ & quia omnes lineæ ductæ a centro sphaeræ ad ipsam
us circūferentiam sunt æquales quæadmodum constat ex diffinitione sphaeræ:
sequitur ut omnes lineæ ductæ a puncto c ad lineam a b sint æquales. Est igitur
tur ex diffinitione circuli superficies quam continet linea a b, circulus: & eius
centrum est c, videlicet id quod centrum sphaeræ. Si autem centrum sphaeræ fue-
rit extra superficiem secantem: ponatur ergo ubilibet quod sit d, a quo secundum
doctrinam 11 undecimi ducatur linea d c perpendicularis ad superficiem secan-
tem. & protrahantur ab eodem centro d, duæ lineæ rectæ quomodocunque conti-
gat ad lineam a b, quæ sint d a & d b: & iungatur c cum a & cum b. eruntque duæ
lineæ d a & d b æquales: eo quod ipsæ sunt a centro sphaeræ ad superficiem eius.
Ex diffinitione autem lineæ perpendicularis ad superficiem/ manifestum est: qd
anguli d c a & d c b sunt recti. ideoque ex penultima primi/ & ista communi sci-
entia (quæ æqualibus sunt æqualia inter se sunt æqualia) erunt quadrata duarum
linearum c d & c a pariter accepta: æqualia quadratis duarum linearum c a & c b
pariter acceptis. dempto itaque utrinque quadrato d c: erit quadratum c a æqua-
le quadrato c b. quare & linea c a: linea c b. Eodem argumentationis genere ne-
cesse est omnes lineas ductas a puncto c ad lineam a b: esse æquales. Ergo ex
diffinitione circuli/ superficies quam continet linea a b, est circulus: & eius cen-
trum est c. quod est propositum. ¶ Ex hoc itaque manifestum est/ qd cum superfi-
cies secat sphaeram super centrum eius: sector proueniens in superficie sphaeræ



ra est linea continens circulum cuius cētrum est centrum sphæræ. Cum autem superficies secat sphæram non super centrum eius: sector quoq; proveniens in superficie sphæræ: est linea continens circulum cuius centrum est punctus ille in quo incidit perpendicularis ducta a centro sphæræ ad superficiem secantē.

¶ Amplius autem dico

¶ Si in sphæra aliqua fuerint circuli æquales: perpēdiculares ductæ a centro sphæræ ad superficies illorum circulorum erunt adinuicem æquales.

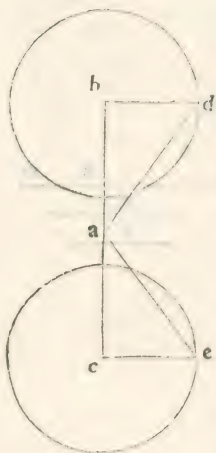
¶ Sint in sphæra cuius centrum a, signati duo circuli b & c æquales: quorum superficies protrahantur a centro sphæræ videlicet a pūcto a, perpendicularares secundum q; docet 11 vndecimi. ad hunc quidem a b: ad illum autem a c. Di co q; duæ lineæ a b & a c: sunt æquales. Protrahantur enim a pūctis b & c, singulæ lineæ rectę ad circūferentias illorum circulorum prout libuerit. in hoc quidem b d: in illo autem c e. & iungatur a cum d & cum e. eritq; ex diffinitione lineæ supra superficiem perpendiculariter stantis: vterq; duorū angulorū a b d, a c e, rectus. Atvero ex secūda parte præmissi correlarij manifestū est q; duo pūcta b & c sunt centra circulorū b, c: ideoq; duæ lineæ b d & c e sunt semidiametri eorū. qui circuli cū ponantur æquales: sequit ex diffinitione equales lineæ circulorū has semidiametros esse æquales. Et quia duæ lineæ a d & a e sunt æquales: quia sunt ductæ a centro sphæræ ad eius superficiem: erunt ex penultima primi duæ perpendicularares a b & a c æquales. Quod oportebat demonstrare. Nunc igitur ad propositum redeamus.

Eucli. ex Camp.

Propositio 10.

Roportio corporis dodecedri ad corpus icofedri: quę an bo vna eadēq; sphæra includit: est sicut omnium superficiesierum eius pariter acceptarum ad omnes superficies illius pariter acceptas.

¶ CAMP. ¶ Hoc est quod superius post demonstrationem 1 huius / auctoritate Aristei & Apollonij cōmemorauimus: cuius demonstratio ex ijs q; præmissa sunt: euidenter elicitur. Ex 5 quidem huius manifestum est q; circuli quorū alter circūscribit pētagonū dodecedri / reliquus vero trigonū icofedri / q; abo corpora sphæra vna coercent: sunt adinuicē æqles. Itaq; erūt perpēdiculares a centro sphæræ ad superficies omniū circulorū circūscribētū pentagonos huius dodecedri & trigonos illius icofedri in eorū cētra cadētes: adinuicē æquales / sicut ex præmissis manifestū est. nā oēs hi circuli: teste 5 huius sicut dictū est: æqles sunt sibi adinuicē. Pyramides igitur quarū sunt bases pētagonū dodecedri & conū earū similiter cētrū sphærę: sunt æq; altæ. Cūctarū quidē pyramidū altitudinē: mēsurāt vel determināt a conis ad bases perpēdiculares cadētes. Pyramides autē q; altas / suis basibus pportionales esse oportet: quęadmodū 16 duodecimi pbatū est. Itaq; proportio pyramidis cuius pētagonus dodecedri ad pyramidē cuius basis trigonū icofedri: est sicut istius pētagoni ad hūc trigonū. ideoq; p 24 quiti / pportio duodecupli illius pyramidis cuius basis pētagonus dodecedri / ad pyramidē cuius basis trigonus icofedri: sicut duodecupli illius pētagoni ad hūc trigonū. eę autē 12 pyramides quarū sunt bases 12 pētagoni dodecedri / sunt tanq; totum corpus ipsius dodecedri: at 12 pentagoni tanq; oēs superficies eius. itaq; pportio corporis dodecedri ad pyramidem cuius basis est trigonus icofedri: est sicut pportio oīm superficiesū dodecedri ad trigonū icofedri. Quare rursus ex 24. quiti. pportio corporis dodecedri ad vigicuplū illius pyramidis cuius basis est trigonus icofedri: est sicut oīm superficiesū dodecedri ad vigicuplū trigoni icofedri. Cū igitur vigicuplū huius pyramidis sit tanq; totū corpus icofedri / at vigicuplū istius trigoni tanq; oēs superficies ipsius icofedri: erit proportio corporis dodecedri ad corpus icofedri q; abo vna eadēq; sphæra cōcludit / sicut pportio oīm superficiesū corporis dodecedri pter acceptarū ad oēs superficies corporis icofedri pter acceptas. Hoc autē est prædictorū philosophorū de pportioe horū duorū corporū sentētia: fixa solidaq; demonstratiōe roborata.



Cui quoque adijciendum est hoc. nam cum proportio lateris cubi ad latus tri-
anguli corporis icofedri vna cum ipso cubo ab eadem sphaera conclusi / sit
sicut proportio omnium superficierum corporis dodecedri pariter acceptari
ad omnes superficies ipsius icofedri in eadem sphaera conclusi / sicut ex 8 hu-
ius demonstratum est: erit ex 11 quinti proportio corporis dodecedri ad cor-
pus icofedri quæ ambo sphaera vna circūuoluit tanq̃ proportio lateris cubi ei-
demq̃ sphaeræ inscripibilis ad latus ipsius trigoni icofedri. Amplius autem /
quia diuisa qualibet linea secundum proportionem habentem medium duosq̃
extrema / est proportio lineæ potentis super totam & eius maiorem portionē
sicut lateris cubi alicui sphaeræ inscripti ad latus trigoni corporis icofedri ab
eadem sphaera circūducti / sicut ex 9 huius demonstratum est: erit etiam ex 11
quinti vt diuisa qualibet linea secundum proportionem habentem mediū duo-
q̃ extrema sit proportio lineæ potentis super totam & eius maiorem portionē
ad lineam potentem super totam & eius minorem portionem / veluti propor-
tio corporis dodecedri ad corpus icofedri quæ ambo vna atq̃ eadem sphaera
circūscribit. Ex dictis igitur manifestū est / q̃ proportio lateris cubi alicui sphae-
ræ inscripti ad latus trigoni icofedri ab eadem sphaera circūscripti / item pro-
portio cunctarum superficierum dodecedri ad cunctas superficies icofedri quæ
ambo eadem sphaera circūscribit / & rursus proportio lineæ potentis super
quamlibet lineam diuisam secundum proportionem habentem medium duo-
q̃ extrema & super eius maiorem portionem ad lineam potentem super ean-
dem & super eius minorem portionem / itaq̃ iterum proportio corporis dode-
cedri ad corpus icofedron quæ ambo vna eadēq̃ sphaera coeret: est propor-
tio vna. ¶ Mirabilis itaq̃ est potentia lineæ secundum proportionem habentem
medium duosq̃ extrema diuisæ. Cui cū plurima philosophantium admis-
sione digna cōueniant: hoc principium vel præcipuū ex superiorum prin-
cipiorum inuariabili procedit natura / vt tam diuersa solida tum magnitudi-
ne tum basium numero tū etiā figura / irrationali quadam symphonia ratio-
nabiliter conciliet. Quippe demonstratum est / q̃ proportio dodecedri corpo-
ris ad icofedron corpus quæ ambo sphaera vna coambit: est quasi proportio li-
næ potentis super quālibet lineā secūdu præfatam proportionem diuisam &
super eius maiorem partem / ad quālibet lineam potētem super eandem & e-
ius minorem partem. ¶ Quoniā vero de tribus ceteris corporibus regularibus
nihil adhuc diximus: studeamus de ipsis aliquid dicere.

Propositio 11.

Eucl. ex Camp.

N omni triangulo æquilatero si ab vno angulorum eius
perpendicularis ad basin ducatur: latus eiusdem trian-
guli ad ipsam perpendicularem potentialiter sesquiter-
tium esse conueniet.

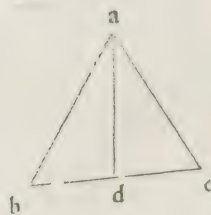
¶ **CAMP.** ¶ Sit enim triangulus æquilaterus a b c: ducaturq̃ ab angulo a, li-
nea a d, perpendicularis ad basin. Dico q̃ a b est potentialiter sesquitertiu ad a
d. Sunt quidem ex 5 primi / duo anguli b & c æquales. Et quia anguli ad d sunt
recti: erit per 26 primi lineæ b c diuisa per æqualia in puncto d. Itaq̃ ex 4-
secundi quadratum b c: quadruplum ad quadratum b d. ideoq̃ etiam quadra-
tum a b: quadruplum est ad quadratum b d. est enim triangulus æquilaterus.
Quare per penultimā primi quadrata duarum linearum a d & b d pariter acce-
pta: quadruplum sunt ad quadratum b d. Itaq̃ quadratum a d: triplum est ad
quadratum b d. Constat ergo propositum.

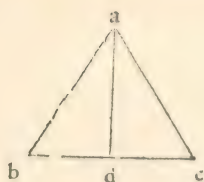
Propositio 12.

Eucl. ex Camp.

Mnis trigonus æquilaterus cuius est latus rationale: su-
perficies medialis esse probatur.

¶ **CAMP.** ¶ Sit vt prius / triangulus a b c æquilaterus: & sit latus
eius a b rationale siue in longitudine siue in potentia tantum. Dis-
co itaq̃: q̃ ipse triangulus est superficies medialis. Ducatur enim perpendicu-
laris ad: a b angulo a, ad basin. eritq̃ ex præmissa & ex 6 decimi & diffinitio-
ne superficiei rationalis / quadratum lineæ a d rationale: & lineæ a d rationa-





lis in potentia. Ipsa autem ex vltima parte decimę mediāte præmissa erit incommensurabilis lineæ a bideoque & linea b d, quæ est tanq̃ eius dimidiū. Sunt itaq; duæ lineæ a d & b d:rationales/potentialiter tantū cōmunicantes. igitur ex 19 decimi superficies vnius earū in alterā:est medialis. Cūq; superficies vnius earū in alterā sit æqualis trigono a b c: constat verum esse quod diximus.

Eucl. ex Camp.

Propositio 13.



Vnctæ superficies vtriuslibet duorum solidorum quorū 13 alterum est pyramis quatuor basium triangularium & æquilaterarum/ reliquum vero est corpus octo basium triangularium & æquilaterarum/pariter acceptæ: si diameter sphæræ ea circumscribentis rationalis fuerit / componunt superficiem mediam.

CAMP. Nam si diameter sphæræ alterum duorum propositorum corporum circumscribētis fuerit rationalis siue in longitudine siue in potentia tātum: erit ex correlario 13 tredecimilibri latus pyramidis rationale in potentia/ & ex correlario eiusdem 15 latus quoq; corporis octo basium rationale in potentia. quare per præmissam/ trianguli qui sunt bases vtriuslibet corporis: erunt superficies mediales. Et quia trianguli vtriuslibet eorum sibi adinuicem sunt æquales: erunt ex 11 decimi omnes superficies vtriuslibet eorum pariter acceptæ cōponentes superficiem mediam/ quemadmodum proponitur.

Eucl. ex Camp.

Propositio 14.



I tetrachedron & octoedron vna eademq; sphæra circū 14 scribat: erit vna ex basibus tetrachedri sesquialtertia ad vnā ex basibus octoedri. Omnes autē bases octoedri pariter acceptas ad omnes bases tetrachedri pariter acceptas/ sesquialteram proportionem habere: necesse est.

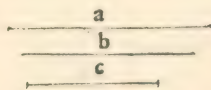
CAMP. Sit aliqua sphæra cuius diameter a, circūscribens pyramidē cuius latus b: & octoedron cuius latus c. Dico itaq; q̃ triangulum æquilaterum cuius latus b, sesquialterius est ad triangulum æquilaterum cuius latus c: & q̃ superficies quam cōponunt octo trianguli æquilateri cuiusq; quorū est latus c, sesquialtera est ad superficiē quā cōponunt quatuor triāguli æquilateri cuiusq; quorū est latus b. Constat enim ex correlario 13 tredecimi: q̃ quadratū a ad quadratū b, est sicut 6 ad 4. igitur eōuerso quadratum b ad quadratum a: sicut 4 ad 6. Ex correlario vero 15 eiusdem manifestū est: q̃ quadratū a ad quadratum c, sicut 6 ad 3. Itaq; per æquam proportionalitatem quadratum b ad quadratum c: sicut 4 ad 3. Quadratū autem b ad quadratum c: est sicut trigonus æquilaterus cuius latus b, ad trigonū æquilaterum cuius latus c. vtrūq; enim: est sicut b ad c proportio duplicata ex secūda parte 18 sexti. igitur trigonus æquilaterus cuius latus b, ad trigonum æquilaterum cuius latus c: sicut 4 ad 3. Quare constat prima pars propositi. **Ex quo euidenter elicitur secunda.** Erīt enim per conuersam proportionalitatem trigonus æquilaterus cuius latus c, ad trigonum æquilaterum cuius latus b: sicut tria ad quatuor. ideoq; octuplum trigoni æquilateri cuius latus c, ad quadruplum trigoni æquilateri cuius latus b: est sicut octuplum ternarij ad quadruplum quaternarij. hoc autem: sicut 24 ad 16. Et quia octuplum trigoni æquilateri cuius latus c, est omnes bases octoedri cuius latus c, & quadruplum trigoni æquilateri cuius latus b, est omnes bases pyramidis cuius latus b, & quia proportio 24 ad 16 est sesquialtera: sequitur vt superficies quam cōponunt omnes bases octoedri cuius latus c, ad superficiem quam cōponunt omnes bases pyramidis cuius latus b, sesquialtera (sicut diximus) in proportionē respiciat.

Eucl. ex Camp.

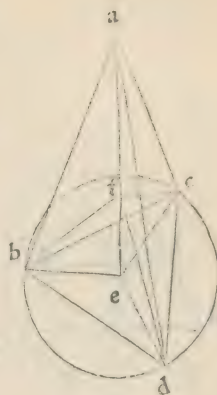
Propositio 15.



Pyramide quatuor basium triangularium atq; æquilaterarū 15 intra sphæram quālibet collocata/ si a quolibet angulorum eius per centrum sphæræ recta linea ad basim



ducatur: in centrum circuli basin circūscribentis eam cadere / atq;
eidem basin perpendiculariter insistere necessario comprobatur.
CAMPANVS. ¶ Sit pyramis a b c d, 4 basiu triangularium atq; æquilate-
rarum: intra sphaeram aliquam cuius centrum sit f, collocata. & cum quilibet
quatuor angulorum istius pyramidis possit esse conus eius / & quilibet quatuor
triangulorū esse basis: imaginemur nūc eius solidum angulum a esse conum /
& triangulum b c d imaginemur esse basin: atq; huic basi intelligamus circū-
scriptū esse circulū b c d, dehinc a puncto a quē imaginati sumus conum py-
ramidis: ducamus ad basin b c d, lineam rectam transeuntem per punctum f
qui est centrum sphaeræ circūscribentis pyramidem de qua disputamus: & oc-
currat hæc linea superficiem b c d quam imaginati sumus basin pyramidis / su-
per punctum e. Dico igitur q; punctum e est centrum circuli b c d: & q; linea
a f est perpendicularis ad superficiem b c d. Produca enim lineas f b, f c, f
d. Et quia quatuor puncta a, b, c, d, sunt in superficie sphaeræ cuius centrum f,
propter hoc q; illam sphaeram posuit circūscribere hanc pyramidem: erūt
omnes quatuor lineæ f a, f b, f c, f d, adinuicem æquales. sunt enim ductæ a cē-
tro sphaeræ ad eius superficiem. Ergo quia duo latera a f & f b trianguli a f b,
sunt æqualia duobus lateribus a f & f c trianguli a f c, & basis a b basi a c, nā
pyramis posita est æquilatera: erit ex 8 primi angulus a f b æqualis angulo a f
c. ideoq; per 13 primi angulus quoq; b f e: erit æqualis angulo c f e. Eodem mo-
do probabis angulum d f e: esse æqualem angulo c f e. necesse est enim ex 8 pri-
mi: ut angulus a f d sit æqualis angulo a f c. Quare per 13 primi angulus quo-
q; c f e: erit æqualis angulo d f e. Sunt igitur tres anguli b f e, c f e, d f e, adinu-
icem æquales. Protrahis igitur lineas e b, e c, & e d: sequitur ex 4. primi bis æ-
sumpta eas esse adinuicem æquales. ideoq; per 9 tertij punctus e: est centrum
circuli b c d. Et quia perpendicularis ducta a centro sphaeræ ad superficiem cuius
circuli b c d. Et quia perpendicularis cadit super centrū eiusdem circuli sicut ex ijs quę præ-
missa sunt videlicet ex ijs quæ 10 huius immediate præcedunt didicisti: con-
vincitur lineam a f esse perpendicularem ad superficiem circuli a b c. quæ ad
modum proponitur. Sin autem: erunt eiusdem circuli duo centra. quod natu-
ra tanq; impossibile exhorruit.



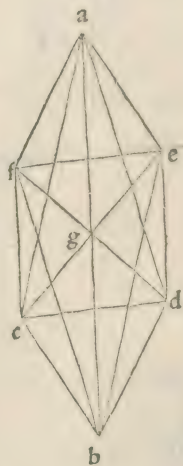
Eucl. ex Camp.

Propositio 16.

16

Solidum octo basium triangularium atq; æquilaterarū
quod ab aliqua sphaera circūscribitur: diuisibile est in du-
as pyramides æque altas quarum altitudo æqualis est
semidiametro sphaeræ / basis autem vtriusq; quadratum quod est
subduplum quadrato diametri sphaeræ.

CAMP. ¶ Esto corpus octo basium triangularium atq; æquilaterarū cuius
sex anguli sint a, b, c, d, e, f: circūscripta a sphaera cuius cētrum g. Constat itaq;
q; sex puncta a, b, c, d, e, f, sunt in superficie sphaeræ cuius centrum g. Si igitur
centrum g iungatur cum quolibet horum sex punctorum: erunt duæ lineæ iū-
gentes ipsum eis adinuicem æquales / cum ipsæ sint a centro sphaeræ ad super-
ficiem. Cum autem ex correlario 15 tredecimi sit diameter sphaeræ potenti-
ter dupla ad latus huius corporis: erit ex 4 secundi latus huius corporis poten-
tialiter duplum ad semidiametrum sphaeræ. Quadratū ergo ef: duplum est ad
quadratum ipsius c e. ideoq; æquale duobus quadratis duarum linearum e g
& g f. Itaq; per penultimā primi angulus c g f: est rectus. eadem ratione quisq;
angulorum f g d, d g e, & e g c: est rectus. quare per 14. primi / & c g d, & f g e:
est linea vna. igitur ex 2 vndecimi quinq; puncta c, f, d, e, g: sunt in superficie
vna. Manifestū est autē ex 5 primi & 32 eiusdem: q; quilibet quatuor angulorū
c, e, d, e, f, est rectus. igitur ex diffinitione quadrati: superficies c e d f est qua-
drata. Et quia latus eius est latus propositi corporis: constat ex correlario 15 tre-
decimi istud quadratum esse subduplum quadrato diametri sphaeræ. Consimili
quoq; ratiocinatione constat vtrāq; duarum linearum a g & g b, cum qualibet
quatuor linearum c g, f g, d g, e g, continere angulum rectum, ideoq; ex 4 vn-



decimi vtrāq; earum esse perpendicularē ad superficiem $c d f$. & ambas scia-
licet $a g$ & $g b$ per 14. primi cōponere lineam vnā. Diuisum est igitur propo-
situm corpus in pyramidem $a c f d e$ cuius basis quadratum $c d f$ quod est sub-
duplum quadrato diametri sphaeræ & etiam altitudo linea $a g$ quæ est semidia-
meter sphaeræ & in pyramidem $b c f d e$ cuius basis est prædictum quadratum /
& eius altitudo linea $g b$ quæ est semidiameter sphaeræ. Et hoc est quod oportet
bar ostendere.

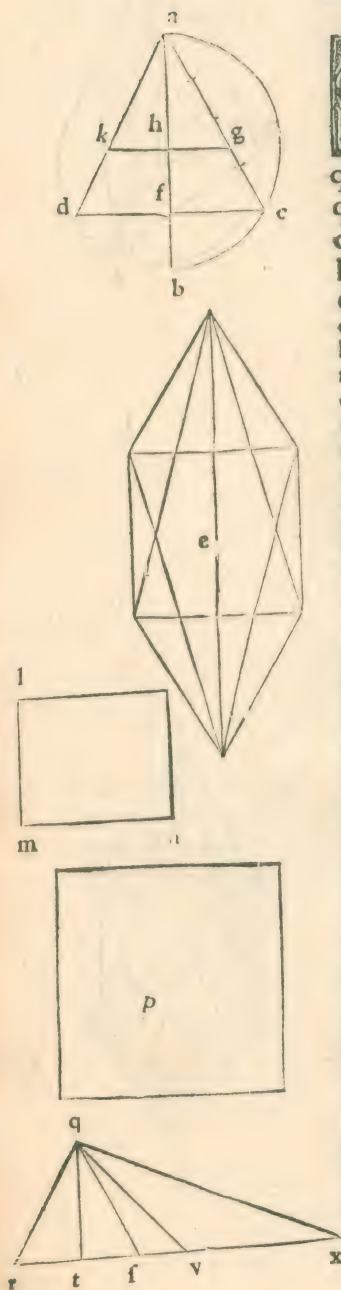
Eud. ex Camp.

Propositio 17.



Pyramidem quatuor basium triangularium atq; æquila-
terarum sphaera aliqua circumscribente/ erit proportio
tetragoni qui sub linea potentialiter subfessquitertia ad
dodrantem lateris ipsius pyramidis & sub linea super-
quincupartiente vicesimasseptimas eius dodrantis cōtinetur / ad
quadratum diametri sphaeræ: sicut corporis ipsius pyramidis ad
corpus octo basium triangularium atq; æquilaterarum/ quæ am-
bo eadem sphaera circunducantur.

CAMP. Sit sphaera cuius diameter $a b$ & centrū h : circūscribens pyrami-
dem quatuor basium triangularium atq; æquilaterarum $a c d$, & corpus octo-
basium triangularium atq; æquilaterarum quod sit e , sitq; linea $l m$ potentiali-
ter subfessquitertia ad dodrantē lineæ $a c$ quæ est latus pyramidis: & linea $m n$
contineat dodrantem prædictū & eius quinq; vicesimasseptimas, sitq; p : qua-
dratum diametri $a b$. Dico itaq; qd proportio pyramidis $a c d$ ad octoedron
est sicut superficiē $l m$ in $m n$, ad quadratum p . Imaginemur enim solidum
angulum a esse conum pyramidis: & basin pyramidis cuius vnū latus est $d c$,
secare diametrum sphaeræ in puncto f , eritq; (quæadmodum ex ratiocinatione
13 tredecimi manifestum est) $a f$ dupla ad $f b$. Cūq; etiā $a b$ sit dupla ad $b h$: erit
ex 19 quinti $b f$ dupla ad $h f$. Ideoq; $a f$ quadrupla ad $h f$. Imaginemur igitur su-
perficiem secantem pyramidem $a c d$, super centrum sphaeræ æquidistantē ba-
si ipsius: sitq; linea $g k$ cōmunis sectio huius superficiē & trianguli $a c d$, eritq;
ex 17 vndecimi proportio $c a$ ad $a g$: sicut $f a$ ad $a h$. igitur $c a$ ad $a g$: sicut 4
ad 3, sic enim est ex euerfa proportionalitate: $f a$ ad $a h$. Constat etiam ex secun-
da parte 29 primi / & 16 vndecimi / & 10 eiusdem / & prima parte 2 sexti / & dif-
finitione similiū superficiū & similium corporum: qd pyramis $a g k$ est simi-
lis pyramidi $a c d$. Ideoq; ex 8 duodecimi proportio pyramidis $a c d$ ad pyra-
midem $a g k$ est sicut $c a$ ad $a g$ triplicata, quare sicut 4 ad 3 triplicata. Con-
stat autem ex 2 octauī: qd proportio 4 ad 3 triplicata / est sicut 64 ad 27.
Itaq; proportio pyramidis $a c d$ ad pyramidem $a g k$: est sicut 64 ad 27.
Fiat ergo triangulus æquilaterus $q r$ ex linea æquali $a g$, quam constat esse
dodrantem lineæ $a c$: & producat lineam $q t$ perpendicularis ad $r f$. erit ex 11
huius linea $q t$ potentialiter subfessquitertia ad lineam $q r$: ideoq; æqualis
 $l m$. Adjiciatur quoq; lineæ $r f$ lineæ $f x$: ita qd proportio $r x$ ad $r f$ sit sicut
64 ad 27, diuidaturq; $r x$ per æqlia in v : vt sit $r v$ 32 de partibus illis de quib;
 $r f$ est 27, aut $r x$ 64. eritq; $r v$ æqualis $m n$. Et ducantur lineæ $q v$ & $q x$. es-
ritq; ex 1 sexti / proportio triāguli $q r x$ ad triāgulū $q r f$: sicut 64 ad 27. Cum
qd per eandem triāgulus $q r x$ sit duplus ad triāgulum $q r v$, at ex 41 primi
quod sit ex $q t$ in $r v$ duplum quoq; sit ad triāgulum $q r v$: erit quod sit ex $q t$
in $r v$ (& ipsum est æquale superficiē $l n$) æquale triāgulo $q r x$. quare propor-
tio superficiē $l n$ ad triāgulum $q r f$: est sicut 64 ad 27. Ideoq; sicut pyrami-
dis $a c d$ ad pyramidem $a g k$. Manifestum est autē ex 15 huius: qd linea $a f$ est
perpendicularis ad basin pyramidis $a c d$. Ideoq; per 19 vndecimi linea $a h$ est
etiam perpendicularis ad basin pyramidis $a g k$. Igitur altitudo $a g k$ pyrami-
dis est semidiameter sphaeræ. Diuidatur itaq; octoedron e : quæadmodū pro-
ponit præmissa. erit itaq; vtrāq; duarum pyramidum in quas ipsum e diuidi-
tur: æque alta pyramidi $a g k$. nam singularum altitudo: est semidiameter
sphaeræ. Quia igitur omnes lateratæ pyramides æque altæ / suis basibus sunt



LIBER XIII

proportionales vt in 6 duodecimi demonstratum est: erit proportio pyrami-
dis a g k ad vtrāq; earū in quas diuiditur octoedron e, sicut basis eius ad bas-
es earum. Quare per 24 quinti proportio pyramidis a g k ad totū octoedron
e: est sicut sue basis quam constat esse æqualem triangulo q r s, ad bases amba-
rum pyramidum in quas diuiditur e pariter acceptas / quas constat esse æqua-
les quadrato diametri sphaeræ per premissam / videlicet p. Quoniam ergo pro-
portio pyramidis a c d ad pyramidem a g k est sicut ipsius tetragoni l n ad
trigonum q r s, videlicet 64 ad 27 / & pyramidis a g k ad octoedron e sicut tri-
goni q r s ad quadratū p: erit per æquā proportionalitatem proportio pyrami-
dis a c d ad octoedron e, sicut tetragoni l n ad quadratū p. Et hoc erat de-
monstrandum.

¶ EL AB IV M. ¶ Ex premisissis igitur manifestū

● CORRELARIUM. Ex præmissis igitur manifestū est/ ϕ perpendicularis veniēs a centro sphaerę ad pyramidē quatuor basium triangularium atq; æquilaterarum circūscribentis ad quālibet basini plus pyramidis: æqualis est sextę parti diametri sphaerę.

sphæra. ¶ Cum enim cuncti trianguli pyramidem ambientes sint similes & æquales:
 erunt quoque circuli ipsos circumscribentes æquales, ideoque perpendiculares a cen-
 tro sphærae ad eosdem circulos in eorum centra: erunt etiam æquales, perpen-
 diculares autem cadentes ad circulos: sunt perpendiculares ad bases pyramidis.
 itaque perpendiculares ad bases: sunt adinvicem æquales. Linea autem h f: est per-
 pendicularis ad basin pyramidis a c d, quam h f quia constat ex prædictis ef-
 se sextam partem diametri a b, relinquitur ergo esse verum quod per correla-
 tiōē concluditur. ¶ Idem aliter demonstrare contingit: si prius hoc antecesserit fu-
 erit stabili ratione firmatum.

CIn omni triangulo aequaliter supra basin: tripla est ad perpendicularium eius orthogonaliter supra basin: tripla est ad perpendicularem quæ a cetro circuli trigonum ipsum circūscribentis ad quodlibet latus eius protrahitur.

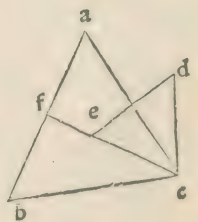
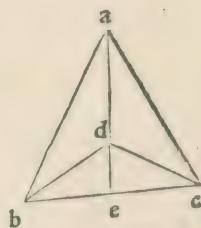
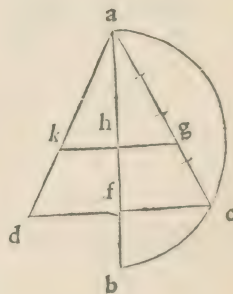
liber latus eius protrahitur.

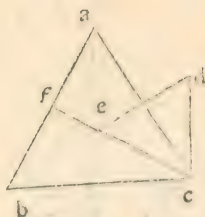
¶ Sit enim triangulus a b c: æquilaterus. sitq; d centrum circuli ipsum circū scribentis: a quo ducantur lineæ ad singulos angulos. quas manifestum est esse æquales: cum sint a centro circuli ad circū scribentis. protrahatur autem a b c in circūferentia circuli ipsum trigonum circūscribentis. protrahatur a d in continuum & directum: quousq; obuiet lateri b c super punctum e. Constat igitur ex 8 primi: q; angulus a d b est æqualis angulo a d c. ideoq; ex 13 primi angulus b d e est æqualis angulo c d e. Quare per 4 primi: b e est æqualis e c: & anguli qui sunt ad e, recti. Itaq; d e perpendicularis est ad b c: veniens a cetro circuli circūscribentis trigoni a b c. & a perpendicularis est etiam ad b c: veniens ab vno angulorum prædicti trigoni. Dico ergo: q; a tripla est ad b c: tetragonus qui fit ex d e in e b, æqualis est trigono b d ad b c. Constat enim q; tetragonus qui fit ex d e in e b, æqualis est trigono a b c. At quia trigonus a b c triplus est ad trigonum d b c: eritq; tetragonus qui fit ex a e in e b, triplus ad eum qui fit ex d e in e b. Cum igitur ex i sexti sit proportio tetragonum a e in e b ad trigonum d e in e b, sicut a e ad e d: erit a e tripla ad e d. Quæ ad modum proponitur.

¶ Sit ergo vt perpendicularis cadens ab aliquo angulo a

⊙ Necesse est ergo ut perpendicularis cadens ab aliquo angulo alicuius trigoni aequaliter super latus oppositum: transeat per centrum circuli trigonum ipsum circumscribentis. Ad hoc autem imaginemur pyramidam quod promissimus aboluimus. Ad hoc autem imaginemur pyramidam quod promissimus aboluimus. Ad hoc autem imaginemur pyramidam quod promissimus aboluimus.

¶ Nunc itaq; quod promissimus aboluimus. Ad hoc autē imaginemur py-
ramidem quatuor basium triangularium atq; æquilaterarum cuius vna ex qua-
tuor basibus eius sit trigonus a b c: circūscriptam esse a sphaera cuius centrum
d. & protrahatur linea d e perpendicularis ad superficiem trianguli a b c: quam
constat cadere in cētrum circuli dictum trigonum circūscribentis. Dico igitur
lineam d e: esse sextam partem diametri sphaeræ propositæ pyramidem circū-





cunſcribentis. producam enim lineam $d c$: & lineam c ſperpendicularem ad lineam $a b$, quam $c f$ ex proximo correlario conſtat tranſire per punctum e : & ex præmiſſo antecedente triplam eſſe ad $e f$. Conſtat autem ex 4. ſecundi q̄ ſecundum q̄ quadratū diametri ſphæræ cuius centrum d , eſt 36: et quadratum ſemidiametri $d c$, 9. ex correlario autem 13. tredecimi eſt quadratū $b c$: 24. & per 11. huius quadratum $c f$, 18. & per præmiſſum antecedens/ quadratum $c e$: 8. Quia igitur ex penultima primi quadratum $d c$ eſt æquale quadratis duarum linearum $d e$ & $e c$, eſt autem quadratum $d c$ 9/ & quadratum $c e$ 8 prout quadratum diametri ſphæræ eſt 36: relinquunt quadratum $d e$ unum / prout quadratum diametri ſphæræ eſt 36. itaq; linea $e d$ eſt unum: prout diameter ſphæræ eſt 6. quod oportebat probare. ¶ Eodem demōſtrationis genere demonſtrabitur nobis: q̄ ſemidiameter ſphæræ circūſcribentis corpus S baſium triangularis um atq; æquilaterarum tripla eſt in potentia ad perpendicularem a cētro ſphæræ circūſcribentis ipſum/ ad quālibet ſuarum baſium deſcendentem. Conſtat quidem quemadmodum dictū eſt prius/ q̄ cum omnes baſes huius corporis ſint æquales & ſimiles: erunt circuli ipſas circūſcribentes/ æquales. ideoq; perpendiculares a centro ſphæræ in ipſorum circulorum centra cadentes: erunt ad inuicem æquales. Cūq; perpendiculares ad circulos baſium/ ſint quoq; perpendiculares ad baſes: ſequitur vt perpendiculares a centro ſphæræ ad ſingulas baſes/ ad inuicem ſint æquales. Si ergo quod dicimus de perpendiculari ad vnā ſuarum baſium probetur: relinquetur verum eſſe quod proponitur. Sit itaq; vt prius triangulus $a b c$ vna ex baſibus octoedri circūſcripti a ſphæra cuius centrum d : & cetera quoq; ſiant vt prius. Cum igitur ex correlario 15. tredecimi diameter ſphæræ ſit potentialiter dupla ad latus octoedri: ſequitur vt latus octoedri ſit potentialiter duplum ad ſemidiametrum ſphæræ. ideoq; cum quadratū lineæ $b c$ eſt 12: erit quadratum lineæ $d c$ quæ eſt ſemidiameter ſphæræ: 6. ex 11. autem huius cum quadratū $b c$ eſt 12: quadratum $c f$ eſt 9. Et ex præmiſſo antecedente: quadratum $c e$ eſt 4. Itaq; cum quadratum $d c$ quæ eſt ſemidiameter ſphæræ: eſt 6: quadratum $c e$ eſt 4. Et quia ex penultima primi quadratū $d c$ eſt æquale quadratis duarum linearum $c e$ & $e d$: ſequitur vt quadratum $e d$ ſit duo/ prout quadratum $d e$ eſt 6. Conſtat ergo quod diximus.

Eucli ex Camp.

Propoſitiō 18.

Vplum quadrati quod ex diametro ſphæræ cubum circūſcribentis deſcribitur: æquum eſt omnibus ſuperficiebus ipſius cubi pariter acceptis. Perpendicularis quoq; quæ a centro ſphæræ ad quālibet ex ſuperficiebus cubi produci-
tur: medietati lateris cubi eiūſdē æqualis eſſe ex neceſſitate conuincitur.

¶ CAMPANVS. ¶ Maniſteſtum eſt enim ex correlario 14. tredecimi: q̄ diameter ſphæræ cubum includentis/ tripla eſt in potentia ad latus cubi. Cum igitur quadratum diametri ſphæræ triplum ſit ad quadratum lateris cubi: duplū quadrati diametri ſphæræ æquum erit ſexcuplo quadrati lateris cubi. Sūt autē omnes ſuperficies cubi: ſex quadrata quæ ex latere cubi in ſe producuntur. itaq; duplum quadrati diametri ſphæræ: æquum eſt omnibus ſuperficiebus cubi. Conſtat igitur prima pars. Secundam autem partem: ex 18 & 19 & 40 vnde-
cimi libri facile probabis.

¶ CORRELARIUM ¶ Ex his ergo euenire neceſſe eſt: vt ex medietate lateris cubi in biſſe quadrati producti ex diametro ſphæræ ipſum cubum ambi-
bentis: cubi ſoliditas producat.

EVCLIDI MEGARENSI

deputati libri qui in ordine

eſt decimusquartus:

Finis.

253

LIBER XIII

CEVCLIDI MEGRENSI CLARISSIMO PHI

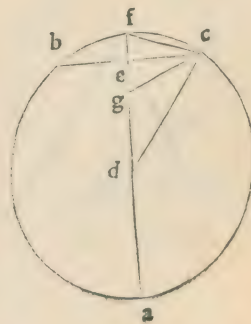
losopho Mathematicorūq; facile principi deputatus li
ber de regulariū corporū proportionē, traditore Hypsi
cle Alexandrino, ac Bartholamęo Zāberto Veneto iter
prete:q; in ordine est quartus decimus. Proœmiū.

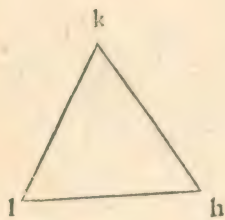
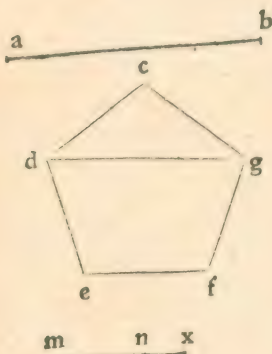
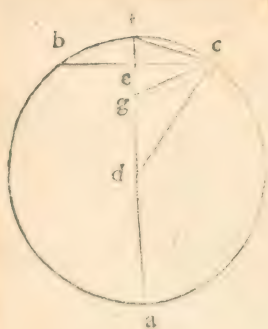


Asilides Tyrius Protarche cū Alexan
driam petiisset, patriq; nostro ob Ma
thematicas disciplinas familiaris substi
tisset: cum eo, ipso pestilentia tempore
diu versatus est. Et quandoq; discutiens
do id quod ab Apollonio scriptum est
de dodecahedri & icosaedri in eadem
sphaera descriptorum comparatione, &
quam inter se figurae huiusmodi habe
ant rationem. videbatur namq; Apollonius: hęc recte minime
conscriptisse. ipsi vero enucleantes (quemadmodum pater meus
dicebat) perscripserant. Ego vero posterius aliū comperi librum
ab Apollonio conscriptum: qui recte complectebatur eius quod
obijciebatur demonstrationem. gausi sunt inq; illi valde: in pro
blematis indagatione. Ab Apollonio namq; edictum videtur cō
muniter considerare: nam sic circumfertur. Quod vero a nobis
rursus laboriose conscriptum visum est: ea quę ex commentatio
ne deprahendi, tibi discutienda esse censui propter eā quę in om
nibus disciplinis, & in Geometria præcipue promotionē adhibe
tur, vt prompte ea quę dicentur possis iudicare. tum propter be
neuolentiam erga patrem: tum ob amorē erga nos. Benigne igitur
audies ea quę tibi trademus. Sed tempus iam esto proœmio
superfedere: & constructionem exordiri.

Eucl. ex Zamb. Theorema 1. Propositio 1.

C Quę ex centro alicuius circuli in pētagoni latus in eodē circu
lo descripti perpēdicularis acta: dimidia est simul vtriūsq; & eius
quę ex centro: & eius quę decagoni in eodem circulo descripti.
C HYPsicLES ex Zamb. ¶ Sit circulus a b c: & in ipso a b c circulo latus
pentagoni æquilateri sit b c, assumaturq; per 1 tertij centrum ipsius circuli/sitq;
d. & in ipsam b c per 12 primi perpēdicularis excitetur d e. extendaturq; in re
ctas lineas ipsius d e recta linea d e f. Dico q; ipsa d e dimidia est & hexagoni
& decagoni laterum in eodem circulo descriptorum. Connectantur enim d c,
e f: & ponatur ipsi e f æqualis g e. & ab ipso g in c connectatur g c. Quoniam
quincupla est totius circuli circumferentia ipsius b f c circumferentię: & totius qui
dem circumferentię circuli dimidia est circumferentia a e f, ipsius autem b f c
dimidia est f c: igitur & circumferentia a e f ipsius f c circumferentię quincupla est.
Quadrupla igitur est a c: ipsius f c. Sicut autem a c ad f c: sic qui sub a d c: eius
gulus ad eum qui sub f d c angulum. quadruplus igitur est qui sub a d c: eius
qui sub f d c. Duplus autem qui sub a d c: eius qui sub e f c. duplus igitur est qui
sub e f c: eius qui sub g d e. Est autem qui sub e f c: ei æquus qui sub e g c. du
plus est igitur is qui sub e g c: eius qui sub g d e. æqualis igitur est d g: ipsi g
c. Sed g c: ipsi f c est æqualis. æqualis igitur est d g: ipsi f c. Est autem g e: ip
sæ f æqualis. æqualis igitur est & ipsa d e: simul vtriq; e f c. Communis au
tem apponatur & ipsa d e. Vtraq; igitur simul d f c: dupla est ipsius d e. Est
l. j.





autem df æqualis quidem ipsius hexagoni lateri. At f c æqualis ei quod decagoni. Igitur d e dimidia est & eius quod hexagoni & eius quod decagoni / in eodem circulo descriptorum. Manifestum nempe est ex ijs quæ in tertio decimo libro theorematibus / q̄ ex centro circuli in latus trianguli æquilateri perpendicularis acta: dimidia est eius quæ ex centro circuli.

Eucl. ex Zamb. Theorema 2. Propositio 2.

Idem circulus: comprehendit & dodecahedri quinquangulum / & icosaedri triangulum in eadem sphaera descriptorum.

CHYPsicLES ex Zamberto. **H**oc inq̄ a b Aristeo describitur in eo libro cuius index est quinq̄ figurarum comparatio: ab Apollonio autem in secunda traditione comparationis dodecahedri ad icosaedrum / q̄ est sicut dodecahedri superficies ad icosaedri superficiem sic & ipsum dodecahedrum ad ipsum icosaedrum / quoniam ex centro sphaeræ in dodecahedri pentagonū & in icosaedri triangulum perpendicularis acta eadem est. Describendum quoq̄ a nobis est: q̄ idem circulus comprehendit & dodecahedri pentagonum & icosaedri triangulum in eadem sphaera descriptorum. Hoc descripto / si in circulo quinquangulum æquilaterum descriptum fuerit: quod ex latere pentagoni & quod ab ea quæ sub binis pentagoni lateribus subtensa est recta linea / quincuplum erit eius quod fit ex ea quæ ex centro circuli. Sit circulus a b c: & in ipso a b c circulo sit latus pentagoni a c. assumaturq̄ per t̄ tertij ipsius circuli centrum & sit d: & in ipsam a c, per 12 primij perpendicularis excutetur d f, & extendatur in b, e. & connectatur a b. Dico q̄ quæ ex b a, a c, quadrata: quincupla sunt eius quod ex d e quadrati. Connectatur a e. igitur a e: decagoni est. Et quoniam b e, ipsius d e dupla est: quadruplū igitur est quod ex b e: eius quod ex d e. Ei autē quod ex b e: tripla est: quadruplū igitur est quod ex b a, a e. q̄drupla igitur sunt q̄ ex b a, a e: eius quod ex d e. quincupla igitur sunt q̄ ex a b, a e, & d e: eius quod ex d e. q̄ autē ex d e, e a, æqualia ei quod ex a c. quincupla igitur sunt quæ ex b a, a c: quod ex d e.

Hoc ostenso: demonstrandum est q̄ circulus idem comprehendit & dodecahedri pentagonum & icosaedri triangulum / in eadem sphaera descriptorum. Exponatur ipsius sphaeræ diameter a b: & in eadem sphaera describatur dodecahedrum & icosaedrum. & sit vnum quidem dodecahedri pentagonum / c d e f g: icosaedri vero triangulum / esto k l h. Dico q̄ quæ ex centris circulorum qui circum ipsa / sunt æquales: hoc est q̄ idem circulus comprehendit & quinquangulum c d e f g, & ipsum k l h triangulum. Connectatur d g. Cubi igitur latus est d g: per 17 decimitertij & eius correlarium. Exponatur autem quædā recta linea m n: vt quincuplum sit quod ex a b, eius quod ex m n. Est autem & ipsius sphaeræ diameter: potentia quincupla eius quæ ex cetro circuli a quo icosaedrū describitur. est igitur m n: ea quæ ex cetro circuli a quo icosaedrū describitur. Secetur per 30 sexti m n extrema & media ratione in x: sitq̄ maius segmentum m x. decagoni igitur ipsius circuli est ipsa m x per 9 decimitertij. Et quoniam quod ex a b eius quod ex m n quincuplum est / triplum autem quod ex b a eius quod ex d g per correlarium 16 decimi: tria igitur quæ ex d g æqua sunt quinq̄ quæ ex m n. Sicut autem tria quæ ex d g ad quinq̄ quæ ex m n: sic tria quæ ex c g ad quinq̄ quæ ex m x. tria igitur quæ ex c g: quinq̄ quæ ex m x sunt æqualia. Quinq̄ autem quæ ex k l: quinq̄ quæ ex m n & quinq̄ quæ ex m x sunt æqualia per 10 decimitertij. Quinq̄ igitur quæ ex k l: æqua sunt tribus quæ ex d g & tribus quæ ex c g. Sed tria quidem quæ ex d g, & tria quæ ex c g: sunt æqualia decē & quinq̄ eis quæ ex ea quæ ex centro circuli ipsi c d e f g pentagono circūscripti. patuit nāq̄: q̄ quod ex d g vna cum eo quod ex c g, quincuplum est eius quod ex ea quæ ex centro circūscripti ipsi c d e f g pentagono. Quinq̄ autem quæ ex k l: æqualia sunt decem & quinq̄ quæ eis quæ ex centro circuli ipsi k l h triangulo circūscripti. patuit q̄ quod ex k l, triplū est eius quod ex ea quæ ex cetro circuli ipsi k l h triangulo circūscripti. Quindecim igitur q̄ ex ea quæ ex cetro: æqua sunt eis quindecim q̄ ex ea quæ ex cetro. æquū est igit vni eorū quod ex cetro. dimetiēs

igitur ipsi diametro est æqualis. Idem igitur circulus comprehendit & ipsius dodecahedri quinquangulum: & ipsius icosaedri triangulum in eadem sphaera descriptorum.

Eucl. ex Zamb.

Theorema 3.

Propositio 3.

3 **C** Si fuerit pentagonum æquilaterum & æquiangulum / & circum ipsum circulus / & ex centro perpendicularis in vnum latus acta fuerit: quod trigesies sub vno laterum & perpendiculari æquum est ipsius dodecahedri superficiei.

6 **C** HYPsicLES ex Zamb. **C** Esto pentagonum æquilaterum & æquiangulum $abcde$: & circum quinquangulum sit per 14. quarti circulus. & capiatur per 1. terrij centrum / sitq; f : & ab ipso f , in c d, perpendicularis agatur per 12. primi g . Dico q; quod sub c d, g f, trigesies: æquū est duodecim pentagonis quæ a b c d e. Connectantur cf , f d. Quoniam quod sub c d, g f, duplum est ipsius trianguli c d f: quod igitur quinquies sub c d, f g, decem triacula sunt æqualia. Decem vero triacula: bina sunt quinquangula. & quinq; sexies. quod igitur trigesies sub c d, g f decem quinquangulis æquum est. Duodecim autem quinquangula sunt ipsius dodecahedri superficiei. Quod igitur trigesies sub c d, g f: æquum est ipsius dodecahedri superficiei.

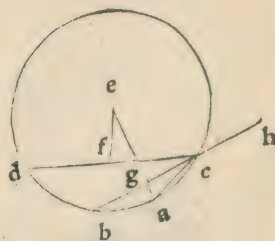
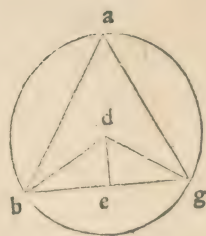
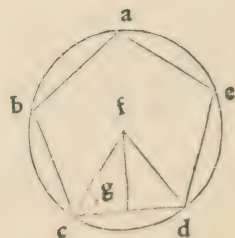
7 **C** Similiter quoq; demonstrabimus / q; & si fuerit triangulum equilaterum sicut abc , & circum ipsum circulus / & centrum circuli d , perpendicularis vero d e: quod trigesies sub b c, d e, æquum est ipsius icosaedri superficiei. Quoniam enim rursus quod sub d e, b c, duplum est ipsius d b c: bina igitur triacula æqua sunt ei quod sub d e, b c. & tres. Sex igitur triacula d b c: æqua sunt binis a b c. & quindecies. Quod igitur trigesies sub d e, b c: æquū est viginti triaculis a b c, hoc est ipsius icosaedri superficiei. Quare erit sicut dodecahedri superficiei ad icosaedri superficiem: sic quod sub c d, f g, ad id quod sub b c, d e. **C** CORRELARIUM. **C** Ex hoc nempe manifestum est / q; sicut ipsius dodecahedri superficiei ad ipsius icosaedri superficiem: sic quod sub latere pentagoni & sub ea quæ ex centro circa quinquangulum circuli in ipsam perpendiculari acta: ad id quod sub latere icosaedri & sub ea quæ ex centro circa triangulum circuli in ipsam perpendiculari acta: in eadem sphaera descriptorum icosaedri & dodecahedri.

Eucl. ex Zamb. Theorema 4. Propositio 4.

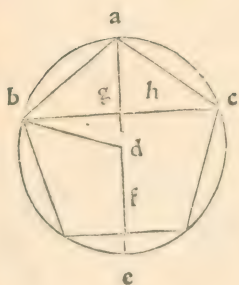
4 **C** Hoc demonstrato ostendendum est / q; erit vt dodecahedri superficiei ad icosaedri superficiem: sic cubi latus ad icosaedri latus.

8 **C** HYPsicLES ex Zamb. **C** Exponatur per 2. theorema circulus comprehendens & dodecahedri quinquangulum & icosaedri triangulum æquilateri latera descriptorum: sitq; d b c. & in ipso d b c, describatur trianguli æquilateri latus c d: quinquanguli vero a c. & assumatur per 1. terrij centrum circuli: & sit e . et ab ipso e , in ipsas d c, c a, perpendiculares excitentur e f, e g: & extendantur in rectas lineas ipsius e g recta linea g b, & connectatur b c. ponaturq; cubi latus h . Dico q; est sicut dodecahedri superficiei ad eam quæ icosaedri superficiei: sic est h g ad d c. Quoniam enim vtriusq; simul e b c extrema & media ratione diuisa / maius segmentum est b e, & est quidem vtriusq; simile b c diuisa e g, ipsius autem b e dimidia est e f: & ipsa igitur e g extrema & media ratione diuisa / maius segmentum est e f. Est autem & ipsius h c extrema & media ratione diuisa / maius segmentum c a: sicut in dodecahedro ostensum est. sicut igitur h g ad c a: sic e g ad e f. æquum igitur est quod sub h g, f e: ei quod sub c a, e g. Et quoniam est sicut h g ad c d sic quod sub h g, e f: & sicut igitur sub c d, f e, ei autem quod sub h e f æquum est quod sub c a, e g: & sicut igitur per 1. quinti h g ad c d, sic quod sub c a, e g, ad id quod sub c d, f e. hoc est sicut dodecahedri superficiei ad icosaedri superficiem: sic h g ad c d.

I. ij.

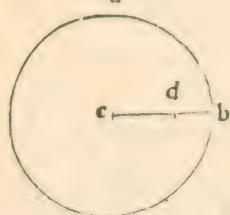
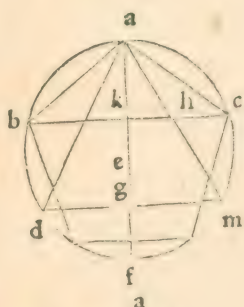


Aliter ostendere/ ϕ est sicut dodecahedri superficies ad icosa-
hedri superficiem: sic est cubi latus ad icosaedri latus sic descri-
pti.

C
A
M
P.
S.

Est circulus a b c. & in ipso circulo a b c describantur quinquaguli æquilat-
teri latera a b, a c: & connectatur b c. assumaturq; per 1 tertij centrum ipsius cir-
culi: & sit d. & ab ipso a in d connectatur recta linea a d: & extendatur in rectas li-
neas ipsius a d recta linea d e. ponaturq; ipsius a d recte lineę dimidia d f: & g
c ipsius c h esto tripla. Dico q; quod sub a f, b h: æquum est ipsi quinquagulo.
Ab ipso enim b: in d connectatur b d. Quoniam dupla est a d ipsius d f: hemio-
lia igitur est a f ipsius a d. Rursus quoniam tripla est g c ipsius c h: dupla est g
h ipsius h c. hemiolia igitur est g c ipsius h g. Sicut igitur f a ad a d: sic c g ad
g h: æquum igitur est quod sub a f, h g: ei quod sub d a, c g. Ipsa autem c g: ip-
si b g est æqualis. quod igitur sub a d, b g: æquum est ei quod sub a f, h g. Quod
autem sub a d, b g: bina sunt triangula sicut a b d. & quod igitur sub a f, h g: bi-
na sunt a b d. quinq; igitur quę sub a f, h g: decem sunt triangula. Decem vero
triangula: bina sunt pentagona. quinq; igitur quę sub a f, h g: binis pentago-
nis sunt æqualia. Et quoniam dupla est g h ipsius h c: quod sub a f, g h, duplū
est eius quod sub a f, h c. Duo igitur quę sub a f, c h: æqua sunt vni quod sub a
f, h g, quinq; quę sub a f, g h, hoc est bina pentagona. quare quinq; quę sub
a f, h c: æqua sunt vni quinquangulo. Quinquies autē quę sub a f, h c, æqua
sunt ei quod sub a f, h b: quoniam quincupla est h b ipsius h c. & commune fa-
stigium est a f. quod sub a f, b h, igitur æquum est vni pentagono.

Hoc demonstrato: nunc exponatur circulus comprehendens &
decagoni pentagonū & icosaedri triangulum/ in eadē sphaera de-
scriptorum.



e cubi latus
f dodecahedri
g Icosaedri

Describatur in ipso circulo a b c, pentagoni equilateri latera/ b a, a c: & con-
nectatur b c. & assumatur centrum circuli: & sit e. & ab ipso a in e connectatur
a e: & extendatur a e in f. Et sit a e, ipsius e g dupla: tripla autem k c, ipsius c h.
Et ab ipso g, ipsi a f ad angulos rectos excitetur per 2 primi g m: & extendatur
ipse a d, a m. æquilaterum igitur est ipsum a d m triangulum. Et quoniam quod
sub a g, h b, æquum est ipsi quinquangulo/ quod autem sub a g d, æquum est
ipsi a d m triangulo: est igitur sicut quod sub a g, h b, ad id quod sub d g a: sic
quinquangulum ad triangulum. Sicut autē quod sub b h, a g, ad id quod sub
d g a: sic b h ad d g. Et sicut igitur per 11 quinti duodecim b h, ad viginti d g:
sic duodecim quinquangula ad viginti triagula/ hoc est dodecahedri superfi-
cies ad icosaedri superficiem. Et duodecim quidē b h: sunt decem b c. nā ip-
sa b h, ipsius a c quicupla est: & b c ipsius c h sexcupla est. Sex igitur b h, sunt
æquales quinq; b c. & duplicia. viginti vero d g: decē sunt d m. dupla nāq;
est d m: ipsius d g. Sicut igitur decem b c ad decē d m: sic dodecahedri super-
ficies ad icosaedri superficiem. & b c quidem cubi est latus: & d m ipsius ico-
saedri. & sicut igitur per 11 quinti dodecahedri superficies ad icosaedri su-
perficiem: sic b c ad d m, hoc est cubi latus ad icosaedri latus.

Ostendendum iam/ ϕ (recta linea secta extrema & media ra-
tione) qualem rationem habet potens quod a tota & quod a ma-
iori segmento ad potentem quod a tota & minori segmento: talē
habet rationem cubi latus ad icosaedri latus.

C
A
M
P.
9

Est circulus a b comprehendens & dodecahedri pētagonū & icosaedri
triangulum in eadem sphaera descriptorum. capiaturq; per 1 tertij centrum cir-
culi & sit c. & extendatur quædam ab ipso c utcumq; recta linea b c: sege-
turq; per 30 sexu extrema & media ratione in d, & maius segmentum sit
c d. Decagoni igitur est latus ipsa c d: in eodem circulo descripti. Ex-
ponatur icosaedri latus & sit e. dodecahedri vero: & sit f. cubi autem: & sit g.

Igitur e, triaguli latus est equilateri: & f, pentagoni in eodē circulo descripti. & f: ipsius g extrema & media ratione diuise maius est segmētū. Et quoniam e equa-
lis est ipsi equilateri triaguli lateri / triaguli autē equilateri latus per 12 decimi-
terti potētia ipsius b c triplum est: triplū igitur est quod ex e, eius quod ex b c.
Sunt autem & quæ ex b c, b d, eius quod ex c d tripla. & vicissim per 16 quin-
ti sicut igitur quod ex e ad ea quæ ex c b, b d: sic quod ex c b ad id quod ex c d.
Sicut autem quod ex b c ad id quod ex c d: sic est quod ex g ad id quod ex f.
maius nāq; est segmentum f: ipsius g. Et sicut igitur per 11 quinti quod ex e ad
ea quæ ex c b, b d: sic quod ex g ad id quod ex f, et vicissim per 16 quinti. Ac cō-
uersim sicut igitur quod ex g ad id quod ex e: sic quod ex f ad ea quæ ex c b, b d.
Ei autem quod ex f: equa sunt quæ ex b c d. quinquanguli nāq; latus: per 10
decimitem tertij potest & hexagoni & decagoni latus. Sicut igitur quod ex g ad id
quod ex e: sic quæ ex b c, c d, ad ea q̄ ex c d b. Sicut autē quæ ex b c d ad ea q̄
ex c d b: sic (recta linea extrema & media ratione diuisa utriq; potēs quod ex
tota & ex maiori segmento / ad potentem quod ex tota & ex minori segmēto.
& sicut igitur per 11 quinti quod ex g ad id quod ex e: sic (recta linea utriq; ex-
trema & media ratione diuisa) quod ex tota potens & ex maiori segmēto / ad
potentem id quod ex tota & minori segmento. Est autem g, latus cubi: & e, ico-
sahedri. Si recta igitur linea extrema & media ratione secta fuerit: erit sicut pos-
sēs totā & maius segmentum ad potentem totam & minus segmētum / sic cu-
bi latus ad icosahedri latus in eadem sphaera descriptorum.

Ostendendum iam nunc est / q̄ sicut cubi latus ad icosahedri
latus: sic dodecahedri solidum ad icosahedri solidum.

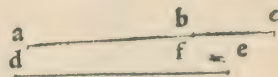
Quoniam enim æquales circuli comprehendunt & dodecahedri quinquan-
gulum & icosahedri triangulum in eadem sphaera descriptorum / in sphaeris au-
tem æquales circuli æqualiter distant a centro / a centro nāq; sphaeræ ad circulo-
rum plana perpendiculares ductæ æquales sunt: & in centra circulorum cas-
dunt / quare a centro sphaeræ in centrum circuli comprehendentis & icosahed-
dri triangulum & dodecahedri pentagonum æquales sunt / perpendicu-ares in
q̄: æqualiter igitur fastigiatæ sunt pyramides bases habentes dodecahedri pē-
tagona / & bases habētes icosahedri triangula. Aequalis autē fastigij pyrami-
des: adinuicem sunt sicut bases per 5 duodecimi. Sicut igitur quinquagulum
ad triagulum: sic pyramis cuius basis quidem est dodecahedri pentagonum /
vertex autem centrū sphaeræ / ad pyramida basin quidē habentem triangulū /
verticem autem centrum sphaeræ. Et sicut igitur per 11 quinti duodecim penta-
gona ad viginti triangula: sic duodecim pyramides pentagona bases habētes /
ad viginti pyramides triangula bases habētes. Et duodecim pentagona / sunt
dodecahedri superficies: & viginti triagula / icosahedri sunt superficies. Est igitur
sicut dodecahedri superficies ad icosahedri superficies: sic duodecim pyra-
mides pentagona bases habentes / ad viginti pyramides triangula bases habē-
tes. Suntq; duodecim quidem pyramides pentagona bases habentes: solidū
ipsius dodecahedri. viginti autem pyramides triangula bases habentes: solidū
sunt icosahedri. Et sicut igitur per 11 quinti dodecahedri superficies ad
icosahedri superficiem: sic solidum dodecahedri ad solidum icosahedri. Si
autem superficies dodecahedri ad superficiē icosahedri: sic patuit esse cubi
latus ad icosahedri latus. Et sicut igitur per 11 quinti cubi latus ad icosahedri
latus: sic solidum dodecahedri ad solidum icosahedri & quæ sequuntur.

Quod siq; bin recta lineæ extrema & media ratione sectæ fuerint /
in proportionē sunt subiecta: sic ostendemus.

Ecce per 30 sexti a b recta linea extrema & media ratione in c: maius
autem segmentum eius sit a c. similiter quoq; & d e per 30 sexti extrema & me-
dia ratione secetur in f: & maius segmentum eius esto d f. Dico q̄ est sicut tota
a b ad maius segmentum ipsius a c: sic tota d e ad maius segmentum ipsi-
us d f. Quoniam enim quod sub a b c æquum est ei quod ex a c, quod au-
tem sub d e f æquum est ei quod ex d f: est igitur sicut quod sub a b, b c, ad id
quod ex a c, sic quod sub d e, e f, ad id quod ex d f. Et sicut quod quater igitur
sub a b c, ad id quod ex a c: sic quod quater sub d e f, ad id quod ex d f.
l. ii.

Camp. 10

Camp. 2





GEO.

ELE.

EV.

Et componendo per 18 quinti sicut quod quater sub a b c vna cum eo quod ex a c, ad id quod ex a c: sic quod quater sub d e f vna cum eo quod ex d f, ad id quod ex d f. Quare & sicut quod ex vtraque ipsius d e f simul ad id quod ex d f, & longitudine sicut vtraque simul a b c ad a c: sic vtraque simul d e f ad d f. Cōponēdo per 18 quinti sicut vtraque a b c vna cum a c ad a c, a b: sic vtraque d e f vna cum d f ad ipsam d f, hoc est binē d e ad d f, & antecedentiū dimidia hoc est sicut a b ad a c: sic d e ad d f. ¶ In antiquissimo codice sic. Quare & sicut quod ex vtraque simul a b c ad id quod ex a c: sic quod ex vtraque simul d e f ad id quod ex d f, & longitudine sicut vtraque simul a b c vna cum a c hoc est binē a b ad a c: sic vtraque simul d e f vna cum d f, hoc est binē d e ad d f, & dimidia sicut a b ad a c: sic d e ad d f.

¶ Hoc demonstrato quod (recta linea vtriusque extrema & media ratione diuisa) qualem rationem habet potens quod ex tota & ex maiore segmento ad potentem quod ex tota & ex minori segmento talem habet rationem cubi latus ad icosahedrilatus / hoc etiam demonstrato quod sicut cubi latus ad icosahedri latus sic dodecahedri superficies ad icosahedri superficiē in eadē sphaera descriptorū / & hoc quoque percepto quod sicut dodecahedri superficies ad icosahedri superficiē sic ipsum dodecahedrū ad icosahedrum eo quia ab eodem circulo comprehenduntur & ipsius dodecahedri pentagonū & icosahedri triangulum: manifestū est quod si in eadem sphaera dodecahedrum & icosahedrum fuerint descripta rationem habebunt (recta linea vtriusque extrema & media ratione diuisa) sicut potens quod ex tota & quod ex maiori segmento ad potentem quod ex tota & minori segmento. His omnibus nobis notis / patet quod si in eadem sphaera dodecahedrum & icosahedrū inscripta fuerint: rationem habebunt sicut (recta linea diuisa extrema & media ratione) tota potens totam & maius segmentum ad potente totā & minus segmentū. Quoniam enim est sicut dodecahedrum ad icosahedrū sic dodecahedri superficies ad icosahedri superficiē hoc est cubi latus ad icosahedri latus / sicut autē cubi latus ad icosahedri latus sic (recta linea vtriusque extrema et media ratione diuisa) potens totam & maius segmentum ad potentem totam & minus segmentū: sicut igitur dodecahedrū ad icosahedrū in eadem sphaera descriptum / sic (recta linea vtriusque extrema & media ratione diuisa) potens totam & maius segmentum ad potentem totam & minus segmentum.

¶ EVCLIDI MEGARENSI
deputati voluminis: & in ordinē
quartidecimi ex traditione
Hypsicles Alexandrini,
finis.

256

LIBER XV

EVCLIDIS MEGARENSIS CLARISSIMI
philosophi Mathematicorūq; facile principis, ex tradi-
tione Campani, Geometricorum Elementorum Li-
ber quintusdecimus.

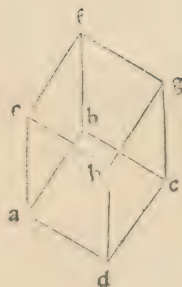
Eucl. ex Camp.

Propositio 1.



Intra propositū cubū: corpus habēs quatuor
bases triāgulas aequaliū laterū designare.

CAMP. ¶ Sit cubus cuius basis est quadratū $ab c d$: suprema vero eius superficies quadratū $e f g h$. Ipsū autē hac arte fabricare cōueniet. Quadrato basis secundū quālibet lineā ex 45 primi descripto/ super singulos angulos eius ex 12 vndecimi catheti secūda dum mēsurā lateris ipsius quadrati erigātur: quos ex 6 vndecimi cōstat esse aequidistātes. Quinq; ergo eorū bini & bini: corausto eis imposito aequidistāter lateri bus quadraticōtinuētur. Cōstat igitur esse cōpositū cu bū: nā quatuor eius lateres superficies sunt quadratæ ex 34 primi & ex 34. cuius dem & diffinitione quadrati, de suprema autē superficie manifestū est quoq; q; ipsa est quadrata ex 10 imo 24 vndecimi/ & hac cōmuni sciētia q; equalibus sunt equalia sibi quoq; sunt equalia/ & ex diffinitione q; drati. Si itaq; hūc cu bo libeat corpus quatuor basiū triāgulariū & aequilaterarū inscribere: in basi & eius supficie suprema protrahātur duę diametri quarū vna cōtinuet duas ex- tremitates infimas duorū cathetorū/ et alia cōtinuet supremas aliorū duorū q; s aio intelliges esse $a c$ & $h f$. dehinc a duobus pūctis h & f terminātibus diamet- rū supficie supremę demitte hypothenusaliter binas & binas diametros q; quatuor laterales superficies diuidant. quas imaginaberis esse ab h quidem $a h$ & $h c$: at vero $ab f$, $a c$ & $f c$. Has autem diametros in hac plana figura pro- trahere contempsit: ne multitudo linearū confunderet intellectū. Si igitur figu- ram hanc vt oportet/ actu vel animo cōpleueris: videbis ex sex diagonalibus lineis sex superficies ipsius cubi diuidentibus/ pyramidē quatuor basiū triangu- lariū esse perfectā/ quam cubo proposito ex diffinitione constat esse inscriptā. huius autem pyramidis bases aequilateras esse cōstat: eo q; ex 4 primi omnes istæ sex diagonales sunt adinuicem æquales.



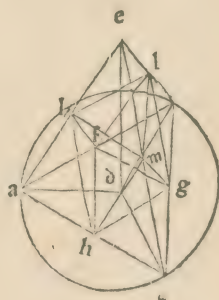
Eucl. ex Camp.

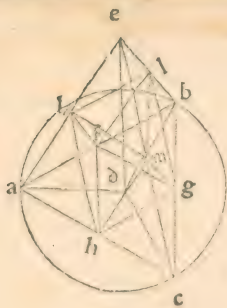
Propositio 2.



Intra datum corpus habens quatuor bases triāgulas
atq; æquilateras: corpus octo basiū triāgulariū æqua-
lium laterum distinguere.

CAMP. ¶ Si intra pyramidē quatuor basiū triāgulariū & æquilaterarū/ octo- edron libeat inscribere: prius conuenit pyramidē ipsam fabricare/ quæ ratione certa hoc modo cōponitur. Statuatur secundū cuiuslibet lineæ quantitatē trigo- nus æquilaterus qui sit abc : cui circūscribatur circulus supra centrū d . & ex e at d perpendicularis ad semidiametrū circuli circūscribētis trigonū abc : tur dupla esse in potētia ad semidiametrū cui d , a , d , b , d , c . Est itaq; cōpleta & a pūcto cadant tres hypothenusæ sup tria pūcta a , b , c . Erit itaq; cōpleta pyramid quatuor basiū triāgulariū & æquilaterarū. protrahātur enī d , a , d , b , d , c . Cū igitur aguli quos continet linea e d cū singulis lineis d , a , d , b , d , c , sit ex ex diffinitione perpendicularis ad superficiem/ cūq; quadratum lineæ e d sit ex hypothēsi duplum ad quadratum semidiametri circuli abc : erit ex penultima primi quadratum vniuscuiusq; trium hypothensarum linearū e a , e b , e c , tri- plum ad quadratū semidiametri circuli abc . Sed ex 8 tredecimi quadratum quoq; cuiusq; trium laterum triāguli abc : triplum est ad quadratum semidia- metri eiusdem circuli. igitur omnia latera statutæ pyramidis sunt adinuicē æ- qualia. quare ipsa est æquilaterarū basiū. Cū itaq; libi octoedron includere vo- luerimus: diuidemus vnūquodq; sex laterum eius in duo media æqualia / & cōtinuabimus mediū pūctū cuiusq; lateris cū medijs pūctis cūctorū reliquos-
L. iij.





GEO.

ELE.

EV.

rum laterum cū quibus ipsum continet & angulū superficiale. verbi gratia / dī
uidā latera basis in pūctis f, g, h: & hypotenusas cadētes ab e, in pūctis k, l,
m. & cōtinuabopūctū f: cū pūcto g & cū h & cū k & cū l. pūctūq; m: cū eisdem
g, h, k, l. & g. cū h & cū l. & k: cum eisdem h & l. Ecce itaq; perfectū est corpus
octo basū triangulariū: ijs duodecim lineis media pūcta laterū fabricatę py-
ramidis iungentibus contentū. Has autē octo bases ex 4. primī quoties opor-
tet repetita æquilateras esse manifestum est: ipsum quoq; corpus statutę pyra-
midis ex diffinitione inscripum / quēadmodum iussū eramus efficere.

Eucl. ex Camp.

Propositio 3.



C Ntra cubum assignatum figuram octo basium triangul-
larium æqualium laterum constituere.

CAMP. **C**ubo intendimus inscribere octoedron. Qualiter autē
cubū componere oporteat: in prima huius sufficienter dictū est. Igitur fabrica-
to cubo / pyramis quatuor basū triangulariū & æqualiū laterū in eo ex prima
huius designetur: ac intra ipsam pyramidē ex præmissa octoedron distingua-
tur. quo factū: simul etiā factū erit quod volumus. Cōstat ei ex ratiocinatione
primę / latera cūcta ipsius iscriptę pyramidis esse diagonos basū cubi: & ex ra-
tiocinatione pmissę liquet cūctos āgulos octoedri in hac pyramide distincti esse
in lateribus ipsius pyramidis. quare manifestū est: omnia āgularia pūcta huius
octoedri esse in basibus assignati cubi. Igitur ex diffinitione habemus proposi-
tum. **A**lter idē. Cētris cūctarū basū cubi quēadmodū in 9 quarti sit / repēra-
tis: a cētro supremę superficiē eius ad cētra quatuor lateraliū superficiū
quatuor hypotenusas demitte. & a cētro infimę & ad earū dē lateraliū super-
ficiū cētra quatuor alias hypotenusas eleua. cētra quoq; quatuor lateraliū
um quatuor rectis lineis cōtinua: ita videlicet q; cētra earū tantū quę se inuicē
secant continues. Verbi gratia. iunges centrū anteriorū cū cētro dextrę &
cū cētro sinistrę: centrū quoq; vltimę iūges cū eisdē / hoc est cū cētro dextrę &
cū cētro sinistrę. Habes itaq; corpus octo basū triangulariū: ijs 12 lineis quę cē-
tra superficiū cubi continuāt / complexū. Si igitur has bases æquilateras es-
se probare volueris: a cētris basū cubi ad cūcta ipsius latera perpēdiculas
res protrahe. quas necessariū est omnia latera ipsius cubi per æq̃lia diuidere ex
secūda pte 3 tertij. Quod planū erit: si unicuiq; basū cubi circulū circūscripse-
ris. atq; ideo binas & binas sup idē pūctū in lateribus basū cubi cōstat cōcurre-
re: easq; ex secūda parte 13 tertij patet adinuicē esse æquales / & æquidistantes
lateribus cubi ex secūda parte 28 primi. ideoq; etiā singulas esse æquales dimi-
dio lateris cubi. Igitur ex 10 vndecimi manifestū est binas & binas earum su-
per idem latus cubi in medio eius pūcto concurrētes rectum angulum conti-
nere: eo q; omnes superficies cubi sunt quadratę. Quia igitur illę 12 lineę cen-
tra superficiū cubi cōtinuantes quę & angulis quos hæc lineę super media
pūcta laterum cubi concurrētes binę & binę cōtinēt / subtrēduntur: ipsę erunt
ex 4. primi vel etiā si maius ex penultima primi adinuicē æquales. Ergo est in
proposito cubo designatū corpus octo basū triangularium & æquilaterarum.
quod oportebat facere.

Eucl. ex Camp.

Propositio 4.



C Ntra datum corpus octo basium triangularium atq; æ-
quilaterarum cubum figurare.

CAMP. **C**Non dubites quin corpus octo basium triangularium
atq; æquilaterarum certo dogmate fabricabis hoc modo. Qualibet recta linea
super aliquod planum sursum orthogonaliter erecta / eam per æqualia diuide.
& a pūcto eius medio duas lineas hinc inde perpendiculares extrahe: quę cō-
ponant lineam vnam. eruntq; hæc duę lineę se inuicē secantes videlicet pri-
ma quę super positum planum est orthogonaliter erecta / & alia quę ipsam su-
per eius medium pūctum orthogonaliter secat: in eadem superficiē sitę sunt
per primam partem 2 vndecimi. Ad superficiē igitur in qua ipsę sitę sunt su-
per communem pūctum sectionis earum (quēadmodum 12 docet vndecimi)
perpendicularē erige / quam facias eandem superficiē in utrūq; partem
penetrar e: & pone cūctas sex portiones harū trium linearū a pūcto in quo

seinuicem secant/æquales, sic enim quælibet quælibet per æqualia & ortho-
naliter diuider. ita q̄ cum sint tres: quæq̄ duæ earū salutariter crucis veneran-
tum signum ad angulos rectos continebunt. A supremo igitur erectæ lineæ su-
per positum planum puncto: quatuor hypotenusas ad extremitates duarum
linearum ipsam secantium demitte. deinde ab infimo eiusdem erectæ puncto/
quatuor alias hypotenusas ad easdem duarum secantium linearum extremi-
tates eleua. postremo quoq̄ harum hypotenusarū extremitates quatuor res-
tas lineis quadratum continentibus continua. Erunt enim hæ duodecim li-
neæ videlicet quatuor hypotenusæ a supremo puncto erectæ perpendiculari-
ter descendentes / quatuorq̄ postremæ ab eius infimo puncto sursum eleuas-
tæ: & reliquæ quatuor lineæ harum hypotenusarum extremitates continuans-
tes: ex penultima primi sine nugationis peccato pluries repetita adinuicem æ-
quales. quare constat corpus ab eisdem terminatum: octo basibus triangulari-
bus æquilaterisq̄ contineri. Si igitur huic corpori cubū inscribere delectat: cō-
tra octo triangulorum ipsum ambientium inuenire ex 5 quarti labora. eaq̄ res-
perta 12 lineis rectis hac lege cōtinua: vt centrum cuiusq̄ horum triangulorū
cum centro cuiusq̄ trium ad ipsius latera terminatorum/per rectam lineam co-
pulerur. Non est autem huius rei idoneum figuram in plano depingere. ideo-
q̄ restat: vt quod dicitur mente concipias/ ipsumq̄ si placet actu & opere con-
pleas. Videbis enim 12 lineas horum triangulorum centra posita lege cōtinu-
antes/cubum continere: quem restat vt æquilateris rectangulisq̄ superficiebus
demonstrare esse cōclusum. nō enim erit cubus: nisi omnes eius superficies sint
quadrata. Ducito ergo a quolibet angulo trigonarū superficiē octoedri: per-
pendicularē ad latus illi angulo oppositum. has autem perpendiculares ex
11 quartidecimi constat esse adinuicem æquales: & diuidere latera quibus per-
pendiculariter insistant/per æqualia. ideoq̄ binas & binas super idem punctū
lateris cui supersint conuenire. Easdemq̄ constat ex his quæ in 17 quartideci-
mi demonstrata sunt/transire per centra triangulorum/ ideoq̄ per extremita-
tes laterum inclusi corporis transire: ac eorum portiones quæ intra centra tri-
gonorum & latera ipsorum intercipiuntur/ex ijs etiam quæ in eadem demon-
strata sunt constat esse æquales, angulos quoq̄ ab ijs perpendiculis binis
& binis cōiunctis contentos: ex 8 primi patet esse æquales. Et quia hæ perpen-
diculares/suæq̄ portiones inter cētra & latera interceptæ eosdem angulos am-
biunt: erunt quoq̄ anguli quos lineæ a centris trigonorum ad latera perpendi-
culariter caderent binæ & binæ continent adinuicem æquales. Cūq̄ latera illi
us corporis de quo disputamus/ hos angulos subtendant: sequitur ex 4. primi
frequenter sumpta corpus inclusum esse æquilaterū. At quoq̄ rectangulū. Pro-
trahantur enī diagoni in singulis superficiebus. hos diagonos ex 4. primi om-
nes adinuicem æquales esse cōuincet: mediantibus angulis a duabus perpēdi-
cularibus per ipsarum diagonorum extremitates transeuntibus cōtēntis: si pri-
us hos angulos ex 8 primi æquales sibi inuicem esse probaueris. Cum igitur
diameter tetragonarum basium corporis huius sint adinuicem æquales/latera
quoq̄ earundem basium æqualia: necesse est ex 8 primi multoties repetita
ipsas tetragonas bases esse equiangulas. At quia ex 32 primi oēs anguli cuius-
q̄ earum sunt æquales quatuor rectis: sequitur eas esse rectangulas. itaq̄ ex dif-
finitione quadrati ipsæ sunt quadratæ. Igitur inscriptum corpus manifestum
est esse cubum: sicut intendimus.

Eucl. ex Camp.

Propositio 5.

5



Pyramidem quatuor basium triangularium atq̄ æqui-
laterarum: assignato corpori octo basium triangulariū
quoq̄ atq̄ æquilaterarum inscribere.
CAMP. Assignato corpori octo basium inscribere secundū præ-
cepta præmissæ cubum: cuboq̄ inscripto inscribere (vt docet prima huius) py-
ramidē qualis proponitur. Cū igitur huius pyramidis anguli sint etiam angu-
li cubi quæadmodum ex demonstratione primæ manifestum est: cuncti autem
anguli cubi sint ex præmissa in superficiebus assignati octoedri: erunt quoq̄
cuncti anguli pyramidis huius in superficiebus corporis octo basium cui eā in-
scribemur inscribere. quare ex diffinitione manifestū est nos fecisse quod queritur.

I. v.

INtra datum corpus viginti basium & æqualium laterū: 6
 corpus duodecim basium pentagonalium æqualium la-
 terum atq; æqualium angulorum figuraliter cōponere.
CAMP. Corpus 20 basium non docemus hic fabricare: quoniam ex 16
 tredecimi qua conuenit arte hoc fieri/satis euident est. Eo igitur vt ibi doce-
 tur composito/si sibi corpus 12 basium pentagonalū atq; æquilaterarū include-
 re delectat: hac via procedendum est. Manifestum enim est 20 triangulos: 60
 superficiales angulos habere. & quia ad constitutionem vnusculiusq; solidi an-
 guli corporis icofedri quinq; superficiales conueniunt/sicut ex demonstracione
 16 tredecimi colligitur: constat illud corpus duodecim solidis angulis comple-
 ri. Inuentis igitur vt in antepremissa/ cētris cunctōrū triāguloꝝ totū icofedron
 terminantiū/ ea 30 rectis lineis cōtinua: ita q; cuiusq; centrū centris omniū cir-
 cūiacentium, cum quibus cōmunicat in latere per rectas lineas iungas. Cum
 ergo hoc feceris: videbis ex illis 30 in eis duodecim pētagonos constitui 12 an-
 gulis solidis dati icofedri oppositos. hos itaq; pentagonos quēadmodū in an-
 tepremissa fecisti de basibus cubi: æquilateros esse probabis. Necesse est enim:
 vt quorūlibet triangulorum duorum idem latus habētium: centra eodem spa-
 tio distent. restat ergo vt eos etiā æquiangulos esse syllogises. Manifestum
 est autem ex ratiocinatione 16 tredecimi: datū corpus viginti basium ab eā-
 dem sphaera cuius diameter est tanq; diameter huius corporis videlicet linea
 quæ duos eius angulos oppositos cōtinuat/esse circūscribibile. Si igitur hæc
 diameter per medium secetur: punctus sectionis erit cētrum sphaeræ ipsū cir-
 cūscribentis. Ab eo itaq; ad superficies cunctōrum pentagonorum perpendi-
 culares ex 11 vndecimi ducito: & a puncto in quo singulis pentagonis obuia-
 uerint/ ad singulos eorum angulos rectas lineas dirigit. deinde centrum sphe-
 ræ cum singulis angulis ipsoꝝ pentagonorum cōtinuato. Age ergo eos pro-
 ba esse æquiangulos hoc modo. Cum enim omnes circuli circūscribentes tri-
 gonos icofedri sunt æquales: erunt omnes perpēdicularēs a centro sphaeræ ad
 ipsos venientes & in eorum centra cadentes/ æquales. omnes ergo lineæ a cē-
 tro sphaeræ ad angulos cuiuslibet pentagoni venientes: sunt æquales. nam an-
 guli pentagonorum: sunt cētra circulorum trigonos ipsos icofedri circūscribē-
 tium ex hypothesi. Igitur ex penultima primi eodem argumentationis gene-
 re quo superius in 14 syllogisauimus sectorem proueniētē in superficie sphae-
 ræ cum aliqua plana superficie sphaeram secat non super centrum eius/ esse cir-
 cūferentiam continentē circulum: necesse est quinq; lineas venientes a con-
 cursu perpendicularis ductæ a centro sphaeræ ad superficies omniū pentago-
 norum ad quinq; angulos cuiusq; pentagoni/ esse adinuicē æquales. itaq; om-
 nibus his duodecim pentagonis est circulus circūscriptibilis. Cum igitur ipsi
 sint æquilateri: conuincitur eos esse etiā æquiangulos. quod oportebat ostēdere.

Eucli, ex Camp. Propositio 7.

INtra datum corpus duodecim basium pentagonarum 7
 æquilaterarum atq; æquiangularum: corpus viginti basi-
 um triangularium atq; æquilaterarum fabricare.

CAMP. Qualiter corpus duodecim basium pētagonarū æquilaterarum atq;
 æquiangulariū cōponere oporteat: ex 17 tredecimi require. Sed qualiter cor-
 pus viginti basium triāgulariū & æquilaterarū sibi cōueniat inscribi: hic addisce.
 Suorū pētagonoꝝ cētris (vt in 14 quarti fit) repertis/ ea adinuicē 30 lineis hac
 lege cōtinua: vt vnusculiusq; pentagoni centrū centro cuiusq; pentagoni secū-
 in latere cōmunicantis iungatur. ita videlicet: q; vnusculiusq; pentagoni cen-
 trum centris quinq; pentagonorum terminantium vel circūiacentium con-
 tinuetur. Cum igitur hoc feceris: obuient tibi viginti trianguli ab ijs 30 lineis
 centra pentagonorum continuantibus contenti. eruntq; ij viginti trianguli
 viginti solidis angulis ipsius dodecedri oppositi/ amplectentes corpus vi-
 ginti basium triangulariū: quas æquilateras esse demonstrabimus. & erūt 12 so-
 lidi anguli huius corporis 20 basium in cētris 12 pentagonorum corpus dati
 dodecedri terminantium. Hos itaq; 20 triangulos æquilateros esse sic proba.

A centris pentagonorum ducito perpēdicularēs ad latera: eruntq; omnes perpēdicularēs æquales. Binas ergo & binas probabis ex octaua primi equos angulos continere. Et quia lineæ continuantes centra pentagonorum his ægulis/ a binis & binis perpendicularibus contentis subtenduntur: cum omnes perpēdicularēs sint æquales/ erunt ex quarta primi omnes lineæ continuantes centra pentagonorū æquales. Quod est propositum. ¶ Perpendicularēs autē binas & binas æquales angulos continere/ & omnes eas adinuicē esse æquales: sic collige. Ex 5 primi & 26 eiusdē cōstat singulas earū diuidere latera pentagonorū super quæ cadunt/ per æqualia: easq; esse adinuicē æquales ductis lineis a centris pentagonorum ad singulos angulos eorum. Quare binæ & binæ super idem latus cadentes/ in eodē ipsius lateris puncto coibunt: eo q; utraq; diuidit illud latus duobus pentagonis a quorum centris veniunt commune/ per æqualia. Has igitur perpendicularēs binas & binas vsq; ad angulos quibus commune latus in quo coeunt oppositum/ per centra pentagonorum producto: & eisdem angulis duas lineas subtendito. quas ex demonstratione 17 tredecimī manifestum est esse tanquam latus cubi ab eadem sphaera cum proposito dodecedro circūscriptibili. ideoq; patet eas esse æquales: eo q; omnia latera cubi sint æqualia. eisdemq; liquet ex nona vndecimī esse æquidistantes: propter hoc q; ambæ æquidistant cōmuni lateri in quo binæ & binæ perpendicularēs conueniunt. At vero ipsas easdem constat ex his perpendicularibus per æqualia diuidi. Itaq; per 33 primi cunctæ lineæ continuantes pūcta in quibus binæ & binæ perpendicularēs super has lineas quas tanquam cubi latera fore diximus/ concurrunt: sunt adinuicem æquales. nam omnes sunt tanq; latus cubi. Igitur ex octaua primi/ anguli cōtenti a binis & binis perpēdicularibus: sunt æquales. Quare per 4 eiusdē lineæ quoq; continuantes centra pentagonorum sunt sibiinuicem æquales. Inscriptū ergo est proposito dodecedro corpus viginti basium triangularium & æqualium laterum sicut iussi eramus.

Euclī. ex Camp.

Propositio 8.

8 **S**olido duodecim basium pentagonarum atq; æquilaterarum proposito: intra ipsum cubum distinguere.

¶ CAMPANVS. ¶ Cū dodecedron super cubi latera fabricetur ut constat ex 17 tredecimī: nimirum eo fabricato sibi cōuenit cubum inscribi. nam cum duodecim sint pentagoni/ si vnus cuiusq; eorū vni angulo (prout cubi figuram videbis exigere) chordā vnā subtenderis: ex ijs duodecim chordis sex æquilateras rectangulasq; superficies cubi & corpus amplectentes perficies. Aequilateras quidem eas esse: cōstat ex quarta primi. rectangulas autem: eodem argumentationis genere quo in sexta huius bases dodecedri dato icosedro inscripti demonstrauimus esse æquiangulas. constat quidem ex 17 tredecimī: propositum dodecedron sphaeræ esse inscriptibile. Ergo a centro illius sphaeræ ad omnes has quadrilateras superficies: perpendicularēs vt docet 11 vndecimī protrahe. & a puncto concursus ad singulos angulos illarū quadrilaterarū superficierum rectas lineas dirige. ac eosdem angulos quadrilaterarum superficierū cū centro sphaeræ iunge. eruntq; hę lineę centrum sphaeræ cū angulis quadrilaterarum superficierum cōtinuantes: semidiametri sphaerę. de quarum quadratis (quia dempto quadrato perpendicularis/ remanet ex penultima primi quadrata linearum continuantium punctum concursus perpendicularium cum angulis quadrilaterarum superficierum) necesse est omnibus his quadrilateris superficiebus circulos esse circūscriptibiles: ideoq; necesse est eas esse æquiangulas/ cum sint æquilaterę. Et quia ex 32 primi anguli cuiusq; earum pariter accepti sunt æquales quatuor rectis angulis: sequitur eas esse rectangulas. Nichil ergo deest inscripto corpori de ratione cubi.

Propositio 9.

Euclī. ex Camp.

9 **D**ato dodecedro: sibi demum octoedron includere.

¶ CAMPANVS. ¶ Composito dodecedro vt in 17 tertijdecimī: sex latera suarum superficierum ea videlicet quę cathetos super sex lineas opposita latera superficierum cubi per æqualia secantes ere-

stauerunt. nam cum ipsa basium pluralitate plus cæteris circuletur in sphaerâ. fluentis rei motui magis q̃ scandentis conuenire visa est. Cubum vero figurâ: quidam dedere terræ. quid enim in figuris maiori ad motum violentia indiget q̃ thessera? at in elementis quid fixius constantiusq̃ reperitur terra? Si igitur ex 20 inscriptionib⁹ tres quas pyramis nō sustinet/binasq̃ a quibus natura cubi & octoedri aliena est / rursusq̃ vnam cui repugnat icosedri figura / reieceris: erunt reliquæ tantum 12 inscriptiones. pyramidis quidem: sola. cubi vero octoedriq̃: binæ. icosedri autem: tres. dodecedri autem: quatuor. de quibus omnibus vt arbitror sufficienter alias disputatum est.

Eucl. ex Camp.

Propositio. 13

13



Abricato quouis quinq̃ regularium corporum: sibi sphaeram inscribere.

CAMPANVS. ¶ Ex tertio decimo libro itaq̃ manifestum est: vnumquodq̃ quinq̃ horū corporū esse sphaeræ inscribibile. Nūc itaq̃ constabit viceversa sphaeram vnicuiq̃ ipsorum esse inscribibilem. A circumscribentis enim sphaeræ centro ad bases vniuersas cuiuslibet eorum perpendiculares exeant: quas intra centra circulorū bases ipsas circumscribentium cadere necesse est. Cūq̃ omnes circuli eas circumscribentes sint æquales: eruntq̃ hæc perpendiculares æquales. Itaq̃ si secundum quantitatem vnius earum circulum super centrū circumscribentis sphaeræ descripseris / eiusq̃ semicirculum quousq̃ ad locum vnde moueri cœperit redeat circumdlexeris: quia ipsum per extremitates cunctarum perpendicularem necesse est transire / conuincet ex correlario 15 tertij sphaeram istius semicirculi motu descriptam vniuersas bases assignati corporis in concursibus perpendicularem contingere. Non enim plus potest sphaera de basibus corporis contingere q̃ circumductus semicirculus (dū mouebatur) contingit. Quare assignato corpori constat nos sphaeram quemadmodum propositum erat inscripsisse.

EVCLIDIS MEGARENSIS
ex Campani traditione decimi
quinti & vltimi
libri: finis.

EVCLIDIS MEGARENSIS CLARISSIMI
philosophi Mathematicorumq; facile principis/ex Hypsi-
dis Alexandrini/Græci philosophi traditione: Geometri-
corum elementorum liber decimusquintus.

Eucl. ex Zamb. Problema 1.

Propositio 1.

In dato cubo pyramida describere.



CHYPSICLES ex Zamb. ¶ Esto datus cubus
a b c d e f g h: in quo oportet pyramida inscribere.
connectantur a c, c e, a e, a h, e h, h c. Manifestum
est: quod ipsa a e c, a h c, a h e, c h e, triangula
æquilatera sunt. triangulorum enim: diametri sunt
latera. Pyramis igitur est ipsa a e c h: & describi-
tur in dato cubo quod facere oportebat.

Eucl. ex Zamb. Proble. 2. Propo 2.

In data pyramide octahedrum de-
scribere.

CHYPSICLES ex Zamb. ¶ Esto data pyramis a b c d. seceturq; bifariam
ipsis e, f, g, h, k, l, signis: & connectantur ipsæ h k, h l, e f, f g, & reliquæ. Et A
quantam a b dupla est utriusq; ipsarum h k, g f: æqualis igitur est h k ipsi g f, M
& parallelus. similiter & h g: ipsi f k est æqualis & parallelus, æquilaterum igitur P.
est h k f g. Dico qd & rectangulum. Si enim ab ipsa k l, perpendiculares agā-
tur ad plana e f b g, e f g c, e f h g, h k f g: similiter ostendemus quæ in ipsi-
us h k f g quadrati æquilatera: Quod facere oportebat.

Eucl. ex Zamb. Problema 3.

Propositio 3.

In dato cubo octahedrum describere.

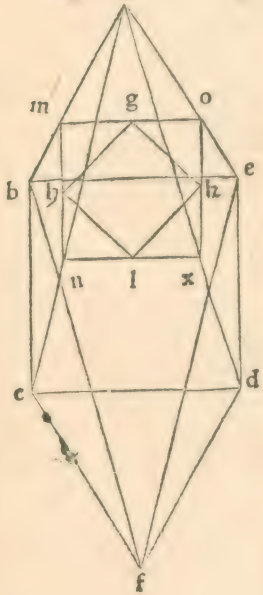
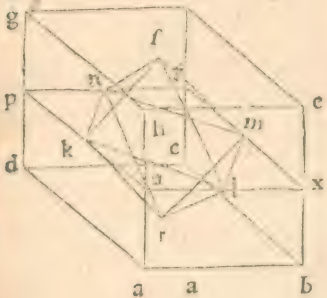
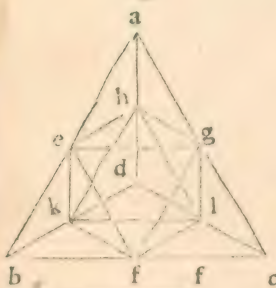
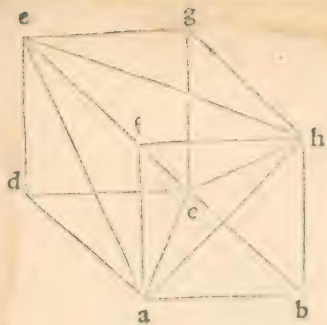
CHYPSICLES ex Zamb. ¶ Esto datus cubus a b c d e f g h. Et capiantur
centra insidentium quadratorum: k, l, m, n. Dico qd k l m n: quadratum est. A
Excitentur paralleli per 31 primi: x o, p o. Quoniam igitur dupla est p o ipsius M
o k, & x o ipsius o l: id propterea quod ex o k igitur ei est æquum quod ex l o, P.
et per hoc & o k ipsi o l est æqualis. Quod igitur ex k l: duplum est eius quod ex
o l. Ac per hoc & quod ex m l: duplum est eius quod ex l x. quod igitur ex k l:
quod est ei quod ex m l. Æquilaterum igitur est k l m n. manifestum est qd et
rectangulum. Assumatur ipsi b d, e g, bina quadrata: & centra r, s: & connectan-
tur r l, r m, r k, r n, s k, s l, s n, s m. manifestum est qd triangula efficientia
octahedrum æquilatera sunt, eadem namq; ostendemus ratione.

Eucl. ex Camp. Problema 4.

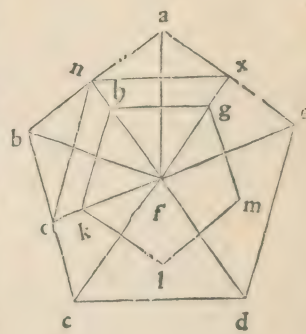
Propositio 4.

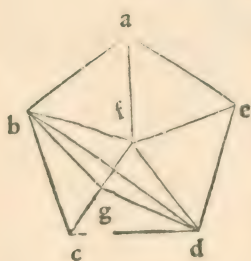
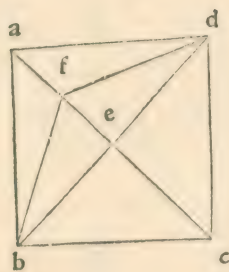
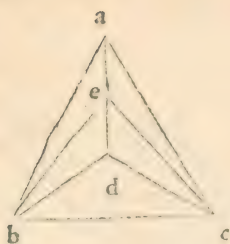
In dato octahedro: cubum describere.

CHYPSICLES ex Zamb. ¶ Capiatur per primam tertij / eorum qui circū
a b c, a c d, a b e, a d e, triangula circulorum centra g, h, k, l: & connectan-
tur g h, g k, k l, l h. Dico qd g h k l est quadratum. Excitentur per 31 primi P
ipsa g, h, k, l, ipsi b c, b e, c d, d e, paralleli: m n, m o, n x, x o. Quoniam
igitur æquilaterum est a b c triangulum: quæ ex a in h centrum / eius qui circū
a b c triangulum circuli / bifariam dispescit eū qui ad a ipsius a b c trianguli
æqualis igitur est & n h ipsi h m. Ac per hoc iam & m g ipsi g o: & o k ipsi k
p est æqualis. Quoniam autē ipsa n m ipsi m o, & m o ipsi o x est æqualis: æqualis
igitur & n h ipsi m g, & h m ipsi g o, & m g ipsi o k, qui autē sub h m g & g o k:
recti. ex quo manifestum est: qd g h æqualis est ipsi g k. Et id propterea iam
& reliquæ. Quoniam igitur g h k l parallelogrammū est: in vno est plano. Et
quoniam dimidium est uterq; ipsorum g sub m g h, o g k, recti: reliquus igitur
qui sub h g k rectus est. Similiter & reliqui. Quadratum igitur est g h k l. Pos-
sibile autem est quæ in principio assumpta g, h, k, l, centra & parallelos cō-
ficientia m n, n x, x o, o m: connectere ipsas g h, h l, l k, g k, & dicere ip-
sum g h l k quadratum. Si vero assumamus & reliquorum triangulorum cen-
tra connectamusq; eadem: ostendemus reliqua: quadrata. habebimusq; in da-
to octahedro cubum descriptum, quod agendum fuerat.



5 **C**In dato icofahedro dodecahedrum inscribere.
CHYPsicLES ex Zamb. **C**Exponatur quinquagulū ipsi icofahedri $a b c$
Ad e ; & cētra circulorū qui circū $a f e$, $a f b$, $b f e$, $f c d$, $d f e$, triāgula/sintq; g ,
M h, k, l, m . cōnectāturq; $g h, h k, k l, l m, m g$. Et rursus cōnexæ $f g, f h, f k$; extē
Pdantur in x, n, o . bifariam nempe ipsæ $e a$, $a b$, $b c$: secabuntur in ipsis x, n ,
6 o , signis. Et sicut $n x$ ad $n o$: sic $g h$ ad $h k$. æqualis igitur est $h n$ ipsi $k o$. Si
*****militer iam & reliqua ipsius $g h k l m$ pentagoni latera: æqualia demonstrabū
tur. Dico q; & æquiangula. Quoniam enim duæ $n x, n o$, ad binas $g h, h k$: q;
quos compræhendunt angulos. & reliqua manifesta sunt. Intelligatur ab ipso
 f ad ipsius $a b c d e$ pentagoni planum perpendicularis acta quæ cadit in cen
trum eius qui circum pentagonum circuli. Si vero ab ipso n in signū in quod
concurrit quæ ex f perpendicularis connectamus/ ac per h , parallelum aga
mus ad eam: manifestum q; concurrit ei quæ ex f perpendiculari/ & quæ ab
ipso e parallelus rectum compræhendit angulum vna cum ea quæ ex f perpēdi
culari. Rursus si connectamus ab ipsis f, g , in centrum eius qui circum $a b c d$
e pentagonum circuli: & in signum in quod concurrit quæ ex h ei quæ ex g
connexa recta quo cum eadem compræhendet. Ex quo manifestum est: q; qn
quangulum $g h k l m$ in vno est plano.
CNos vero scire oportet: q; si quis nos interroget quorū latera habet icofahe
dru: sic dicemus. Manifestum q; icofahedru sub viginti triangulis com
præhenditur: & q; vnumquodq; triangulum tribus rectis lineis cōstat. Opor
tet igitur nos multiplicare viginti triangula in ipsa trianguli latera: sunt sexa
ginta. quorum medietas sunt triginta. Similiterq; in dodecahedro. Rursus
quoniam duodecim quinquangula dodecahedrum conficiunt/ & vnumquodq;
quinquangulum quinq; continet rectas lineas: efficiemus duodecies quinq;
& sunt sexaginta/ rursus eorum medietas sunt triginta. Cur autem dimidium
efficiamus: quia quodlibet latus etiam si fuerit triangulum siue quinquangulū
siue quadratum vt in cubo: ex secundo capitur. Itidē eadem disciplina in cu
bo & in pyramide. Et in octahedro eadē efficiens: latera comperies. Si vero
velis rursus vniuscuiusq; figurarum angulorū numerū inuenire: rursus eadem
efficiens diuide per plana compræhendentia vnum angulum solidi. Et quo
niam icofahedri angulum quinq; triangula cōpræhendunt: diuide per qnq;
sunt duodecim icofahedri anguli. In dodecahedro: tria pentagona angulum
compræhendunt. diuide per tria: & viginti habebis dodecahedri angulos. Si
militer autem & in reliquis angulos inuenies. Quæsitū est quomodo ab vna
quaq; quinq; solidarum figurarum vno plano compræhendentium quomodo
cunq; dato/ inuenitur & inclinatio: in quam adinuicem inclinantur compræ
hendentia plana vnamquamq; figurarū. Inuentio autem (sicut Isidorus noster ma
gnus magister enarrabat) hunc habet modum. Qz quidem in cubo per rectū
angulum dispescunt ipsum compræhendentia plana adinuicem. Manifestum
inquā. in pyramide exposito vno triangulo/ centris terminis vnius lateris/ spa
cio vero a vertice in basin perpēdiculari acta/ ambitiones descriptæ inuicem
se secant: & ab ipsa sectione ad centra connexæ rectæ lineæ compræhendent
inclinationem planorum pyramidem compræhēntium. In octahedro vero
a latere triāguli descripto quadrato: cētris terminis diagoni/ intervallo autē
itidem trianguli perpēdiculari/ describantur circūferētiæ: & rursus a commu
ni sectione ad centra connexæ rectæ lineæ cōpræhendent desinēre in binas re
ctas quæ sitæ inclinationis. In icofahedro porro. latere trianguli descripto pē
tagono/ cōnectatur sub binis lateribus subtensa recta linea. & centris terminis
eiusdem/ intervallo autem ipsius trianguli perpēdiculari descriptarum circū
ferentiarum/ quæ ex communi sectione ad centra connexæ: compræhēdent de
sinentem similiter in binas rectas inclinationis icofahedri planorum. In dode
cahedro vero exposito vno quinquagulo/ cōnexa similiter sub binis lateribus
subtensa recta linea cētris terminis eiusdem intervallo autem acta perpēdicu
lari a bifaria sectione ipsius in parallelum ei latus pētagoni describantur circū
ferētiæ. & quæ a signo in quodinuicem concurrunt ad centra connexæ: simili





ter comprehendend desinentem in binas rectas inclinationis planorum dodecahedri. Sic quidē clarissimū vtr̄ dictus reddidit rationem eorum quæ dicta sunt: clare in quouis patefacta demonstratione. In quo aperta fuit in ipsis demōstratio inspecta: vniuscuiusq; rationē aperte exponam / primūq; in pyramide.

Intelligatur pyramis sub quatuor æquilateris triangulis comprehensa a b c d: basi a b c, fastigio vero d. & secto ipso a d latere per 10 primi bifariam in e: connectantur b e, e c. Et quoniā a d b, a d c, triangula æquilatera sunt / & a d bifariā secatur: ipsæ igitur b e, e c, perpendiculares sunt in ipsam a d. Dico q̄ angulus q̄ sub b e c: est acutus. Quoniam enim dupla est a c ipsius a e: quadruplum est quod ex a c eius quod est a e. Sed quod ex a c: æquum est eis quæ ex a e, e c, per 47 primi, quorum quod ex a c ad id quod ex c e rationem habet quam 4 ad 3, & est equalis c e ipsi e b, quod igitur ex b c: minus est eis quæ ex b e, e c, acutus igitur est qui sub b e c. Quoniam igitur binorum planorum a b d, a d c, cōmunis sectio est a d, & communi sectioni ad angulos rectos sunt rectæ lineæ i vtroq; ipsorum planorum actæ b e, e c, & acutum angulum comprehendunt: angulus igitur qui sub b e c inclinatio est planorum, & est datus, datum enim b c latus existens trianguli, & vtraq; ipsarum b e, e c, perpendicularis subsistēs equilateri trianguli / centris nimirum b, c, hoc est terminis vnius lateris / interuallo vero trianguli perpendiculari descripti ambitus: sese inuicem in e signo dispossunt. Et quæ ab ipso in ipsa b c connexæ rectæ lineæ: comprehendunt planorum inclinationem, id autem erat dictum. Et q̄ centris quidem b, c, interuallo autem trianguli perpendiculari descripti circuli adinuicem se secant: perspicuum est, vtraq; enim ipsarum b e, e c, maior est dimidia ipsius b c, cētris autem b, c, interuallo autem dimidia ipsius b c descripti circuli: sese inuicem tangunt. Si vero minor fuerit: neq; se tangunt neq; dispossunt, si vero maior: omnino secant, & sic in pyramide hæc cōsequens aperte apparet ratio.

Intelligatur rursus in quadrato a b c d, pyramis verticē habens e, & ipsam cōprehendentia bifariam basis triagula æquilatera, erit autem a b c d e pyramis: dimidium octahedri, secetur per 10 primi vnum latus vnius trianguli a e bifariam in f: & connectantur b f, d f, æquales igitur sunt b f, d f: & perpendiculares in a e. Dico q̄ angulus qui sub b f d obtusus est, connectatur enim b d, Et quoniam quadratum est a c, dimetiēs autem b d: quod ex b d duplū est eius quod ex d a. Quod autem ex d a: ad id quod ex d f rationem habet sicut in præcedenti dictum est) quam 4 ad 3, & quod ex d b igitur ad id quod ex d f: rationē habet quam octo ad tria, æqualis autem est d f ipsi f b, Quod igitur ex d b: eis quæ ex b f, d, maius est. Obtusus igitur est qui sub b f d. Et quoniam binis planis se inuicem secantibus hoc est a b e, a d e, communis sectio est a e, & ad rectos angulos ei in vtroq; ipsorum planorum actæ sunt / ipsæ aut b f, d f, obtusum comprehendunt: qui igitur sub b f d angulus definit in binas rectas inclinationis ipsorum a b e, a d e, planorum. Si datus fuerit igitur qui sub b f d: datur quoq; dicta inclinatio. Quoniam igitur datur triangulum octahedri & vnum latus octahedri est a d, & ab ipsa quadratum describitur a c: datusq; & dimetiens b d, existens ipsius quadrati. Sed & b f, d f: ipsius trianguli perpendiculares. Quare & qui sub b f e angulus datur. Descriptio igitur quadrato ex latere trianguli sicut a c, & connexa diametro sicut b d, si centris h d, interuallo autē triaguli perpendiculari circulos describamus: sese inuicem in f dispossent. Et quæ ex fincentra connexæ rectæ lineæ: comprehendunt inclinationem eam quæ sub b f d, quæ definit in binas rectas (sicut dictū est) ipsorum planorum inclinationis. Ethic perspicuum est quidem sicut vtraq; ipsarum b f, d f, est dimidia ipsius b d maior, ac per hoc in organica constructione circulos sese inuicem dispossere necesse est. Et ex demōstratione manifestū sit sicut b d a d a potētia rationem habet quā octo ad tria / dimidia vero ipsius b d potētia quadrupla est: & perinde maiore est vtraq; ipsarū b f, d f, dimidia ipsius b d, & hæc inq; de octahedro.

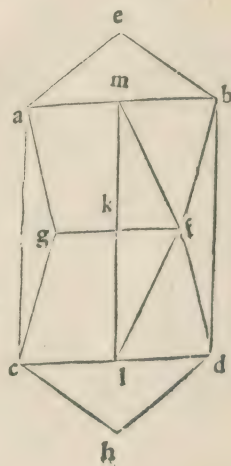
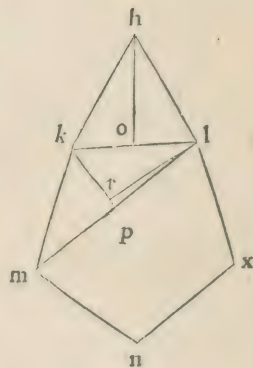
In icosaedro aut intelligatur pentagonum æquilaterum a b c d e: in eo pyramis verticem habens f, Quia triangula ipsam comprehendentia æquilatera sunt: erit iam ipsa a b c d e pyramis pars icosaedre figuræ. Secetur vñ latus vnius trianguli f c bifariam in g, & connectantur b g, g d, æquales existentes & perpendiculares factæ in ipsam f c, Dico q̄ qui sub b g d angulus obtusus

est. & ibidem manifestum est. nā conexa recta linea b d: obtusum quidē explicat eum qui sub b c d ipsius pentagoni angulum. hoc autem: maior qui sub b g d. ipse namq; b g, g d: ipsis b c, c d, sunt minores. similiter iam & in ijs quæ ante hunc/ q; qui sub b g d angulus definit in binas inclinationis ipsorum b c, c d, triangulorum: hac data/ data erit & inclinatio ipsius icosaedri planorum. Aliter namq; trianguli icosaedri descripto quinquagulo connexa sub binis lateribus subtensa pentagoni sicut in ipsius b d data descriptione/ similiter autē & ipsarum b g, g d, perpendicularium triangulorum: datur & qui sub b g d. Si enim centris limitibus eius q; sub binis lateribus subtensa pentagoni sicut b d, interuallo autem ipsius trianguli perpendiculari circuli describantur: secabunt se inuicem sicut in g, & quæ ex g ad ipsam b d connexa recta linea: comprehendent definientem sub binis rectis ipsorum planorum inclinationis. & hic quidem ex descriptione manifestum est: q; utraq; ipsarum b g, g d, maior est dimidia ipsius b d.

¶ Instrumentali quoq; fabrica est ostendere. Intelligatur separatim æquilaterum quidem triagulum h k l, ab ipso autem k l, quinquaguli describatur k m n x l: & connectatur m l. excitetur q; per 12 primi perpendicularis ipsius h k l trianguli, h o. Dico q; ipsa h o maior est dimidia ipsius m l subtendentis inclinationem planorum. Acta ab ipso k in ipsam m l perpendiculari ipsa k p, quoniā qui sub k l p maior est tertio recti hoc est eo qui sub k h o: constituatur ei qui sub k h o æquus qui sub p l r. ipsa igitur p l: perpendicularis ē æquilateri triaguli cuius est latus r l. quare qd est ex r l: ad id qd ex l p, rationem habet quam 4 ad 3. maior autem ē k l: ipsa l r. Quod igitur ex k l: ad id quod ex l p, maiorem rationē habet q; 4 ad 3. habet autem & ad id quod ex h o: quā 4 ad 1. ipsa igitur k l: ad l p maiorem rationem habet q; ad h o. maior igitur est h o: ipsa l p.

¶ In dodecahedro sic intelligatur vnum cubicum a quo dodecahedrum describitur & sit ab c d: & bina plana dodecahedri hoc est a e b f g, g d h c f. Dico itā & hic datam esse/ binorum quinquangulorum inclinationem. Secetur per 10 primi f g bifariam in k: & ab ipso k ipsi f g per 11 primi ad angulos rectos excitetur in utroq; planorum k l, k m, & connectatur m l. Aio primum q; qui sub m k l angulus obtusus est. Ostensum autem est in decimotertio elementorum volumi angulus obtusus est. Acta in a b c d quadrato/ siue statu dodecahedri: q; quæ ex k perpendicularis acta in a b c d quadrato/ dratum dimidia est lateris pentagoni. quare minor est dimidia ipsius m l. & id propterea qui sub m k l angulus obtusus est. Simulq; ostensum est in eodē theoremate q; & quod quidem ex k l, æquum est ei quod ex dimidio lateris cubi & ei quod ex dimidio lateris pentagoni. quare quoniam eadē k l & k m sunt æquales/ & maiores sunt dimidia ipsius m l: dato igitur angulo sub m l k, definens in binas rectas inclinatio erit planorum videlicet data. Quoniam igitur latus a b c d quadrati subtendens est bina latera pentagoni daturq; & pentagonum: datur ergo & m l. Dat autem & utraq; ipsarum m k, k l, perpendiculares etenim sunt a bifaria sectioe a b sub binis subtensa lateribus in parallelum eidem latus pentagoni ut f g. Datur igitur qui sub l k m definens (sicut dictum est) in binas rectas quæ sit inclinationis. Bene igitur in instrumentali fabrica dixit sicut operetur dato pentagono/ connectere subtensam sub binis lateribus quæ æqualis sit ipsius cubi lateri: si centris limitibus ipsius/ interuallo vero ab ipsa bifaria sectioe acta perpendiculari in parallelū eidem pentagoni latus/ sicut in descriptione k l, k m, descriptæ circumferentiæ: & ab ipso commissuræ circumferentiarum signo ad centra connectere rectas lineas comprehendentes definientem in binas rectas inclinationis ipsorum planorum. q; enim ipsa l k perpendicularis maior est dimidia ipsius m l: dictum est/ sicut i elementis simul etiā est ostensum.

¶ EVCLIDIS MEGARENSIS CLARISSIMI PHILOSOPHI Mathematicorūq; facile principis, primū ex Cāpani, deinde ex Theonis in priores tredecim, & Hypsiclis Alexandrinī i duos posteriores, Græcorū philosophorū traditionibus, Bartholamæo Zāberto Veneto interprete: geometricorum Elementorum librorum quindecim. Finis.



QVAE INTER LEGENDVM ANNO TATA FVERVNT.

Folio Facie Linea

3	1	tates	lege. eos recipiens
3	1		in margine vbi secundo habetur Linea recta
3	2	qualia	lege. Superficies plana
4	1	bet	lege. eadem tamen.
4	1	merus	lege. tertius
4	2	Planus	lege. sicut magnitudo in infinitum minuitur.
5	2	quod est	abundat in fine: syllaba. gen.
5	2	linea a h	lege. lineæ b a & b d vsq;
6	2	super	lege. in puncto b
6	2	tur	lege. per conuersionem penultimæ conceptionis.
25	1	sunt	lege. per penultimam conceptionem
25	1	quod bis	lege. quæ ex a c & c b
25	1	c b	lege. quod bis fit sub a c & c b
46	2		lege. bis fit sub a c & c b
62	2	Conuerfa	in vltima figura loco h pone e: & loco e pos
62	2	Permutata	neh. Item loco g pone c: & loco e pone g.
94	2	positis	lege. Permutata
151	1		lege. Conuerfa
192	1	fa	lege. a b & c d
192	1	& basis	in secunda figura loco f pone d. loco d pone
192	1	b	e. loco e pone f
220	2		lege. duabus f b, f c,
247	2		lege. basi f c. & in fine sub f b
248	2		lege. c est æqualis
			in figuris duc lineas f m & k n.
			in vltima figura duc lineam a f
			in vltima figura duc lineam e g

Hæc sunt quæ recognitione digna comperimus: quippe quæ Mathematicam intelligentiam offendere aut interturbare possent. Si qua sunt alia quæ omiserimus: candidi ipsi lectores inter legendū vel facile castigabunt.

Codices quaterni.

a. b. c. d. e. f. g. h. i. k. l. m. n. o. p. q. r. s. t. v. x. y. A. B. C. D. E. F. G. H.

Terni.

z &

Quinternus

I

